

CHAPITRE 4 : LA FONCTION D'INVESTISSEMENT

INTRODUCTION : L'investissement est dans le modèle macroéconomique la seconde grande composante de la demande globale après la consommation. D'une manière générale, la notion d'investissement recouvre deux significations différentes :

- Elle concerne d'une part les achats d'actifs financiers (actions, obligations et autres titres), en un mot les placements. Ces titres peuvent provenir des nouvelles émissions ou être achetés de seconde main en bourse.
- Elle concerne d'autre part les actifs réels ou biens particuliers (machineries et outillages) c'est-à-dire les biens qui produisent d'autres biens. Ces biens capitaux peuvent aussi être achetés neufs ou occasions.

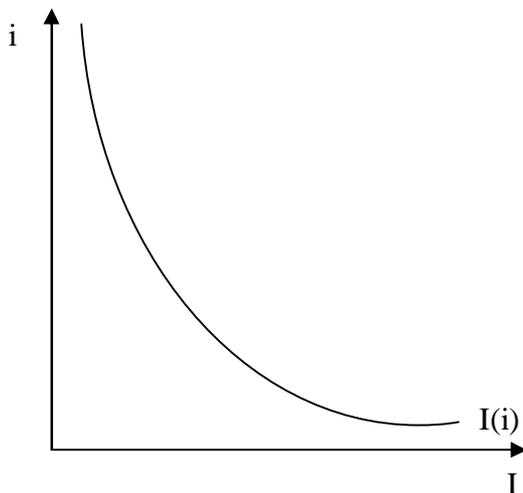
Dans l'analyse macroéconomique, la notion d'investissement concerne la formation de capital fixe : construction d'immeubles et d'ateliers, achats d'outillage et de biens d'équipement neufs par les entreprises, en un mot tout ce qui permet de maintenir ou de développer la capacité de production de ces entreprises. Cette création de biens capitaux neufs représente l'investissement brut (I_B) ou formation brute de capital fixe (FBCF) pour l'ensemble de l'économie. Si l'on déduit de la FBCF, les investissements de remplacement (A) du matériel usagé ou périmé, on obtient l'investissement net.

$$I_N = I_B - A$$

Un investissement net positif correspond à un accroissement du stock de capital fixe et des capacités de production ; un investissement net négatif ou un désinvestissement implique au contraire un déclin des capacités productives.

Les variables qui influencent le montant des investissements sont de deux ordres :

- D'une part, le coût des emprunts nécessaires à leur financement : plus le taux d'intérêt i est élevé, plus le montant d'investissement réalisé est faible.



- d'autre part, les investissements évoluent avec la variation de la production de l'entreprise.

Au niveau macroéconomique, on peut relier le montant agrégé des investissements aux variations de la production totale (ΔY). La fonction macroéconomique d'investissement dépend donc fondamentalement de deux variables :

$$I=f(i, \Delta Y)$$

Contrairement à la fonction de consommation, la théorie de l'investissement n'est pas spécifiquement keynésienne. La relation entre le taux d'intérêt et les investissements remonte à la théorie de l'intérêt d'Irving Fisher dont Keynes s'est inspiré. D'autre part, la liaison entre l'investissement et la variation de la production, qu'on appelle le principe d'accélération, a été découverte dès 1909 par l'économiste français Aftalion et largement utilisé par l'Américain Clark dès 1917.

4.1 LA THEORIE FISHERIENNE DU COMPORTEMENT D'INVESTISSEMENT

L'investissement modifie la répartition initiale du revenu. Car si avant l'investissement, un agent prévoyait une certaine répartition de son revenu, l'investissement sous quelque forme qu'il soit, transforme cette répartition en diminuant les revenus des premières périodes du montant des sommes investies et en augmentant les revenus ultérieurs du montant de son rendement. Cette observation est à la base de la théorie fishérienne de l'investissement.

Pour établir les facteurs qui déterminent la décision d'investissement, on va poser le problème en terme fishérien comme suit : A partir d'une répartition initiale de revenu (Y_t), si l'agent a un certain nombre d'opportunités d'investissements : (I_1, I_2, \dots, I_n) et qu'il en escompte une répartition après investissement : ($(Y_t)I_1, (Y_t)I_2, \dots, (Y_t)I_n$), quel est l'investissement choisi ?

On part de la répartition initiale (Y_t). Soit les opportunités d'investissements : I_1, I_2, \dots, I_n ,
On regarde ce que devient le flux de revenu après chacun de ces investissements : ($(Y_t)I_1, (Y_t)I_2, \dots, (Y_t)I_n$). On ordonne ces répartitions éventuelles : $(Y_t)I_1 > (Y_t)I_2$
L'investissement I choisi est tel que le flux de revenu obtenu après cet investissement est préféré à la répartition initiale ainsi qu'à toute répartition $(Y_t)I_j$ obtenu avec les autres investissements possibles I_j

4.2 LES CRITERES DE CHOIX DES INVESTISSEMENTS

Un investissement est une immobilisation de capitaux permettant l'acquisition, soit de biens d'équipement ou immobiliers, soit de produits financiers, dont on espère qu'ils vont générer des revenus futurs.

Les flux financiers associés à un investissement sont :

- une dépense initiale que nous allons supposer réalisée à la date 0, mais qui peut aussi être fractionnaire ;
- pendant la durée de vie de l'investissement, des recettes et des dépenses conduisant, pour chaque exercice comptable, à un revenu net de trésorerie, souvent appelé **cash flow** ;
- éventuellement, en fin de durée, une valeur résiduelle du bien. Il s'agit d'une valeur de revente éventuelle, à ne pas confondre avec une valeur comptable (après amortissements fiscaux) ou une valeur économique (capacité de produire).

Notations utilisées

A : apport initial ;

n : durée de l'investissement ;

C_k : cash-flow de l'année k (fin d'année) $k=1, 2, \dots, n$

i = taux d'actualisation ;

V_n = Valeur résiduelle à l'année n.

