NOMBRES DECIMAUX RELATIFS

Situation d'apprentissage :

Faire deux lectures de la situation d'apprentissage par deux apprenants.
Recenser et expliquer les données pertinentes.
Poser les questions suivantes :

Consignes pour dérouler la situation	Réponse attendue
Comment détermine-t-on la masse volumique ?	masse volumique $= \frac{masse}{volume}$
Comment détermine-t-on le volume de la terre ?	Volume $= \frac{4}{3}\pi R^3$
Donne la valeur de la masse (en kg), du rayon (en m),et du volume (en m^3) de la Terre	. masse $=$ 5770 000 000 000 000 000 000 t $=$ 5770000000000000000000000kg . Rayon : R= 6 300km = 6 300 000m .Volume $= \frac{4}{3}\pi R^3$, V $= \frac{4}{3} \times 3{,}14 \times 6300000^3$, V= $1046863440000000000000 m^3$
Calcule la masse volumique	M. volumique $= \frac{5770000000000000000000000 \text{ kg}}{1046863440000000000000 \ m^3}$

Exploitation de la situation d'apprentissage:

-Recherchons des notations et les propriétés pour effectuer ces calculs
-Puissance de 10,
-Calculs avec des puissances de 10,
-Notation scientifique,

masse volumique $= 5{,}5117026534 \times 10^3$ kg/ m^3

Installation des habiletés

Puissance de 10

1. **Puissance de 10 d'exposant entier positif**

Activité 1 :

Nombre de bouteilles d'eau : $10 \times 1000 \times 100 = 1000000$ bouteilles
Ecriture sous forme d'une puissance de 10 : 10^6

Exercices de fixation---

1. Les puissances de 10 sont :

- 10^7
- 10^8
- 10^3

2.

Ecriture à l'aide d'une puissance de 10 d'exposant positif.
$100=10^2$; $100\ 000=10^5$; $1\ 000\ 0000= 10^6$; $10\ 000\ 000\ 000 = 10^{10}$.

NOMBRES DECIMAUX RELATIFS

2.Puissance de 10 d'exposant entier négatif

1. Ecriture décimale : $\frac{1}{10}$ =**0,1** ; $\frac{1}{100}$ = **0,01** ; $\frac{1}{1000}$ = **0,001**;$\frac{1}{100000}$ =**0,00001**
2. Convention : $\frac{1}{1000}$ =10^{-3} ; $\frac{1}{100000}$ =10^{-5} .

Exercices de fixation---

1.

a) $\frac{1}{10^2}$ =10^{-2} b) $\frac{1}{10^5}$ =10^{-5} c) 0,001=10^{-3}

2.

Recopie et complète le tableau ci-dessous :

Ecriture sous la forme d'une puissance de 10	Ecriture sous forme d'un produit	Ecriture décimale
10^{-3}	$\frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10}$	**0,001**
10^{-5}	$\frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10}$	**0,00001**
10^{-4}	$\frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10}$	**0,0001**

3.Propriétés

1.a)
- $10^3 \times 10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^7$
- $10^{3+4} = 10^7$

b) On $10^3 \times 10^4 = 10^{3+4}$

2. a)
- $(10^2)^3 = (10 \times 10)^3 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^6$
- $10^{2\times3} = 10^6$

b) $(10^2)^3 = 10^{2\times3}$

3.a)
- $\frac{10^7}{10^5} = \frac{10\times10\times10\times10\times10\times10\times10}{10\times10\times10\times10\times10} = 10 \times 10 = 10^2$
- $10^{7-5} = 10^2$

b) $\frac{10^7}{10^5} = 10^{7-5}$

Exercices de fixation---

1.

1-C 2-B 3-A

2.

$10^5 \times 10^9 = 10^{14}$; $10^{10} \times 10^{-9} = 10$; $10^{-7} \times 10^7 = 1$
$10^{-21} \times 10^{-15} = 10^{-36}$; $10^7 \times 10^{-13} = 10^{-6}$

3.

$(10^8)^3 = 10^{24}$; $(10^{2023})^{-1} = 10^{-2023}$; $(10^{-5})^{11} = 10^{-55}$; $(10^{-6})^{-7} = 10^{42}$.

3.

$\frac{10^{33}}{10^{20}} = 10^{13}$; $\frac{10^{17}}{10^{50}} = 10^{-33}$; $\frac{10^{6}}{10^{-4}} = 10^{10}$; $\frac{10^{-2}}{10^{7}} = 10^{-9}$; ; $\frac{10^{-9}}{10^{-10}} = 10$

Nombres décimaux et puissances de 10

1 Ecriture sous la forme $d \times 10^n$

Age de la Terre : 4,54 milliards = $4,54 \times 10^9 = 454 \times 10^7 = 0,00454 \times 10^{12}$.

Exercice de fixation : ---

1

75,8 est égal à

e) $0,758 \times 10^2$

2

$6105,33 = 6,10533 \times 10^3 = 0,0610533 \times 10^5 = 61053300 \times 10^{-4}$

3 $-75009 = -7,5009 \times 10^4 = -750,09 \times 10^2 = -0,00075009 \times 10^8$

2-Produit

a) $(5 \times 10^2) \times (3 \times 10^5) = 15 \times 10^7$
b) $(0,2 \times 10^{-3}) \times (3 \times 10^4) = 6$
c) $(0,5 \times 10^{-1}) \times (3 \times 10^{-3}) = 1,5 \times 10^{-4}$

Exercice de fixation : ---

1 $(3 \times 10^4) \times (7 \times 10^5) = 21 \times 10^9$; $(-2 \times 10^6) \times (5 \times 10^3) = -10^{10}$
$(-7 \times 10^6) \times (-5 \times 10^3) = 35 \times 10^9$

2 $(2 \times 10^{-6}) \times (-3 \times 10^{-3}) = 6 \times 10^{-9}$; $(0,5 \times 10^{-4}) \times (4 \times 10^{-4}) = -2 \times 10^{-8}$
$(-7 \times 10^6) \times (-5 \times 10^3) = 35 \times 10^9$

3 $(9 \times 10^{-4}) \times (-2 \times 10^5) = -18$; $10^6 \times (4 \times 10^{-3}) \times 10^{-2} = 40$

3-Nombre décimal d'ordre n

- $91,05 = 9105 \times 10^{-2}$
- $-0,072 = 72 \times 10^{-3}$
- $-2,731 = -2731 \times 10^{-3}$
- $13 = 13 \times 10^0$

Exercice de fixation : ---

1

- -0,0011 est un nombre décimal ordre 4
- 7,072 est un nombre décimal ordre 3
- 31 est un nombre décimal ordre 0
- 0,1003 est un nombre décimal ordre 4

2

a- 52 est un nombre décimal d'ordre 0.
b- 6,03271 est un nombre décimal d'ordre 5.

4-Notation scientifique

1)
a) $300\,000 = 3 \times 10^5$; b) $4498000000 = 4,498 \times 10^9$; c) $21,75 = 2,175 \times 10^1$
2) a) $142300000000 = 1,423 \times 10^{11}$ b) $0,0095 = 9,5 \times 10^{-3}$

Exercice de fixation ---

1 La notation scientifique du nombre 98000000 est $9,8 \times 10^7$

2 Ecriture en notation scientifique :
$7510000 = 7{,}51 \times 10^6$; $5789{,}4 = 5{,}7894 \times 10^3$; $0{,}5\ 04 = 5{,}04 \times 10^{-1}$;
$281678 = 2{,}81678 \times 10^5$
3 a= 8,357 et p =-2 .

5- Comparaison de nombres décimaux relatifs

1.En notattion scientifique : $A=3{,}1\times 10^{-3}$; $B=3{,}21\times 10^{-1}$
2. $A< B$
Exercice de fixation --
1 : $A=3{,}6\times 10^{-2}$ et $B=3{,}6\times 10^{-5}$ donc $A> B$

2 Comparaison : $A=4{,}5136\times 10^2$ et $B=4{,}5136\times 10$ donc $A> B$

3 : Comparaison : $A=2{,}3\times 10^8$ et $B=2{,}6\times 10^9$ donc $A< B$.

EXERCICES

Exercices de renforcement :

1
cent : 10^2 ; mille : 10^3 ; cent mille : 10^5 ; un million : 10^6

2 a) $1km=10^3m$; $1m=10^2cm$; $1km = 10^5cm$;
b) $1kg =10^3g$; 1 tonne= 10^3kg ; 1 tonne= 10^6g
3
- $.100=10^2$; $.1000 = 10^3$; $.100000 =10^5$
- $.0{,}1=10^{-1}$; $.0{,}01 = 10^{-2}$; $.0{,}000001 = 10^{-6}$

4
Ecriture décimale
$.\ 10^0 = 1$ $.\ 10^6 = 1\ 000\ 000$ $.\ 10^{10} = 10\ 000\ 000\ 000$ $.\ 10^8 = 100\ 000\ 000$
5
Ecriture décimale
$.\ 10^{-1} =0{,}1$ $.\ 10^{-3} = 0{,}001$ $.\ 10^{-6} = 0{,}000\ 001$
6 1.Faux ; 2. Vrai ; 3. Faux
7 1.Vrai ; 2. Faux ; 3. Vrai 4.Faux 5. Faux
8 0,5142 est d'ordre 4 , 0,007005 est d'ordre 6 et 13,35 est d'ordre 2.

