

DENOMBREMENT ET PROBABILITE

I/ DENOMBREMENT

Exercice n°23.

On constitue un groupe de 6 personnes choisies parmi 25 femmes et 32 hommes

- 1) De combien de façons peut-on constituer ce groupe de 6 personnes ?
- 2) Dans chacun des cas suivants, de combien de façons peut-on constituer ce groupe avec :
 - a) uniquement des hommes ;
 - b) des personnes de même sexe ;
 - c) au moins une femme et au moins un homme

CORRECTION

Soit E l'ensemble des personnes.

$$1/ \text{Card}(E) = 25 + 32 = 57$$

Ici le choix des 6 personnes se fait sans tenir compte de l'ordre, donc il s'agit d'une Combinaison de 6 éléments dans un ensemble de 57. Cependant le nombre de groupe qu'on peut constituer est :

$$C_{57}^6 = 36.288.252 \text{ groupes.}$$

2. a/ les groupes sont constitués uniquement que des hommes :

$$C_{32}^6 = 906.192 \text{ groupes.}$$

b/ Les groupes sont constitués que des personnes de même sexe :

$$C_{25}^6 + C_{32}^6 = 1.082.292 \text{ groupes.}$$

c/ Constitués d'au moins une femme et au moins un homme :

$$C_{25}^1 \times C_{32}^5 + C_{25}^2 \times C_{32}^4 + C_{25}^3 \times C_{32}^3 + C_{25}^4 \times C_{32}^2 + C_{25}^5 \times C_{32}^1 = 35.204.960$$

Exercice n°24.

Un sac contient 5 jetons verts (numérotés de 1 à 5) et 4 jetons rouges (numérotés de 1 à 4).

1) On tire successivement et au hasard 3 jetons du sac, sans remettre le jeton tiré.

Calculer le nombre de possibilités :

- a) De ne tirer que 3 jetons verts ;
- b) De ne tirer aucun jeton vert
- c) De tirer au plus 2 jetons verts ;
- d) De tirer exactement 1 jeton vert.

2) On tire simultanément et au hasard 3 jetons du sac. Reprendre alors les questions a), b), c) et d).

CORRECTION

5 → Verts

4 → rouges

1/ Tirage successive

b/ De ne tirer aucun jeton vert :

$$A_4^3 = 24$$

a/ De ne tirer que 3 jetons verts :

$$A_5^3 = 60$$

c/ De tirer au plus 2 jetons verts :

$$A_5^0 \times A_4^3 + A_5^1 \times A_4^2 + A_5^2 \times A_4^1 = 24 + 60 + 80 = 164$$

d/ De tirer exactement 1 jeton vert :

$$A_5^1 \times A_4^2 = 5 \times 12 = 60$$

2/ Tirage simultané.

a-
b-
c-
d- } remplacer Arrangement par Combinaison dans la question 1.

Exercice n°25.

Un portemanteau comporte 5 patères alignées. Combien a-t-on de dispositions distinctes (sans mettre deux manteaux l'un sur l'autre) :

- 1) pour 3 manteaux sur ces 5 patères ?
- 2) pour 5 manteaux ?
- 3) pour 6 manteaux ?

CORRECTION

1/ pour 3 manteaux sur ces 5 patères :

$$A_5^3 = 5 \times 4 \times 3 = 60$$

2/ Pour 5 manteaux :

$$N_1 = 5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

3/ Pour 6 manteaux :

$$N_2 = 5! \times 5$$

$$= 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 5$$

$$= 120 \times 5$$

$$N_2 = 600$$

Exercice n°14.

Les nombres 5, -1 et 3 constituent la solution d'un système de trois équations à trois inconnues.

Donner tous les triplets différents qui peuvent être la solution de ce système

CORRECTION

Déterminons les triplets différents qui peuvent être la solution de ce système.

Il s'agit d'une permutation

$$N = 3! = 3 \times 2 \times 1$$

$$N = 6$$

Exercice n°15.

Combien y-a-t-il d'anagrammes du mot MATH ?

CORRECTION

Déterminons le nombre d'anagrammes du mot MATH.

Il s'agit d'une permutation

$$N = 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

$$N = 24$$

Exercice n°16.

1) Dénombrer les anagrammes du mot PATRICE

2) Dans chacun des cas suivants, dénombrer les anagrammes du mot PATRICE :

a) commençant et finissant par une consonne ;

b) commençant et finissant par une voyelle ;