4.2.1 Les critères de choix en avenir certain

4.2.1.1 Les critères usuels

a- Valeur actuelle nette (VAN) ou bénéfice net actualisé (BNA)

Pour un taux d'actualisation donné, on appelle valeur actuelle nette d'un investissement, la différence entre la valeur actuelle des flux positifs et celle des flux négatifs c'est-à-dire :

$$VAN = \sum_{k=1}^n C_k (1+i)^{-k} + V_n (1+i)^{-n} - A$$

Si la valeur actuelle nette d'un projet d'investissement est positive, on peut dire que l'investissement est rentable, pour la valeur du taux d'actualisation choisie.

En général la VAN décroît lorsque i croît.

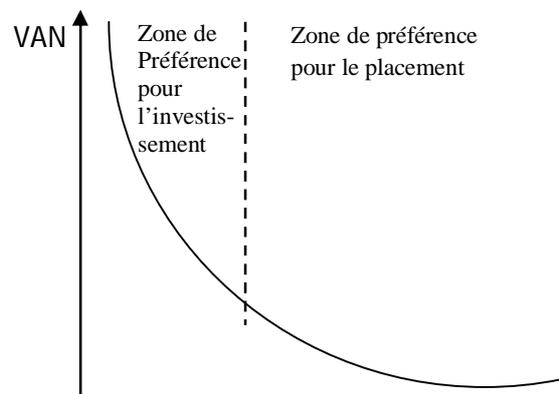
Le taux d'actualisation peut correspondre au coût du capital.

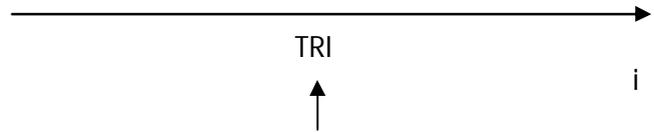
b- Taux de rentabilité interne (TRI) ou taux interne de rentabilité (TIR)

Le TRI est le taux d'actualisation pour lequel la valeur actuelle nette est nulle, c'est-à-dire que le réel r tel que :

$$VAN = \sum_{k=1}^n C_k (1+r)^{-k} + V_n (1+r)^{-n} - A = 0$$

- Si $i > TRI$, le projet d'investissement est à rejeter car $VAN < 0$
- Si $i < TRI$, le projet d'investissement est accepté car $VAN > 0$





c- taux de rentabilité interne global (TRIG)

Lorsque la valeur actuelle nette est une fonction décroissante du taux d'actualisation, il existe un seul taux pour lequel elle s'annule : c'est le taux interne de rentabilité. Il est parfois possible que la valeur actuelle nette ne soit pas une fonction décroissante. Cela arrive en particulier lorsque le projet se termine par les coûts de dépollution du site très élevés impliquant que les bénéfices dégagés chaque année ne soient pas tous positifs. Dans ce cas le calcul du TRI ne conduit pas nécessairement à une solution unique ou même simplement à une solution.

Exemple : Pour des projets d'une durée de 2 ans

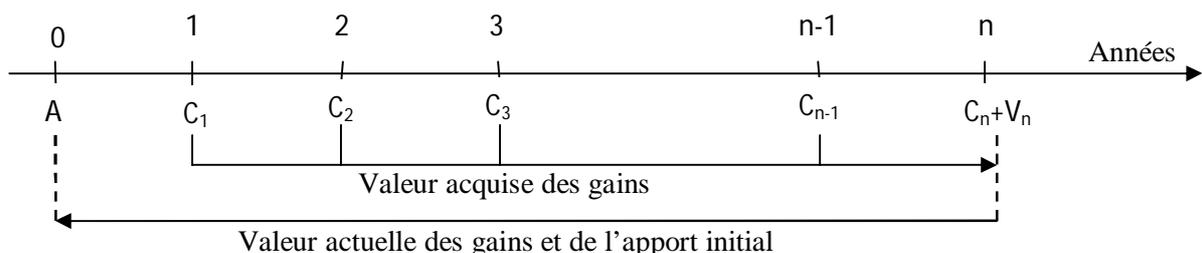
Si $A= 1000$ euros, $C_1=5000$ euros et $C_2=-5000$ euros, l'équation qui permet de déterminer le TRI est $5000(1+i)^{-1}-5000(1+i)^{-2}-1000=0$

En multipliant cette équation par $(1+i)^2$, on trouve une équation du second degré qui admet deux solutions : $i_1=38\%$ et $i_2=262\%$

Si $A= 1000$ euros, $C_1=-5000$ euros et $C_2=5000$ euros, l'équation qui permet de déterminer le TRI est $-5000(1+i)^{-1}+5000(1+i)^{-2}-1000=0$

En multipliant cette équation par $(1+i)^2$, on trouve une équation du second degré qui admet deux solutions négatives, donc deux solutions qui ne peuvent être interprétées en taux de rentabilité interne.

Dans ce cas on peut définir un autre taux de rentabilité. On choisit un taux de réinvestissement (ou de capitalisation) des cash-flow, et on capitalise les cash-flows à ce taux sur la droite de vie résiduelle de l'investissement. Le **taux de rentabilité interne global** est alors le taux d'actualisation tel que la valeur actuelle du produit de la capitalisation des cash-flows soit égale à l'apport initial, soit :



$$\frac{C_1(1+i)^{n-1} + C_2(1+i)^{n-2} + \dots + C_{n-1}(1+i)^1 + C_n + V_n}{(1 + \text{TRIG})^n} = A$$

$$(1 + \text{TRIG})^n = \frac{C_1(1+i)^{n-1} + C_2(1+i)^{n-2} + \dots + C_{n-1}(1+i)^1 + C_n + V_n}{A}$$

$$\text{TRIG} = \left(\frac{C_1(1+i)^{n-1} + C_2(1+i)^{n-2} + \dots + C_{n-1}(1+i)^1 + C_n + V_n}{A} \right)^{\frac{1}{n}} - 1$$

Remarque : On retient le projet si son taux de rentabilité interne global est supérieur au coût moyen du capital.

d- Délai de récupération

Le délai de récupération d'un investissement est le nombre de périodes au bout desquelles les cash-flows couvrent l'apport initial. En d'autres termes c'est le moment à partir duquel un projet devient rentable à un taux d'actualisation fixé. C'est le plus petit entier p tel que :

$$A \leq \sum_{k=1}^n C_k$$

Pour comparer plusieurs investissements, on choisit celui dont le délai de récupération est le plus petit. Ce critère a l'avantage très simple.

