

TABLE DES MATIERES

1. DEFINITIONS	4
1.1. LA THERMODYNAMIQUE	4
1.2. SYSTEME THERMODYNAMIQUE	4
1.3. ETAT D'UN SYSTEME.....	5
1.4. PHASE D'UN SYSTEME	5
1.5. EQUILIBRE D'UN SYSTEME.....	6
2. TRANSFORMATION.....	6
2.1. DEFINITION	6
2.2. TRANSFORMATIONS PARTICULIERES	6
2.3. TRANSFORMATION REVERSIBLE ET IRREVERSIBLE.....	7
2.4. REPRESENTATION DES TRANSFORMATIONS	7
3. NOTION DE TRAVAIL.....	7
3.1. DEFINITION	7
3.2. TRAVAIL REVERSIBLE	8
3.3. REPRESENTATION GRAPHIQUE	9
3.4. CAS DES TRANSFORMATIONS PARTICULIERES.....	10
1. ECHANGE DE TRAVAIL.....	13
1.1. GENERALITE.....	13
1.2. CAS PARTICULIER DE PRESSION.....	13
1.3. CAS PARTICULIER DU GAZ PARFAIT	13
2. ENERGIE INTERNE ET SA VARIATION.....	14
2.1. DEFINITION	14
2.2. VARIATION DE L'ENERGIE INTERNE	14
3. CHALEUR ECHANGEES.....	14
3.1. CHALEURS SPECIFIQUES	15
3.2. CHALEURS LATENTES.....	15
3.3. SENS DE TRANSFERT DE CHALEUR ET CONVENTION DE SIGNES	15
3.4. EQUATIONS CALORIMETRIQUES POUR UNE EVOLUTION ELEMENTAIRE REVERSIBLE	16
3.5. RELATION ENTRE LES COEFFICIENTS CALORIMETRIQUES.....	16
4. ENONCE DU 1^{ER} PRINCIPE DE LA THERMODYNAMIQUE.....	18
4.1. CAS D'UNE TRANSFORMATION FERMEE.....	18
EQUATION DE L'ENERGIE DANS LE CAS D'UN SYSTEME FERME	19
4.3. EQUATION DE L'ENERGIE DANS LE CAS D'UN SYSTEME OUVERT	20
1. LES FACTEURS THERMIQUES	24
1.1. TRANSFORMATION ISOBARE : $P = \text{CONSTANTE}$	24
1.2. TRANSFORMATION ISOCHORE : $V = \text{CONSTANTE}$	24
1.3. TRANSFORMATION ISOTHERME	25
2. LES GAZ PARFAITS	26
2.1. DEFINITIONS.....	26
2.2. ENERGIE INTERNE ET ENTHALPIE D'UN GAZ PARFAIT.....	27
2.2.1. <i>Energie interne</i>	27
2.2.2. <i>Enthalpie</i>	27
3. LES GAZ REELS	29
3.1. DEFINITION ET EQUATIONS.....	29
3.2. LE POINT CRITIQUE.....	29
C'EST L'EQUATION REDUITE DE VAN DER WAALS	33
4. MELANGE LIQUIDE-VAPEUR.....	33
4.1. EQUILIBRE LIQUIDE-VAPEUR	33
4.2. CALCUL DES ENERGIES	36

Cours de Thermodynamique Techniciens Supérieurs (BTS-DUT-DTS)

4.2.1.	<i>Cas de la vapeur humide</i>	36
4.2.2.	<i>Cas de la vapeur surchauffée</i>	37
4.3.	UTILISATION DES TABLES THERMODYNAMIQUES	37
1.	EVOLUTIONS REVERSIBLES D'UN SYSTEME FERME	41
1.1.	EVOLUTION ISOCHORE : $V = CTE$	41
1.2.	EVOLUTIONS ISOBARES : $P = CTE$	41
1.3.	EVOLUTIONS ISOTHERMES : $T = CTE$	41
1.4.	EVOLUTION ADIABATIQUE	42
1.5.	EVOLUTION POLYTROPIQUE.....	43
2.	EVOLUTIONS IRREVERSIBLES	45
2.1.	CAS D'UNE DETENTE SANS RESISTANCE	46
2.2.	CAS D'UN DETENDEUR	46
2.3.	MELANGE ADIABATIQUE.....	47
3.	EVOLUTION REVERSIBLE D'UN ECOULEMENT PERMANENT	48
4.	EVOLUTION D'UN ECOULEMENT NON PERMANENT	48
	CAS PARTICULIER DU REMPLISSAGE D'UN RESERVOIR	50
4.2.	CAS D'UN DESEMPLOI	51
1.	ENONCES DU 2^{EME} PRINCIPE	54
1.1.	INSUFFISANCE DU 1 ^{ER} PRINCIPE	54
1.2.	ENONCE DU 2 ^{EME} PRINCIPE.....	54
1.3.	POSTULAT DE CLAUSIUS	55
1.4.	EXPRESSION GENERALE.....	56
2.	LA DEFINITION ENTROPIE	56
2.1.	DEFINITION	56
2.2.	RELATION DE CLAPEYRON	58
2.2.1.	<i>Première relation de Clapeyron</i>	58
2.2.2.	<i>Deuxième relation de Clapeyron</i>	59
3.	LE DIAGRAMME T-S	60
3.1.	LE DIAGRAMME T-S POUR LA VAPEUR D'EAU	61
3.2.	LE DIAGRAMME T-S POUR UN GAZ PARFAIT	63
4.	ENTROPIE ET IRREVERSIBILITE	64
4.1.	GENERALITES.....	64
4.2.	CAS DES DIFFERENTES EVOLUTIONS	64
4.2.1.	<i>Evolutions fermées</i>	64
4.2.2.	<i>Evolution ouverte</i>	65
1.	LE CYCLE DE CARNOT	68
1.1.	DEFINITION	68
1.2.	LE TAUX DE TRAVAIL.....	69
2.	LE CYCLE D'OTTO (ALLEMAND) OU DE BEAU DE ROCHAS (FRANÇAIS)	69
3.	LE CYCLE A PRESSIONS CONSTANTES	70
4.	LE CYCLE DIESEL	73
5.	LE CYCLE MIXTE OU CYCLE DE SABATE	75

Chapitre 1

GENERALITES

1. DEFINITIONS

1.1.LA THERMODYNAMIQUE

La thermodynamique est la branche de la physique qui étudie les échanges d'énergie entre un corps et son milieu extérieur. Elle étudie les lois de transformation c'est à dire les variations d'énergie d'un système quelque soit la forme d'énergie mise en jeu (énergie mécanique, thermique, électrique, chimique...).

1.2.SYSTEME THERMODYNAMIQUE

Un système thermodynamique est un corps ou un ensemble de corps de masse déterminée ou plus généralement une portion de l'univers bien délimitée où se produisent des échanges d'énergie avec son milieu extérieur. La thermodynamique examine uniquement les échanges d'énergie qui ont lieu entre le système et le milieu extérieur. On dit aussi que la thermodynamique est la science des douaniers.

- (a) *Système homogène* : un système est dit homogène s'il ne présente pas de surface de discontinuité (ex : un gaz). Dans le cas contraire, il est dit hétérogène (ex : équilibre- liquide- vapeur).
- (b) *Système isolé* : un système isolé est un système qui n'échange ni énergie, ni matière avec son milieu extérieur.
- (c) *Système fermé* : un système fermé est un système qui n'échange que l'énergie avec son milieu extérieur (un gaz enfermé dans un cylindre derrière un piston).
- (d) *Système ouvert* : un système ouvert est un système qui échange de l'énergie et de la matière avec son milieu extérieur (fluide en écoulement).

Convention de signe :

En thermodynamique, on comptera *positivement* tout ce que le système reçoit du milieu extérieur et *négativement* tout ce que le système cède au milieu extérieur.

Cours de Thermodynamique Techniciens Supérieurs (BTS-DUT-DTS)

1.3. ETAT D'UN SYSTEME

L'état d'un système est défini par les valeurs dans un certains nombres de grandeurs mesurables dites variables thermodynamiques ou variable d'état de nature macroscopique.

Exemple de variables d'état : le volume V , la température T , la pression P l'intensité I , la densité d , la viscosité μ , etc....

L'état d'un système est considéré comme parfaitement connu lorsqu'on a fixé les valeurs d'un nombre suffisant de variables d'état pour que deux systèmes ayant les mêmes valeurs de ces variables ne puissent en aucune manière être distingués l'un de l'autre.

a- Variable intensive

Une variable intensive est une variable qui ne dépend pas de l'étendue du système.

Exemple : la température T , la pression P au sein d'un gaz, le potentiel électrique.

b- Variable extensive

Une variable extensive est une grandeur qui dépend de l'étendue du système

exemple : le volume V , masse m , longueur l , etc.....

Les paramètres ci-dessus sont dépendants les uns des autres. Pour un système homogène, on aura des couples de variables indépendantes. Dans les cas de la thermodynamique classique on aura les couples suivants : (P, V) ; (T, P) ; (T, V) .

1.4. PHASE D'UN SYSTEME

Souvent, les grandeurs des variables d'états ne sont plus les mêmes en tous les points du système, pour décrire un tel système on est alors amené à le diviser en portions au sein desquelles chacune des variables d'état a une même valeur quelque soit l'endroit considéré : ce sont des *portions homogènes ou phases*.

Un système avec une seule phase est un système homogène. Un système constitué de plusieurs phases juxtaposées est *un système hétérogène*.

Cours de Thermodynamique Techniciens Supérieurs (BTS-DUT-DTS)

1.5.EQUILIBRE D'UN SYSTEME

On dit qu'un système est équilibré lorsque ses variables d'état ne changent pas au cours du temps.

L'équilibre sera dit stable si après une évolution fortuite faible du système, celui-ci revient à l'équilibre spontanément sans intervention extérieure.

En thermodynamique classique, on ne s'intéresse pratiquement qu'à ce type d'équilibre et aux échanges d'énergie ayant lieu entre le système et le milieu extérieur lors du passage du système d'un état d'équilibre à un autre état d'équilibre.

2. TRANSFORMATION

2.1.DEFINITION

On dira qu'il y a transformation lorsque, entre deux observations l'une quelconque des variables d'états du système évolue.

a- Transformation fermée

La transformation sera dite fermée si l'état final est confondu à l'état initial.

b- Transformation ouverte

La transformation est dite ouverte si l'état initial est différent de l'état final.

2.2.TRANSFORMATIONS PARTICULIERES

a- Transformation à volume constant

C'est une transformation au cours de laquelle le volume du système reste constant. Elle est dite aussi ***isochore***.

b- transformation à pression constante

C'est une transformation au cours de laquelle la pression du système reste constante. Elle est dite aussi ***isobare***.

c- Transformation à température constante

C'est une transformation au cours de laquelle la température du système reste constante. Elle est dite aussi ***isotherme***.

Cours de Thermodynamique Techniciens Supérieurs (BTS-DUT-DTS)

d- Transformation sans échange de chaleur

C'est une transformation au cours de laquelle le système ne change pas de chaleur avec son milieu extérieur. Elle est dite aussi *adiabatique*.

2.3. TRANSFORMATION REVERSIBLE ET IRREVERSIBLE

D'une manière générale toutes les transformations réelles sont irréversibles.

Une transformation n'est totalement réversible que si la transformation inverse peut être réalisée en passant rigoureusement par les mêmes états d'équilibres intermédiaires aussi pour le système que le milieu extérieur.

Une transformation réelle peut s'approcher de la réversibilité si elle est effectuée *aussi lentement que possibles et si les frottements* (causes essentielles d'irréversibilité) *sont négligées*.

2.4. REPRESENTATION DES TRANSFORMATIONS

On utilise un diagramme pour représenter les transformations. Le diagramme couramment utilisé en thermodynamique est le diagramme (P, V) ou diagramme de *Clapeyron*. Dans ce diagramme P est porté en ordonnée et V en abscisse.

Une transformation réversible est donc représentée par *une ligne continue*.

Il est impossible d'effectuer une représentation graphique d'une transformation irréversible. Seuls les états d'équilibre initial et final sont parfaitement connus.

3. NOTION DE TRAVAIL

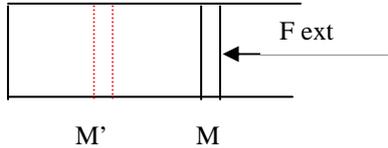
3.1. DEFINITION

Le travail est défini comme le produit d'une force et d'un déplacement dans la direction de cette force.

Quand une frontière d'un système fermée se déplace dans la direction de la force agissant sur lui alors le système donne ou reçoit du travail de son entourage. *Le travail est une énergie de transition*. Il n'est jamais contenu dans un corps ou posséder par un corps.

3.2. TRAVAIL REVERSIBLE

Le travail sera dit réversible si l'évolution permettant d'obtenir ce travail est elle-même réversible.



$$\vec{dl} = \vec{MM'}$$

$$\delta W_{ext} = \vec{F}_{ext} \cdot \vec{dl} = \left\| \vec{F}_{ext} \right\| \cdot \left\| \vec{dl} \right\| \cos\left(\vec{F}_{ext}, \vec{dl}\right)$$

On note $\left\| \vec{F}_{ext} \right\| = F_{ext}$ $\delta W_{ext} = F_{ext} \cdot dl$ car $\cos\left(\vec{F}_{ext}, \vec{dl}\right) = 1$
 $\left\| \vec{dl} \right\| = dl$

$$F_{ext} = P.S ; \quad \delta W_{ext} = P.S.dl = P.dV$$

- P est la pression absolue et est donc toujours positive.
- Si $dV < 0$, le système reçoit du travail de son milieu extérieur

$$\delta W_{ext} > 0, \text{ par conséquent } \delta W_{ext} = - PdV$$

si $dV > 0$ le système cède du travail à son milieu donc $\delta W_{ext} < 0$

soit $\delta W_{ext} = - PdV$

De manière générale le travail δw entre le système et le milieu extérieur au cours d'une transformation élémentaire est donnée par :

$$\delta W = - PdV$$

Au cours d'une transformation permettant au système de passer d'un état 1 à un état 2

$$W_{1 \rightarrow 2} = \int_1^2 - PdV : \text{ ceci n'est valable que si P est une fonction définie,}$$

continue, dérivable et intégrale.

On désigne par w le travail par unité de masse ou travail spécifique :

$$W = mw \text{ avec } m : \text{ la masse du système}$$

$$w_{1 \rightarrow 2} = \int_1^2 - Pdv \text{ avec } v : \text{ le volume spécifique, ou le volume par unité de}$$

masse.

$$V = m.v$$

Le travail W est exprimé en joule.

Cours de Thermodynamique Techniciens Supérieurs (BTS-DUT-DTS)

Le travail d'un joule est égal au déplacement d'une force d'un newton sur un mètre :

$$1 \text{ J} = 1 \text{ N} \times 1 \text{ m}$$

l'unité légale de la pression P est le Pascal, noté Pa. La pression occasionnée par une force d'un newton sur une surface d'un mètre carré est le Pascal :

$$1 \text{ Pa} = \frac{1 \text{ N}}{1 \text{ m}^2}$$

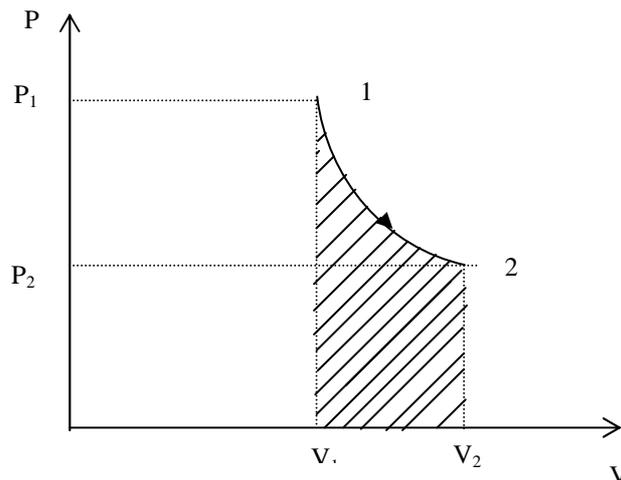
Les multiples du Pascal sont :

- 1 bar = 10^5 pascals
- 1 atmosphère = $1,013 \cdot 10^5$ pascals. On notera par la suite une atmosphère par 1 atm.

L'unité légale du volume est le m^3 :

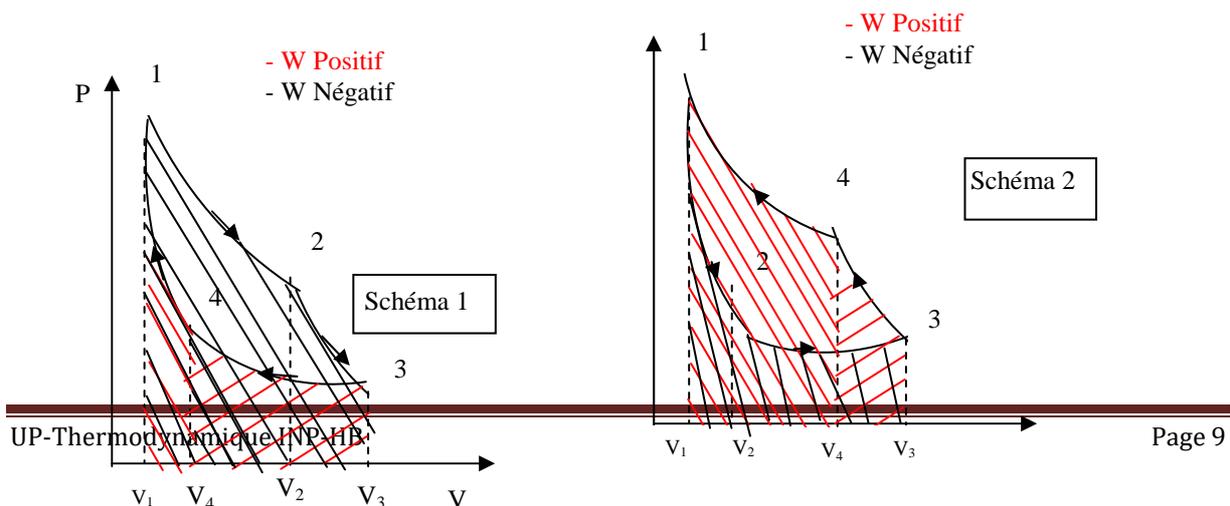
3.3.REPRESENTATION GRAPHIQUE

a Cas d'une transformation ouverte.



Le travail $W_{1 \rightarrow 2}$ est représenté par l'aire hachurée sous tendue entre la représentation de l'évolution réversible 1→2 et l'axe des abscisses c'est à dire des volumes V.

b- Cas de transformations fermées.