9 -0,173 est d'ordre 3 ; 5721 est d'ordre 0 ; 2,6666 est d'ordre 4 ;
-0,755771 est d'ordre 6 ; 0,70772296 est d'ordre 8 ; -4024,4697 est d'ordre 4.
10
$3{,}7\times 10^{-5}$ est d'ordre 6 ;
$0{,}37\times 10^{-2}$ est d'ordre 4 ;
$7\times 10^{-1} \times 3 \times 10^{-4}$ est d'ordre 5.
11

0,037	•	• $3,7\times 10^{-4}$
0,000037	•	• $3,7\times 10^{-3}$
0;00037	•	• $3,7\times 10^{-2}$
		• $3,7\times 10^{-1}$
		• $3,7\times 10^{-5}$

12

Notation scientifique :

a) .36 000 0000= $3,6\times 10^{8}$. 1983 000 000 000=$1,983\times 10^{12}$

b) .0,00675= $6,75\times 10^{-3}$ .0,000 32=$3,2 \times 10^{-4}$ .0,125 125=$1,25125 \times 10^{-1}$

13

Nombre décimal	Notation scientifique
0,0472	**$4,72 \times 10^{-2}$**
-0,003	-3×10^{-3}
0,10851	**$1,0851 \times 10^{-1}$**
0,00535	$5,35 \times 10^{-3}$

14 a. Vrai b.Faux c.Vrai d.Vrai e. Vrai

$10^{-2}\times 10^{2} = 1$ $10^{-3}\times 10^{-4} = 10^{-7}$ $10^{3}\times 10^{-4} = 10^{-1}$

$10^{5}\times 10^{4} = 10^{9}$ $10^{-2}\times 10^{-1} = 10^{-3}$ $10^{2}\times 10^{-1} = 10$

$10^{3}\times 10 = 10^{4}$ $10^{-5}\times 10^{-4} = 10^{-9}$ $10^{5}\times 10^{-4} = 10$

15

16

. $10^{3}\times 10^{-4}\times 10^{-2} = 10^{-3}$. $10^{-5}\times 10^{-2}\times 10^{-6} = 10^{-13}$

. $10^{-5}\times 10^{7}\times 10^{-3}\times 10^{11}\times 10^{-7} = 10^{3}$

17 a.Vrai c.Vrai

b.Faux d.Vrai

18

- $\frac{10^{2}}{10^{4}} = 10^{-2}$
- $\frac{10^{-5}}{10^{-2}} = 10^{-3}$
- $\frac{10^{-2}}{10^{4}} = 10^{-6}$
- $\frac{10^{-1}}{10^{-1}} = 10^{0}$
- $\frac{10^{-2}}{10^{-4}} = 10^{2}$
- $\frac{10^{4}}{10^{-2}} = 10^{6}$

19

Nombre décimal	Ecriture	Ordre du nombre décimal
152,86	15286×10^{-2}	2
-0,1087	-1087×10^{-4}	4
-16,017	-16017×10^{-3}	3
-0,000 003	3×10^{-6}	6
7312,0024	73120024×10^{-4}	4

20 Notation scientifique

.$854732{,}42 = 8{,}5473242 \times 10^{-5}$. $0{,}001375 = 1{,}375 \times 10^{-3}$.$13{,}5 \times 10^{-4} = 1{,}35 \times 10^{-3}$
. $8000000 = 8 \times 10^{6}$.$0{,}517 \times 10^{4} = 5{,}17 \times 10^{3}$.$5 \times 10^{-4} \times 0{,}3 = 1{,}5 \times 10^{-4}$

21

Nombre	Notation scientifique
322000	$3{,}22 \times 10^{5}$
0,1258	$1{,}258 \times 10^{-1}$
125×10^{-5}	$1{,}25 \times 10^{-3}$
241×10^{-3}	$2{,}41 \times 10^{-1}$
0,33333	$3{,}3333 \times 10^{-4}$
$0{,}1 \times 10^{-3} \times 21 \times 10^{-3}$	$2{,}1 \times 10^{-6}$
$0{,}581 \times 10^{-3}$	$5{,}81 \times 10^{-4}$

22

a) $A > B$ b) $A > B$ c) $A < B$.

23 Rangement dans l'ordre croissant

On a : .$0{,}0013 = 1{,}3 \times 10^{-3}$; .$13 \times 10^{-3} = 1{,}3 \times 10^{-2}$; .$0{,}00013 = 1{,}3 \times 10^{-4}$;
.$13 \times 10^{-2} = 1{,}3 \times 10^{-3}$

$1{,}3 \times 10^{-5} < 0{,}00013 < 0{,}0013 < 13 \times 10^{-3} < 13 \times 10^{-2}$

Exercices d'approfondissement

24 1.n=3 2.n=2 3.n=1

25 $\frac{10^3}{10^{-2}} = 10^5$; .$0{,}001 \times 10^{-2} = 10^{-5}$; .$(10000)^3 = 10^{12}$;
.$10{,}001 \times 10^{-1} = 10^0 + 10^{-4}$; .$103 \times 10^{-2} \times 10^4 = 103 \times 10^2$
. $\frac{1}{0{,}001} \times \frac{100}{0{,}1} = 10^6$; .$(0{,}001)^2 = 10^{-6}$

26 $\frac{10^5}{10^{-11}} \times \frac{10^{-3}}{10^2} \times \frac{10^{-9}}{10^4} = 10^{-2}$; . $\frac{10^{-1}}{10^{-3}} \times \frac{10^{-5}}{10^{-5}} \times \frac{10^{-17}}{10^{-15}} = 10^0$

27

a) n=5 b) n=1 c) n=11

28 a) $A+B = 6{,}53 \times 10^5$ b) $A \times B = 1{,}95 \times 10^9$

29 1. A = $1,375\times 10^{-3}$; B = $2,8\times 10^{-1}$

2. A×B = $3,85\times 10^{-4}$ et $\frac{A}{B} = 4,91\times 10^{-5}$

30 1&2. $A \times B = 10^{-3}$; $A \times C = 3,125\times 10^{-5}$; $B\times C = 16,04 \times 10^{-3}$

31 Comparaison :

1. X < Y ; 2. X < Y

32 $10^{-3} \times$ A=1 ; $A^2 = 10^6$; $(A^2)^3 = 10^{18}$

33 $2^{10} \approx 10^3$

34 A=$1,05\times 10^{-4}$; B=4×10^{-2}

35 $A^{-1} = 5 \times 10$; $A^2 = 4 \times 10^{-4}$

36 En 60 minutes, on a 10^4 bactéries et en 24 heures on a $(10^4)^{24}$.

37 Nombre de protons : $\frac{10^{-2}}{10^{-5}\times 10^{-10}}$ soit 10^{13} protons.

Situations d'évaluation

38

Temps = $\frac{Distance}{Vitesse}$; Temps = $\frac{1,5\times 10^8}{10^4}$, soit $1,5 \times 10^4$ heures.

39

1.Tailles des différents fichiers F1 : 0,156 Mo ; F2 : 0,45 Mo ; F3 : 0,98 Mo

2-Taille du dossier: 1,586 Mo

3. Capacité disquette : 1,44 Mo et Capacité CD Rom : 0,006955 Mo

Le dossier ne peut être enregistré sur aucun de ces deux supports.

40

1. Volume de la plage : V= $L\times l \times h$ V= $2\times 10^3 \times 50 \times 10^3 \times 10^3$ en mm^3 soit V=$10^{11} mm^3$.
2. Nombre de grains de sable : N=10^{12} grains.

Leçon : ANGLES

Corrigé Situation d'apprentissage

- **Deux rayons du pneu forment un angle au centre**
- **La partie défaillante en vert du pneu est un arc de cercle.**

Activité 1 :

1-Angles alternes internes

Corrigé Activité

1- $\widehat{FAP}$ **et** $\widehat{NBG}$ **sont de part et d'autre de la droite (AB) et sont situé dans une même partie du plan formée par les droites (EF) et (MN)**

2- $\widehat{EAB}$ **et** $\widehat{ABM}$
$\widehat{EAB}$ **et** $\widehat{ABM}$ **sont alternes internes**

Exercices de fixation

Exercice 1

a- F
b- V

Exercice 2

c- $\widehat{BIO}$ et $\widehat{TOI}$ sont deux angles alternes-internes.
d- $\widehat{CIO}$ et $\widehat{ROI}$ sont aussi deux angles alternes-internes.

2-Deux angles alternes-internes formés par deux droites parallèles et une sécante

Corrigé

1- **a . C'est (BN)**
b- (AM) // (BN) car elles sont symétriques par rapport au point O.

2- $mes\widehat{ABN} = mes\widehat{BAM}$ **car les angles** $\widehat{ABN}$ **et** $\widehat{BAM}$ **sont symétriques par rapport au point O.**

3- **a) les angles $\widehat{ABN}$ et $\widehat{BAM}$ sont alternes-internes et sont formés par deux droites parallèles (AM) et (BN) et la sécante (AB).**
b) En conclusion ils ont la même mesure.