Application

L'étude de deux projets A et B a permis de prévoir les flux nets de trésorerie (en euros) engendrés par ces investissements :

Année	Projet A	Projet B
1	80 000	10 000
2	100 000	20 000
3	80 000	30 000
4	20 000	40 000
5	0	60 000
6	0	400 000

Le capital investi dans le projet A est de 200 000 euros et celui investi dans le projet B est de 100 000 euros.

Pour chaque projet, déterminez le délai de récupération.

Réponse

Projet A

On a $C_1+C_2=180\ 000 < 200\ 000$ et $C_1+C_2+C_3=260\ 000 > 200\ 000$ donc $p=3$

Projet B

On a $C_1+C_2+C_3=60\ 000 < 100\ 000$ et $C_1+C_2+C_3+C_4=100\ 000 \geq 100\ 000$ donc $p=4$

Ce délai de récupération non actualisé est moins pertinent car il ne prend pas en compte le paramètre de risque lié à des estimations de gains à venir. Pour remédier à cela, on peut : *Actualiser les cash-flows. Dans ce cas on parle alors de délai d'amortissement qui est le plus petit entier p tel que :

$$A \leq \sum_{k=1}^n C_k (1 + i)^{-k}$$

*Ou bien on évalue les VAN chaque année pour déterminer la première année à partir de laquelle la valeur actuelle nette devient positive.

Exemple

Un investissement de 10 000 euros permet des bénéfices de 3 000 euros l'année 1 ; de 4 000 euros l'année 2 ; de 5 000 euros l'année 3 ; et de 6 000 euros l'année 4.

On utilise un taux d'actualisation de 10%.

Année	VAN
1	$-10\,000 + \frac{3\,000}{1,1} = -7272,73 < 0$
2	$-10\,000 + \frac{3\,000}{1,1} + \frac{4\,000}{1,1^2} = -3966,94 < 0$
3	$-10\,000 + \frac{3\,000}{1,1} + \frac{4\,000}{1,1^2} + \frac{5\,000}{1,1^3} = -210,37 < 0$
4	$-10\,000 + \frac{3\,000}{1,1} + \frac{4\,000}{1,1^2} + \frac{5\,000}{1,1^3} + \frac{6\,000}{1,1^4} = 3887,71 > 0$

Le délai de récupération est donc compris entre les années 3 et 4. A cette date, on a une valeur actuelle nulle.



En supposant une linéarité dans les écarts entre les valeurs :

$$\frac{D - 0}{0 - (-210,37)} = \frac{360 - 0}{388,71 - (-210,37)}$$

$$D = 18,48 \text{ jours}$$

Le délai de récupération est donc de 3 ans et 19 jours.

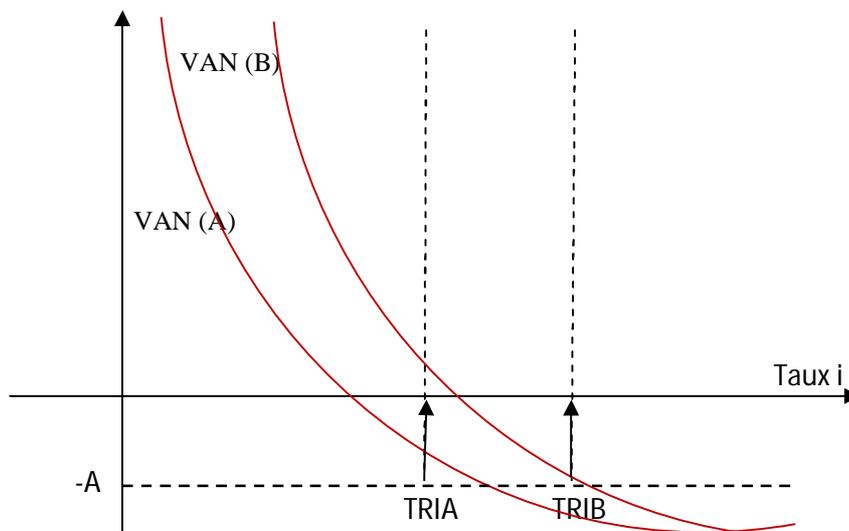
On généralise cet exemple en notant V_k la dernière valeur actuelle nette négative, et V_{k+1} la première valeur actuelle nette positive, le **délai de récupération** est de **k ans et j jours** où :

$$j = - \frac{360 \times V_k}{V_{k+1} - V_k}$$

4.2.1.2 Choix entre projets concurrents

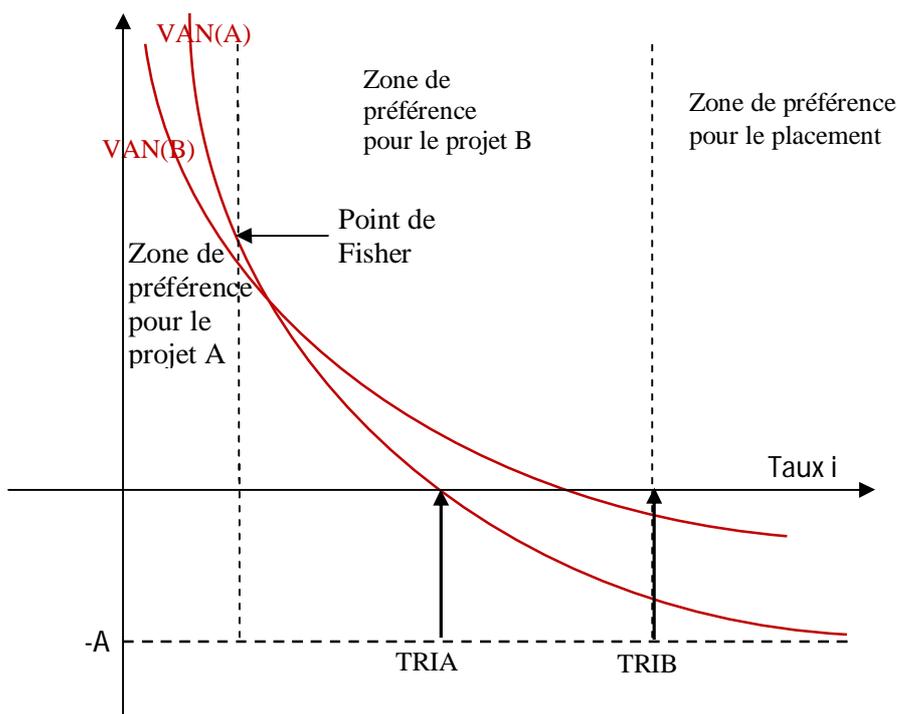
a- des projets de tailles (apports initiaux) et de durées identiques

Entre des projets d'investissement, on préférera celui qui rapporte le plus et le plus vite. Pour un taux d'actualisation fixé, on retiendra celui qui a la VAN la plus grande, celui qui a le délai de récupération le plus court et celui qui a le taux de rentabilité interne le plus important.