c) commençant par une consonne et finissant par une voyelle

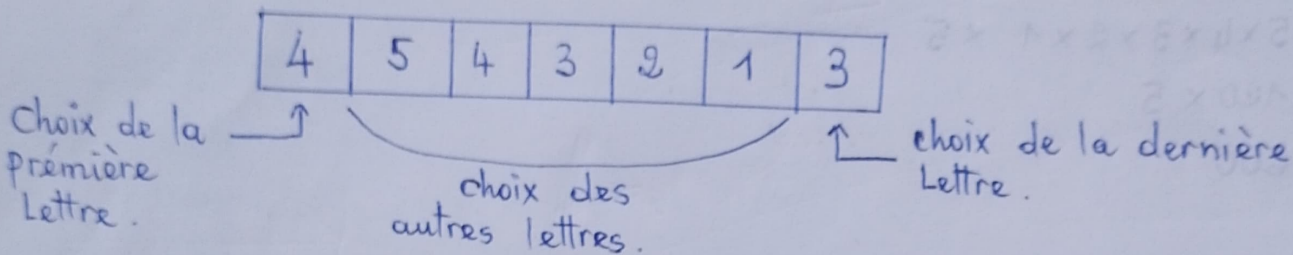
d) commençant par une voyelle et finissant par une consonne

CORRECTION

1/ Le nombre d'anagramme du mot PATRICE :
Il s'agit d'une permutation des 7 lettres du mot PATRICE

$$N_1 = 7! = 5040$$

2.a/ Il y a 4 Consonnes et 3 voyelles dans le mot PATRICE. Donc le nombre d'anagramme commençant et finissant par une Consonne est :



$$N_2 = 4 \times 5! \times 3$$

$$N_2 = 1440$$

b/ Commençant et Finissant par une voyelle :

$$N_3 = 3 \times 5! \times 2$$

$$N_3 = 720$$

c/ Commençant par une Consonne et finissant par une voyelle :

$$N_4 = 4 \times 5! \times 3$$

$$N_4 = 1440$$

d/ Commençant par une voyelle et finissant par une Consonne :

$$N_5 = 3 \times (5!) \times 4$$

$$N_5 = 1440$$

Exercice n°17.

Un groupe de 3 élèves de Terminale doit aller chercher des livres au CDI. De combien de manières peut-on former ce groupe ? (il y a 24 élèves dans la classe)

CORRECTION

Le nombre de maniere de former ce groupe est :

L'ordre n'étant pas important, il s'agit ici d'une Combinaison de 3 elements dans un ensemble de 24 elements :

$$N = C_{24}^3$$

$$N = 2024$$

Exercice n°18.

Un tournoi sportif compte 8 équipes engagées. Chaque équipe doit rencontrer toutes les autres une seule fois. Combien doit-on organiser de matchs ?

CORRECTION

Le nombre de matchs organiser est :
L'ordre n'étant pas important, il s'agit d'une combinaison de 2 éléments dans un ensemble à 8 éléments.

$$N = C_8^2 \Rightarrow N = 28 \text{ matchs.}$$

Exercice n°19.

Au loto, il y a 49 numéros. Une grille de loto est composée de 6 de ces numéros. Quel est le nombre de grilles différentes ?

CORRECTION

Le nombre de grilles différentes est :
L'ordre n'étant pas important, il s'agit d'une combinaison de 6 éléments dans un ensemble à 49 éléments.

$$N = C_{49}^6 \Rightarrow N = 13.983.816 \text{ grilles.}$$

Exercice n°20.

De combien de façons peut-on choisir 3 femmes et 2 hommes parmi 10 femmes et 5 hommes ?

CORRECTION

soit A le nombre de Façon :

$$A = C_{10}^3 \times C_5^2 = 120 \times 10$$

$$A = 1200 \text{ Façons.}$$

Exercice n°21.

Dans une classe de 32 élèves, on compte 19 garçons et 13 filles. On doit élire deux délégués

- 1) Quel est le nombre de choix possibles ?
- 2) Quel est le nombre de choix si l'on impose un garçon et fille
- 3) Quel est le nombre de choix si l'on impose 2 garçons ? 1 2 3 4 5 6 A B C

Reponse

19 garçons } 32 élèves.
13 filles }

1/ le nombre de choix possibles.

$$C_{32}^2 = 496 \text{ choix}$$

2/ nombre de choix si l'on impose un garçon et une fille:

$$C_{19}^1 \times C_{13}^1 = 19 \times 13 = 247 \text{ choix}$$

3/ Nombre de choix si l'on impose 2 garçons:

$$C_{19}^2 \times C_{13}^0 = 171 \times 1 = 171 \text{ choix}$$

Exercice n°22.

Au service du personnel, on compte 12 célibataires parmi les 30 employés. On désire faire un sondage : pour cela on choisit un échantillon de quatre personnes dans ce service.

- 1) Quel est le nombre d'échantillons différents possibles ?
- 2) Quel est le nombre d'échantillons ne contenant aucun célibataire ?
- 3) Quel est le nombre d'échantillons contenant au moins un célibataire ?