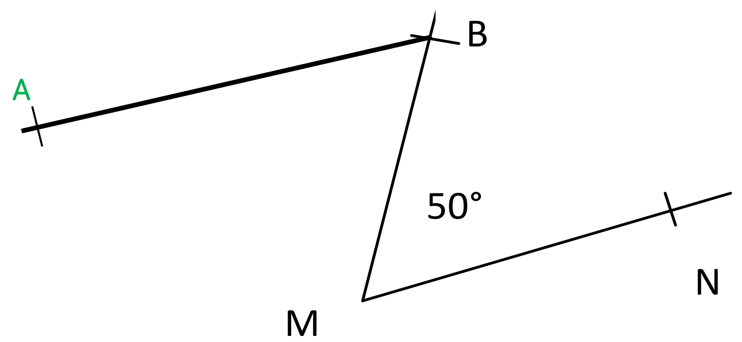
Exercice de fixation

$mes\widehat{KIJ} = 126°$

En effet $\widehat{KIJ}$ et $\widehat{HKI}$ sont deux angles alternes-internes formés par les droites (D_1) et (D_2) parallèles avec une sécante commune (IK) donc ils ont la même mesure.
Or $\widehat{HKI}$ mesure 126° donc $\boldsymbol{mes\widehat{KIJ} = 126°}$

3- Deux droites formant avec sécante commune deux angles alternes-internes

Corrigé activité



On vérifie avec la règle et l'équerre que les droites (AB) et (MN) sont parallèles.

Les angles $\widehat{ABM}$ et $\widehat{BMN}$ sont alternes-internes et ils ont la même mesure.

Ils sont formés par les droites (AB) et (MN) avec la sécante commune (MB).

En conclusion les droites (AB) et (MN) sont parallèles.

Exercices de fixation

Exercice 1

Figure 1 : (L_1) et (L_2) sont parallèles car elles forment avec une sécante commune (L) deux angles alternes –internes de même mesure 58°.

Figure2 : (L_1) et (L_2) ne sont pas parallèles car elles forment avec une sécante commune (L) deux angles alternes –internes de mesures différentes 121° et 120°.

Exercice 2

Justifie que les droites (AO) et (BI) sont parallèles.

Les angles $\widehat{BOA}$ et $\widehat{ABI}$ sont alternes-internes et ils ont la même mesure. Comme ils sont formés par les droites (AO) et (BI) avec une sécante commune (OA) donc (AO) et (BI) sont parallèles.

Activité 2

1-Angles correspondants

Corrigé activité

ANGLES

1- $\widehat{NBA}$ et $\widehat{EAG}$
2- **4 exemples possibles d'angles correspondants :**
$\widehat{EAB}$ **et** $\widehat{NBP}$; $\widehat{GAF}$ **et** $\widehat{ABM}$; $\widehat{FAB}$ **et** $\widehat{MBP}$; $\widehat{NBA}$ **et** $\widehat{EAG}$

Exercices de fixation

Exercice 1

a- F
b- V

Exercice 2

1er Exemple : $\widehat{BIA}$ et $\widehat{ROI}$ sont deux angles correspondants

2e Exemple : $\widehat{BIO}$ et $\widehat{ROS}$ sont deux angles correspondants

3e Exemple : $\widehat{AIC}$ et $\widehat{IOT}$ sont deux angles correspondants

4e Exemple : $\widehat{OIC}$ et $\widehat{TOS}$ sont deux angles correspondants

2-Deux angles correspondants formés par deux droites parallèles et une sécante

Corrigé activité

1- **$mes\widehat{TAB}$ = mes$\widehat{ABN}$ car $\widehat{TAB}$ et $\widehat{ABN}$ sont deux alternes-internes formés par deux droites parallèles (AM) et (BN) et la sécante (SB).**
2- **$mes\widehat{TAB}$ = mes$\widehat{SAM}$ car $\widehat{TAB}$ et $\widehat{SAM}$ sont deux angles opposés par le sommet.**
3- **$mes\widehat{ABN}$ = mes$\widehat{SAM}$**
4- **a) Les angles $\widehat{ABN}$ et $\widehat{SAM}$ sont correspondants et sont formés par deux droites parallèles (AM) et (BN) et la sécante (AB).**
b) En conclusion ils ont la même mesure

Exercices de fixation

Exercice 1

$mes\widehat{GIJ} = 57°$
En effet $\widehat{GIJ}$ et $\widehat{HKI}$ sont deux angles correspondants formés par les droites (D_1) et (D_2) parallèles avec une sécante commune (IK) donc ils ont la même mesure.
Or $\widehat{HKI}$ mesure 57° donc $\boldsymbol{mes\widehat{GIJ} = 57°}$

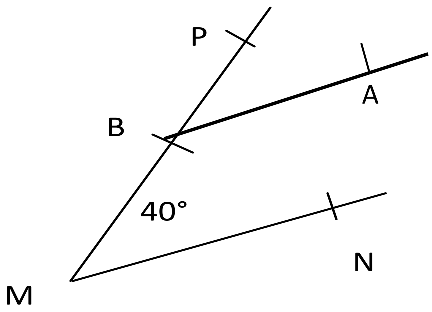
Exercice 2

L'angle $\boldsymbol{\widehat{MPN}}$ a la même mesure que l'angle $\widehat{BAP}$.
En effet $\widehat{MPN}$ et $\widehat{BAP}$ sont deux angles correspondants formés par les droites (NP) et (AB) parallèles avec une sécante commune (AP) donc ils ont la même mesure.

3- Deux droites formant avec sécante commune deux angles correspondants

ANGLES

Corrigé activité



On vérifie avec la règle et l'équerre que les droites (AB) et (MN) sont parallèles.

Les angles $\widehat{PBA}$ et $\widehat{NMB}$ sont correspondants et ils ont la même mesure.

Ils sont formés par les droites (AB) et (MN) avec la sécante commune (MB).

En conclusion les droites (AB) et (MN) sont parallèles.

Exercices de fixation

Exercice 1

Figure 1 : (L_1) et (L_2) ne sont pas parallèles car elles forment avec une sécante commune (L) deux angles correspondants de mesures différentes 61° et 62°.

Figure2 : (L_1) et (L_2) sont parallèles car elles forment avec une sécante commune (L) deux angles correspondants de même mesure 62°.

Exercice 2

Justifie que les droites (TS) et (QP) sont parallèles.

Les angles $\widehat{TSR}$ et $\widehat{QPS}$ sont correspondants et ils ont la même mesure. Comme ils sont formés par les droites (TS) et (QP) avec une sécante commune (SP) donc (TS) et (QP) sont parallèles.

Activité 3 - Angles au centre

1- Présentation

Corrigé activté

1- **le point O**
2- **Le point O**
   $\widehat{AOB}$ **est un angle au centre.**

Exercices de fixation

Exercice 1

On a : Figure 1 ; Figure 3 ; Figure 5

Exercice 2

1- Faux
2- Vrai
3- Vrai

2- Angle au centre et arcs de cercle

Corrigé activité

Une portion de cercle est appelé arc de cercle.
La partie en bleu du cercle est notée $\widehat{AB}$.
La partie en noir du cercle est notée $\breve{AB}$.
La partie qui semble la plus petite celle en bleu : $\widehat{AB}$.
La partie qui semble la plus petite celle en bleu ($\widehat{AB}$) rencontre l'angle $\widehat{AOB}$

Exercices de fixation

Exercice 1

1- **L'angle au centre $\widehat{GEF}$** intercepte l'arc $\widehat{\mathrm{FG}}$.
2- L'angle au centre $\widehat{GEH}$ intercepte **l'arc $\widehat{\mathrm{GH}}$**
3- L'angle au centre $\widehat{HEF}$ **intercepte,** l'arc $\widehat{\mathrm{HF}}$

Exercice 2

1- L'angle au centre qui intercepte l'arc $\widehat{\mathrm{PN}}$ est $\widehat{PIN}$ **.**
2- L'arc intercepté par l'angle au centre $\widehat{MIP}$ est $\widehat{\mathbf{MP}}$.
3- L'arc d'extrémités N et M contenant le point P est $\breve{NM}$**.**

3- Cordes et arcs de cercle

Corrigé activité

1- $[AB]$ est une corde pour le cercle (C).
2- A et B
3- $\widehat{AB}$ **et** $\breve{AB}$

Exercices de fixation

Exercice 1

1- Faux
2- Faux
3- Vrai

ANGLES

Exercice 2

1- C'est l'angle $\widehat{PIN}$.
2- Le petit arc $\widehat{MP}$ et le grand arc $\breve{MP}$.
3- C'est la corde [NM] .

4- -longueur d'un arc de cercle

Corrigé activité

1- $\boldsymbol{P = 2 \times \pi \times r}$
$\boldsymbol{P = 2 \times \pi \times 1,5}$
$\boldsymbol{P = 3 \times \pi}$ **cm**

2- **A la longueur de l'arc $\widehat{AB}$ on fait correspondre 60°**

3- **longueur de l'arc $\widehat{AB}$ ⟶ 60°**
$\boldsymbol{3 \times \pi}$ **⟶ 360°**

Longueur de l'arc $\widehat{AB}$ = $\frac{3\times\pi\times60°}{360°}$

Longueur de l'arc $\widehat{AB}$ = $\frac{\pi\times180°}{360°}$

Longueur de l'arc $\widehat{AB}$ = $\frac{\pi}{2}$ cm

Exercices de fixation

Exercice 1

$$\boldsymbol{c - \ longueur\ \ \widehat{EF} = \ \pi \times 5cm \times \frac{30°}{180°}}$$

Exercice 2

Calcule une valeur approchée de la longueur en centimètres de l'arc $\widehat{MN}$.