Le projet B est meilleur que le projet A car on a $VAN(B) > VAN(A)$, quel que soit le taux considéré et $TRI(A) < TRI(B)$.

Entre deux projets, les critères de VAN et de TRI ne sont pas toujours concordants. Pour des projets de durée identiques, cette discordance est due à la répartition très différente des bénéfices au fil des années.



On a $TRI(A) < TRI(B)$ et pour certaines valeurs de i , $VAN(B) < VAN(A)$; les deux critères ne sont donc pas concordants.

- Si le taux d'actualisation est inférieur à un taux égalisant les VAN des deux projets, la préférence est pour le projet A ;
- si le taux d'actualisation est compris entre le taux égalisant les VAN des deux projets et le TRI du projet B alors la préférence est pour le projet B ;
- Au-delà du TRI du projet B, la préférence est pour le placement.

b- Projets d'investissements (apports initiaux) différents

Lorsque des investissements nécessitent des apports initiaux différents, on peut les comparer avec l'**indice de profitabilité**. On choisit alors celui qui a l'indice de profitabilité le plus élevé. Pour un taux d'actualisation donné, l'indice de profitabilité π d'un investissement est égal au rapport de la valeur actuelle des cash-flows à l'apport initial, c'est-à-dire :

$$\pi = \frac{\sum_{k=1}^n C_k (1+i)^{-k} + V_n (1+i)^{-n}}{A}$$

$$\pi = \frac{VAN}{A} + 1$$

Remarque : un projet n'est acceptable que si son indice de profitabilité est supérieur à 1.

APPLICATION

On considère quatre projets d'investissement dans le secteur touristique ayant chacun une durée de vie de 7 ans et une valeur résiduelle nulle au bout de 7 ans.

Pour chaque projet l'apport initial A et les cash-flows annuels C_k supposés constants sont donnés en euros par le tableau suivant :

Projet	Apport initial	Cash-flow annuel
1	100 000	34 000
2	200 000	65 000
3	300 000	86 000
4	150 000	49 000

Comparer ces projets pour les critères de la VAN et de l'indice de profitabilité à 7%.

REPONSE

Pour chaque projet, on calcule au taux d'actualisation choisi, la valeur actuelle nette

$$VAN = \sum_{k=1}^n C_k (1+r)^{-k} - A$$

$$VAN = \sum_{k=1}^n C_k (1 + 0,07)^{-k} - A$$

Et l'indice de profitabilité $\pi = \frac{VAN}{A} + 1$

Les résultats obtenus sont indiqués dans le tableau suivant :

Projet	VAN (euros)	π
1	83 236	1,83
2	150 304	1,75
3	163 479	1,54
4	114 075	1,76

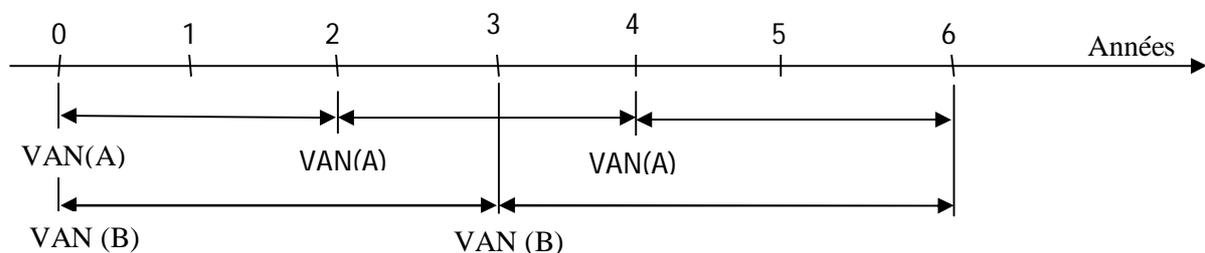
Les investissements nécessitent des apports initiaux différents, il est préférable de les comparer en utilisant l'indice π . On constate qu'avec cet indice, le classement des projets étudiés est différent de celui obtenu avec la VAN.

c- Cas des projets de durées différentes

Il n'est pas possible de comparer des projets de durées différentes par une simple comparaison des valeurs actuelles nettes. En effet, la VAN n'a un sens que pour une durée déterminée, or un projet long est plus risqué qu'un projet court. On se ramène à la même durée en supposant un réinvestissement sur la durée la plus longue. On peut aussi chercher une période commune aux deux projets sur laquelle il est possible de les comparer.

Considérons le projet A d'une durée de 2 ans et de VAN 200 euros au taux de 10% et le projet B d'une durée de 3 ans et de VAN 300 euros au taux de 10%. Quelle période choisir?

On choisit de réaliser plusieurs fois de suite les projets A et B jusqu'à trouver une période commune utile à la comparaison. Dans cet exemple la période commune est de 6 ans. En 6 ans on peut réaliser 3 fois le projet A ou 2 fois le projet B.



La valeur actuelle nette est la valeur du projet au moment de l'investissement ; par conséquent il est nécessaire d'actualiser les VAN des projets qui ne commencent pas à la date 0.

$$VAN(A) + \frac{VAN(A)}{(1+i)^2} + \frac{VAN(A)}{(1+i)^4} = 200 + \frac{200}{(1,1)^2} + \frac{200}{(1,1)^4} = 501,89 \text{ euros}$$

$$VAN(B) + \frac{VAN(B)}{(1+i)^3} = 300 + \frac{300}{(1,1)^3} = 525,39 \text{ euros}$$

CNC : le projet B est donc plus intéressant que le projet A.