Cours de Thermodynamique Techniciens Supérieurs (BTS-DUT-DTS)

- Schéma 1 ; $W_{\text{cycle}} = W_{\text{tot}} = W_{1 \rightarrow 2} + W_{2 \rightarrow 3} + W_{3 \rightarrow 4} + W_{4 \rightarrow 1}$
 $W_{\text{cycle}} < 0$

- Schéma 2 : $W_{\text{cycle}} = W_{\text{tot}} = W_{1 \rightarrow 2} + W_{2 \rightarrow 3} + W_{3 \rightarrow 4} + W_{4 \rightarrow 1}$
 $W_{\text{cycle}} > 0$

- Si le cycle est décrit dans le sens des aiguilles d'une montre W_{cycle} est *négatif*. Le cycle est dit *cycle moteur*. C'est le cas des cycles des moteurs thermiques.
- Si le cycle est décrit dans le sens trigonométrique, le travail du cycle est *positif*. Le cycle est dit *cycle récepteur*. C'est le cas du cycle des réfrigérateurs

3.4.CAS DES TRANSFORMATIONS PARTICULIERES

3.4.1. Transformation isochore : V est une constante

$$W_{1 \rightarrow 2} = \int_1^2 - p dV \text{ or } V \text{ est une constante donc } dV = 0$$

$$W_{1 \rightarrow 2} = 0$$

Le travail échangé au cours d'une transformation isochore est nul.

3.4.2. Transformation isobare : P est une constante.

$$W_{1 \rightarrow 2} = \int_1^2 - p dV \text{ or } P \text{ est une constante}$$

$$W_{1 \rightarrow 2} = -P \int_1^2 dV \Rightarrow W_{1 \rightarrow 2} = -P(V_2 - V_1)$$

$$\boxed{W_{1 \rightarrow 2} = P(V_1 - V_2)}$$

3.4.3. Cas d'une transformation isotherme : T est une constante.

$$W_{1 \rightarrow 2} = \int_1^2 - p dV \text{ de façon générale, cette relation reste valable quelque soit le type de}$$

fluide.

Si le fluide est un gaz parfait, il obéit à la loi Boyle- Mariotte ; c'est-à-dire que le produit

PV est une constante. Soit $PV=C \rightarrow P = \frac{C}{V}$

$$W_{1 \rightarrow 2} = \int_1^2 - p dV = -C \int_1^2 \frac{dV}{V} = -C [\ln V_2 - \ln V_1] = -C \ln \left[\frac{V_2}{V_1} \right] = C \ln \frac{V_1}{V_2}$$

Cours de Thermodynamique Techniciens Supérieurs (BTS-DUT-DTS)

or $PV = C$; soit $P_1V_1 = P_2V_2 = C$

$$W_{1 \rightarrow 2} = P_1V_1 \ln \frac{V_1}{V_2} = P_1V_1 \ln \frac{P_2}{P_1}$$

d) Cas où le fluide évolue suivant une loi $PV^n = C$

Si $n = 1$ revoir le cas C)

Si $n \neq 1$, alors

$$W_{1 \rightarrow 2} = -C \int_1^2 V^n dV = -C \left[\frac{V^{1-n}}{1-n} \right]_1^2 = \frac{-C}{1-n} (V_2^{1-n} - V_1^{1-n}) = \frac{C}{n-1} (V_2^{1-n} - V_1^{1-n})$$

Or $P.V^n = \text{constante}$

$$\begin{aligned} P_1V_1^n &= P_2V_2^n = C \\ \text{Soit } W_{1-2} &= \frac{CV_2^{1-n} - CV_1^{1-n}}{n-1} = \frac{P_2V_2^n \cdot V_2^{1-n} - P_1V_1^n V_1^{1-n}}{n-1} \Rightarrow W_{1-2} = \frac{P_2V_2 - P_1V_1}{n-1} \end{aligned}$$

Chapitre 2

LE PREMIER PRINCIPE DE LA THERMODYNAMIQUE

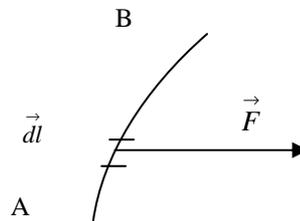
1. ECHANGE DE TRAVAIL

1.1.GENERALITE

Considérons un système thermodynamique non isolé, lors de son évolution, il peut échanger avec le milieu extérieur : soit du travail, soit de la chaleur, deux quantités à équivalence d'énergie.

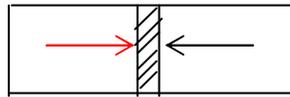
W représente le travail effectué entre le système et le milieu extérieur. Supposons une force \vec{F} effectuant, lors de l'évolution du système de l'état A à l'état B, des déplacements élémentaires \vec{dl} , le travail élémentaire correspondant est : $\delta W = \vec{F} \cdot \vec{dl}$. Le travail total

$$W = \int_A^B \vec{F} \cdot \vec{dl}$$



1.2.CAS PARTICULIER DE PRESSION

$$\vec{F} = -\vec{F}_{ext}$$



$$\delta W = \vec{F} \cdot \vec{dl} = -F_{ext} dl = -PSdl \text{ soit}$$

$$\delta W = -PdV$$

la pression $P > 0$

Si $dV > 0$, c'est une détente $\delta W < 0 \Rightarrow \delta W = -PdV$.

Si $dV < 0$, c'est une compression $\delta W > 0 \Rightarrow \delta W = -PdV$

1.3.CAS PARTICULIER DU GAZ PARFAIT

$$W = \int_1^2 -PdV \text{ or l'équation d'un gaz parfait}$$

$$PV = mrT \text{ ou } PV = nRT$$

Cours de Thermodynamique Techniciens Supérieurs (BTS-DUT-DTS)

$$P = \frac{mrT}{V}$$

$$W = -\int_1^2 \frac{mrT}{V} dV = -mrT \int_1^2 \frac{T}{V} dV$$

Si T = cte,
$$W = -mrT \int_1^2 \frac{dV}{V} = -mrT \ln \left[\frac{V_2}{V_1} \right] \Rightarrow W = mrT \ln \left(\frac{V_1}{V_2} \right)$$

$$W = mrT \ln \frac{V_1}{V_2} = P_1 V_1 \ln \left(\frac{V_1}{V_2} \right) = P_2 V_2 \ln \left(\frac{P_2}{P_1} \right)$$

2. ENERGIE INTERNE ET SA VARIATION

2.1.DEFINITION

On appelle énergie interne d'un système, l'énergie intrinsèque de ce système du seul fait de ses propriétés thermodynamiques. On note l'énergie interne par U. L'énergie interne est donc une propriété du système. C'est donc une fonction d'état.

2.2.VARIATION DE L'ENERGIE INTERNE

Lors de l'évolution du système, ces propriétés thermodynamiques subissent une variation son énergie interne aussi. On note sa variation élémentaire par du . Lors d'une évolution réversible passant le système d'état 1 à un état 2, la variation de son énergie interne :

$$\Delta u = u_2 - u_1 = \int_1^2 du$$

3. CHALEUR ECHANGEES

La chaleur est une forme d'énergie. On distingue deux sortes de chaleurs :

- *la chaleur sensible*, c'est une chaleur qui fournie à un système permet d'élever sa température.
- *la chaleur latente*, c'est une chaleur qui fournie à un système à température constante lui permet de changer de phase.

3.1. CHALEURS SPECIFIQUES

Supposons un échange de chaleur δQ suivant un processus quasi statique (qui tend vers la réversibilité) entre le système et le milieu extérieur. Echange se faisant sans apport de travail et entraînant une variation dT de la température du système au cours d'un processus défini (par exemple à $P = \text{cte}$ ou à $V = \text{cte}$). On admet que δQ et dT sont proportionnels et on pose :

$\delta Q = C dT$ avec C , la capacité calorifique du Système pour le processus défini

par exemple $C = C_p$ pour une évolution à pression constante ;

$C = C_v$ pour une évolution à volume constant.

Pour une masse unité, c est la chaleur spécifique massique et pour une mole unité, \bar{c} est la chaleur spécifique molaire

3.2. CHALEURS LATENTES

Supposons maintenant un échange de chaleur sans (apport de travail) qui au lieu d'élever la température du corps y produit un changement de phase (fusion- vaporisation). On admet alors une proportionnalité entre la quantité de chaleur δQ et la masse dm du corps affectée par cette transformation (masse de glace fondue ou masse de liquide évaporisée).

$$\delta Q = L dm$$

L : est la chaleur latente massique pour les processus défini.

Si on se refait plutôt au nombre de mole, on définit la chaleur latente molaire.

3.3. SENS DE TRANSFERT DE CHALEUR ET CONVENTION DE SIGNES

La chaleur va toujours spontanément du corps le plus chaud vers le corps le plus froid c'est à dire de la température la plus élevée vers la température la plus basse ; ceci est connu sous le nom du *principe zéro de la thermodynamique*.

La quantité de chaleur δQ échangée est :

$\delta Q > 0$ si le système reçoit de la chaleur ;

$\delta Q < 0$ si le système cède de la chaleur.

3.4.EQUATIONS CALORIMETRIQUES POUR UNE EVOLUTION ELEMENTAIRE REVERSIBLE

Supposons que l'état thermodynamique d'un système quelconque, soit parfaitement défini par les trois variables d'état T, P, V. A l'équilibre il existe une fonction f telle que :

$$f(T, P, V) = 0$$

On sait que, pour une transformation réversible subit par le système homogène, les trois variables T,P,V sont indépendantes deux à deux et varient [ii]. Si l'on suppose qu'une quantité unitaire de matière subit une transformation élémentaire réversible au cours de laquelle une quantité élémentaire δQ de chaleur est échangée avec le milieu extérieur ; étant donné que P,V,T sont susceptibles de varier d'une quantité dP, dV, dT alors δQ peut s'exprimer de trois manières différentes mais équivalentes et selon le choix du couple de coordonnées (P,V) ; (T,V) ; (T,P). Ainsi pour une quantité unitaire de matière, on aura les trois équations équivalentes suivantes :

$$\delta q = c_v dT + l dv \quad \text{①} \quad (T,v)$$

$$\delta q = c_p dT + h dp \quad \text{②} \quad (T,P)$$

$$\delta q = \lambda dp + \mu dv \quad \text{③} \quad (P,v)$$

On voit donc apparaître six coefficients calorimétriques.

- c_p et c_v sont les chaleurs spécifiques respectivement. à pression constante et à volume constant.
- l est la chaleur latente de détente isotherme.
- h est la chaleur latente de compression isotherme.
- λ est coefficient calorimétrique de variation de pression à volume constant.
- μ est coefficient calorimétrique de variation de volume à pression constante.

3.5.RELATION ENTRE LES COEFFICIENTS CALORIMETRIQUES

Les coefficients calorimétriques ci-dessus ne sont pas indépendants entre eux. c_p et c_v sont mesurables expérimentalement. Les autres pouvant être exprimés en fonction de c_p et ou c_v et les variables d'état.

$$P = P(T,V) ; V = V(P,T) ; T = T(P,V)$$

Cours de Thermodynamique Techniciens Supérieurs (BTS-DUT-DTS)

$$dP = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T dV \quad (a)$$

$$dV = \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P dT + \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T dP \quad (b)$$

$$dT = \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V dP + \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P dV \quad (c)$$

$$\text{de } b \rightarrow dP = \frac{dV}{\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T} - \frac{\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P}{\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T} dT \quad ; \quad dP = -\frac{\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_P}{\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T} dT + \frac{dV}{\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T}$$

Par identification avec (a) on aura :

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = -\frac{\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_V}{\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T} \Leftrightarrow \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V \cdot \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T = -\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P \text{ et } \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T = \frac{1}{\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T}$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V \cdot \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P = -1 \quad \text{la relation de REECH}$$

$$\partial q = c_v dT + l dv \quad (1)$$

$$\partial q = c_p dT + h dp \quad (2)$$

$$\partial q = \lambda dp + \mu d\gamma \quad (3)$$

Nous savons que $dV = \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P dT + \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T dP$ d'où $\partial q = c_v dT + \ell \left[\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P dT + \left(\frac{\partial v}{\partial P}\right)_T dP \right]$

Soit donc $dq = \left[c_v + \ell \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P \right] dT + \ell \left(\frac{\partial v}{\partial P}\right)_T dP$

Par identification avec l'équation (2) on obtient : $\ell = (c_p - c_v) \left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_P$ de même on montre que

$$h = -(c_p - c_v) \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V$$

En remplaçant dv dans l'équation (3) par son expression précédente on obtient :

$$dq = \lambda dp + \mu \left[\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P dT + \left(\frac{\partial v}{\partial P}\right)_T dP \right] \text{ et par la suite on aboutit à } \mu = c_p \left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_P \text{ et}$$

$$\lambda = c_v \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V.$$

Une autre méthode plus simple consiste à écrire les trois équations calorimétriques pour une évolution à volume constant par exemple. On obtient :

Cours de Thermodynamique Techniciens Supérieurs (BTS-DUT-DTS)

$$dq = c_v dT$$

$$dq = c_p dT + h dP$$

$$dq = \lambda dP$$

Par les différentes identifications on aboutit aux expressions :

$$\lambda = c_v \left(\frac{\partial T}{\partial P} \right)_v$$

$$h = -(c_p - c_v) \left(\frac{\partial T}{\partial P} \right)_v$$

De même pour une évolution à pression constante on retrouve les expressions de μ et ℓ .

Application : En admettant que $c_p - c_v = r$ (relation de Robert Mayer pour un gaz parfait, r étant la constante massique du gaz considéré) et que l'équation massique d'un gaz parfait est $Pv = rT$, donnez les expressions de ℓ , h , λ et μ pour un gaz parfait.

Solution :

L'équation d'un gaz parfait étant $Pv = rT$ on aura :

$$d(Pv) = d(rT)$$

$$Pdv + v dP = r dT$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial v} \right)_P =$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial P} \right)_v =$$

Or $\ell = (c_p - c_v) \left(\frac{\partial T}{\partial v} \right)_P$, soit $\ell = r \left(\frac{\partial T}{\partial v} \right)_P$ d'où $\ell = P$.

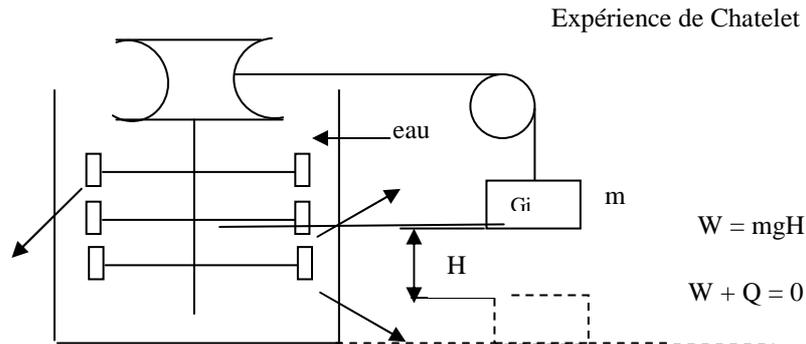
De même $h = -(c_p - c_v) \left(\frac{\partial T}{\partial P} \right)_v$, soit $h = -r \left(\frac{\partial T}{\partial P} \right)_v$ d'où $h = -v$.

$\lambda = c_v \left(\frac{\partial T}{\partial P} \right)_v$, soit $\lambda = c_v \frac{v}{r}$, de même $\mu = c_p \left(\frac{\partial T}{\partial v} \right)_P$, soit $\mu = c_p \frac{P}{r}$.

4. ENONCE DU 1^{ER} PRINCIPE DE LA THERMODYNAMIQUE

4.1. CAS D'UNE TRANSFORMATION FERMEE

Prenons le dispositif suivant



Le dispositif est constitué d'un récipient contenant de l'eau dans laquelle sont plongées des palettes dont l'axe est solidaire à une poulie. Sur la poulie se trouve enrouler une corde dont l'extrémité porte une masse, la corde étant supportée par une deuxième poulie. Les deux poulies sont des poulies à simple effet c'est à dire sans frottement. La chute de la masse entraîne une élévation de la température de l'eau de T_1 à T_2 . Après un certain moment l'eau revient à son état initial. Tout revient à croire que la variation de son énergie totale est nulle..

Soit donc :

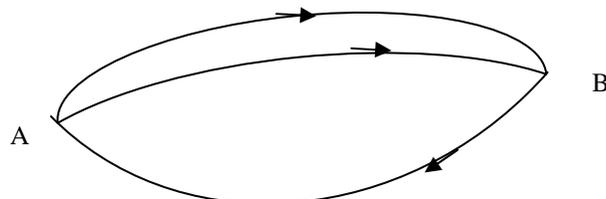
- $W + Q = 0$.
- W : le travail fourni au système
- Q : la chaleur dissipée par le système pour regagner son état initial.

De façon générale, lorsqu'un système fermé qui n'échange que du travail et de la chaleur avec son milieu extérieur subit une transformation fermée, la somme du travail et de la chaleur échangée est nulle :

$$W + Q = 0 \quad \text{en d'autres termes,}$$

$W = -Q$ c'est le principe de l'équivalence. Ceci montre qu'il y a équivalence entre le travail W et la quantité de chaleur Q .

4.2.EQUATION DE L'ENERGIE DANS LE CAS D'UN SYSTEME FERME



Supposons un système fermé qui au cours d'une évolution quelconque passe d'un état A à un état B. Le passage de l'état A à l'état B peut s'effectuer par deux évolutions notées 1 et 2.

Cours de Thermodynamique Techniciens Supérieurs (BTS-DUT-DTS)

L'évolution de B à A s'effectue suivant a. Nous avons ainsi des transformations fermées (voir schéma).

En appliquant le principe d'équivalence on a :

$$\left. \begin{aligned} W_{A1}^B + Q_{A1}^B + W_{Ba}^A + Q_{Ba}^A &= 0 \\ W_{A2}^B + Q_{A2}^B + W_{Ba}^A + W_{Ba}^A &= 0 \end{aligned} \right\} \Leftrightarrow \begin{aligned} W_{A1}^B + Q_{A1}^B &= -(W_{Ba}^A + Q_{Ba}^A) \\ W_{A2}^B + Q_{A2}^B &= -(W_{Ba}^A + Q_{Ba}^A) \end{aligned}$$

soit

$$W_{A1}^B + Q_{A1}^B = W_{A2}^B + Q_{A2}^B = W_A^B + Q_A^B$$

On voit donc que la somme du travail et de la quantité de chaleur *ne dépend pas du chemin suivie par le système. Mais dépend de l'état initial et l'état final du système.* A cette somme on va faire correspondre la variation d'une fonction d'état. Le système étant fermé, cette fonction d'état n'est rien d'autre que l'énergie interne. On a :

$$\boxed{W_A^B + Q_A^B = U_B - U_A} \text{ de façon générale.}$$

Et ceci selon le 1^{er} principe, la somme du travail et la quantité de chaleur échangée par le système fermé avec son milieu extérieur est égale à la variation de son énergie interne. On écrit :

$$\boxed{W + Q = \Delta U}$$

Dans le cas d'un système évolution élémentaire réversible :

$$\boxed{dU = \delta Q + \delta W}$$

U : fonction d'état
 Q et W : fonctions qui dépendent du chemin suivi (ce ne sont pas des fonctions d'état)

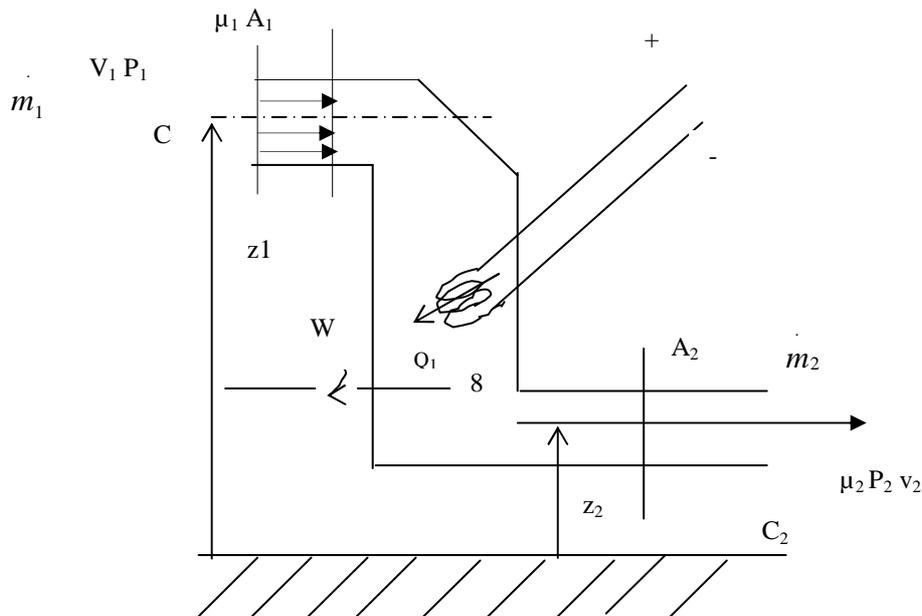
4.3.EQUATION DE L'ENERGIE DANS LE CAS D'UN SYSTEME OUVERT

D'une manière générale, le 1^{er} principe de la thermodynamique n'est rien d'autre que le principe de la conservation des énergies.