Longueur $\widehat{MN}$ = $\pi\times r \times \frac{\text{mes}\widehat{\text{MIN}}}{180°}$
Longueur $\widehat{MN}$ ≈ 3,14 ×3 × $\frac{120}{180}$
Longueur $\widehat{MN}$ ≈ 3,14×3 ×$\frac{2}{3}$
<u>Longueur $\widehat{MN}$ ≈6 ,28 cm</u>

5- Angles au centre et arc d'un cercle

ANGLES

1-Corrigé activité

$a -$ $longueur\ \widehat{AB} = \pi \times r \times \frac{mes\widehat{AOB}}{180°}$ et $longueur\ \widehat{MN} = \pi \times r \times \frac{mes\widehat{MON}}{180°}$

$b -$ $mes\widehat{AOB} = mes\widehat{MON}$ **donc** $longueur\ \widehat{AB} = longueur\ \widehat{MN}$

c- Dans le cercle (C) , les deux angles au centre $\widehat{AOB}$ et $\widehat{MON}$ ont la même mesure. Ils interceptent respectivement les arcs $\widehat{AB}$ et $\widehat{MN}$. En conclusion deux arcs $\widehat{AB}$ et $\widehat{MN}$ ont la même longueur.

2-Corrigé activité

Justifie que $mes\widehat{AOB} = mes\widehat{MON}$

$longueur\ \widehat{AB} = \pi \times r \times \frac{mes\widehat{AOB}}{180°}$ **donc** $mes\widehat{AOB} = \frac{180° \times longueur\ \widehat{AB}}{\pi \times r}$

$longueur\ \widehat{MN} = \pi \times r \times \frac{mes\widehat{MON}}{180°}$ **donc** $mes\widehat{MON} = \frac{180° \times longueur\ \widehat{MN}}{\pi \times r}$

Comme $longueur\widehat{AB} = longueur\widehat{MN}$ **donc** $mes\widehat{AOB} = mes\widehat{MON}$

Dans le cercle (C) , deux arcs $\widehat{AB}$ et $\widehat{MN}$ ont la même longueur . Ils sont respectivement interceptés par les angles au centre $\widehat{AOB}$ et $\widehat{MON}$. En conclusion les angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{MON}$ ont la même mesure.

Exercices de fixation

Exercice 1

1- Faux
2- Faux
3- Vrai

Exercice 2

Justifie que les arcs $\widehat{RS}$ et $\widehat{EF}$ ont la même longueur.

Dans le cercle (C), $\widehat{ROS}$ et $\widehat{EOF}$ sont des angles au centre qui interceptent respectivement les arcs $\widehat{RS}$ et $\widehat{EF}$.
Comme les angles $\widehat{ROS}$ et $\widehat{EOF}$ ont la même mesure donc arcs $\widehat{RS}$ et $\widehat{EF}$ ont la même longueur.

Exercice 3

Justifie que les angles $\widehat{RFQ}$ et $\widehat{PFQ}$ ont la même mesure.

Dans le cercle (C) les arcs $\widehat{RQ}$ et $\widehat{PQ}$ sont interceptés respectivement par les angles au centre $\widehat{RFQ}$ et $\widehat{PFQ}$.

Les arcs $\widehat{RQ}$ et $\widehat{PQ}$ ont la même longueur donc les angles $\widehat{RFQ}$ et $\widehat{PFQ}$ ont la même mesure.

6- Cordes et arcs de cercle

1-Corrigé activité

a- $[EF]$
b- $[RS]$
c- **EF = RS**
Dans le cercle (C), les arcs $\overset{\frown}{EF}$ et $\overset{\frown}{RS}$ ont la même longueur. Ils sont respectivement sous tendus par les cordes $[EF]$ et $[RS]$. En conclusion les cordes $[EF]$ et $[RS]$ ont la même longueur.

2-Corrigé activité

a- $\overset{\frown}{EF}$
b- $\overset{\frown}{RS}$
c- **longueur$\overset{\frown}{EF}$ = longueur$\overset{\frown}{RS}$**
d- **Longueur $\overset{\smile}{EF}$ = P- longueur$\overset{\frown}{EF}$ et longueur $\overset{\smile}{RS}$ = = P- longueur$\overset{\frown}{RS}$**
P étant le périmètre du cercle (C).
Comme longueur$\overset{\frown}{EF}$ = longueur$\overset{\frown}{RS}$
donc longueur $\overset{\smile}{EF}$ = longueur $\overset{\smile}{RS}$

Dans le cercle (C), les cordes $[EF]$ et $[RS]$ ont la même longueur. Ils sous-tendent respectivement les petits arcs $\overset{\frown}{EF}$ et $\overset{\frown}{RS}$. En conclusion les arcs $\overset{\frown}{EF}$ et $\overset{\frown}{RS}$ ont la même longueur.

Exercices de fixation

Exercice 1

Dans le cercle (C), $\overset{\frown}{MN}$ et $\overset{\frown}{NP}$ sont les petits arcs respectivement sous-tendus par les cordes [MN] et [NP] .

Les arcs $\overset{\frown}{MN}$ et $\overset{\frown}{NP}$ ont la même longueur donc les cordes [MN] et [NP] ont la même longueur. Conclusion MN = NP

Exercice 2

1- Faux
2- Faux
3- Faux
4- Vrai

Exercice 3

Dans le cercle (C), les segments [IJ] et [KL] sont des cordes qui sous-tendent respectivement les petits arcs $\widehat{IJ}$ et $\widehat{KL}$.

Comme les cordes [IJ] et [KL] ont la même longueur donc les arcs $\widehat{IJ}$ et $\widehat{KL}$ ont la même longueur.

Exercices de renforcement

Corrigé Exercice 1

Cite tous les pairs d'angles alternes - internes	Cite tous les pairs d'angles correspondants
- $\widehat{A}_2$ **et** $\widehat{B}_4$ - $\widehat{A}_3$ **et** $\widehat{B}_3$	- $\widehat{A}_1$ **et** $\widehat{B}_3$ - $\widehat{A}_2$ **et** $\widehat{B}_1$ - $\widehat{A}_3$ **et** $\widehat{B}_2$ - $\widehat{A}_4$ **et** $\widehat{B}_4$

Corrigé Exercice 2

	Questions	**Réponse 1**	**Réponse 2**
1	Cite deux angles alternes – internes à $\widehat{B_1}$	$\widehat{A}_4$	$\widehat{N}_1$
2	Cite deux angles correspondants à $\widehat{A_1}$	$\widehat{B}_3$	$\widehat{M}_1$
3	Cite deux angles alternes – internes à $\widehat{M_3}$	$\widehat{A}_2$	$\widehat{N}_2$
4	Cite deux angles correspondants à $\widehat{N_1}$	$\widehat{M}_4$	$\widehat{B}_2$

Corrigé Exercice 3

1- Deux angles correspondants : $\widehat{MAB}$ *et* $\widehat{NQA}$
2- Deux angles alternes internes $\widehat{NQA}$ *et* $\widehat{ACQ}$

Corrigé Exercice 4

Détermine mes$\widehat{AOE}$

$\widehat{AOE}$ et $\widehat{OAB}$ sont angles alternes-internes formés par les droites parallèles (L_1) et (L_2) avec la sécante commune (AO) donc ils ont la même mesure.

mes$\widehat{AOE}$ = mes$\widehat{OAB}$

mes$\widehat{AOE} = 45°$

Corrigé Exercice 5

Détermine mes$\widehat{CAB}$

$\widehat{CAB}$ et $\widehat{AOI}$ sont angles correspondants formés par les droites parallèles (L_1) et (L_2) avec la sécante commune (AO) donc ils ont la même mesure.

mes$\widehat{CAB}$ = mes$\widehat{AOI}$

mes$\widehat{CAB} = 135°$

Corrigé Exercice 6

Justifie que mes$\widehat{KET}$ = mes$\widehat{POE}$

Les angles $\widehat{KET}$ et $\widehat{POE}$ sont correspondants et sont formés par les droites (KI) et (PR) sont parallèles avec la sécante commune (OE) donc ils ont la même mesure.

Conclusion : mes$\widehat{KET}$ = mes$\widehat{POE}$

Corrigé Exercice 7

Justifie que $(AI)//(FG)$

Les angles $\widehat{AEB}$ et $\widehat{GBH}$ sont correspondants et formés par les droites (AI) et (FG) avec la sécante commune (CH). Comme les angles $\widehat{AEB}$ et $\widehat{GBH}$ ont la même mesure donc les droites (AI) et (FG) sont parallèles.

Conclusion : $(AI)//(FG)$.

Corrigé Exercice 8

Justifie que mes$\widehat{IEO}$ = mes$\widehat{POE}$

Les angles $\widehat{IEO}$ et $\widehat{POE}$ sont alternes-internes et sont formés par les droites (KI) et (PR) sont parallèles avec la sécante commune (OE) donc ils ont la même mesure.