4.2.2 Prise de décision en avenir incertain

La prévision des bénéfices à venir est liée à un environnement dont aucune entreprise ne maîtrise l'ensemble des paramètres. Généralement une entreprise envisage trois hypothèses de gains à venir : une hypothèse pessimiste ; une hypothèse moyenne ; et une hypothèse optimiste. Généralement chacune des hypothèses n'est pas équiprobable ; on peut estimer une probabilité associée à chacune d'entre elles et calculer une **valeur actuelle nette moyenne** et **l'écart type** de la valeur actuelle nette.

L'espérance d'une variable aléatoire est :

$$E(X) = \sum_{i=1}^n x_i p_i$$

La variance se détermine par la formule

$$V(X) = E(X^2) - (E(X))^2 \text{ avec } E(X^2) = \sum_{i=1}^n x_i^2 p_i$$

L'écart-type est égal à la racine carrée de la variance

$$\sigma_x = \sqrt{V(X)}$$

Le coefficient de variation est égal au rapport de l'écart-type sur l'espérance :

$$CV = \frac{\sigma_x}{E(X)}$$

Généralement un projet est retenu lorsque sa valeur actuelle nette moyenne est positive. La valeur actuelle nette moyenne se calcule à l'aide de l'espérance des gains à venir :

$$E(VAN) = E\left(-A + \frac{B_1}{1+i} + \frac{B_2}{(1+i)^2} + \frac{B_3}{(1+i)^3} + \dots + \frac{B_{n-1}}{(1+i)^{n-1}} + \frac{B_n}{(1+i)^n} + \frac{V_n}{(1+i)^n}\right)$$

Si les variables représentant les bénéfices d'une année à l'autre sont indépendantes alors la valeur actuelle nette moyenne se détermine par la formule :

$$E(VAN) = -A + \frac{E(B_1)}{1+i} + \frac{E(B_2)}{(1+i)^2} + \frac{E(B_3)}{(1+i)^3} + \dots + \frac{E(B_{n-1})}{(1+i)^{n-1}} + \frac{E(B_n)}{(1+i)^n} + \frac{E(V_n)}{(1+i)^n}$$

La variance de la valeur actuelle nette est :

$$V(VAN) = V\left(-A + \frac{B_1}{1+i} + \frac{B_2}{(1+i)^2} + \frac{B_3}{(1+i)^3} + \dots + \frac{B_{n-1}}{(1+i)^{n-1}} + \frac{B_n}{(1+i)^n} + \frac{V_n}{(1+i)^n}\right)$$

Si les variables représentant les bénéfices d'une année à l'autre sont indépendantes alors :

$$V(VAN) = \frac{V(B_1)}{(1+i)^2} + \frac{V(B_2)}{(1+i)^4} + \frac{V(B_3)}{(1+i)^6} + \dots + \frac{V(B_{n-1})}{(1+i)^{2n-2}} + \frac{V(B_n)}{(1+i)^{2n}} + \frac{V(V_n)}{(1+i)^{2n}}$$

L'écart-type de la valeur actuelle nette est la racine carrée de la variance :

$$\sigma(VAN) = \sqrt{V(VAN)}$$

Application

Supposons un projet d'un investissement de 1 000 euros, qui rapporte dans une hypothèse pessimiste 800 euros dans un an, ou 1 500 euros dans un an avec une hypothèse optimiste. L'hypothèse optimiste à 50% de chance de se réaliser et l'on envisage un taux d'actualisation de 10%. Que pensez-vous de ce projet?

Réponse

L'espérance du gain l'année 1 est $E(B_1) = 0.5 \times 800 + 0.5 \times 1\,500 = 1\,150$ euros.

La valeur actuelle nette moyenne à 10% est donc :

$$E(VAN) = -1\,000 + \frac{1\,150}{1,1} = 45,45 \text{ euros}$$

Cet indicateur est positif, en moyenne le projet est rentable.

La variance du gain l'année 1 est

$$V(B_1) = 0,5 \times 800^2 + 0,5 \times 1\,500^2 - 1\,150^2 = 122\,500$$

La variance de la valeur actuelle nette est donc

$$V(VAN) = \frac{122\,500}{1,1^2} = 101\,240$$

L'écart-type de la valeur actuelle nette est :

$$\sigma(VAN) = \sqrt{101\,240} = 318,18$$

$$CV = \frac{318,18}{45,45} = 7 > 1, \text{ Le projet est donc risqué}$$

En pratique il n'est pas toujours envisageable d'attribuer une probabilité à un scénario. Selon le comportement de l'entreprise vis-à-vis du risque, elle peut utiliser différentes stratégies de prises de décision.

Activité : Considérons deux projets d'investissement de même montant et d'une durée de deux ans. Le premier projet génère une perte de -100 euros la première année et un gain de 900 euros la seconde année. Le second projet génère une perte de -200 euros la première année et un gain de 1 100 euros la seconde année. Voici quelques stratégies classiques qu'on peut utiliser pour prendre des décisions d'investissement :

➤ **La stratégie de Wald**

L'entreprise privilégie le projet qui engendre une perte éventuelle minimale. Cette stratégie favorise le premier projet dont la perte, la première année, est plus faible que la perte du second projet. Cette stratégie est une stratégie de sécurité.

➤ **La stratégie du gain maximum**

L'entreprise privilégie le projet qui réalise le gain éventuel le plus important. Le second projet serait choisi car son gain, la seconde année, est plus important que celui du projet 1.

Cette stratégie est plus risquée mais peut conduire à un projet éventuellement plus rentable.

➤ **La stratégie du regret maximum minimal**

L'entreprise évalue chaque année l'écart entre le meilleur des gains et le gain de chaque projet. Elle privilégie en fin de compte le projet qui a le plus petit regret maximum.