On supposera l'écoulement permanent, c'est à dire que le débit massique reste constant :

$$m_1 = m_2 \Leftrightarrow \rho_1 V_1 = \rho_2 V_2 \text{ soit } \rho_1 A_1 C_1 = \rho_2 A_2 C_2 \text{ ou encore } \frac{A_1 C_1}{v_1} = \frac{A_2 C_2}{v_2}$$

Cours de Thermodynamique Techniciens Supérieurs (BTS-DUT-DTS)



A l'entrée de l'écoulement la pression est supposée constante. L'effort à vaincre par les particules fluides est donné par : $\int_1^2 P dv = P_1 v_1$ pour une masse unité de fluide.

La quantité de chaleur introduite pendant l'évolution est donnée par :

$$\dot{Q} = \dot{m} q$$

$$u_1, \frac{1}{2} C_1^2, q, g z_1, P_1 v_1 \quad \text{à l'entrée du système}$$

$$u_2, \frac{1}{2} C_2^2, W', g z_2, P_2 v_2 \quad \text{à la sortie du système}$$

En appliquant le principe de la conservation des énergies on a :

$$u_1 + P_1 v_1 + \frac{1}{2} C_1^2 + q + g z_1 = u_2 + P_2 v_2 + \frac{1}{2} C_2^2 + g z_2 + w'$$

On pose $h = u + P v$: avec h l'enthalpie massique. La fonction h est une fonction d'état.

$$q + w = h_2 - h_1 + \frac{1}{2} (C_2^2 - C_1^2) + g (z_2 - z_1)$$

équation des énergies avec $w = -w'$

Pour un débit de matière \dot{m} s'écoulant dans le système on aura :

$$\dot{m} (q + w) = \dot{m} \left[h_2 - h_1 + \frac{1}{2} (C_2^2 - C_1^2) + g (z_2 - z_1) \right]$$

$$\dot{Q} + \dot{W} = \Delta \dot{H} + \Delta \dot{E}_C + \Delta \dot{E}_P$$

h est fonction d'état car u et $P v$ sont aussi des fonctions d'état.

L'écoulement est permanent ou stable si :

Cours de Thermodynamique Techniciens Supérieurs (BTS-DUT-DTS)

$$\dot{m} = \dot{m} \Leftrightarrow \rho_1 V_1 = \rho_2 V_2$$

$$\rho = \frac{m}{v} \quad \text{et} \quad v = \frac{v}{m} = \frac{1}{\frac{m}{v}} = \frac{1}{\rho}$$

$$\rho = \frac{1}{v} \quad \text{et} \quad \dot{v} = A \cdot C$$

$$\boxed{\frac{A_1 C_1}{v_1} = \frac{A_2 C_2}{v_2}}$$

\dot{W} : débit de travail.

\dot{Q} : débit de chaleur.

$\Delta \dot{H}$: débit de variation d'enthalpie.

$\Delta \dot{E}_C$: débit de variation d'énergie cinétique.

$\Delta \dot{E}_P$: débit de variation d'énergie potentielle.

Chapitre 3

LE FLUIDE DE TRAVAIL

Cours de Thermodynamique Techniciens Supérieurs (BTS-DUT-DTS)

En thermodynamique le fluide de travail sera présenté sous trois formes :

- Les liquides : Ce sont des corps qui ont une forme propre mais qui n'ont pas de volume propre. Ils prennent la forme de volume du récipient qui les contient.
 - La vapeur
 - Le gaz
- } Sont des corps qui n'ont ni forme propre, ni volume propre.

Ils occupent tout le volume qui leur est disponible. Le gaz est un fluide loin de ses conditions de liquéfaction la vapeur n'est pas loin.

1. LES FACTEURS THERMIQUES

Soit un système défini par P_1, T_1, V_1 à l'état un. Supposons que ce système subit une évolution élémentaire réversible l'amenant dans un état voisin :

$$P = P_1 + \Delta P, T = T_1 + \Delta T ; V = V_1 + \Delta V$$

1.1. Transformation isobare : $P = \text{constante}$

L'échauffement à pression constante d'un fluide fait augmenter son volume. On admet au premier degré près que le volume V peut se mettre sous la forme :

$$V = V_1 [1 + \alpha_1 (T - T_1)]$$

avec α_1 , le coefficient de dilatation donné par :

$$\alpha_1 = \frac{1}{V_1} \left(\frac{V - V_1}{T - T_1} \right) = \frac{1}{V_1} \times \frac{\Delta V}{\Delta T}$$

On définit le coefficient de dilatation vrai, α par la limite de α_1 quand ΔT tend vers zéro.

On note :

$$\alpha = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \alpha_1 \quad \alpha = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P$$

1.2. Transformation isochore : $V = \text{constante}$

L'échauffement à volume constant d'un fluide fait augmenter sa pression. On admet au premier degré près que la pression peut se mettre sous la forme :

$$P = P_1 (1 + \beta_1 (T - T_1))$$

Avec β_1 , le coefficient d'augmentation de pression

Cours de Thermodynamique Techniciens Supérieurs (BTS-DUT-DTS)

$$\beta_1 = \frac{1}{P_1} \left(\frac{P - P_1}{T - T_1} \right) = \frac{1}{P_1} \times \frac{\Delta P}{\Delta T}$$

On définit le coefficient d'augmentation de pression vrai β , par la limite de β_1 quand ΔT tend vers zéro. On note :

$$\beta = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \beta_1 = \beta = \frac{1}{P} \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V$$

1.3. TRANSFORMATION ISOTHERME

Comme précédemment, on définit le coefficient de compressibilité isotherme par :

$$\chi_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T$$

Le signe moins (-) tient compte de la variation du volume ou de la pression :

α, β, χ_T sont toujours positifs.

- Application : ① trouver une relation entre α, β , et χ_T
 ② Que devient α, β, χ_T pour un gaz parfait

Résolution :

D'après la relation de REECH on a :

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_P \cdot \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial V} \right)_P = -1$$

$$(P\beta) \cdot (-V\chi_T) \cdot \left(\frac{1}{\alpha V} \right) = -1$$

$$P\beta \frac{\chi_T}{\alpha} = 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{\alpha}{\beta\chi_T} = P$$

$$PV = nrT$$

$$d(PV) = d(nrT) \Rightarrow VdP + PdV = nr dT ; \text{ à } P=Cte \text{ on a :}$$

$$PdV = nr dT$$

$$\frac{P}{nr} = \left(\frac{\partial T}{\partial V} \right)_P$$

$$\alpha = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P$$

$$\frac{1}{\alpha V} = \left(\frac{\partial T}{\partial V} \right)_P \Rightarrow \alpha = \frac{nr}{PV} = \frac{1}{T}$$

Cours de Thermodynamique Techniciens Supérieurs (BTS-DUT-DTS)

$PdV + VdP = mrdT$, pour $V=Cte$ on a :

$$VdP = mrdT, \text{ soit}$$

$$\frac{V}{mr} = \left(\frac{\partial T}{\partial P} \right)_V$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V = \frac{mr}{V}$$

$$P\beta = \frac{mr}{V} \Rightarrow \boxed{\frac{mr}{pV} = \frac{1}{T} = \beta}$$

$$PdV + VdP = mrdT$$

$$VdP + VdP = 0$$

$$-\frac{P}{V} = \left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_T$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_T = \frac{1}{-V\chi_T} \Rightarrow \frac{P}{V} = \frac{1}{V\chi_T} \Rightarrow \boxed{\chi_T = \frac{1}{P}}$$

2. LES GAZ PARFAITS

2.1.DEFINITIONS

Un gaz parfait est un système au sein duquel atome ou molécule sont contenus dans un volume suffisamment grand à une température assez élevée (loin de la température de liquéfaction) pour que les énergies d'interaction entre les particules soient négligeables vis à vis de l'énergie totale. Un tel gaz obéit aux lois :

- de Boyle- Mariotte $PV = \text{constante}$ (à $T = cte$)
- de Gay- Lussac- Charles $\alpha_0 = \beta_0 = \frac{1}{T_0}$

α_0, β_0 étant respectivement les coefficients de dilatation et de variation de pression à zéro c'est à dire $273,15^\circ K$.

- de Joule : l'énergie interne et l'enthalpie d'un gaz parfait est donnée par :

$$\begin{cases} PV = mrT \\ PV = nrT \end{cases} \text{ avec } r = \frac{R}{M}$$

R : constante molaire des gaz parfaits

M : masse molaire moléculaire du gaz considéré

n : nombre de moles

2.2. ENERGIE INTERNE ET ENTHALPIE D'UN GAZ PARFAIT

2.2.1. Energie interne

D'après le 1^{er} principe de la thermodynamique

$$dU = \delta Q + \delta W$$

Pour une unité de masse, on a :

$$du = c_v dT + l dv - P dv \Rightarrow du = c_v dT + (l - P) dv$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_v = c_v \quad \text{et} \quad \left(\frac{\partial u}{\partial v} \right)_T = l - P$$

or d'après la 1^{ère} loi de joule $u = f(T)$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial v} \right)_T = 0 \Leftrightarrow l - P = 0 \Leftrightarrow l = P$$

$$u = \int c_v dT + cte; \quad u_2 - u_1 = \int_0^{T_2} c_v dT - \int_0^{T_1} c_v dT$$

si c_v est fonction de la température T on définit la moyenne de c_v par

$$\left(\overline{c_v} \right) = \frac{1}{T_2 - T_1} \int_{T_1}^{T_2} c_v dT$$

Si c_v est une constante par rapport à la température on aurait :

$$u_2 - u_1 = c_v (T_2 - T_1)$$

et pour une masse quelconque m :

$$U_2 - U_1 = m c_v (T_2 - T_1)$$

2.2.2. Enthalpie

La fonction enthalpie est définie par :

$$H = U + PV; \quad dH = dU + d(PV)$$

Or selon le 1^{er} principe :

$$dH = \delta Q - PdV + PdV + VdP = \delta Q + VdP$$

pour une masse d'unité :

$$dh = c_p dT + \frac{1}{\rho} dP + v dP = c_p dT + \left(\frac{1}{\rho} + v \right) dP$$

Cours de Thermodynamique Techniciens Supérieurs (BTS-DUT-DTS)

$$\left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p = c_p$$

$$\left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_T = \dot{h} + v \quad \text{or d'après la 2^{ème} loi de joule } h = f(T)$$

$$\left(\frac{\partial h}{\partial P}\right)_T = \dot{h} + V = 0 \quad \Leftrightarrow \dot{h} = -v$$

$$h = \int c_p dT + cte$$

En générale c_p est une fonction de température T.

$$\left(\bar{c}_p\right)_{T_1-T_2} = \frac{1}{T_2 - T_1} \times \int_{T_1}^{T_2} c_p dT$$

$$\left(\bar{c}_p\right)_{T_1-T_2} = \frac{h_2 - h_1}{T_2 - T_1}$$

et si c_p est une constante par rapport à T alors

$$h_2 - h_1 = c_p(T_2 - T_1)$$

Pour une masse quelconque m on a :

$$H_2 - H_1 = mc_p(T_2 - T_1)$$

Pour une masse unité de gaz parfait :

$$h = u + Pv = u + rT$$

$$dh = du + r dT$$

Relation de Robert
Mayer

$$c_p dT = c_v dT + r dT \Leftrightarrow c_p - c_v = r$$

On définit le coefficient d'adiabatique par

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} \quad \gamma > 1 \quad \text{car } c_p > c_v$$

$$\text{d'où } c_p - c_v = r \Leftrightarrow c_v \left(\frac{c_p}{c_v} - 1\right) = r$$

$$c_v (\gamma - 1) = r$$

$$\text{soit } c_v = \frac{r}{\gamma - 1}$$

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} \Rightarrow c_p = \gamma c_v$$

Soit

$$c_p = \frac{\gamma \cdot r}{\gamma - 1}$$

3. LES GAZ REELS

3.1.DEFINITION ET EQUATIONS

un gaz réel est un gaz pour lequel les énergies d'interaction des particules ne sont pas négligées vis à vis de l'énergie totale du système. Un tel gaz peut occuper n'importe quel volume à n'importe quelle température sous n'importe quelle pression. Dans l'étude des gaz

parfaits : $R = \lim_{P \rightarrow 0} \frac{Pv}{T}$ une mole de gaz. On peut donc écrire que pour le gaz parfait $\frac{Pv}{RT} = 1$ ou

$$\frac{Pv}{rT} = 1 \text{ (pour masse unité de gaz).}$$

De façon générale désignons par $Z = \frac{PV}{RT}$ ou $Z = \frac{pv}{rT}$. Pour un gaz réel $Z \neq 1$,

l'équation d'un gaz réel est donnée :

$$(P + \pi)(v - b) = rT \quad \text{pour une masse d'unité.}$$

- π : pression interne ou la suppression due aux interactions des particules.
- b : covolume c'est à dire le plus petit volume que peut occuper tout le gaz.

Il existe d'autres variantes de cette équation générale ; les plus utilisées sont :

- l'équation de VAN DER WALLS

$$\left(P + \frac{a}{v^2} \right) (v - b) = rT \quad \text{(pour une masse d'unité)}$$

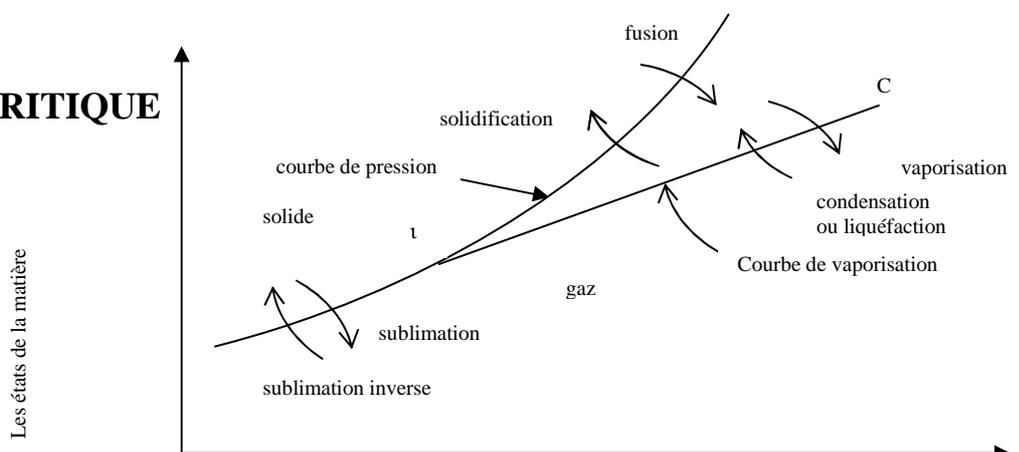
avec a, b, r des constantes qui dépendent de la nature du gaz.

- l'équation de Berthelot :

$$\left(P + \frac{a'}{Tv^2} \right) (v - b) = rT \text{ (une masse d'unité)}$$

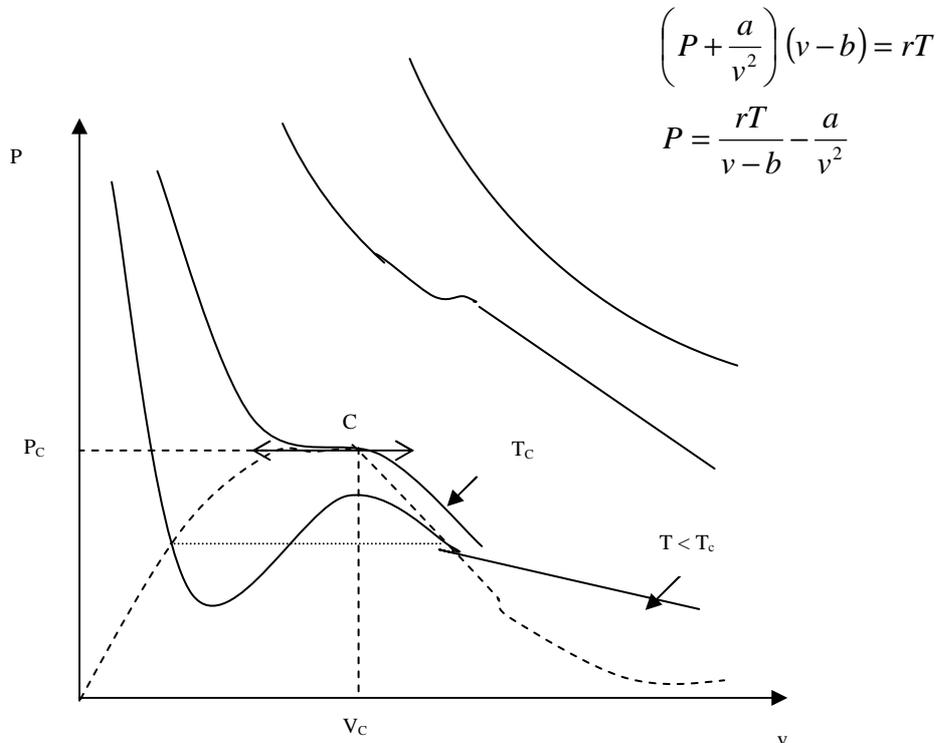
a' , b et r des constantes qui dépendent de la nature du gaz.

3.2.LE POINT CRITIQUE



Cours de Thermodynamique Techniciens Supérieurs (BTS-DUT-DTS)

Le point τ est le point triple, c'est à dire où il y a coexistence des trois phases de la matière. Le point C est le point critique c'est à dire le point au delà du quel on n'observe plus le changement de phase liquide- vapeur. Les isothermes tracés dans le diagramme de Clapeyron donne les allures suivantes :



La courbe en pointillée est la courbe de saturation. L'isotherme T_c qui passe par le point c présente une tangente horizontale au point d'inflexion c. Comme l'isotherme T_c une tangente horizontale en c :

$$P = \frac{rT}{v - b} - \frac{a}{v^2}$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial v}\right)_{T_c} = 0 ; \quad \left(\frac{\partial P}{\partial v}\right)_T = -\frac{rT}{(v - b)^2} + \frac{2a}{v^3}$$

$$\left(\frac{\partial^2 P}{\partial v^2}\right)_{T_c} = 0 \quad \left(\frac{\partial^2 P}{\partial v^2}\right)_T = \frac{2rT}{(v - b)^3} - \frac{6a}{v^4}$$

au point c on aura :

$$\frac{-rT_c}{(v_c - b)^2} + \frac{2a}{v_c^3} = 0 \Leftrightarrow \frac{rT_c}{(v_c - b)^2} = \frac{2a}{v_c^3} \quad (1)$$

$$\frac{2rT_c}{(v_c - b)^3} - \frac{6a}{v_c^4} = 0 \Leftrightarrow \frac{2T_c}{(v_c - b)^3} = \frac{3a}{v_c^4} \quad (2)$$

en supposant que a, b et r sont connus, exprimons les grandeurs caractéristiques que sont T_c , V_c et P_c en fonction de ces constantes.