Conclusion : mes$\widehat{IEO}$ = mes$\widehat{POE}$

Corrigé Exercice 9

Justifie que $(AI)//(FG)$

Les angles $\widehat{AEB}$ et $\widehat{FBE}$ sont alternes-internes et formés par les droites (AI) et (FG) avec la sécante commune (CH). Comme les angles $\widehat{AEB}$ et $\widehat{GBH}$ ont la même mesure donc les droites (AI) et (FG) sont parallèles.

Conclusion : $(AI)//(FG)$.

Corrigé Exercice 10

Deux angles de même mesure que $\widehat{JQM}$:

- $\widehat{IMO}$ car $\widehat{IMO}$ *et* $\widehat{JQM}$ sont correspondants et formés par deux droites parallèles et une sécante.
- $\widehat{QMN}$ car $\widehat{QMN}$ *et* $\widehat{JQM}$ sont alternes internes formés par deux droites parallèles et une sécante

Corrigé Exercice 11

1- a) $mes\widehat{AED} = mes\ \widehat{BAE}$
$mes\widehat{AED} = 25°$

b) $\widehat{AED}\ et\ \ \widehat{AEF}$ sont supplémentaires

c) $mes\widehat{AEF} = 180° - mes\widehat{AEF}$ = 180°- 25°= 155°

2- a) $mes\widehat{CBE} = 180° - mes\widehat{ABE}$ = 180°- 87°= 93°
b) $mes\widehat{FET} = mes\ \widehat{CBE} = 93°$

Corrigé Exercice 12

Figure 1 : Les droites (D_1) et (D_2) forment avec la sécante commune (D) deux angles alternes-internes de même mesure donc elles sont parallèles.

Figure 1 : Les droites (D_1) et (D_2) forment avec la sécante commune (D) deux angles correspondants de même mesure donc elles sont parallèles.

Corrigé Exercice 13

Détermine la mesure de $\widehat{EDA}$

$\widehat{EDA}$ et $\widehat{CBD}$ sont deux angles alternes-internes formés par les droites (CB) et (AD) avec la sécante (BD). On sait aussi que les droites (CB) et (AD) sont parallèles car elles sont les supports des côtés opposés [CB] et [AD] du parallélogramme ABCD.

$\widehat{EDA}$ et $\widehat{CBD}$ sont alternes-internes formés par deux droites parallèles donc ils ont la même mesure. Comme mes$\widehat{CBD}$=13° donc **mes$\widehat{EDA}$=13°.**

Détermine la mesure de $\widehat{BDC}$.

$\widehat{BDC}$ et $\widehat{DBA}$ sont deux angles alternes-internes formés par les droites (CB) et (AD) avec la sécante (BD). Les droites (CB) et (AD) sont parallèles donc

mes$\widehat{BDC}$ = mes$\widehat{DBA}$

mes$\widehat{BDC}$ = mes$\widehat{CBA}$ - mes mes$\widehat{CBD}$

mes$\widehat{BDC}$ = 33° - 13°

mes$\widehat{BDC}$ = 20°

Corrigé Exercice 14

1- Calcule $mes\widehat{BAM}$

$$mes\widehat{BAM} = 180° - \ mes\widehat{BAC} = 180° - 141° = 39°$$

2- Justifie que (BF) et (EN) sont parallèles.
$mes\widehat{BAM} = mes\widehat{AME}$ et $\widehat{BAM}\ et\ \widehat{AME}$ sont alternes internes

ANGLES

Les droites (BF) et (EN) forment avec la sécante (CM) les deux angles $\widehat{BAM}$ et $\widehat{AME}$ alternes internes de même mesure donc (BF) // (EN)

Corrigé Exercice 15

1- Calcule $mes\widehat{SIK}$

$mes\widehat{SIK} = 180° - mes\widehat{MIS} = 180° - 128° = 52°$

2- Justifie que (RS) // (PQ)

$mes\widehat{QKJ} = 128° = mes\widehat{SIK}$

$\widehat{QKJ}$ et $\widehat{SIK}$ sont alternes internes de même mesure

Les droites (RS) et (PQ) forment avec la sécante (MJ) les angles $\widehat{QKJ}$ et $\widehat{SIK}$ alternes internes de même mesure donc (RS) // (PQ).

Corrigé Exercice 16

(mn) et (uv) sont parallèles .

Le complémentaire de l'angle marqué en rose mesure 90°- 48° soit 42°. Ce complémentaire et l'angle marqué en vert sont alternes-internes.

Ces deux angles alternes-internes de même mesure sont formés par les droites (mn) et (uv) avec la sécante (AB) donc (mn) et (uv) sont parallèles

Corrigé Exercice 17

1- $L_1 = \pi \times 3cm \times \frac{40°}{180°}$

$L_1 = \pi \times 3cm \times \frac{2}{9}$

$L_1 = \frac{2\pi}{3}$ cm

2- $L_2 = \frac{2\times\pi\times 5cm}{2}$

$L_2 = 5\pi$ cm

3- $L_3 = \frac{2\times\pi\times 2cm}{4}$

$L_3 = \pi$ cm

4- $L_4 = \pi \times 1cm \times \frac{120°}{180°}$

$L_4 = \pi \times 1cm \times \frac{2}{3}$

$L_4 = \frac{2\pi}{3}$ cm

Corrigé Exercice 18

1- Calcule la longueur en centimètres de l'arc $\widehat{EF}$.

Longueur $\widehat{EF} = \pi \times 2cm \times \frac{75°}{180°}$

Longueur $\widehat{EF} = \pi \times 2cm \times \frac{5}{12}$

Longueur $\widehat{EF} = \frac{5\pi}{6}$ cm

Longueur $\widehat{EF} = \frac{5\times3,1}{6}$ cm donc Longueur $\widehat{EF}$ = 2,58 cm

2- a- Calcule le périmètre P du cercle (C).

$P = 2\times\ \pi \times 2cm$

$P = 2\times\ 3,1 \times 2cm$

P = 12,4 cm

3- Déduis des questions précédentes la longueur du grand arc $\overset{\smile}{EF}$

Longueur $\overset{\smile}{EF}$ = P - Longueur $\widehat{EF}$

Longueur $\overset{\smile}{EF}$ = 12,4 cm - 2,58 cm

Longueur $\overset{\smile}{EF}$ =9,82 cm.

Corrigé Exercice 19

1- Calcule la longueur en centimètres de l'arc$\widehat{AB}$.

Longueur $\widehat{AB} = \pi \times 3cm \times \frac{150°}{180°}$

Longueur $\widehat{AB} = \pi \times 3cm \times \frac{5}{6}$

Longueur $\widehat{AB} = \frac{5\pi}{2}$ cm

Longueur $\widehat{AB} = \frac{5\times3,1}{2}$ cm donc Longueur $\widehat{AB}$ =7,75 cm

2- a- Calcule le périmètre P du cercle (C).

$P = 2\times\ \pi \times 3cm$

$P = 2\times\ 3,1 \times 3cm$

P = 18,6 cm

3- Déduis des questions précédentes la longueur du grand arc $\overset{\smile}{AB}$

Longueur $\overset{\smile}{AB}$ = P - Longueur $\widehat{AB}$

Longueur $\overset{\smile}{AB}$ = 18,6 cm - 7,75 cm

Longueur $\overset{\smile}{AB}$ =10,85 cm.

Corrigé Exercice 20

1- Justifie que $mes\widehat{IAK} = mes\widehat{JAL}$

$\widehat{IAK}$ et $\widehat{JAL}$ sont deux angles opposés par le sommet A donc ils ont la même mesure.

$conclusion : mes\widehat{IAK} = mes\widehat{JAL}$.

2- Justifie que les arcs $\widehat{IK}$ et $\widehat{JL}$ ont la même longueur

ANGLES

Dans le cercle (C) les angles $\widehat{IAK}$ et $\widehat{JAL}$ sont des angles au centre qui interceptent respectivement les arcs $\widehat{IK}$ et $\widehat{JL}$.
Comme $\widehat{IAK}$ et $\widehat{JAL}$ ont la même mesure donc les arcs $\widehat{IK}$ et $\widehat{JL}$ ont la même longueur

Corrigé Exercice 21

Démontre que la droite (OI) est la bissectrice de l'angle $\widehat{FOE}$.

Pour cela prouvons que mes$\widehat{IOF}$ = mes$\widehat{IOE}$

Dans le cercle (C) , les cordes [IF] et [IE] sous-tendent respectivement les petits arcs $\widehat{IF}$ et $\widehat{IE}$. IF = IE donc longueur $\widehat{IF}$ = longueur $\widehat{IE}$.

Dans le cercle (C) , les arcs $\widehat{IF}$ et $\widehat{IE}$ sont interceptés respectivement par les angles au centre $\widehat{IOF}$ et $\widehat{IOE}$. longueur $\widehat{IF}$ = longueur $\widehat{IE}$ donc mes$\widehat{IOF}$ = mes$\widehat{IOE}$.

Par conséquent la droite (OI) est la bissectrice de l'angle $\widehat{FOE}$.