Projet	Année 1	Année 2	Ecart année 1	Ecart année 2	Regret maximum
1	-100 euros	900 euros	$-100 - (-100) = 0$	$1\ 100 - 900 = 300$ euros	300 euros
2	-200 euros	1 100 euros	$-100 - (-200) = 100$	$1\ 100 - 1\ 100 = 0$ euro	100 euros

Le projet 2 est donc privilégié avec cette stratégie.

➤ **La stratégie de Laplace**

L'entreprise privilégie le projet dont la moyenne arithmétique des gains est plus élevée. Pour le projet 1 la moyenne est de :

$$\frac{-100 + 900}{2} = 400 \text{ euros}$$

Et pour le projet 2 la moyenne est de :

$$\frac{-200 + 1\ 100}{2} = 450 \text{ euros}$$

Le projet 2 est donc privilégié avec cette stratégie.

4.3 LE PRINCIPE D'ACCELERATION

La théorie de l'accélération lie le montant des investissements entrepris au montant de la production selon l'idée que plus l'output est élevé, plus le capital nécessaire pour le produire est important. La théorie élémentaire d'Aftalion qui reliait l'investissement à la production grâce à un coefficient de capital fixe (l'accélérateur simple) a été améliorée à la suite de travaux empiriques par l'introduction fondamentale des retards d'accélérateur flexible.

4.3.1 L'accélérateur simple

Faisons apparaître cet accélérateur en partant d'un rapport fixe entre le capital K_t à l'instant t et la production (l'output) Q_t :

$$K_t = \alpha Q_t \quad (1)$$

Comme l'investissement $I_t = K_t - K_{t-1}$ et que $K_{t-1} = \alpha Q_{t-1}$, on déduit de (1) la relation de flux :

$$I_t = \alpha(Q_t - Q_{t-1}) = \alpha \Delta Q$$

Cet investissement issu du principe de l'accélération s'appelle investissement induit.

En d'autre terme l'investissement est proportionnel au changement de la production.

Ainsi si la production ne croit pas le montant des investissements tombe quelque soit le niveau de production.

* Le mécanisme d'induction est de caractère microéconomique puisqu'il suscite des réactions au niveau des entrepreneurs : ceux-ci décident une augmentation des investissements en fonction de la demande de biens de consommation ;

* toute variation de la demande de biens de consommation (ΔD) détermine une variation plus que proportionnelle de la demande de biens de production, d'investissements :

$$I_t = \alpha(D_t - D_{t-1}) \\ = \alpha \Delta D$$

Le coefficient α est appelé accélérateur ou amplificateur : le mécanisme d'induction de l'investissement par le revenu fait apparaître une accélération ou amplification résultant de la multiplication par α de la variation de la demande de biens de consommation.

* le fonctionnement du mécanisme suppose quatre hypothèses de base :

1- l'absence d'outillage oisif : si l'appareil productif ne fonctionnait pas à pleine capacité, une augmentation de la demande des biens de consommation conduirait les entrepreneurs à puiser dans leurs réserves d'outillage sans provoquer d'investissements supplémentaires.

2- l'amortissement du capital constant : si une machine a une durée de vie de 10 ans, chaque année un dixième (1/10) de sa valeur est amorti. Le mécanisme de l'accélérateur ne s'applique donc qu'à l'investissement net et non aux dépenses de remplacement.

3- la rigidité de la combinaison productive : toute augmentation de la production implique une augmentation proportionnelle du capital. Le rapport du capital K à la production Q, ou coefficient moyen de capital $K/Q=$ constante

4- l'égalité entre le coefficient d'accélération α et le coefficient marginal de capital v : cette égalité résulte des hypothèses suivantes :

- absence de progrès technique et d'investissement autonome,
- égalité de l'accroissement de la demande ΔD_t à l'accroissement de produit ΔQ_t

$$\alpha = \frac{I_t}{\Delta D_t} = \frac{\Delta K_t}{\Delta Q_t} = v$$

Exercice d'application sur le mécanisme d'accélération simple

Soient :

- D=demande de biens de consommation ;
- I_r : demande de biens d'investissement de remplacement (amortissement) ; l'investissement initial est de 500 ; Cet investissement a une durée de vie de 10 périodes.
- I_t : demande d'investissement supplémentaire sur laquelle jouera la relation d'accélération ;
- I_r+I_t =la demande d'investissement total (demande d'outillage) ;
- K=capital (le coefficient de capital K/Y est constant et égal à 5).

Au cours des cinq (5) périodes successives, présenter l'évolution de la demande d'outillage dans le tableau suivant :

Période (1)	D (2)	I_r (3)	I_t (4)	I_r+I_t (5)	K (6)
1	100	50	-	50	500
2	120	50	100	150	600
3	130	50	50	100	650
4	130	50	0	50	650
5	120	50	-50	0	600

Description des opérations ayant permis le remplissage du tableau

1- De la période 1 à la période 2, on constate les variations suivantes :

$$\Delta D = \frac{120 - 100}{100} \times 100$$

$$\Delta D = 20\%$$

$\Delta I_r=50$: l'amortissement est constant est égal à 1/10 de la valeur du capital initial (500)

A la période 1 : $Y=D=100$

$$K/Y=5 \iff K=5*Y$$

$$K=5*100$$

$K=500$

Pour faire face à l'augmentation de la demande de biens de consommation de 20%, un investissement supplémentaire I_t est nécessaire.

$$\alpha = \frac{I_t}{\Delta D_t} = \frac{\Delta K_t}{\Delta Y_t}$$

De la période 1 à 2, $\frac{\Delta K_t}{\Delta Y_t} = \frac{600-500}{120-100} = 5$

$$\alpha = \frac{I_t}{\Delta D_t} = 5 \implies I_t = 5 * \Delta D_t$$

$$I_t = 5 * (120 - 100) = 100$$

$\Delta I_r + \Delta I_t = 50 + 100 = 150$: par rapport à la période antérieure, l'augmentation de la demande totale de biens d'investissement est passée de 50 à 150 soit une hausse de 200%.

L'augmentation de la demande de biens de consommation ayant induit cette demande d'investissement n'étant que de 20%. On constate un phénomène d'accélération ou d'amplification.

* de la période 2 à la période 3, on constate que la demande d'investissement total décroît à la suite du ralentissement de la progression de la demande de biens de consommation (120 à 130). L'accélération joue maintenant à la baisse.