Cours de Thermodynamique Techniciens Supérieurs (BTS-DUT-DTS)

$$\frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{\frac{rTc}{(v_c - b)^2}}{\frac{rTc}{(v_c - b)^3}} = \frac{\frac{2a}{v_c^3}}{\frac{3a}{v_c^4}} \Leftrightarrow \frac{rTc}{(v_c - b)^2} \times \frac{(v_c - b)^3}{rTc} = \frac{2a}{v_c^3} \times \frac{v_c^4}{3a}$$

$$v_c - b = \frac{2}{3} v_c \Rightarrow 3v_c - 3b = 2v_c \quad \text{donc } \boxed{v_c = 3b}$$

de l'équation ① on tire :

$$T_c = \frac{2a(v_c - b)^2}{rv_c^3} = \frac{2a(3b - b)^2}{r(3b)^3} \Rightarrow T_c = \frac{8ab^2}{27rb^3} \Rightarrow \boxed{T_c = \frac{8a}{27br}}$$

CORRECTION DU DEVOIR

- 1) 0,5
- 2) 0,5
- 3) 0,5

$$W = \frac{P_f v_f - P_i v_i}{k - 1}$$

$$W = \int_i^f -P dv \quad \text{ou} \quad P v^k = cte \Rightarrow P c = \frac{c}{v^k}$$

$$2) \quad W = \int_i^f -C v^{-k} = -c \int_i^f v^{-k} dv = \frac{-c}{1-k} [v^{1-k}]_i^f$$

$$W = \frac{c}{k-1} [v_f^{1-k} - v_i^{1-k}] \quad \text{or} \quad P_i v_i^k = P_1 v_1^k$$

$$\boxed{W = \frac{P_f v_f - P_i v_i}{k - 1}}$$

Exercice 1

D'après le 1^{er} principe d'un système fermé on a :

$$\Delta U = W + Q \quad \text{parfaite isolation} \Rightarrow Q = 0$$

$$\boxed{W = \Delta U}$$

A.N $W = 1200 - 1500 = -300\text{kJ}$

$$\boxed{W = -300\text{kJ}}$$

$PV_2 = \text{constante}$

$P_1 = 28 \text{ bars}$

$V_1 = 0,6 \text{ m}^3$

$W = P_2 V_2 - P_1 V_1$

Or $P_2 V_2^k$

Cours de Thermodynamique Techniciens Supérieurs (BTS-DUT-DTS)

$$\text{De } \textcircled{2} \rightarrow p_2 = \frac{P_1 V_1^K}{V_2^K}$$

$$W = \frac{P_1 V_1^K}{V_2^K} \cdot V_2 - P_1 V_1$$

Or $k = 2$

$$W = \frac{P_1 V_1^2}{V_2^2} \cdot V_2 - P_1 V_1$$

$$W + P_1 V_1 = \frac{P_1 V_1^2}{V_2}$$

$$\boxed{V_2 = \frac{P_1 V_1^2}{W + P_1 V_1}}$$

A.N $V_2 = \frac{28 \cdot 10^5 \times (0,6)^2}{-300 \cdot 10^3 + 28 \cdot 10^5}$ donc $\boxed{V_2 = 0,73 \text{ m}^3}$

$$P_2 = \frac{P_1 V_1^2}{V_2^2} = 28 \times \left(\frac{0,6}{0,73} \right)^2 \Rightarrow \boxed{p_2 = 18,91 \text{ bars}}$$

Exercice 2

$$V_1 = 319,5 \text{ dm}^3 \quad V_2 = 21,3 \text{ dm}^3 \quad V_3 = +V_2$$

$$P_1 = 1 \text{ bar} \xrightarrow{PV^k = \text{cte}} \xrightarrow{P = \text{cte}} \xrightarrow{PV^k = \text{cte}}$$

$$\mu_1 = 217,5 \text{ kJ/kg} \quad \mu_2 = 687 \text{ kJ/kg} \quad \mu_3 = 1362,8 \text{ kJ/kg}$$

à continuer :

En utilisant l'équation de VAN DER WAALS

$$P_c = \frac{rT_c}{V_c - b} - \frac{a}{v_c^2}$$

$$P_c \frac{r \times 8a}{27br} - \frac{a}{(3b)^2} = \frac{8a}{27b \times 2b} - \frac{a}{9b^2} = \frac{4a}{27b^2} - \frac{a}{9b^2} = \frac{a}{9b^2} \left(\frac{4}{3} - 1 \right) = \frac{a}{27b^2} \Rightarrow \boxed{P_c = \frac{a}{27b^2}}$$

En expliquant, il est facile de déterminer P_c , V_c et T_c . On exprimera plutôt les constantes en fonction de ces grandeurs caractéristiques.

$$V_c = 3b \rightarrow \boxed{b = \frac{v_c}{3}}$$

$$P_c = \frac{a}{27b^2} \Rightarrow a = 27b^2 P_c = 27 \times \left(\frac{v_c}{3} \right)^2 P_c = a = 3v_c^2 \cdot P_c \Rightarrow \boxed{a = 3P_c v_c^2}$$

$$T_c = \frac{8a}{27rb} \Rightarrow r = \frac{8a}{27T_c \cdot b}$$

Cours de Thermodynamique Techniciens Supérieurs (BTS-DUT-DTS)

$$r = \frac{8 \times 3 P c v_c^2}{27 T_c \times \frac{v_c}{3}} = \frac{8 \times 9 \times P c v_c^2}{3 \cdot 27 T_c \cdot v_c} \Rightarrow \boxed{r = \frac{8}{3} \frac{P c v_c}{T_c}}$$

$$\left(P + \frac{a}{v^2} \right) (v - b) = r T$$

$$\left(P + \frac{3 P c v_c^2}{v^2} \right) \left(v - \frac{v_c}{3} \right) = \frac{8}{3} \frac{P c v_c}{T_c} \cdot T$$

$$P c \left(\frac{P}{P c} + 3 \left(\frac{v_c}{v} \right)^2 \right) v_c \left(\frac{v}{v_c} - \frac{1}{3} \right) = \frac{8}{3} \frac{P c v_c}{T_c} \cdot T$$

$$\left(\frac{P}{P c} + 3 \left(\frac{v_c}{v} \right)^2 \right) \left(\frac{v}{v_c} - \frac{1}{3} \right) = \frac{8}{3} \frac{T}{T_c}$$

$$\omega = \frac{P}{P c}; \quad \varphi = \frac{v}{v_c}; \quad \theta = \frac{T}{T_c}$$

on pose

$$\boxed{\left(\omega + \frac{3}{\varphi^2} \right) \left(\varphi - \frac{1}{3} \right) = \frac{8}{3} \theta}$$

c'est l'équation réduite de VAN DER WAALS

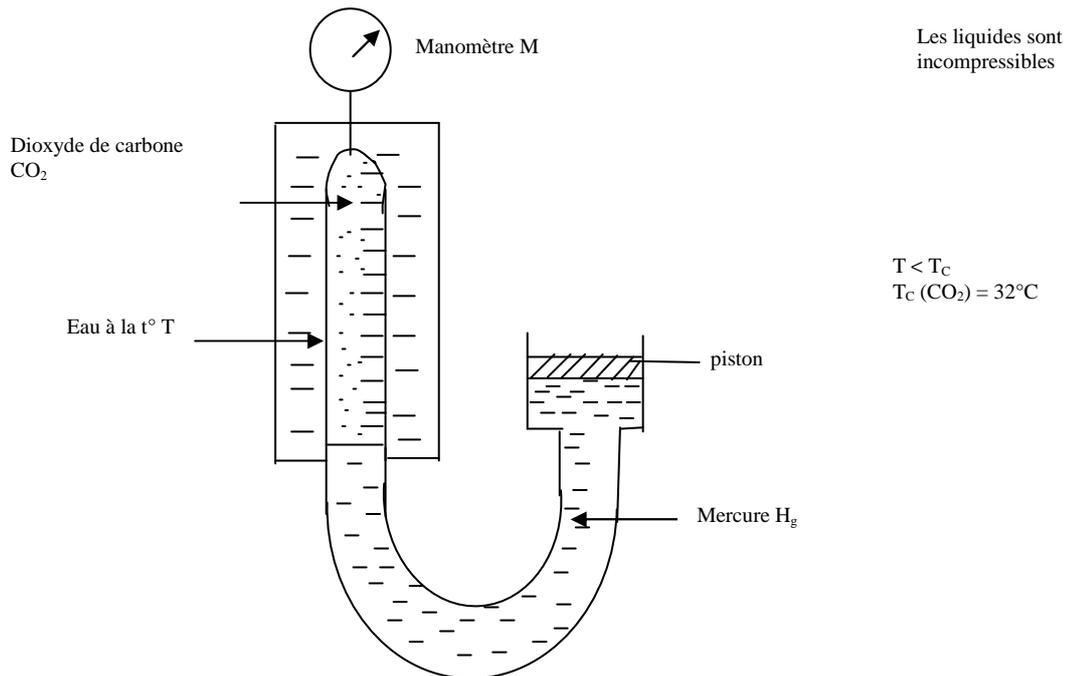
Cette équation est une équation adimensionnelle car constituée de grandeurs adimensionnelles que sont ω , φ et θ . C'est une équation qui ne dépend pas de la nature du gaz. Elle est valable pour n'importe quel gaz pourvu qu'il vérifie l'équation de VAN DER WAALS.

Application : Reprendre la même étude pour le gaz qui obéit à l'équation de Berthelot.

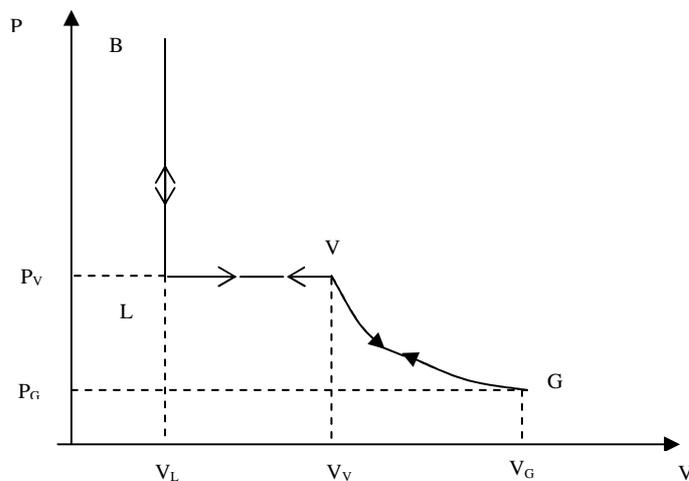
4. MELANGE LIQUIDE-VAPEUR

4.1.EQUILIBRE LIQUIDE-VAPEUR

Cours de Thermodynamique Techniciens Supérieurs (BTS-DUT-DTS)



Liquéfaction du CO₂



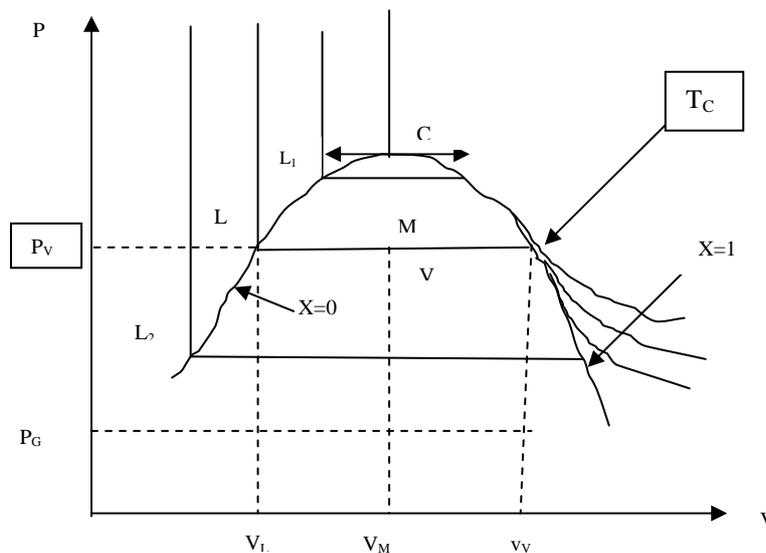
Prenons le dispositif ci-dessus, dispositif constitué d'un tube en U dont l'une des extrémités est enfermée par un piston en contact avec du mercure. L'autre extrémité est terminée par un manomètre. Le tube étant rempli d'un CO₂ dont la température est maintenue constante par une chemise d'eau l'entourant.

Si nous enfonçons doucement le piston, on constate sur le manomètre une augmentation de la pression au sein du gaz CO₂ ; Le volume du gaz diminuant, à l'apparition de la 1^{ère} goutte de liquide. On note le point V, le manomètre indique la pression Pv. En continuant d'enfoncer le piston, on constate que la pression P reste constante et égale à Pv ; le volume du gaz diminue mais la quantité de liquide augmente. En continuant cette action, on atteint le dernier

Cours de Thermodynamique Techniciens Supérieurs (BTS-DUT-DTS)

bulbe de gaz et on note le point L. La pression au sein du liquide est toujours P_v . En continuant d'enfoncer le piston, la pression augmente avec une faible variation de volume (incompressibilité des liquides).

L'action inverse permet d'atteindre le 1^{er} bulbe de gaz au point L la pression étant P_v . Si on continue de tirer sur le piston, on constate que la pression reste constante et égale à P_v jusqu'à la dernière goutte de liquide. On note le piston V. Puis si nous continuons notre action, le volume augmente à mesure que la pression diminue pour retrouver le point G (dilatation des gaz ou détente dans le gaz).



En reprenant les mêmes expériences on obtient le réseau de courbes ci-dessus. Ces courbes sont des isothermes. Pour $T = T_c$ on obtient l'isotherme T_c dont le palier est réduit en un seul point.

La courbe des points L est la courbe d'ébullition.

La courbe, lieu des points V est la courbe de rosée. L'ensemble de la courbe d'évolution constitue la courbe de saturation. La courbe de G à V est le lieu de la vapeur surchauffée c'est à dire la vapeur ne contenant aucune goutte de liquide. La courbe de V à L est le palier d'équilibre liquide- vapeur. Il y a coexistence liquide et vapeur. On dit qu'on a un mélange

Liquide vapeur. De L à V nous avons la phase liquide.

Pour un mélange de 1 kg de liquide- vapeur, on désigne par x la part en vapeur et par 1-x la quantité de liquide. X est appelé le titre de la vapeur.

Cours de Thermodynamique Techniciens Supérieurs (BTS-DUT-DTS)

$$v_M = (1-x)v_c + v_v$$

$$x = \frac{v_M - v_L}{v_v - v_L}$$

$$x = \frac{\text{masse de vapeur}}{\text{masse du mélange liquide - vapeur}}$$

ou graphiquement

$$x = \frac{\overline{LM}}{\overline{LV}} = \frac{LM}{LV}$$

Si $M = L$ $x = 0$, tous les points de la courbe d'évolution ont pour titre $x = 0$

Si $M = V$ $x = 1$, tous les points de la courbe rosée ont pour titre $x = 1$

$$0 \leq x \leq 1$$

La notion de titre n'est valable que pour la vapeur humide.

4.2. CALCUL DES ENERGIES

4.2.1. Cas de la vapeur humide

La vapeur humide est caractérisée par sa pression ou sa température de saturation et son titre x

** Energie interne*

$$u_M = (1-x) u_L + x u_v$$

$$u_M = u_L + x (u_v - u_L)$$

μ étant relative à l'unité de masse.

**L'enthalpie*

h l'enthalpie massique,

$$h_M = (1-x) h_L + x h_v = h_L + x (h_v - h_L)$$

$$h_M = h_L + x L_V$$

avec

$$L_V = h_v - h_L$$

Cours de Thermodynamique Techniciens Supérieurs (BTS-DUT-DTS)

4.2.2. Cas de la vapeur surchauffée

On appelle vapeur surchauffée, la vapeur se trouvant sur la courbe de rosée à qui on apporte une certaine quantité de chaleur.

On appelle degré de surchauffe ou la surchauffe la différence $\Delta t = t - t_s$ avec t la température de la vapeur surchauffée et t_s la t° de saturation de cette vapeur.

* *Energie interne*

$$u_D = u_V + \int_{t_s}^t c dt$$

$$u_D = u_L + (u_V - u_L) + \int_{t_s}^t c dt$$

* *Enthalpie*

$$h_D = h_V + \int_{t_s}^t c' dt$$

$$h_D = h_L + \int_{t_s}^t c' dt$$

4.3.UTILISATION DES TABLES THERMODYNAMIQUES

Les valeurs $u_L, u_V, u_D, h_L, h_V, h_D$ et même v_L, v_V et v_D sont données dans les tables thermodynamique. Celle que nous allons utiliser donne les notations suivantes :

$$\left. \begin{array}{ll} u_L = u_f & h_L = h_f \\ u_V = u_g & h_V = h_g \\ u_D = u & h_D = h \end{array} \right\} \quad h_V - h_L = h_g - h_f = L_V = h_{fg}$$

de même $v_L = v_f ; v_V = v_g$ et $v_D = v$

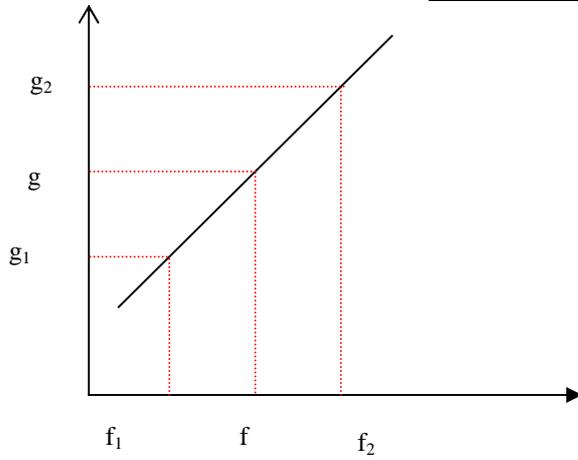
Des fois les valeurs données dans les exercices ne figurent pas dans les tables thermodynamiques. Ainsi pour résoudre de tels problèmes on fait des interpolations linéaires.