CORRECTION

12 célibataires } 30 employés
18 mariés

1/ Le nombre d'échantillons différents possibles :

$$C_{30}^4 = 27405 \text{ échantillons}$$

2/ Le nombre d'échantillons ne contenant aucun célibataire :

$$C_{18}^4 \times C_{12}^0 = 3060 \times 1 = 3060 \text{ échantillons}$$

3/ Le nombre d'échantillons contenant au moins un célibataire :

$$(C_{12}^1 \times C_{18}^3) + (C_{12}^2 \times C_{18}^2) + (C_{12}^3 \times C_{18}^1) + (C_{12}^4 \times C_{18}^0) = 24345 \text{ échantillons}$$

EXERCICE N°27

1/ Dix personnes se présentent dans une salle pour une réunion. Comme de coutume, ces personnes se serrent les mains pour se saluer.

Démontrer que le nombre de poignées de mains distinctes est 45.

2/ On suppose qu'il avait 5151 poignées de mains distinctes pour se saluer au début d'une réunion. On note n le nombre de ces personnes à cette réunion.

a/ Démontrer que n est la solution de l'équation (E):

$$x^2 - x - 10302 = 0$$

b/ Résoudre l'équation (E). En déduire le nombre n de ces personnes à cette réunion.

CORRECTION

1/ Le nombre de poignées distinctes est :

$$C_{10}^2 = 45 \text{ poignées distinctes.}$$

2/a/ soit n le nombre total de personnes.

$$\text{On a : } C_m^2 = 5151 \Rightarrow \frac{A_n^2}{2!} = 5151$$

$$\Rightarrow \frac{n(n-1)}{2} = 5151$$

$$\Rightarrow n^2 - n = 10.302$$

$$\Rightarrow n^2 - n - 10.302 = 0$$

Donc n est la solution de l'équation (E): $x^2 - x - 10.302 = 0$

b/ Résolution de l'équation (E):

$$x^2 - x - 10.302 = 0$$

$$\Delta = 41.209 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 203$$

$$x_1 = -101 \text{ et } x_2 = 102$$

$$S = \{-101; 102\}$$

• $x \in \mathbb{N}$ donc le nombre de personnes à cette réunion est :
102 personnes.

EXERCICE N°28.

Cinq chevaux A, B, C, D et E prennent le départ d'une course.
On suppose qu'il n'y a pas d'exæquo.

1/ Quel est le nombre d'arrivées possibles ?

2/ Déterminer le nombre de cas où :

a/ Le cheval A est premier.

b/ le cheval A suit le cheval B.

c/ Les chevaux A et B occupent les deux premières places.

CORRECTION

1/ Le nombre d'arrivées possible est :

$$N_1 = 5!$$

$$N_1 = 120 \text{ arrivées}$$

2/a - Le cas où le cheval A est premier :

$$N_2 = 1 \times 4!$$

$$N_2 = 24 \text{ arrivées}$$

b - le cas où le cheval A suit le cheval B.

$$N_3 = 1 \times 6$$

$$N_3 = 6 \text{ arrivées}$$

c - Le cas où les chevaux A et B occupent les deux premières places :

$$N_4 = 2 (1 \times 6)$$

$$N_4 = 12 \text{ arrivées.}$$

EXERCICE N° 29

Une enquête menée dans une classe de 70 élèves a donné les résultats suivants :

25 élèves ont la moyenne en mathématiques, 22 élèves ont la moyenne en anglais, 33 élèves ont la moyenne en EPS, 8 élèves ont la moyenne en mathématiques et en EPS, 5 élèves ont la moyenne en mathématique et en anglais, 6 élèves ont la moyenne en EPS et en anglais, 4 élèves ont la moyenne en mathématiques, en EPS et en anglais.

1/ Combien y a-t-il d'élèves qui ont la moyenne :

a/ Uniquement en mathématiques ?

b/ Uniquement en anglais ?

c/ Uniquement en EPS

2/ Combien y a-t-il d'élèves qui n'ont pas la moyenne dans aucune de ces trois matières ?

CORRECTION

25 → Mathématiques (M)

22 → Anglais (A)

33 → EPS (E)

Soit S le nombre d'élèves dans la classe :

$$\text{Card}(S) = 70.$$

1) a - Uniquement en Mathématiques :

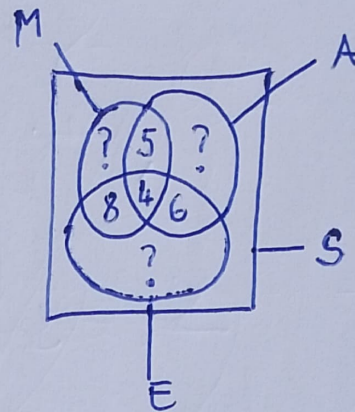
$$25 - (5 + 4 + 8) = 8 \text{ élèves}$$

b - Uniquement en Anglais :

$$22 - (5 + 4 + 6) = 7 \text{ élèves}$$

c/ Uniquement en EPS

$$33 - (8 + 6 + 4) = 15 \text{ élèves.}$$



2/ Qui n'ont pas la moyenne dans aucune de ces trois matières :

$$70 - (8 + 7 + 15 + 4 + 5 + 8 + 6) = 17 \text{ élèves}$$