Clark a alors observé qu'il y avait 3 caractéristiques de ce qu'on appelle le phénomène d'accélération :

- l'accélération ne fonctionne pas lorsqu'il y a excédent de capacité de production car augmentation de la production peut être réalisée avec le même dispositif
- il y a un retard entre le moment où l'on désire investir et celui où l'investissement est effectivement réalisé de sorte qu'il vaut mieux employer une formule avec retard

$$I_t = \alpha \Delta Q_{t-1}$$

- Enfin il peut avoir des goulots d'étranglement dans la production de biens d'investissement. Dans ce cas l'accroissement d'investissement désiré ne peut pas avoir lieu.

Ce sont ces remarques de Clark qui sont à l'origine de la théorie de l'accélérateur flexible

4.3.2 L'accélérateur flexible

Des estimations empiriques dont celles de Simon Kuznets, ont montré la médiocrité de l'hypothèse de l'accélérateur simple. En particulier, on voit statistiquement que l'accélérateur défini comme le rapport entre l'augmentation de l'output et l'augmentation induite d'investissement est peu élevé et très inférieur au rapport capital-output.

Pour expliquer cette contradiction, Koyck émet l'hypothèse que le stock de capital désiré K_t est proportionnel à une moyenne pondérée des outputs des années précédentes, la part des

outputs étant décroissante avec le nombre d'années de recul. Koyck choisit simplement une série géométrique décroissante :

$$K_t = \alpha(1-\lambda)[Q_t + \lambda Q_{t-1} + \lambda^2 Q_{t-2} + \dots + \lambda^n Q_{t-n}] \quad (1)$$

$$K_{t-1} = \alpha(1-\lambda)[Q_{t-1} + \lambda Q_{t-2} + \lambda^2 Q_{t-3} + \dots + \lambda^{n-1} Q_{t-n}] \quad (2)$$

Multiplions (2) par λ :

$$\lambda K_{t-1} = \alpha(1-\lambda)[\lambda Q_{t-1} + \lambda^2 Q_{t-2} + \lambda^3 Q_{t-3} + \dots + \lambda^n Q_{t-n}] \quad (3)$$

$$(3) - (1) \implies K_t - \lambda K_{t-1} = \alpha(1-\lambda)Q_t \quad (4)$$

On a donc $K_t = \alpha(1-\lambda)Q_t + \lambda K_{t-1}$

L'investissement net induit par les variations de l'output est :

$$I_t = K_t - K_{t-1}$$

$$= \alpha(1-\lambda)Q_t + \lambda K_{t-1} - K_{t-1}$$

$$= \alpha(1-\lambda)Q_t - (1-\lambda)K_{t-1}$$

Il faut observer que l'investissement brut IB_t à chaque période comprend l'investissement induit I_t et l'investissement de remplacement I_r pour maintenir le capital intact :

$$IB_t = I_t + I_r$$

Supposons que I_r soit proportionnel au stock de capital de la période précédente :

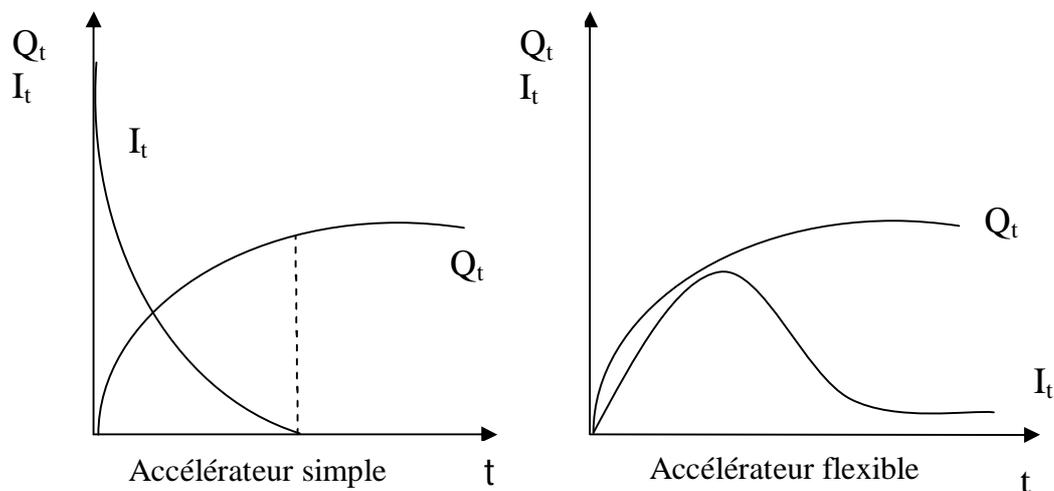
$$I_r = \delta K_{t-1}, \text{ alors on a :}$$

$$IB_t = \alpha(1-\lambda)Q_t - (1-\lambda-\delta)K_{t-1}$$

Des études empiriques ont prouvé que les coefficients $(1-\lambda)$ et $(1-\lambda-\delta)$ sont positifs; aussi le niveau de l'investissement est croissant avec l'output et décroissant avec le stock de capital.

A titre comparatif, on retient que dans le cadre de l'accélérateur simple, la croissance à vitesse décélérée de l'output conduit à une décroissance de l'investissement net jusqu'à zéro (0) ; tandis qu'avec l'accélérateur flexible, l'investissement croît d'abord avec l'output jusqu'à ce que le niveau du capital soit tel que l'effet négatif du capital l'emporte sur l'effet positif de la production ; à partir de ce moment-là on assiste à une diminution des investissements.

D'autre part, la critique cruciale de l'accélérateur simple, selon laquelle les valeurs de l'accélérateur obtenues empiriquement sont très inférieures au rapport capital-output disparaît avec l'accélérateur flexible. **L'accélérateur flexible est $\alpha(1-\lambda)$.** Or on a calculé que λ est entre 0,8 et 0,9. $\alpha(1-\lambda)$ est donc seulement entre 1/5 et 1/10 du coefficient du capital α .