Nous rappelons ci après le principe de l'interpolation linéaire :

Soit g la grandeur dépendant de la variable f . $g_1 = g(f_1)$ et $g_2 = g(f_2)$. g étant une fonction linéaire de f . $g(f) = af + b$

Cours de Thermodynamique Techniciens Supérieurs (BTS-DUT-DTS)

INTERPOLATION LINEAIRE



$$g = af + b$$

$$g_1 = af_1 + b$$

$$g_2 = af_2 + b$$

$$g_2 - g_1 = a (f_2 - f_1) ;$$

$$a = \frac{g_2 - g_1}{f_2 - f_1}$$

$$b = g_1 - af_1;$$

$$g = \frac{g_2 - g_1}{f_2 - f_1} f + g_1 - \frac{g_2 - g_1}{f_2 - f_1} f_1$$

$$g = g_1 + \frac{g_2 - g_1}{f_2 - f_1} (f - f_1)$$

$$\frac{g - g_1}{g_2 - g_1} = \frac{f - f_1}{f_2 - f_1}$$

Cours de Thermodynamique Techniciens Supérieurs (BTS-DUT-DTS)

Compléter le tableau suivant en utilisant les tables de la vapeur d'eau. Mettez un trait où il ne doit pas y avoir des réponses et interpoler si besoin est :

P (bar)	t (°C)	v (m ³ /kg)	x	degré de surchauffe	h (kJ/ kg)	μ (kJ/ kg)
0,70	90	2,364	1		2660	2494
20	212,4	0,09957	1		2799	2600
5	151,8	0,3565	0,95		2643,55	2465,85
12	188	0,146	0,895		2575,47	2400
34	240,9	0,052875	0,9		2626,9	2446,5
0,5	81,3	2,753	0,85		2299,25	2161,55
3	200	0,7166		66,5	2866	2651
15	250	0,152		51,7	2925	2697
130	500	2,447.10-2		169,2	3335	
1,5	250	1,601	1,601	138,6	2973	2733
38,2	247,6	0,04176	0,8		2456,4	2295,48
82,38	297	0,02275	0,95		2683,51	2478,11
2,3	300	1,18382		175,3	3071,4	2808,4
44	420	0,06926		164	3254,8	2952,6

5 bars → v_g = 0,3748 m³ / kg
 or v = 0,3565 m³ / kg } v < v_g

$$x = \frac{v - v_f}{v_g - v_f} = 0,95$$

4,760 < 5 bars < 6,181

vf1 = 0,1091.10-2 < vf < vf2 = 0,1102.10-2

A.N : vf = $0,1091 \cdot 10^{-2} + \left(\frac{5 - 4,76}{6,1 - 4,76} \right) (0,1109 \cdot 10^{-3} - 0,1091 \cdot 10^{-2})$

$$v_f = 1,09 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 / \text{kg}$$

$$x = \frac{0,3565 - 1,09 \cdot 10^{-3}}{0,3748 - 1,09 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow x = 0,95; \quad x = \frac{0,3565}{0,3748} = 0,95$$

pour tout x > 0,70, $x = \frac{v}{v_g}$ on négligera les valeurs de v_f.

Chapitre 4

EVOLUTION REVERSIBLE ET IRREVERSIBLE

Cours de Thermodynamique Techniciens Supérieurs (BTS-DUT-DTS)

1. EVOLUTIONS REVERSIBLES D'UN SYSTEME FERME

Nous avons vu dans les chapitres précédents qu'une évolution réversible est une transformation dans laquelle tous les états intermédiaires étaient des états d'équilibre. Une telle transformation peut être représentée graphiquement.

Une transformation totalement réversible est une transformation idéale dont les effets pourraient être entièrement effacés.

1.1.EVOLUTION ISOCHORE : V = cte

Selon le 1^{er} principe de la thermodynamique

$$\Delta U = Q + W$$

$$\text{comme } V = \text{cte} \Rightarrow W = 0$$

$$\boxed{Q = \Delta U}$$

La chaleur fournie à volume constant à un système sert à accroître son énergie interne. si le système est un gaz parfait :

$$\boxed{Q = mc_v \Delta T}$$

1.2.EVOLUTIONS ISOBARES : P = cte

Selon le 1^{er} principe :

$$\Delta U = Q + W \quad \text{avec } W = P(V_2 - V_1) \quad \text{entre 1 et 2}$$

$$Q = \Delta U - W = U_2 - U_1 - P(V_1 - V_2)$$

$$Q = U_2 + PV_2 - (U_1 + PV_1)$$

$$\boxed{Q = H_2 - H_1 = \Delta H}$$

La chaleur fournie à pression constante à un système permet d'accroître son enthalpie. Si le système est un gaz parfait :

$$\boxed{Q = mc_p \Delta T}$$

1.3.EVOLUTIONS ISOTHERMES : T = cte

Selon le 1^{er} principe :

$$\Delta U = Q + W$$

Si le système est un gaz parfait, à T = cte

Cours de Thermodynamique Techniciens Supérieurs (BTS-DUT-DTS)

$$\Delta U = 0 \Rightarrow Q = -W \quad \text{or} \quad PV = nrT \quad \text{pour} \quad T = \text{cte}, \quad PV = C$$

$$Q = P_1 V_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = P_1 V_1 \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right)$$

avec $P_1 V_1 = nrT_1$

1.4.EVOLUTION ADIABATIQUE

Une évolution adiabatique se fait sans échange de chaleur avec le milieu extérieur.

$$Q = 0$$

Selon le 1^{er} principe :

$$\Delta U = Q + W \quad \text{comme} \quad Q = 0$$

$$\Delta U = W$$

Pour une détente, le travail W fournie par le système est prélevé sur son énergie interne.

Pour une compression, le travail W fourni au système permet d'accroître son énergie interne.

Dans le cas d'un gaz parfait et pour une évolution élémentaire réversible on aura :

$$dU = \delta Q + \delta W \rightarrow \delta Q = dU - \delta W$$

pour une unité de masse.

$$\delta q = du - \delta w = c_v dT + P dv$$

comme l'évolution est adiabatique $\delta q = 0$

$$c_v dT + P dv = 0, \quad \text{si le système est un gaz étant parfait, on a}$$

$$Pv = rT$$

$$P = \frac{rT}{v}$$

Cours de Thermodynamique Techniciens Supérieurs (BTS-DUT-DTS)

$$c_v dT + \frac{rT}{v} dv = 0$$

$$Tc_v \left(\frac{dT}{T} + \frac{r}{c_v} \frac{dv}{v} \right) = 0$$

$$\frac{dT}{T} + \frac{r}{c_v} \cdot \frac{dv}{v} = 0$$

$$\frac{dT}{T} + (\gamma - 1) \frac{dv}{v} = 0$$

D'après Robert Mayer $r = C_p - C_v$

$$\frac{r}{C_v} = \gamma - 1$$

avec $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$

En intégrant cette expression :

$$\ln T + \ln v^{\gamma-1} = cte$$

$$\ln(T \cdot v^{\gamma-1}) = cte \Rightarrow \boxed{T v^{\gamma-1} = cte}$$

Equation adiabatique pour (T,v)

comme $Pv = rT \rightarrow T = \frac{Pv}{r}$

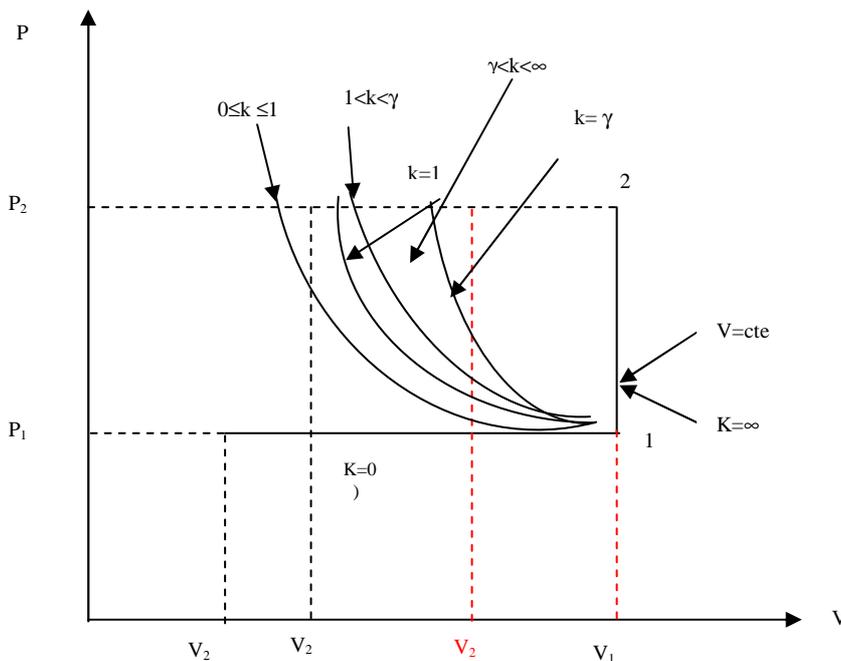
$$\frac{Pv}{r} \cdot v^{\gamma-1} = cte \Rightarrow P v^\gamma = rcte$$

Equation de Poisson
 Equation de l'adiabatique pour (P,v)

$$\boxed{P v^\gamma = cte}$$

1.5. EVOLUTION POLYTROPIQUE

Prenons le graphique suivant pour illustrer la notion de l'évolution polytropique.



$$P v^1 = cte \rightarrow T = cte$$

$$P = \frac{C}{V}$$

$$P v^\gamma = cte$$

$$P = \frac{C}{V^\gamma}$$

$V = cte$

$K = \infty$

$K = 0$
)

Cours de Thermodynamique Techniciens Supérieurs (BTS-DUT-DTS)

$$P_V^k = \text{cte} \quad \text{si } k = 0 \text{ on a } P = \text{cte}$$

$$PV^k = \text{cte}$$

On voit donc que toutes les évolutions classiques peuvent se mettre sous la forme $PV^k = \text{cte}$

*Pour une évolution isochore $V = \text{cte}$ $k = \infty$; en effet

$$\left(PV^k\right)^{\frac{1}{k}} = \left(\text{cte}\right)^{\frac{1}{k}} = \text{cte} \quad P^{\frac{1}{k}} \cdot V = \text{cte} \quad \text{si } k \rightarrow \infty \quad v = \text{cte.}$$

* Pour une évolution isobare c'est à dire $P = \text{cte}$ $k = 0$

* pour une évolution (cas de gaz parfaits $PV = \text{cte}$ $k = 1$)

* pour une évolution adiabatique (cas des gaz parfaits $PV^\gamma = \text{cte}$ $k = \gamma$)

Dans le cas d'évolution réelle, nous sommes dans des conditions classiques. Cependant, toutes les évolutions thermodynamiques ont pour équivalence, $PV^k = \text{cte}$ avec $k \in \mathbb{R}$. Par analogie avec l'évolution adiabatique $PV^\gamma = \text{cte}$, les évolutions d'équation $PV^k = \text{cte}$ avec $k \neq 1$ donnent comme expression du travail $W = \frac{P_2V_2 - P_1V_1}{k - 1}$

$$W = \frac{mrT_1}{k - 1} \left[\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] = \frac{P_1V_1}{k - 1} \left[\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]$$

$$W = \frac{mrT_1}{k - 1} \left[\left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{k-1} - 1 \right] = \frac{P_1V_1}{k - 1} \left[\left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{k-1} - 1 \right]$$

en d'autres termes :

$$\Delta U = Q + W \Rightarrow Q = \Delta U - W$$

Dans le cas de gaz parfaits :

Cours de Thermodynamique Techniciens Supérieurs (BTS-DUT-DTS)

$$Q = mc_v (T_2 - T_1) - \frac{mr}{k-1} (T_2 - T_1)$$

$$Q = m(T_2 - T_1) \left[\frac{r}{\gamma-1} - \frac{r}{k-1} \right] = mr \left(\frac{k-1-\gamma+1}{(\gamma-1)(k-1)} \right) (T_2 - T_1)$$

$$Q = mr \frac{(k-\gamma)}{(\gamma-1)(k-1)} (T_2 - T_1)$$

$$Q = \frac{k-\gamma}{\gamma-1} \cdot \underbrace{\frac{mr}{k-1}}_W (T_2 - T_1)$$

$$\boxed{Q = \frac{k-\gamma}{\gamma-1} W} \Rightarrow Q = \lambda W \quad \text{avec } \lambda = \frac{k-\gamma}{\gamma-1}$$

$$Q = \frac{k-\gamma}{\gamma-1} \cdot \frac{mr}{k-1} (T_2 - T_1) = \frac{k-\gamma}{k-1} \cdot \frac{mr}{\gamma-1} (T_2 - T_1) = m \cdot \frac{k-\gamma}{k-1} \cdot c_v (T_2 - T_1) = \frac{k-\gamma}{k-1}$$

$$= mc_k (T_2 - T_1) \quad \text{avec } \boxed{c_k = \frac{k-\gamma}{k-1} c_v} \quad \text{Chaleur spécifique poly tropique}$$

$$Q = \frac{k-\gamma}{\gamma-1}; \quad Q = m \frac{k-\gamma}{k-1} c_v (T_2 - T_1)$$

Les différents cas particuliers peuvent se résumés comme suit :

• l'évolution est adiabatique $k = \gamma$; $Q = 0$

• l'évolution est isochore $k = \infty$

$$Q = mc_v (T_2 - T_1)$$

• l'évolution est isotherme, $k = 1$ $Q = -W$.

• l'évolution est isobare, $P = \text{cte}$ $k = 0$

$$Q = \frac{-\gamma}{\gamma-1} W = \frac{-\gamma}{\gamma-1} \cdot \frac{mr}{k-1} (T_2 - T_1) = \frac{\gamma}{\gamma-1} \cdot mr (T_2 - T_1); \quad \boxed{Q = mc_p (T_2 - T_1)}$$

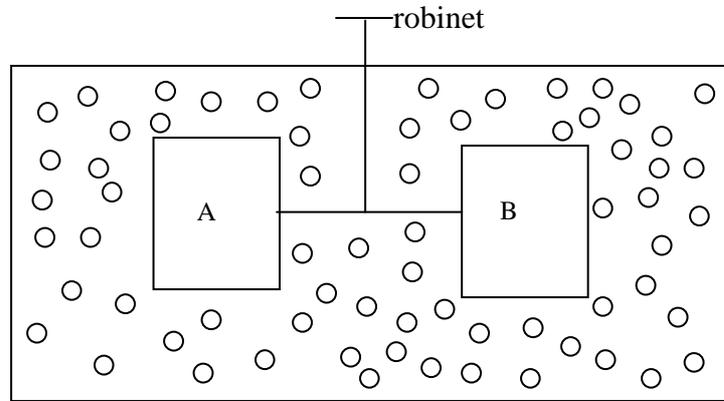
2. EVOLUTIONS IRREVERSIBLES

En fait les cas d'évolutions réversibles que nous avons étudiés sont des approches idéales. Aucun système ne peut évoluer de façon rigoureusement réversible. En générale les évolutions s'accompagnent de pertes de chaleurs ou d'échauffement difficiles à suivre.

Cours de Thermodynamique Techniciens Supérieurs (BTS-DUT-DTS)

2.1.CAS D'UNE DETENTE SANS RESISTANCE

Prenons un système composé de deux récipients rigides reliés par un tuyau de section négligeable. Ce système est isolé thermiquement par rapport au milieu extérieur.



$W = 0$ (récipient rigide)

$Q = 0$ (isolé thermiquement) $\Delta U = 0 \Leftrightarrow U_2 = U_1$

Initialement, A contient un certain gaz et B est vide. Lorsqu'on ouvre le robinet, le gaz contenu dans A se détend et occupe le volume $V = V_A + V_B$ et ceci de façon irréversible.

D'après le 1^{er} principe de la thermodynamique :

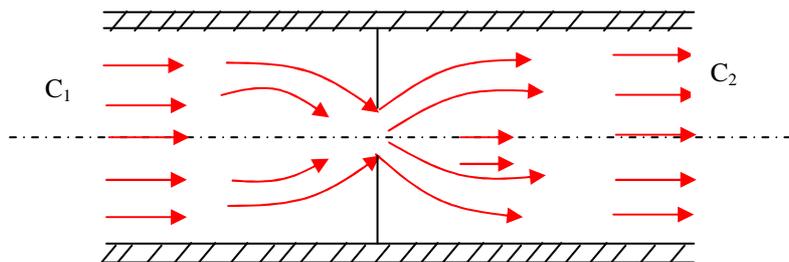
$$\Delta U = W + Q \quad W = 0 \text{ et } Q = 0$$

$$\Delta U = 0 \Leftrightarrow U_2 = U_1$$

Si le gaz est parfait $T_1 = T_2$

Ceci constitue la 1^{ère} expérience de Joule.

2.2.CAS D'UN DETENDEUR



Cours de Thermodynamique Techniciens Supérieurs (BTS-DUT-DTS)

Le système est ouvert et l'équivalence de l'énergie est donnée par :

$$h_1 + \frac{1}{2}C_1^2 + gz_1 + q = h_2 + \frac{1}{2}C_2^2 + gz_2 + W'$$

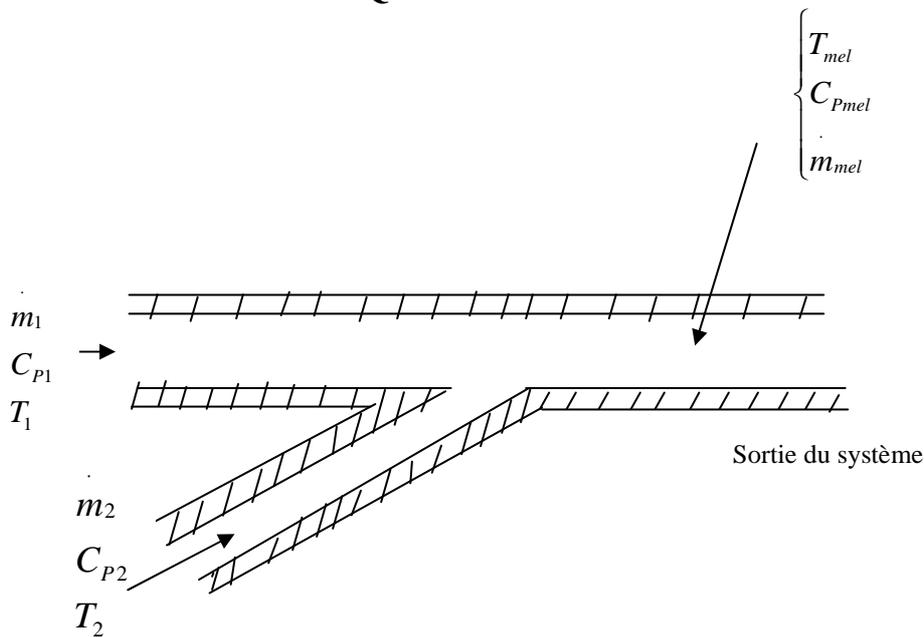
or $z_1 = z_2 ; c_1 = c_2 ; q = 0 \quad W = 0$

donc $h_1 = h_2$

Si le gaz est parfait alors $T_1 = T_2$

Ceci est la 2^{ème} expérience de Joule.