Corrigé Exercice 22

1- Dans le cercle (C), les angles $\widehat{FOI} et\ \widehat{GOE}$ sont deux angles au centre qui interceptent des arcs de même mesure donc ils ont la même mesure donc $mes\widehat{FOI} = mes\widehat{GOE}$
2- Dans le cercle (C) , les cordes $[FI]\ et\ [GE]$ sous-tendent deux arcs de même mesure donc elles ont la même longueur d'où $FI = GE$

Corrigé Exercice 23

Justifie que les arcs $\widehat{BU}$ et $\widehat{BT}$ ont la même longueur.
On sait que le triangle UTB est isocèle en B donc BU = BT.
Dans le cercle (C), [BU] et [BT] sont des cordes qui sous-tendent respectivement les petits arcs $\widehat{BU}$ et $\widehat{BT}$.
BU = BT donc les arcs $\widehat{BU}$ et $\widehat{BT}$ ont la même longueur.

Corrigé Exercice 24

On sait que MATH est un rectangle donc les côtés opposés [MA] et [HT] ont la même longueur. Dans le cercle (C) , [MA] et [HT] sont des cordes qui sous-tendent respectivement les petits arcs $\widehat{MA}$ et $\widehat{HT}$.
[MA] et [HT] ont la même longueur donc les arcs $\widehat{MA}$ et $\widehat{HT}$ ont la même longueur.

Corrigé Exercice 25

Justifie que les arcs $\widehat{AB}$, $\widehat{BC}$, $\widehat{CD}$ et $\widehat{AD}$ ont la même longueur.

ANGLES

Dans (C) , $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[AD]$ son des cordes et sous-tendent respectivement les arcs $\widehat{AB}$, $\widehat{BC}$, $\widehat{CD}$ et $\widehat{AD}$
ABCD est un carré donc AB = BC = CD = AD.
Dans le cercle (C) les cordes $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[AD]$ ont la même longueur donc elles sous-tendent des arcs de même longueur.
Conclusion les arcs $\widehat{AB}$, $\widehat{BC}$, $\widehat{CD}$ et $\widehat{AD}$ ont la même longueur.

Corrigé Exercice 26

1- Justifie que $mes\widehat{FOI} = mes\ \widehat{EOI}$
Dans le cercle (C) les angles $\widehat{FOI}\, et\ \widehat{EOI}$ sont des angles au centre qui interceptent respectivement les arcs $\widehat{FI}\ et\ \ \widehat{IE}$ de même longueur donc $mes\widehat{FOI} = mes\ \widehat{EOI}$

2- Justifie que FOE est un triangle équilatéral
$mes\widehat{FOE} = \ mes\widehat{FOI} + mes\widehat{EOI} = 30° + 30° = 60°$
OF = OE donc FOE est un triangle isocèle.
FOE est un triangle isocèle qui admet un angle de 60° donc il est équilatéral.

Corrigé Exercice 27 (Fais intervenir des notions de 3ème)

Démontre que $mes\widehat{AIR} = mes\ \widehat{LIN}$
RLNA est quadrilatère dont les diagonales $[RN]$ et $[AL]$ sont des diamètres de (C).
$[RN]$ et $[AL]$ se coupent en leur milieu et ont la même longueur donc RLNA est un rectangle. Ses côtés opposés $[RA]$ et $[LN]$ qui sont des cordes de (C) ont la même longueur . Ils sous-tendent donc les arcs $\widehat{RA}$ et $\widehat{LN}$ de même longueur.
Dans le cercle (C), les angles inscrits $\widehat{AIR}\ et\ \widehat{LIN}$ interceptent respectivement les arcs $\widehat{RA}$ et $\widehat{LN}$ de même longueur donc $mes\widehat{AIR} = mes\ \widehat{LIN}$

Exercices d'approfondissement

Corrigé Exercice 28

1- Calcule $mes\widehat{ABM}$
$\widehat{ABM}$ et $\widehat{NBM}$ sont deux angles supplémentaires

donc $mes\widehat{ABM}$= 180°- $mes\widehat{NBM}$

$mes\widehat{ABM}$= 180°- 138°

$mes\widehat{ABM}$= 42°

2- Justifie que les droites (D_1) et (D_2) sont parallèles
Les droites (D_1) et (D_2) forment avec la sécante (L) les angles $\widehat{FAB}$ et $\widehat{ABM}$ qui sont alternes-internes. $mes\widehat{FAB} = 42°$ et $mes\widehat{ABM}$= 42° .

$mes\widehat{FAB} = mes\widehat{ABM}$ donc les droites (D_1) et (D_2) sont parallèles.

Corrigé Exercice 29

- $mes\widehat{KIJ} = mes\ \widehat{IGH} = 68{,}6°$
- $mes\widehat{KIG} = 180° - mes\ \widehat{KIJ} = 180° - 68{,}6° = 111{,}4°$
- $mes\widehat{IKJ} = mes\ \widehat{KHG} = 38{,}2°$
- $mes\widehat{JKL} = 180° - mes\ \widehat{IKJ} = 180° - 38{,}2° = 141{,}8°$
- $mes\widehat{IKH} = mes\ \widehat{JKL} = 141{,}8°$
- $mes\widehat{LKH} = mes\ \widehat{KHG} = 38{,}2°$

Corrigé Exercice 30

Justifie que les segments [AB] et [MN] sont de supports parallèles.
Les supports des segments [AB] et [MN] forment avec la sécante commune (IA) deux angles alternes-internes $\widehat{IMN}$ et $\widehat{JAE}$

Prouvons que $mes\widehat{IMN} = mes\widehat{JAE}$

Le triangle JAE est rectangle en J donc les angles $\widehat{JAE}$ et $\widehat{JEA}$ sont complémentaires.

$mes\widehat{JAE}$= 90°- $mes\widehat{JEA}$

Par ailleurs les angles $\widehat{JEA}$ et $\widehat{AEK}$ sont supplémentaires

donc $mes\widehat{JEA}$= 180°- $mes\widehat{AEK}$

$mes\widehat{JEA}$= 180°- 128° d'où $mes\widehat{JEA}$ = 52°

On a donc $mes\widehat{JAE}$= 90°- 52°

$mes\widehat{JAE}$= 38°

$mes\widehat{JAE}$= $mes\widehat{IMN}$= 38°.

Conclusion. les supports des segments [AB] et [MN] forment avec la sécante commune (IA) deux angles $\widehat{JAE}$ et $\widehat{IMN}$ alternes-internes de même mesure donc ils sont parallèles.

Corrigé Exercice 31

1- Démontre que $mes\widehat{NAM} = 47°$

Les angles $\widehat{PBA}$ et $\widehat{BAE}$ sont alternes-internes formés par les droites parallèles (D_1) et (D_2) et la sécante (L) donc $mes\widehat{PBA} = mes\widehat{BAE}$
On sait aussi que $\widehat{PBA}$ et $\widehat{NBM}$ sont opposés par le sommet donc $mes\widehat{PBA} = mes\widehat{NBM}$
or $mes\widehat{NBM} = 133°$ donc $mes\widehat{PBA} = 133°$ et $mes\widehat{BAE} = 133°$
Les angles $\widehat{NAM}$ et $\widehat{MAE}$ sont adjacents donc
$mes\widehat{NAM} + mes\widehat{MAE} = mes\widehat{BAE}$

$mes\widehat{NAM}$ = $mes\widehat{BAE}$ - $mes\widehat{MAE}$
$mes\widehat{NAM}$ = 133° − 86°   d'où $mes\widehat{NAM}$ =47°

2- Démontre que MA= MB

Prouvons que le triangle MAB est isocèle en M. Justifions pour cela que mes$\widehat{BAM}$ = $\widehat{ABM}$
$\widehat{BAM}$ et $\widehat{NAM}$ désignent le même angle donc mes$\widehat{BAM}$ = mes$\widehat{NAM}$= 47°
$\widehat{ABM}$ et $\widehat{NBM}$ sont deux angles supplémentaires
donc $mes\widehat{ABM}$ = 180- $mes\widehat{NBM}$
$mes\widehat{ABM}$ = 180- 133° donc $mes\widehat{ABM}$ = 47°.
mes$\widehat{BAM}$ = $\widehat{ABM}$ = 47° donc le triangle MAB est isocèle en M .
Par conséquent MA= MB

Corrigé Exercice 32

1- Justifie que $mes\widehat{RQT}$ = $mes\widehat{STP}$

$\widehat{RQT}$ et $\widehat{STP}$ sont deux angles correspondants formés par les droites (RS) et (QT) avec la sécante (ST). On sait aussi que les droites (RS) et (QT) sont parallèles car elles sont les supports des côtés opposés [RS] et [QT] du parallélogramme RSTQ.

(RS) et (QT) sont parallèles donc $mes\widehat{RQT}$ = $mes\widehat{STP}$

2- Justifie que $mes\widehat{STP}$ = $mes\widehat{RST}$

$\widehat{STP}$ et $\widehat{RST}$ et sont deux angles alternes-internes formés par les droites (RS) et (QT) avec la sécante (ST) .
(RS) et (QT) sont parallèles donc $mes\widehat{STP}$ = $mes\widehat{RST}$

Corrigé Exercice 33

Démontre que (AC) // (BD)
Prouvons pour cela que les angles alternes-internes $\widehat{CAB}$ *et* $\widehat{DBA}$ ont la même mesure.