4.4 L'INTERACTION ENTRE LE MULTIPLICATEUR ET L'ACCELERATEUR : L'OSCILLATEUR DE SAMUELSON

Nous allons donner une application macroéconomique de l'effet d'accélération en présentant l'oscillateur de Samuelson. Le mouvement de la conjoncture n'est pas linéaire ; les mouvements d'expansion de la production sont suivis de phases de dépression. Ces variations cycliques ont une périodicité plus ou moins régulière que l'on peut expliquer fondamentalement de deux façons. Pour les uns, les cycles sont le résultat d'une multitude de chocs « exogènes » sur la demande globale et sur la production : variation des exportations à cause de la conjoncture externe, modification des anticipations, de la politique économique, etc. ; le principe de l'oscillateur de Samuelson combine le phénomène d'accélération à l'effet multiplicateur.

Supposons que l'économie fonctionne à pleine utilisation de sa capacité de production. La croissance de l'output global aura pour conséquence une augmentation des investissements conformément à la théorie de l'accélération ; mais cette croissance des investissements va donner lieu à une augmentation du produit et donc des revenus distribués d'un même montant. Ces revenus sont eux-mêmes à l'origine d'une consommation supplémentaire selon l'effet multiplicateur ; et le mouvement recommence.

Formellement, Samuelson part de la formule :

$$Y_t = C_t + I_t + G_t \quad (1)$$

Où Y_t, C_t, I_t, G_t représentent respectivement le revenu national, la consommation, les investissements et les dépenses publiques à l'instant t .

Il pose une fonction de consommation simple : $C_t = \alpha Y_{t-1}$ $0 < \alpha < 1$

et une fonction d'investissement (accélérateur reliant les investissements aux variations de la consommation) :

$$I_t = \beta(C_t - C_{t-1})$$

Si on choisit l'unité de compte de sorte que $G_t=1$ la relation (1) devient :

$$Y_t = \alpha Y_{t-1} + \beta(C_t - C_{t-1}) + 1$$

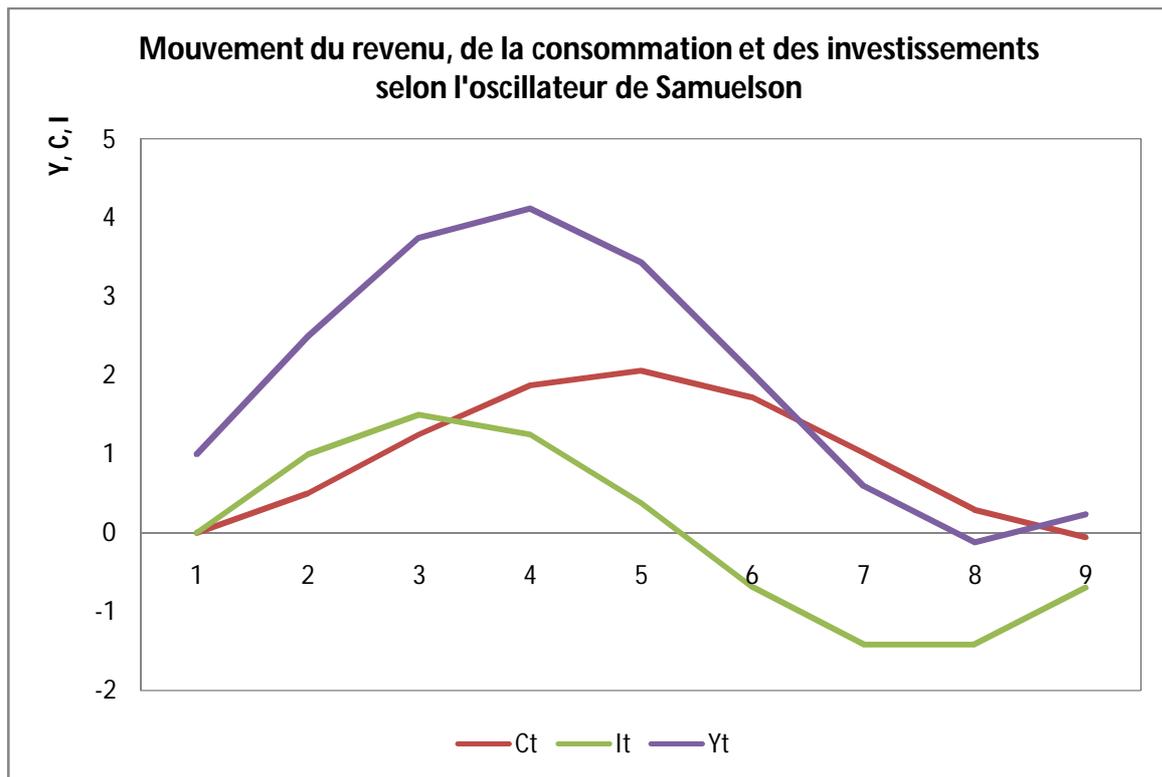
$$Y_t = \alpha Y_{t-1} + \beta(\alpha Y_{t-1} + \alpha Y_{t-2}) + 1$$

$$Y_t = 1 + \alpha(1 + \beta)Y_{t-1} - \alpha\beta Y_{t-2}$$

On constate que selon les valeurs de α et β choisies, on assiste à une oscillation du revenu national (Y) dans le temps ; Pour $\alpha=0,5$ et $\beta=2$, on a le tableau suivant :

Périodes	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Dépenses exogènes.....	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Consommation.....	0	0,5	1,25	1,87	2,06	1,72	1,01	0,29	-0,06
Investissements.....	0	1	1,5	1,25	0,38	-0,69	-1,42	-1,42	-0,7
Revenu national.....	1	2,5	3,75	4,12	3,44	2,03	0,59	-0,12	0,24

La combinaison de l'effet multiplicateur et de l'effet d'accélération peut conduire à des mouvements cycliques dans l'activité économique.



EXERCICE

Soit un bien d'investissement caractérisé par :

Coût de la période 1 : $C_1=1\ 000$

Revenu de la période 2 : $R_2=600$

Revenu de la période 3 : $R_3=600$

Le bien d'investissement est supposé ne plus rien valoir après son utilisation à, la fin de la période 3.

- 1- Calculer l'efficacité marginale du capital
- 2- Si le taux d'intérêt est 10% sur chaque période, faut-il réaliser cet investissement ?