2.3.MELANGE ADIABATIQUE



Equation d'énergie

$$\dot{H}_e + \dot{E}_{Pe} + \dot{E}_{Ce} + Q = \dot{H}_s + \dot{E}_{Ps} + \dot{E}_{Cs} + \dot{W}$$

$$\dot{H}_e = \dot{H}_s$$

$$\dot{m}_1 h_1 + \dot{m}_2 h_2 = \dot{m}_{mel} h_{mel}$$

avec la loi de conservation des masses $\dot{m}_{mel} = \dot{m}_1 + \dot{m}_2$

si les fluides sont des gaz parfaits :

$$\dot{m}_1 c_{p1} T_1 + \dot{m}_2 c_{p2} T_2 = (\dot{m}_1 + \dot{m}_2) c_{p_{mel}} T_{mel}$$

$$c_{p_{mel}} = \frac{\dot{m} c_{p1} + \dot{m}_2 c_{p2}}{\dot{m}_1 + \dot{m}_2}$$

Cours de Thermodynamique Techniciens Supérieurs (BTS-DUT-DTS)

3. EVOLUTION REVERSIBLE D'UN ECOULEMENT PERMANENT

Quand bien qu'au cours d'un écoulement, l'évolution soit irréversible, on peut par la pensée supposée que pour un observateur se trouvant dans le fluide en évolution que l'équation d'adiabatique reste valable. Soit : $Pv^\gamma = \text{cte}$.

Cependant l'équation de l'énergie d'une telle évolution est donnée par :

$$h_1 + \frac{1}{2}C_1^2 + q = h_2 + \frac{1}{2}C_2^2 + \omega'$$

comme $q = 0$

$$\omega = (h_2 - h_1) + \frac{1}{2}(C_2^2 - C_1^2)$$

avec $\omega = -\omega'$

Ce travail est bien différent de celui d'un système fermé évolution de façon adiabatique :

$$\omega = U_2 - U_1 = c_v(T_2 - T_1) = \frac{rT_1}{\gamma - 1} \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right) = \frac{rT_1}{\gamma - 1} \left(\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} - 1 \right)$$

Application : Une turbine à gaz reçoit les gaz d'une chambre de combustion qui sort à 7 bars et 650°C. Leur vitesse étant 9 m /s. Les gaz s'échappent de la turbine à 1 bar avec une vitesse de 45 m /s. En supposant que la détente est adiabatique et réversible dans le cas idéal.

Calculer le travail accompli 1 kg de gaz.

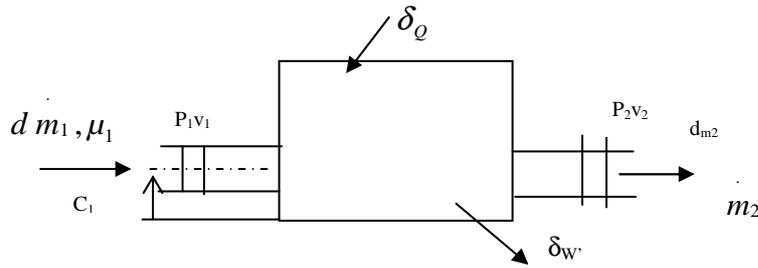
On donne : $\gamma = 1.33$; $C_v = 1,11 \text{ kJ /kg}$

4. EVOLUTION D'UN ECOULEMENT NON PERMANENT

Prenons le système suivant :

Dans ce dispositif la quantité de fluide qui rentre dans le système est différentes de celle qui sort du système.

Cours de Thermodynamique Techniciens Supérieurs (BTS-DUT-DTS)



$$m_1 \neq m_2$$

$W = f(t) ; Q = f(t) E = f(t)$ avec t : temps d'évolution.

Si au cours d'un écoulement, le débit de matière à l'entrée est différent de celui de la sortie et que les différentes formes d'énergie échangée dépendent du temps alors ce système sera dit en écoulement non permanent.

Si pour un temps élémentaire dt on a une quantité élémentaire de chaleur δq échangée pour dm_1 entrant dans le système et dw' avec dm_2 sortant du système, on aura :

- Energie entrant dans le système,

$$\delta Q + dm_1 \left(u_1 + \frac{1}{2} C_1^2 + gz_1 + P_1 V_1 \right)$$

- Energie sortant du système ;

$$\delta w' + dm_2 \left(u_2 + \frac{1}{2} C_2^2 + gz_2 + P_2 V_2 \right)$$

Ainsi, selon le 1^{er} principe de la thermodynamique, on aura :

$$\delta Q + dm_1 \left(u_1 + P_1 V_1 + \frac{1}{2} C_1^2 + gz_1 \right) - \left[\delta W' + dm_2 \left(u_2 + P_2 V_2 + \frac{1}{2} C_2^2 + gz_2 \right) \right] = dE$$

Pour un intervalle de temps Δt donné, on a :

$$\Sigma \delta Q = Q ; \quad \Sigma \delta W' = W'$$

Cours de Thermodynamique Techniciens Supérieurs (BTS-DUT-DTS)

$$Q + \int_1^2 dm_1 \left(u_1 + P_1 V_1 + \frac{1}{2} C_1^2 + g z_1 \right) - \left[W' + \int_1^2 dm_2 \left(u_2 + P_2 V_2 + \frac{1}{2} C_2^2 + g z_2 \right) \right] = \int_1^2 dE = DE$$

$$Q + \int_1^2 dm_1 \left(u_1 + P_1 V_1 + \frac{1}{2} C_1^2 + g z_1 \right) - \left[W' + \int_1^2 dm_2 \left(u_2 + P_2 V_2 + \frac{1}{2} C_2^2 + g z_2 \right) \right] = mU'' - mU'$$

m'' : quantité de matière contenu dans les limites du système à la fin de l'évolution

u'' : énergie interne massique à l'état final.

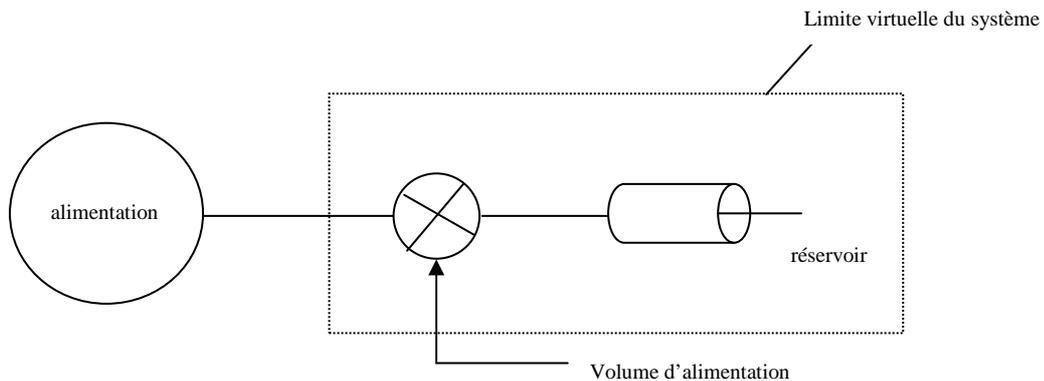
m' : quantité de matière contenue dans les limites du système au début de l'évolution

u' : l'énergie interne massique à l'état initial.

Selon la loi de la conservation de la masse :

$$\int_1^2 dm_1 - \int_1^2 dm_2 = m'' - m' \quad (\text{variation de la masse à l'intérieur du système})$$

4.1.CAS PARTICULIER DU REMPLISSAGE D'UN RESERVOIR



Dans ce cas précis, $dm_2 = 0$, on aura :

$$Q = \int_1^2 dm_1 \left(h_1 + \frac{1}{2} C_1^2 + g z_1 \right) = W' + m'' \mu'' - m' \mu'$$

En pratique les termes $\frac{1}{2} C_1^2$ et $g z_1$ sont négligeables devant h_1 .

Cours de Thermodynamique Techniciens Supérieurs (BTS-DUT-DTS)

$$Q + \int_1^2 h_1 dm_1 = W' + m'' \mu'' - m' \mu' \quad (h_1 = cte)$$

$$Q + h_1 \int_1^2 dm_2 = W' + m'' \mu'' - m' \mu'$$

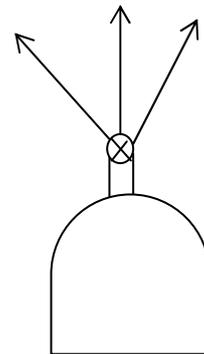
En générale, les évolutions étant rapides $Q = 0$. Au cour du remplissage il n'y a pas de production du travail, $W' = 0$.

On a :

$$h_1 \int dm_1 = m'' u'' - m' u' \quad \text{or} \quad \int_{t1}^{t2} dm_1 - \int_{t1}^{t2} dm_2 = m'' - m'$$

$$h_1 (m'' - m') = m'' u'' - m' u'$$

4.2. CAS D'UN DESEMPLISSAGE



Dans ce cas $dm_1 = 0$

$$Q = W' + \int dm_2 \left(h_2 + \frac{1}{2} C_2^2 + gz_2 \right) + m'' \mu'' - m' \mu'$$

En cas général $W' = 0$

$$Q = \int_{t1}^{t2} dm_2 \left(h_2 + \frac{1}{2} C_2^2 + gz_2 \right) + m'' \mu'' - m' \mu'$$

La résolution d'un tel problème reste complexe car C_2 , z_2 , h_2 varient à la fois et m'' , μ'' , m' , μ' dépendent aussi de cette variation. Cependant, des hypothèses simplificatrice permettent une résolution acceptable. Par exemple, on supposera que le reste du fluide à l'intérieur du réservoir évolue de façon adiabatique si le désemplissage se fait rapidement et qu'on ferme aussitôt la vanne. Ainsi, on essaiera de déterminer dans ces conditions la quantité de matière échappée.

Cours de Thermodynamique Techniciens Supérieurs (BTS-DUT-DTS)

Chapitre 5

LE SECOND PRINCIPE DE LA THERMODYNAMIQUE

1. ENONCE DU DEUXIEME PRINCIPE

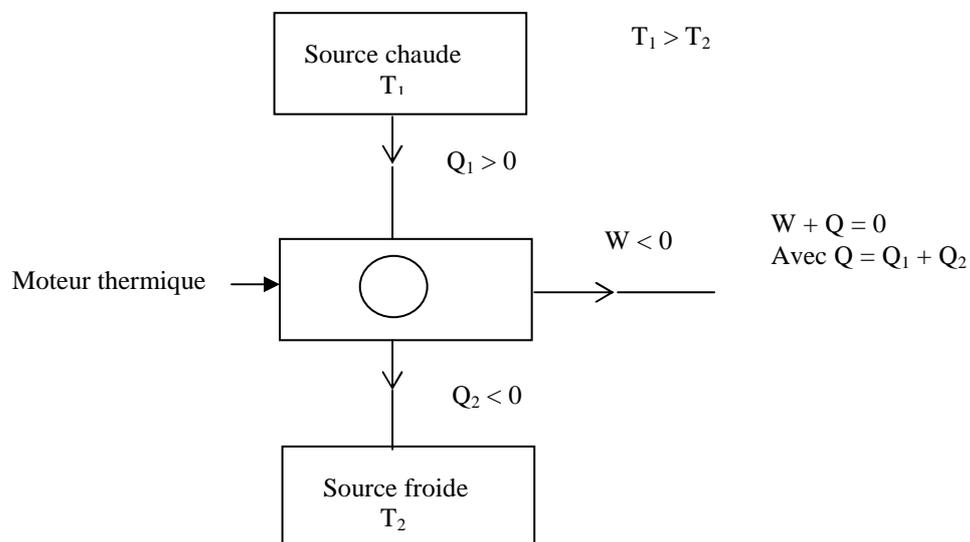
1.1.INSUFFISANCE DU 1^{er} PRINCIPE

Dans le cas d'une transformation cylindrique $\Delta U = W + Q = 0$ ou $W = -Q$. Selon le 1^{er} principe, la variation d'énergie interne d'un système fermé à l'issue d'une transformation cylindrique est nulle. $\Delta U = W + Q \Leftrightarrow W = -Q$. Ce principe ne donne aucun autre renseignement sur l'évolution du système. Cependant, il est impossible de fournir un travail équivalent à partir d'une source de chaleur Q (il suffirait dans ces conditions d'utiliser la chaleur de l'eau de la mer pour faire avancer les bateaux).

1.2.ENONCE DU DEUXIEME PRINCIPE

Il est impossible pour un moteur thermique de produire un travail net sur un cycle complet s'il n'échange seulement de la chaleur avec des corps à une seule température. Pour qu'il y ait production de travail, il faut que la chaleur mise en jeu soit supérieure à celle utilisée dans le cycle. En d'autres termes, il faut qu'il y est 2 sources de chaleurs : une source froide et une source chaude.

La chaleur passant de la source chaude à la source froide de température T_2 avec $T_1 > T_2$. T_1 étant la température de la source chaude.



Principe du moteur thermique

* Rendement d'un moteur thermique

Cours de Thermodynamique Techniciens Supérieurs (BTS-DUT-DTS)

$$\eta = \frac{-W}{Q_1} = \frac{Q_1 + Q_2}{Q_1} \Rightarrow \eta = 1 + \frac{Q_2}{Q_1}; \quad \eta = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1}$$

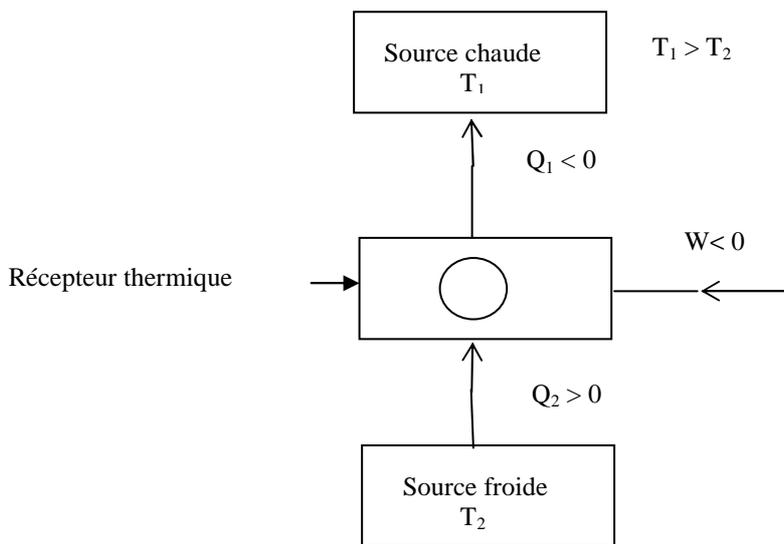
$$\eta = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1}$$

$$\eta < 1$$

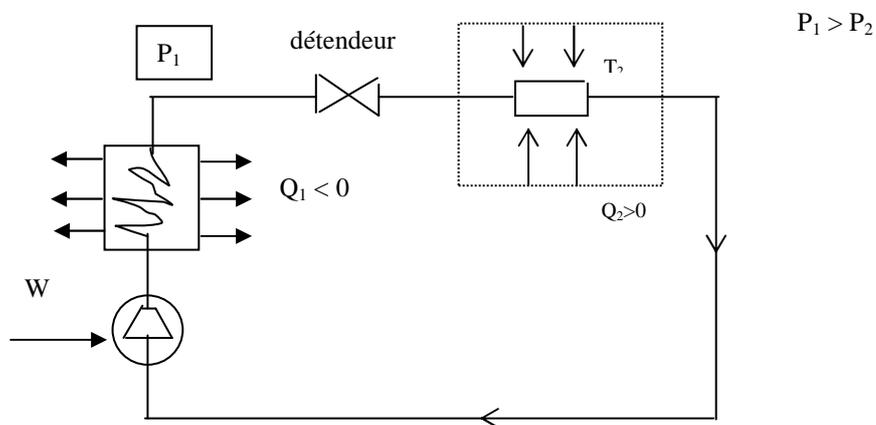
1.3.POSTULAT DE CLAUSIUS

La chaleur ne passe pas d'elle-même d'un corps froid sur un corps chaud.

Il est donc impossible de construire un appareil qui, opérant sur un cycle, ne produira pas d'autres effets que de transférer de la chaleur d'un corps froid à un corps chaud. Ainsi, un réfrigérateur a besoin d'une source d'énergie pour extraire de la chaleur de la chambre froide et la rejeter à une plus haute température.



Principe d'un récepteur thermique



Le rendement ou coefficient de production frigorifique.

Cours de Thermodynamique Techniciens Supérieurs (BTS-DUT-DTS)

$$\rho = \frac{Q_2}{W} \text{ or selon le 1}^{\text{er}} \text{ principe : } W + Q_1 + Q_2 = 0$$

$$W = - (Q_1 + Q_2).$$

$$\rho = \frac{Q_2}{-(Q_1 + Q_2)} \Rightarrow \rho = -\frac{1}{1 + \frac{Q_1}{Q_2}}$$

$$\rho = -\frac{1}{1 - \frac{|Q_1|}{Q_2}}$$

ρ peut prendre n'importe quelle valeur et peut être supérieur à 1. En pratique ρ est compris entre 4 et 6 pour les réfrigérateurs jugés bons.

1.4.EXPRESSION GENERALE

D'une façon générale (évolution réelle) si l'on considère une transformation élémentaire d'un système quelconque la quantité de chaleur infiniment petite δQ échangée entre ce système et le milieu extérieur peut se mettre sous la forme :

$$\delta Q = TdS - \delta f \quad \text{avec } \delta f \geq 0$$

- T : température supposée uniforme du système
- δf : est le travail non compensé dû aux irréversibilités ; $\delta f = 0$ pour une évolution réversible.
- dS : différentielle d'une fonction univoque de paramètres définissant l'état du système. Cette fonction S est appelée l'entropie du système.

2. LA FONCTION ENTROPIE

2.1.DEFINITION

Comme l'énergie interne et l'enthalpie, la fonction entropie S est une fonction d'état pour un système matériel donné. Sa différentielle dS est donnée par:

$$dS = \frac{\delta Q_{\text{rév}}}{T}$$

Cours de Thermodynamique Techniciens Supérieurs (BTS-DUT-DTS)

avec $\delta Q_{\text{rév}}$ la quantité de chaleur échangée par un système avec le milieu extérieur au cours d'une évolution élémentaire réversible. Si l'évolution globale s'effectue entre 2 états 1 et 2, la variation d'entropie est donnée par :

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q_{\text{rév}}}{T} \text{ or pour une évolution élémentaire réversible :}$$

$$\delta q = c_v dT + l dv \quad (T, v)$$

$$\delta Q = C_p dT + \hbar dp \quad (T, P)$$

$$\delta Q = \lambda dP + \mu dv \quad (P, V)$$

$$dS = \frac{C_v dT}{T} + l \frac{dv}{T} \quad (T, V)$$

$$\text{ainsi : } dS = C_p \frac{dT}{T} + \frac{\hbar}{T} dP \quad (T, P)$$

$$dS = \lambda \frac{dP}{T} + \mu \frac{dv}{T} \quad (P, V)$$

Ainsi dans le cas d'un gaz parfait (unité de masse)

$$S = \int c_v \frac{dT}{T} + r \ln v + cte$$

$$S = \int c_p \frac{dT}{T} - r \ln P + cte$$

$$S = \int \left(\frac{\lambda dP}{T} + \mu \frac{dv}{T} \right) + cte$$

Si c_v et c_p sont des constantes par rapport à T :

$$S = c_v \ln T + r \ln v + cte$$

$$S = c_p \ln T - r \ln P + cte$$

$$S = c_v \ln (Pv^\gamma) + cte$$

2.2.RELATION DE CLAPEYRON

2.2.1. Première relation de Clapeyron

L'énergie interne et l'entropie sont des fonctions d'état, donc admettent chacune une différentielle totale exacte.