- $mes\widehat{CAB} = 90° - mes\widehat{BCA} = 90° - 55° = 35°$
- BED est un triangle isocèle en B donc $mes\widehat{DEB} = mes\widehat{EDB} = \frac{180°-40°}{2} = 70°$
  $mes\widehat{ADB} = 180° - mes\widehat{EDB} = 180° - 70° = 110°$
  DBA est isocèle en D donc $mes\widehat{DBA} = mes\widehat{DAB} = \frac{180°-110°}{2} = \frac{70°}{2} = 35°$

  $mes\widehat{CAB} = 35°$ *et* $mes\widehat{DBA} = 35°$ *donc* $mes\widehat{CAB} = mes\widehat{DBA}$
  Les droites (AC) et (BD) forment avec la sécante (AB) les angles $\widehat{CAB}$ *et* $\widehat{DBA}$ alternes-internes de même mesure donc (AC)//(BD).

Corrigé Exercice 34

ANGLES

1- Justifie que $mes\widehat{CAB} = mes\widehat{ECA}$

$\widehat{CAB}$ et $\widehat{ECA}$ sont deux angles alternes-internes formés par les droites (AB) et (EF) avec la sécante (AC).

(AB) // (EF) donc $mes\widehat{CAB} = mes\widehat{ECA}$

2- Justifie que $mes\widehat{ABC} = mes\widehat{BCF}$

$\widehat{ABC}$ et $\widehat{BCF}$ sont deux angles alternes-internes formés par les droites (AB) et (EF) avec la sécante (BC).

(AB) // (EF) donc $mes\widehat{ABC} = mes\widehat{BCF}$

3- Déduis des questions précédentes que $mes\widehat{CAB} + mes\widehat{ACB} + mes\widehat{ABC} = 180°$

$mes\widehat{CAB} + mes\widehat{ACB} + mes\widehat{ABC} = mes\widehat{ECA} + mes\widehat{ACB} + mes\widehat{BCF}$

$mes\widehat{CAB} + mes\widehat{ACB} + mes\widehat{ABC} = mes\widehat{ECF}$

or $\widehat{ECF}$ est un angle plat donc il mesure 180°.

Donc $mes\widehat{CAB} + mes\widehat{ACB} + mes\widehat{ABC} = 180$

Corrigé Exercice 35

1- Calcule la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$

$\widehat{CBG}$ et $\widehat{ABC}$ sont deux angles supplémentaires

donc $mes\,\widehat{ABC} = 180° - mes\widehat{CBG}$

$mes\,\widehat{ABC} = 180° - 97°$

$mes\,\widehat{ABC} = 83°$

2- En déduis que les droites (D_1) et (D_2) sont parallèles

$\widehat{ABC}$ et $\widehat{BAF}$ sont deux angles alternes-internes formés par les droites (D_1) et (D_2) avec la sécante (L).

$mes\widehat{BAF} = 83°$ et $mes\,\widehat{ABC} = 83°$

$mes\widehat{BAF} = mes\,\widehat{ABC}$ donc les droites (D_1) et (D_2) sont parallèles

Corrigé Exercice 36

1- a) Calcule la mesure de l'angle $\widehat{AOB}$

$\widehat{AOB}$ et $\widehat{COB}$ sont deux angles supplémentaires

donc $mes\widehat{AOB} = 180° - mes\widehat{COB}$

$mes\widehat{AOB} = 180° - 127°$

$mes\widehat{AOB} = 53°$

b) Déduis-en la mesure de l'angle $\widehat{OBA}$.

On sait que dans un triangle la somme des mesures des angles est égale à 180°.

Dans le triangle AOB, $mes\widehat{OBA} + mes\widehat{AOB} + mes\widehat{OAB} = 180°$

$$mes\widehat{OBA} = 180° - (mes\widehat{AOB} + mes\widehat{OAB})$$
$$mes\widehat{OBA} = 180° - (53° + 44°)$$
$$mes\widehat{OBA} = 180° - 97°$$
$$mes\widehat{OBA} = 83°$$

c) Justifie que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

Les droites (AB) et (CD) forment avec la sécante (BD) les angles $\widehat{DBA}$ et $\widehat{CDB}$ alternes-internes.

$mes\widehat{DBA} = mes\widehat{OBA} = 83°$ et $mes\widehat{CDB} = 83°$

$mes\widehat{DBA} = mes\widehat{CDB}$ donc les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

2- Sachant que les segments [AB] et [CD] ont la même longueur, détermine la nature du quadrilatère ABCD. Justifie ta réponse.
ABCD est parallélogramme
En effet les [AB] et [CD] sont deux côtés opposés du quadrilatère ABCD qui ont la même longueur et sont des supports parallèles donc ABCD est un parallélogramme.

Corrigé Exercice 37

1- $mes\widehat{AMN} = 90° - mes\widehat{MAN} = 90° - 22° = 68°$

2- Justifie que (MN) // (BC).
$mes\widehat{ACB} = mes\widehat{AMN} = 68°$ et $\widehat{ACB}$ et $\widehat{AMN}$ sont alternes-internes.
Les droites (MN) et (BC) forment avec la sécante (AC) les angles $\widehat{ACB}$ et $\widehat{AMN}$ alternes-internes de même mesure donc (MN)//(BC).

Corrigé Exercice 38

1- $mes\widehat{NMP} = 180° - (mes\widehat{NPM} + mes\widehat{PNM})$

$mes\widehat{NMP} = 180° - (53° + 77°)$

$mes\widehat{NMP} = 180° - 130°$

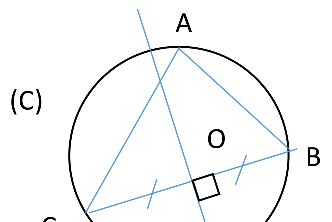
$mes\widehat{NMP} = 50°$

2- Les droites (NM) et (AB) ne sont pas parallèles.
Vérifions que les angles correspondants $\widehat{NMP}$ et $\widehat{ABP}$ formés par les droites (NM) et (AB) n'ont pas la même mesure.

$mes\widehat{NMP} = 50°$ et $mes\widehat{ABP} = 180° - 131° = 49°$

$mes\widehat{ABP} \neq mes\widehat{NMP}$. Donc les droites (NM) et (AB) ne sont pas parallèles.

Corrigé Exercice 39



ANGLES

1- Figure

2- Justifie que $mes\widehat{BOR} = mes\widehat{ROC}$

Le point R appartient à la médiatrice de [BC] donc RC = RB

Dans le cercle (C) [RC] et [RB] sont des cordes de même longueur donc ils sous-tendent les arcs $\widehat{RC}$ et $\widehat{RB}$ de même longueur

Dans le cercle (C) les angles $\widehat{BOR}$ et $\widehat{ROC}$ interceptent les arcs $\widehat{RC}$ et $\widehat{RB}$ de même longueur donc $mes\widehat{BOR} = mes\widehat{ROC}$.

3- Démontre que (AR) est la bissectrice de $\widehat{BAC}$

(La réponse à cette question fait intervenir la notion d'angles inscrits à voir en $3^{ème}$)

Corrigé Exercice 40

Justifie que (MA) est la bissectrice de l'angle $\widehat{BMC}$

(La réponse à cette question fait intervenir la notion d'angles inscrits à voir en $3^{ème}$)

Corrigé Exercice 41

(La réponse à cette question 1 fait intervenir la notion d'angles inscrits à voir en $3^{ème}$)

Corrigé Exercice 42

1- a- Justifie que les arcs $\widehat{PQ}$, $\widehat{RQ}$ et $\widehat{PR}$ ont la même longueur.

PQR est un triangle équilatéral donc PQ = QR = RP.

PQR est inscrit dans le cercle (C) donc [PQ] , [RQ] et [PR] sont des cordes de (C) qui sous-tendent respectivement les petits arcs $\widehat{PQ}$, $\widehat{RQ}$ et $\widehat{PR}$.

Les cordes [PQ] , [RQ] et [PR] ont la même longueur donc les arcs $\widehat{PQ}$, $\widehat{RQ}$ et $\widehat{PR}$ ont la même longueur.

b-Compare les angles au centre $\widehat{POQ}$, $\widehat{QOR}$ et $\widehat{ROP}$. Justifie ta réponse.

$mes\widehat{POQ} = mes\widehat{QOR} = mes\widehat{ROP}$

En effet les angles au centre $\widehat{POQ}$, $\widehat{QOR}$ et $\widehat{ROP}$ interceptent respectivement les arcs $\widehat{PQ}$, $\widehat{RQ}$ et $\widehat{PR}$.

Les arcs $\widehat{PQ}$, $\widehat{RQ}$ et $\widehat{PR}$ ont la même longueur donc les angles $\widehat{POQ}$, $\widehat{QOR}$ et $\widehat{ROP}$ ont la même mesure.

c- En déduire la mesure de l'angle $\widehat{POQ}$

$mes\widehat{POQ} + mes\widehat{QOR} + mes\widehat{ROP} = 360°$ or $mes\widehat{POQ} = mes\widehat{QOR} = mes\widehat{ROP}$

$$3\times\ mes\widehat{POQ} = 360°$$
$$mes\widehat{POQ} = 360° : 3$$
$$mes\widehat{POQ} = 120°$$

2- Calcule la longueur de l'arc $\widehat{PQ}$

Longueur $\widehat{PQ} = \pi \times r \times \frac{mes\widehat{POQ}}{180°}$

Longueur $\widehat{PQ} = 3{,}14 \times 5cm \times \frac{120°}{180°}$

Longueur $\widehat{PQ}$ = 10,47 cm

Corrigé Exercice 43

Détermine la position des rues Jeunesse et Princesse.
La rue Princesse et la rue Jeunesse forment avec la rue marché deux angles alternes-internes dont un mesure 40° et l'autre est supplémentaire à un angle de 140°.
Ce second angle mesure 180°-140° soit 40°. Donc les angles alternes-internes mesurent 40°.
Les deux rues forment avec la rue Marché deux angles alternes-internes de même mesure donc elles sont parallèles.
Conclusion : La rue Princesse et La rue Jeunesse ne se croisent pas.