U et S peuvent s'exprimer en fonction du couple de variable (T, V).

$$\frac{\partial^2 U}{\partial T \partial v} = \frac{\partial^2 U}{\partial v \partial T} \quad \text{de même} \quad \frac{\partial^2 S}{\partial T \partial v} = \frac{\partial^2 S}{\partial v \partial T}$$

or $d_U = \delta_w + \delta_Q = -pdv + C_v dT + l dv$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial T \partial v} = \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\partial U}{\partial v} \right) = \frac{\partial}{\partial T} (l - P) = \frac{\partial l}{\partial T} - \frac{\partial P}{\partial T}$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial v \partial T} = \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right) = \frac{\partial C_v}{\partial v}$$

or $d_U = \delta_w + \delta_Q = pdv + C_v dT + l dv$

$$d_U = C_v dT + (l - P) dv$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial T \partial v} = \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\partial U}{\partial v} \right) = \frac{\partial}{\partial T} (l - P) = \frac{\partial l}{\partial T} - \frac{\partial P}{\partial T}$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial v \partial T} = \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right) = \frac{\partial C_v}{\partial v}$$

comme $\frac{\partial^2 U}{\partial T \partial v} = \frac{\partial^2 U}{\partial v \partial T}$ alors $\frac{\partial C_v}{\partial v} = \frac{\partial l}{\partial T} - \frac{\partial P}{\partial T}$ (1)

de même $dS = \frac{\delta Q}{T}$

$$\delta Q = C_v dT + l dv$$

Cours de Thermodynamique Techniciens Supérieurs (BTS-DUT-DTS)

$$dS = C_v \frac{dT}{T} + \frac{l}{T} dv$$

$$\frac{\partial^2 S}{\partial T \partial v} = \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\partial S}{\partial v} \right) = \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{l}{T} \right) = \frac{1}{T} \frac{\partial l}{\partial T} - \frac{l}{T^2}$$

$$\frac{\partial^2 S}{\partial v \partial T} = \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right) = \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{C_v}{T} \right) = \frac{1}{T} \left(\frac{\partial C_v}{\partial v} \right)$$

comme $\frac{\partial^2 S}{\partial T \partial v} = \frac{\partial^2 S}{\partial v \partial T}$ alors $\frac{\partial C_v}{\partial v} = \frac{\partial l}{\partial T} - \frac{l}{T}$ (2)

$$\textcircled{1} \text{ et } \textcircled{2} \Rightarrow \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_v = \frac{l}{v} \Leftrightarrow \boxed{l = T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_v} \quad \text{1}^{\text{ère}} \text{ relation de Clapeyron}$$

2.2.2. Deuxième relation de Clapeyron

H et S sont des fonctions d'état pour le couple de variable (T, P).

$$H = U + Pv \text{ (pour une unité de masse)} \Rightarrow dH = Du + pdv + vdp$$

$$= \delta Q + \delta W + pdv + vdp = C_p dT + hdp + vdp \text{ donc } dH = C_p dT + (h + v)dp$$

de même : $dS = C_p \frac{dT}{T} + \frac{h}{T} dp$

H et S admettent une différentielle totale exacte

$$\frac{\partial^2 H}{\partial T \partial P} = \frac{\partial^2 H}{\partial P \partial T}$$

$$\frac{\partial^2 H}{\partial T \partial P} = \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\partial H}{\partial P} \right) = \frac{\partial h}{\partial T} + \frac{\partial v}{\partial T} \quad \text{comme} \quad \frac{\partial^2 H}{\partial T \partial P} = \frac{\partial^2 H}{\partial P \partial T}$$

et

alors

$$\frac{\partial^2 H}{\partial P \partial T} = \frac{\partial}{\partial P} \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right) = \frac{\partial C_p}{\partial P} \quad \frac{\partial C_p}{\partial P} = \frac{\partial h}{\partial T} + \frac{\partial v}{\partial T} \quad (1')$$

de même :

Cours de Thermodynamique Techniciens Supérieurs (BTS-DUT-DTS)

$$\frac{\partial^2 S}{\partial T \partial P} = \frac{\partial^2 S}{\partial P \partial T}$$

$$\frac{\partial^2 S}{\partial T \partial P} = \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\partial S}{\partial P} \right) = \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{h}{T} \right) = \frac{1}{T} \frac{\partial h}{\partial T} - \frac{h}{T^2}$$

puis $\frac{\partial^2 S}{\partial P \partial T} = \frac{\partial}{\partial P} \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right) = \frac{\partial}{\partial P} \left(\frac{C_p}{T} \right) = \frac{1}{T} \left(\frac{\partial C_p}{\partial P} \right)$

comme $\frac{\partial^2 S}{\delta T \delta P} = \frac{\delta^2 S}{\delta P \delta T}$ alors $\frac{\delta C_p}{\delta P} = \frac{\delta h}{\delta T} - \frac{h}{T}$ (2')

○
1' et 2'

$$\Rightarrow -\frac{h}{T} = \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p$$

$$h = -T \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p$$

2^{ème} relation de Clapeyron

on sait que : $l = (C_p - c_v) \left(\frac{\partial T}{\partial v} \right)_p$

or selon la 1^{ère} relation de Clapeyron :

$$l = T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_v$$

$$T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_v = (C_p - C_v) \left(\frac{\partial T}{\partial v} \right)_p$$

$$C_p - C_v = T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_v \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p$$

Relation de Mayer généralisée

3. LE DIAGRAMME T-S

Nous avons vu que pour une évolution s'effectuant entre 2 états 1 et 2 le travail échangé est donné par :

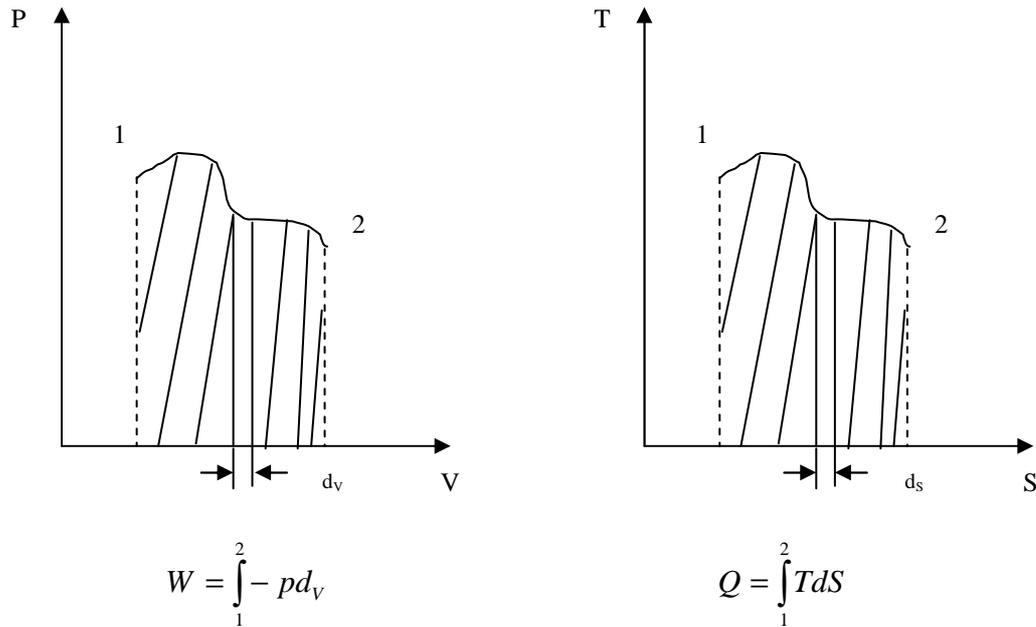
$$W = \int_1^2 -p d_v \text{ et ce travail est représenté dans un diagramme Pv ou un diagramme de}$$

Clapeyron par l'aire sous-tendue entre la représentation de l'évolution réversible 1 et 2 et l'axe des volumes.

Cours de Thermodynamique Techniciens Supérieurs (BTS-DUT-DTS)

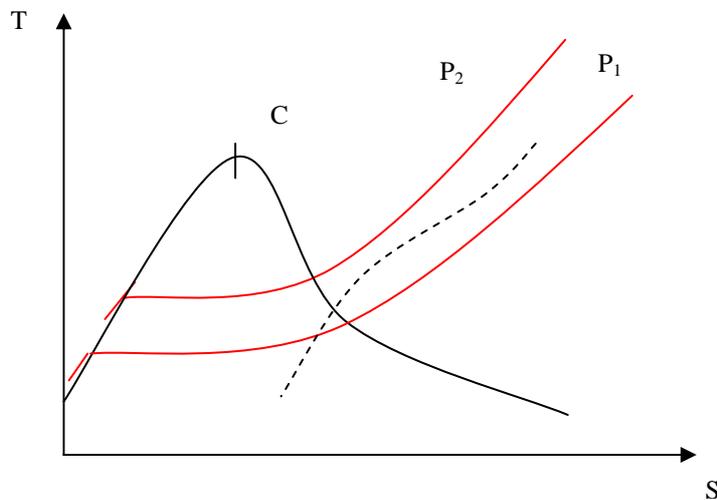
De même, d'après l'équation : $dS = \frac{\delta Q}{T} \rightarrow \delta Q = Td_s$ et donc $Q = \int_1^2 Td_s$. Cette

quantité de chaleur sera l'aire sous-tendue entre la représentation dans le diagramme 273,15 T-S de l'évolution 1 et 2 et l'axe des entropies.



Le diagramme T-S est appelé aussi le diagramme entropique. On porte en ordonnée T et abscisse S.

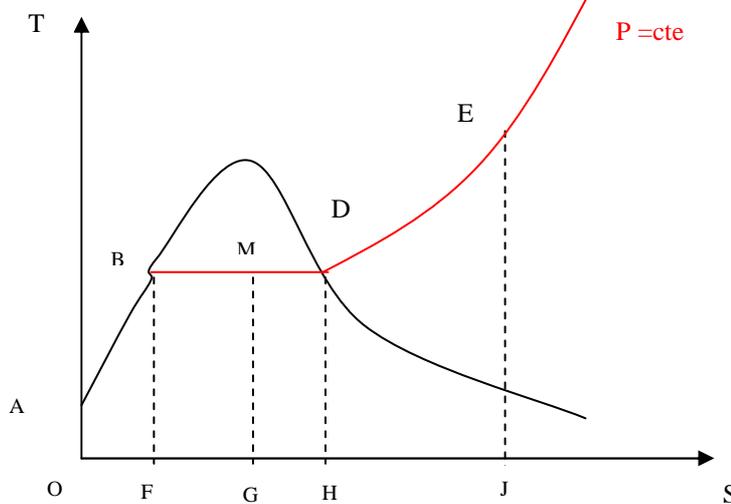
3.1. Le diagramme T-S pour la vapeur d'eau



Cours de Thermodynamique Techniciens Supérieurs (BTS-DUT-DTS)

Les courbes en rouges représentent des isobares. Les isobares dans la zone de vapeur humide sont des horizontales et sont aussi des isothermes. La courbe en pointillée représente une isochore dont la concavité est vers le bas dans la zone humide et redressé dans la zone surchauffée.

En pratique on représente une isobare comme suit :



On suppose ici que l'isobare dans la zone des liquides est confondu avec la courbe de liquide saturé. Le point de référence est pris 0,01°C où $h_0 = 0 \text{ kJ /kg}$ $S_0 = 0 \text{ kJ / °k}$.

La quantité de chaleur qu'il faut fournir pour amener à l'ébullition le fluide à la saturation est donnée par :

$$q = h_B - h_A \quad \text{comme } h_A = 0$$

$$q = h_B = h_f \quad (\text{donné dans les tables})$$

* Au point D $h_D = h_g = h_f + h_{fg}$.

$$h_D = \text{aire } ABDHOA.$$

* au point E : $h_E = h_g + \text{aire } DEJHD = \text{aire } ABDEJOA$

L'entropie au point M est comme l'entropie donnée par :

Cours de Thermodynamique Techniciens Supérieurs (BTS-DUT-DTS)

$$S_M = (1-x) S_f + xS_g = S_f + xS_{fg}$$

En d'autres termes :

$$x = \frac{S_M - S_f}{S_{fg}}$$

Avec

$$S_{fg} = \frac{L_v}{T} = \frac{h_{fg}}{T} \quad \text{avec } T = 273 + t_s$$

3.2. Le diagramme T-S pour un gaz parfait

Pour une unité de masse.

$$d_s = C_v \frac{dT}{T} + \frac{l}{T} dv = C_v \frac{dT}{T} + \frac{P}{T} dv = C_v \frac{dT}{T} + r \frac{dv}{v} (T, v)$$

$$dS = C_p \frac{dT}{T} + \frac{h}{T} dp = C_p \frac{dT}{T} - \frac{v}{T} dp = C_p \frac{dT}{T} - r \frac{dp}{P} (T, P)$$

pour (T,V) $S = C_v \ln T + r \ln v + cte$ si C_v et C_p sont constantes

pour (T,P) $S = C_p \ln T - r \ln P + cte$ si C_v et C_p sont constantes

Dans la 1^{ère} équation si $v = cte$

$S = C_v \ln T + cte$ soit $C_v \ln T = S - cte = S + cte$

$$\ln T = \frac{S + cte}{C_v} \Leftrightarrow T = e^{\frac{cte}{C_v}} \cdot e^{\frac{S}{C_v}}$$

$$T = T_0 e^{\frac{S}{C_v}} \cdot T_0 = e^{\frac{cte}{C_v}}$$

L'isochore d'un gaz parfait a une exponentielle.

De même l'isobare est donnée par l'équation :

$$T = T_0' e^{\frac{S}{C_p}} \quad \text{avec} \quad T_0' = e^{\frac{cte}{C_p}}$$

Cours de Thermodynamique Techniciens Supérieurs (BTS-DUT-DTS)

4. ENTROPIE ET IRREVERSIBILITE

4.1.GENERALITES

De façon générale, la quantité de chaleur élémentaire échangée au cours d'une évolution élémentaire irréversible est donnée par :

$$\delta Q = TdS - \delta f$$

De cette expression

$$TdS = \delta Q + \delta f \text{ soit : } dS = \frac{\delta Q}{T} + \frac{\delta f}{T} \quad \text{avec } \delta f \geq 0 ; \quad T \geq 0$$

* Si le système est isolé :
$$d_s = \frac{\delta f}{T} \geq 0$$

On dira que l'entropie d'un système isolé qui évolue de façon irréversible ne peut que croître.

Si ce système évolue de façon réversible, la variation d'entropie sera identiquement égale à 0.

4.2.CAS DES DIFFERENTES EVOLUTIONS

4.2.1. Evolutions fermées

(1)
$$\oint \frac{\delta Q}{T} = 0 \quad \text{évolution réversible}$$

(2)
$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0 \quad \text{évolution irréversible}$$

(1) : Si l'évolution est réversible alors $\delta f = 0$

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = \oint dS = S_2 - S_1 \text{ or } S_2 = S_1 \text{ car 1 et 2 sont confondus donc } \oint \frac{\delta Q}{T} = 0$$

(2) : Pour une évolution irréversible

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = \oint dS - \oint \frac{\delta f}{T} = -\oint \frac{\delta f}{T} \quad \text{car } \oint dS = 0 \quad \text{donc } \oint \frac{\delta Q}{T} = 0$$

Cours de Thermodynamique Techniciens Supérieurs (BTS-DUT-DTS)

4.2.2. Evolution ouverte

- cas de l'évolution réversible

$$\int_A^B \frac{\delta Q}{T} = \int_A^B dS = S_B - S_A$$

- cas de l'évolution irréversible

$$\int_A^B \frac{\delta Q}{T} = \int_A^B dS - \int_A^B \frac{\delta f}{T} \leq S_B - S_A$$

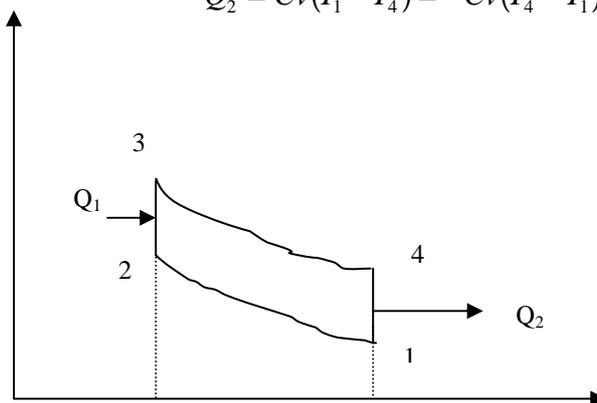
Remarque : La variation d'entropie d'une évolution irréversible entre 2 états A et B reste inférieure ou égale à la différence :

$$S_B \text{ et } S_A : \int_A^B \frac{\delta Q}{T} \leq S_B - S_A$$

- Elle sera égale à $S_B - S_A$ si l'évolution est réversible.
- Elle sera inférieure à $S_B - S_A$ si l'évolution est irréversible.

$$\eta = 1 \quad \frac{|Q_2|}{Q_1}; \quad Q_1 = C_v(T_3 - T_1)$$

$$Q_2 = C_v(T_1 - T_4) = -C_v(T_4 - T_1) = -|Q_1|$$



Cours de Thermodynamique Techniciens Supérieurs (BTS-DUT-DTS)

$$\eta = 1 - \frac{T_3 \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} - T_1}{T_3 - T_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}} = 1 - \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} \frac{\left[T_3 - T_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} \right]}{T_3 - T_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}}$$

$$\eta = 1 - \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1}$$

on pose $r_v = \frac{V_1}{V_2}$

$$\eta = 1 - r_v^{\gamma-1}$$

r_v est le taux de compression

le taux de travail τ est donné par :

$$\tau = \left| \frac{W_{net \text{ du cycle}}}{W_{détente}} \right|$$

$$W_{net} = W_1 - 2 + W_2 - 3 + W_3 - 4 + W_4 - 1$$

$$= \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{\gamma - 1} + \frac{P_4 V_4 - P_3 V_3}{\gamma - 1} = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{\gamma - 1} + \frac{P_4 V_1 - P_3 V_2}{\gamma - 1}$$

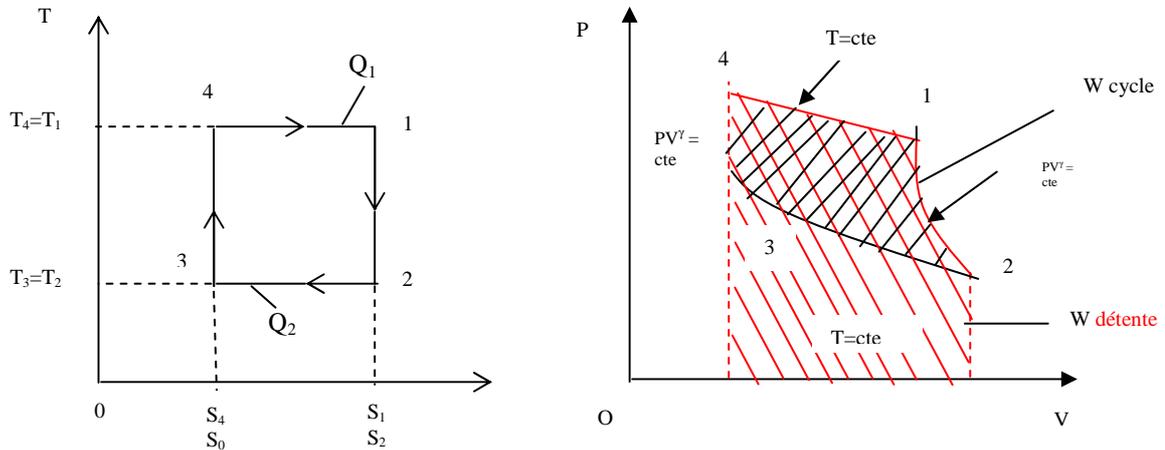
Chapitre 6

CYCLES DES MOTEURS THERMIQUES

1. LE CYCLE DE CARNOT

1.1.DÉFINITION

Le cycle de Carnot est un cycle composé de 2 branches d'adiabatique réversible et de 2 branches d'isothermes réversibles. Sa représentation est donnée dans le diagramme T_S par :



Ceci est réalisé sur un gaz parfait qui ordinairement est pris comme étant de l'air.

- La branche de 1 à 2 est une isentrope qui se fait sans échange de chaleur avec le milieu extérieur. C'est aussi une détente ($P_2 < P_1$) isentrope.
- La branche de 2 à 3 est une compression isotherme qui permet de passer de S_2 à S_3 .
- La branche de 3 à 4 est une compression isentropique permettant de passer à $T_2 = T_3$ à $T_1 = T_4$.
- La branche de 4 à 1 est l'apport de chaleur à température constante.

Le rendement

$$\eta = \frac{-W}{Q_1} \quad \text{or} \quad W = -(Q_1 + Q_2)$$

$$\eta = \frac{Q_1 + Q_2}{Q_1} = 1 + \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1}$$

$$\boxed{\eta = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1}}$$

Cours de Thermodynamique Techniciens Supérieurs (BTS-DUT-DTS)

$$\left[\begin{array}{l} Q_1 = T_1(S_2 - S_3) \\ Q_1 = \int Td_s = T_1 \int_4^1 d_s = T_1(S_1 - S_4) = T_1(S_2 - S_3) \\ Q_2 = \int_2^3 Td_s = T_2(S_3 - S_2) = -T_2(S_2 - S_3) \end{array} \right.$$

$$\eta = 1 - \frac{T_2(S_2 - S_3)}{T_1(S_2 - S_3)} \Rightarrow \boxed{\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}}$$

Remarque :Le rendement de Carnot ne dépend que de la température de la source froide et de la source chaude. Pour que ce rendement augmente il faut la température de la source chaude soit la plus grande possible et de la source froide la plus faible possible.

1.2.LE TAUX DE TRAVAIL

On définit le taux de travail d'un moteur par le rapport du travail net du cycle sur le travail de détente.

$$\tau = \frac{W_{cycle}}{W_{détente}}$$

$$W_{détente} = W_{4-1} + W_{1-2} \text{ évolution } \rightarrow 4-1$$

$$Pv = cte \rightarrow T = cte \quad Q_{4-1} = T_1(S_1 - S_4)$$

Selon le 1^{er} principe :

$$\Delta U = Q_{4-1} + W_{4-1} \quad \text{or } \Delta U = 0 \quad T_{cte} \text{ (or le fluide est un gaz parfait), d'où } \Delta U = 0$$

$$W_{4-1} = -T_1(S_1 - S_4)$$

Evolution 1-2 est adiabatique réversible $Q_{1-2} = 0$

$$U_2 - U_1 = W_{1-2} = C_v(T_2 - T_1)$$

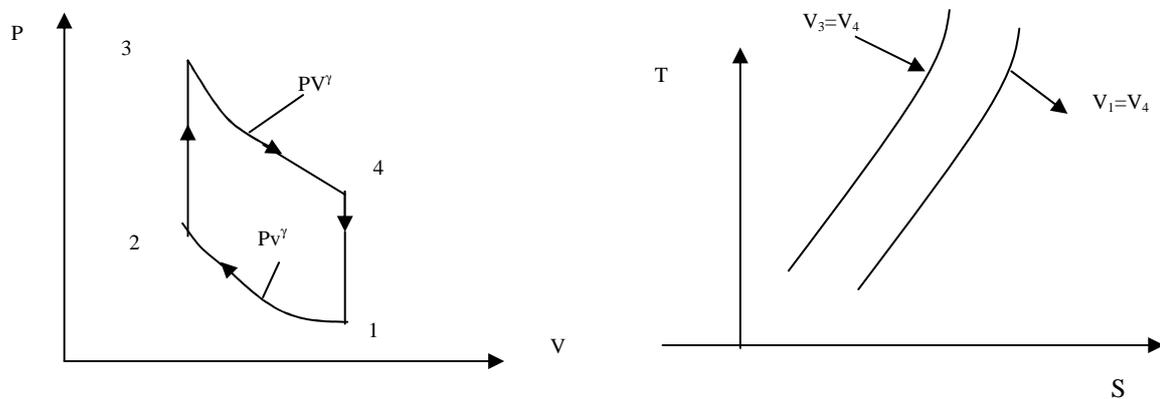
$$W_{cycle} = -(Q_1 + Q_2) = -(Q_1 + Q_2) = -[T_1(S_2 - S_3) - T_2(S_2 - S_3)] = -(T_1 - T_2)(S_2 - S_3)$$

$$\boxed{\tau = \frac{-(T_1 - T_2)(S_2 - S_3)}{C_v(T_2 - T_1) - T_1(S_1 - S_4)} = -\frac{(T_1 - T_2)(S_1 - S_4)}{C_v(T_2 - T_1) - T_1(S_1 - S_4)}}$$

2. LE CYCLE D'OTTO (Allemand) ou de BEAU DE ROCHAS (Français)

Cours de Thermodynamique Techniciens Supérieurs (BTS-DUT-DTS)

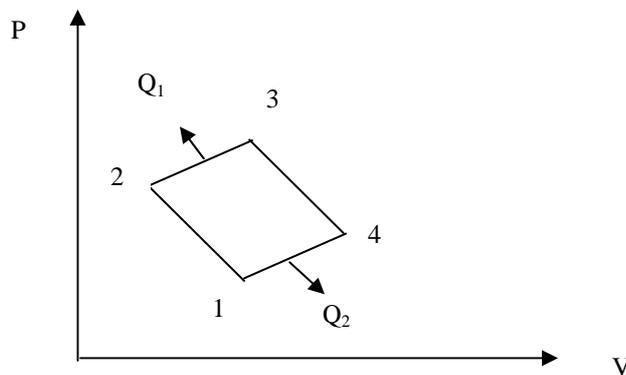
Ce cycle est supposé fait sur de l'air si non dans le cas réel il est fait sur de l'air et un mélange de combustible liquide ou gazeux. Ce cycle est fait par 4 branches dont 2 isochores et 2 adiabatiques.



$$W_{\text{détente}} = \frac{P_4 V_4 - P_3 V_3}{\gamma - 1} = \frac{P_4 V_4 - P_3 V_2}{\gamma - 1} \tau = 1 + \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{P_1 V_1 - P_3 V_2}$$

3. LE CYCLE A PRESSIONS CONSTANTES

Ce cycle est donné par 2 branches d'isochore et deux branches d'adiabatique toutes réversibles. Les adiabatiques réversibles sont appelées isentrope.



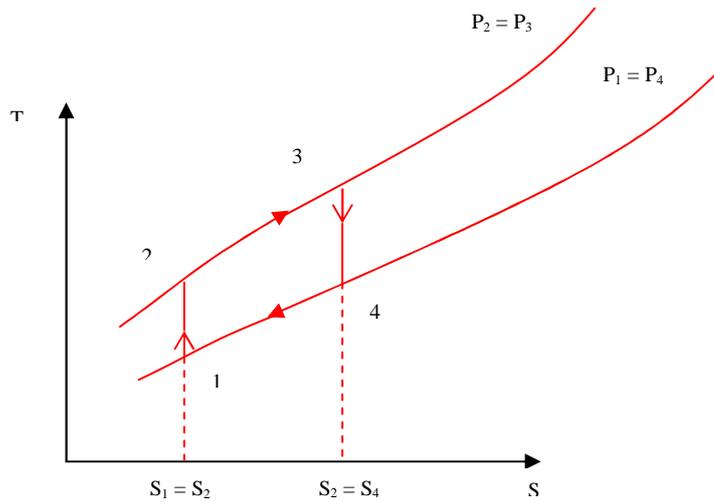
La branche 1-2 : compression isentropique.

La branche 2-3 : apport de chaleur à pression constante.

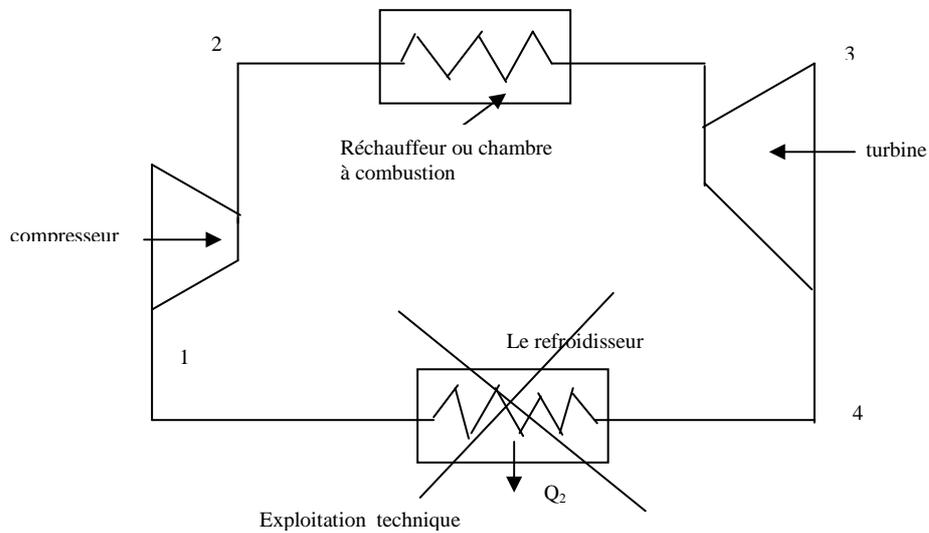
La branche 3-4 : détente isentropique.

La branche 4-1 : rejet de chaleur à pression constante.

Cours de Thermodynamique Techniciens Supérieurs (BTS-DUT-DTS)



Ce cycle est le cycle idéal des turbines à gaz.



$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{C_p(T_4 - T_1)}{C_p(T_3 - T_2)} \quad \eta = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}$$

$$T_2 = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} ; \quad T_4 = T_3 \left(\frac{P_4}{P_3} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

$$\eta = 1 - \frac{T_3 \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - T_1}{T_3 - T_1 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} = 1 - \frac{T_3 \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - T_1}{\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \left[T_3 \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - T_1 \right]}$$

$$\eta = 1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

Cours de Thermodynamique Techniciens Supérieurs (BTS-DUT-DTS)

On pose $b = \frac{P_2}{P_1}$ appelé rapport de pression

$$\eta = 1 - b^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

$$\tau = \frac{W_{netcycle}}{W_{détente}}$$

$$W_{net} = W_{1-2} + W_{2-3} + W_{3-4} + W_{4-1} = h_2 - h_1 + 0 + h_4 - h_3 + 0$$

$$W_{détente} = h_4 - h_3$$

$$\tau = \frac{C_p(T_2 - T_1) + C_p(T_4 - T_3)}{C_p(T_4 - T_3)} = 1 + \frac{T_2 - T_1}{T_4 - T_3} \quad \tau = 1 - \frac{T_2 - T_1}{T_3 - T_4}$$

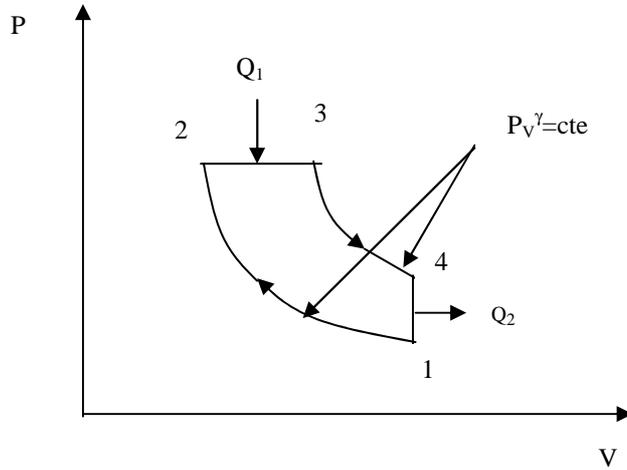
$$\tau = 1 - \frac{T_1 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - T_1}{T_3 - T_3 \left(\frac{P_4}{P_3} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}; \quad \tau = 1 - \frac{T_1}{T_3} \cdot \frac{\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{1 - \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$$

$$\tau = 1 - \frac{T_1}{T_3} \frac{\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \left[\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right]} = 1 - \frac{T_1}{T_3} \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad \tau = 1 - \left(\frac{T_1}{T_3} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

Cours de Thermodynamique Techniciens Supérieurs (BTS-DUT-DTS)

4. LE CYCLE DIESEL

Le cycle est composé de 2 branches d'isentrope, d'une isobare et d'une isobore. Dans le diagramme P-v on a :



L'apport de chaleur se fait à P=cte et le rejet de chaleur à V = cte

Le calcul du rendement donne :

$$\eta = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1} = 1 - \frac{C_V(T_4 - T_1)}{C_P(T_3 - T_2)}$$

Or

$$T_2 = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

On sait que :

$$T_4 = T_3 \left(\frac{P_4}{P_3} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \text{ et } \gamma = \frac{C_P}{C_V}$$

$$T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1}$$

$$T_4 = T_3 \left(\frac{V_3}{V_4} \right)^{\gamma-1}$$

$$T_4 = T_3 \left(\frac{V_3}{V_2} \cdot \frac{V_2}{V_1} \right)^{\gamma-1}$$

$$T_4 = T_3 \left(\frac{V_3}{V_2} \right)^{\gamma-1} \cdot \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\gamma-1}$$

$$T_3 = T_4 \left(\frac{V_2}{V_3} \right)^{\gamma-1} \cdot \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1}$$

Cours de Thermodynamique Techniciens Supérieurs (BTS-DUT-DTS)

$$\eta = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1} = 1 - \frac{C_V(T_4 - T_1)}{C_P(T_3 - T_2)}$$

$$\eta = 1 - \frac{1}{\gamma} \left(\frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} \right)$$

$$T_3 - T_2 = T_4 \left(\frac{V_2}{V_3} \right)^{\gamma-1} \cdot \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} - T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \left[T_4 \left(\frac{V_2}{V_3} \right)^{\gamma-1} - T_1 \right]$$

Aux points ① et ④ $P_1 V_1 = r T_1$; $P_4 V_4 = r T_4$; $\frac{P_1 V_1}{P_4 V_4} = \frac{T_1}{T_4}$ or $V_1 = V_4$; $\frac{P_1}{P_4} = \frac{T_1}{T_4}$

$$P_1 V_1 = P_2 V_2^\gamma \quad P_3 V_3^\gamma = P_4 V_4^\gamma \quad P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma \quad P_4 V_1^\gamma = P_3 V_3^\gamma$$

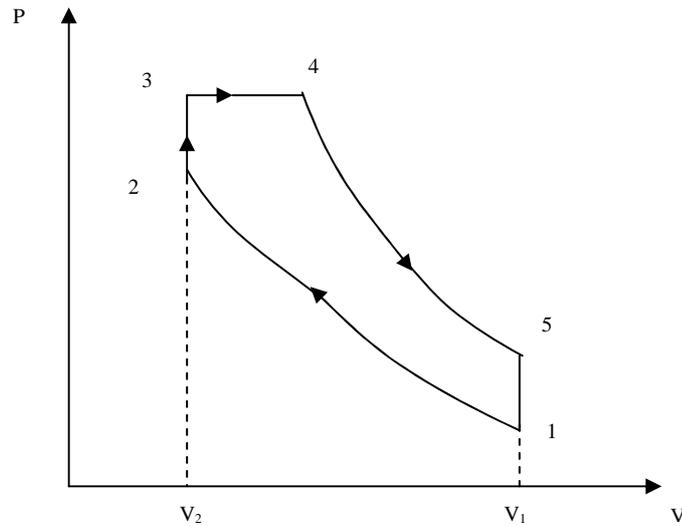
$$\frac{P_1}{P_4} = \frac{P_2}{P_3} \left(\frac{V_2}{V_3} \right)^\gamma \rightarrow \frac{T_4}{T_1} \left(\frac{V_2}{V_3} \right)^\gamma = \frac{P_3}{P_2}$$

$$\eta = 1 - \frac{1}{\gamma} \frac{T_4 - T_1}{\left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \left[T_4 \left(\frac{V_2}{V_3} \right)^{\gamma-1} - T_1 \right]} ; \quad \eta = 1 - \frac{1}{\gamma} \frac{T_2 \left(\frac{T_4}{T_1} - 1 \right)}{\left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} T_1 \left[\frac{T_4}{T_1} \left(\frac{V_2}{V_3} \right)^{\gamma-1} - 1 \right]}$$

$$\eta = 1 - \frac{1}{\gamma_v^{\gamma-1}} \frac{[\beta^\gamma - 1]}{[\beta^{-1} - 1]}$$

$\beta = \frac{V_3}{V_2}$ est le rapport de combustion

5. LE CYCLE MIXTE OU CYCLE DE SABATE



C'est le cycle du diesel rapide

- 1-2 compression isentropique
- 2-3 échauffement réversible à volume constante
- 3-4 apport de chaleur à pression constante
- 4-5 détente isentropique
- 5-1 rejet de chaleur à $V = \text{cte}$

(taux de compression) : $r_v = \frac{V_1}{V_2}$; $\beta = \frac{V_4}{V_3}$ (rapport d'injection)

$k = \frac{P_3}{P_2}$ (rapport de pression spécifique à la zone de combustion).

On montre que le rendement η est :

$$\eta = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1} = 1 - \frac{k\beta^\gamma - 1}{k - 1 + \gamma^k (\beta - 1) r_v^{\gamma-1}}$$

Cette formule est rarement utilisée car peu commode. On préfère calculer les différentes quantités de chaleur donc connaître aussi les différentes températures au cours du cycle

$$Q_1 = C_V (T_3 - T_2) + C_P (T_4 - T_3)$$

$$Q_2 = C_V (T_1 - T_5)$$

Remarque :

Plutôt que de parler de la notion de taux de travail, on préfère pour les études comparatives la notion de pression moyenne.

Cours de Thermodynamique Techniciens Supérieurs (BTS-DUT-DTS)

La pression moyenne est définie comme la hauteur d'un rectangle ayant la même longueur et la même surface que le cycle tracé sur un diagramme P-V.

Le \vec{W} résultant du cycle est donc :

$W = P_m (V_1 - V_2)$; $V_1 - V_2$; volume balayé par le piston dans le cylindre appelé aussi la cylindrée.

Application :

Un moteur diesel reçoit de l'air à 1,01 bars et 20°C et la pression maxi du cycle est 69 bars le rapport de compression est 18/1.

Calculer le rendement thermique idéal pour l'air sur la base du cycle mixte. Supposez que la quantité de chaleur fournie à $V = \text{cte}$ est égale à celle fournie à $P = \text{cte}$.

Calculer la pression moyenne de ce cycle.