Corrigé Exercice 44

1- Justifie que $mes\widehat{TAC} = 40°$
(SB) et (TA) sont parallèles et elles forment avec la sécante (BA) les angles correspondants $\widehat{SBA}$ et $\widehat{TAC}$. Donc $mes\widehat{TAC} = mes\widehat{SBA}$
Or $mes\widehat{SBA} = 40°$ donc $mes\widehat{TAC} = 40°$

2- Calcule $mes\widehat{SAB}$
$mes\widehat{SAB} = 180° - \left(mes\widehat{SAT} + mes\widehat{TAC}\right) = 180° - (108° + 40°) = 32°$

3- Déduis-en $mes\widehat{TCA}$
$\widehat{TCA}$ *et* $\widehat{SAB}$ sont deux angles correspondants formés par les droites parallèles (SA) et (TC) avec la sécante (BC) donc $mes\ \widehat{TCA} = mes\widehat{SAB}$
Or $mes\widehat{SAB} = 32°$ donc $mes\widehat{TCA} = 32°$

$mes\widehat{TCA} = 32°$ et 32° est comprise entre 30° et 35°.
$mes\widehat{TCA}$ représentant la pente du toit est comprise entre 30° et 35° donc l'installation des panneaux solaires est bonne.

LEÇON 2 : NOMBRES RATIONNELS

CORRIGES

1. Notion de PGCD et PPCM

1.1. PGCD de deux nombres entiers naturels

1. L'ensemble des diviseurs de 56 est $\{1; 2; 4; 7; 8; 14; 28; 56\}$.
   L'ensemble des diviseurs de 70 est $\{1; 2; 5; 7; 10; 14; 35; 70\}$.
2. a) 56 et 70 ont des diviseurs communs
   b) Ce sont les nombres : 1 ; 2 ; 7 et 14
   Le plus grand est 14

3. a)
   $56 = 2^3 \times 7$ $\quad$ $70 = 2 \times 5 \times 7$ $\quad$ $14 = 2 \times 7$
   b) $d = 2 \times 7 = 14$
   c) $d = 14$
   d) L'ensemble des diviseurs de 14 est $\{1; 2; 7; 14\}$
   e) L'ensemble des diviseurs communs à 56 et 70 est l'ensemble des diviseurs de 14

4. 45 et 56 ont un seul diviseur commun qui est 1
5. 12 et 17 ont un seul diviseur commun qui est 1

Exercices de fixation

1.

Nombre a	Nombre b	PGCD(a ;b)
$2^2 \times 3 \times 5$	$2^2 \times 3^2$	$2^2 \times 3$
$2 \times 3^5 \times 7$	$2^2 \times 3^4 \times 5 \times 7^2$	$2 \times 3^4 \times 7$
$2^4 \times 3^2 \times 11^2$	$2^3 \times 3^3 \times 5 \times 11$	$2^3 \times 3^2 \times 11$
$2^2 \times 3 \times 5 \times 7^3 \times 11$	$2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7 \times 11^2$	$2^2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11$

2.

$15 = 3 \times 5$ $\quad$ $25 = 5^2$ $\quad$ $\text{PGCD}(15\,;\,25) = 5$

$80 = 2^4 \times 5$ $\quad$ $16 = 2^4$ $\quad$ $\text{PGCD}(80\,;\,16) = 2^4$

$57 = 3 \times 19$ $\quad$ $36 = 2^2 \times 3^2$ $\quad$ $\text{PGCD}(57\,;\,36) = 3$

$96 = 2^5 \times 3$ $\quad$ $108 = 2^2 \times 3^3$ $\quad$ $\text{PGCD}(96\,;\,108) = 2^2 \times 3 = 12$

$588 = 2^2 \times 3 \times 7^2$ $\quad$ $490 = 2 \times 5 \times 7^2$ $\quad$ $\text{PGCD}(588\,;\,490) = 2 \times 7^2 = 98$

$5460 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 13$ $\quad$ $4950 = 2 \times 3^2 \times 5^2 \times 11$ $\quad$ $\text{PGCD}(5460\,;\,4950) = 2 \times 3 \times 5 = 30$

1.2. Utilisation du PGCD

1. $\frac{735}{1050} = \frac{3\times5\times7^2}{2\times3\times5^2\times7} = \frac{7}{2\times5} = \frac{7}{10}$

2. a) $\text{PGCD}(735\ ;\ 1050) = 3 \times 5 \times 7 = 105$

b) $\frac{735}{1050} = \frac{105\times7}{105\times10} = \frac{7}{10}$

c) On retrouve les mêmes résultats.

3. L'ensemble des diviseurs communs de 735 et 1050 est l'ensemble des diviseurs de 105 ; c'est l'ensemble : $\{1; 3; 5; 7; 15\ ; 21;\ 35; 105\}$.

Exercices de fixation

1-

$$\frac{600}{666} \qquad \frac{648}{720} \qquad \frac{2275}{2695}$$

$\text{PGCD}(600; 666) = 6$; $\frac{600}{666} = \frac{100}{111}$

$\text{PGCD}(648; 720) = 72$; $\frac{648}{720} = \frac{9}{10}$

$\text{PGCD}(2275; 2695) = 35$; $\frac{2275}{2695} = \frac{65}{77}$

2-

PGCD(1260 ;1134) = 126

L'ensemble des diviseurs communs à 1260 et 1134 est l'ensemble des diviseurs de leur PGCD, c'est-à-dire l'ensemble des diviseurs de 126 qui est : $\{1; 2; 3; 6; 7; 9; 14; 18; 21; 42; 63; 126\}$

1.3. PPCM de deux nombres entiers naturels

1. Les dix premiers multiples de 35 sont : 0 ; 35 ; 70 ; 105 ; 140 ; 175 ; 210 ; 245 ; 280 ; 315
   Les dix premiers multiples de 28 sont : 0 ; 28 ; 56 ; 84 ; 112 ; 140 ; 168 ; 196 ; 224 ; 252

2. a) Le seul nombre apparaissant dans les deux listes est 140
   b) Le plus petit multiple non nul commun à 35 et 28 est 140

3. a) $28 = 2^2 \times 7$ $\qquad 35 = 7 \times 5$ $\qquad 14 = 2 \times 7$
   b) $m = 2^2 \times 5 \times 7 = 140$
   c) $m = 140$

Exercices de fixation

1.

Nombre a	Nombre b	PPCM(a ;b)
$2^2 \times 3^2 \times 5$	2×3^2	$2^2 \times 3^2 \times 5$
$2 \times 3^3 \times 7^2$	$2^2 \times 3 \times 5 \times 7$	$2^2 \times 3^3 \times 5 \times 7^2$
$2^2 \times 3^3 \times 5 \times 11$	$2^3 \times 3^2 \times 5^2$	$2^3 \times 3^3 \times 5^2 \times 11$
$2 \times 3 \times 5^2 \times 7^2$	$2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7 \times 11$	$2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7^2 \times 11$

2.

$150 = 2 \times 3 \times 5^2$ | $250 = 2 \times 5^3$ | $PPCM(150\,;\,250) = 2 \times 3 \times 5^3$

$720 = 2^4 \times 3^2 \times 5$ | $504 = 2^3 \times 3^2 \times 7$ | $PPCM(720\,;\,504) = 2^4 \times 3^2 \times 5 \times 7$

$900 = 2^2 \times 3^2 \times 5^2$ | $840 = 2^3 \times 3 \times 5 \times 7$ | $PPCM(15\,;\,25) = 2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7$

$135 = 3^3 \times 5$ | $405 = 3^4 \times 5$ | $PPCM(15\,;\,25) = 3^4 \times 5$

$588 = 2^2 \times 3 \times 7^2$ | $490 = 2 \times 5 \times 7^2$ | $PPCM(588\,;\,490) = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7^2$

$5460 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 13$ $\qquad 4950 = 2 \times 3^2 \times 5^2 \times 11$

$PPCM(5460\,;\,4950) = 2^2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7 \times 11 \times 13$

1.2. Utilisation du PPCM

1. On a : $12 = 2^2 \times 3$ et $18 = 2 \times 3^2$ donc $PPCM(12\,;\,18) = 2^2 \times 3^2 = 36$
2. $PPCM(12\,;\,18) = 36$; or $36 = 12 \times 3$ et $36 = 18 \times 2$ donc $a = 3$ et $b = 2$

$\frac{5}{18} = \frac{5\times2}{18\times2} = \frac{10}{36}$ et $\frac{7}{12} = \frac{7\times3}{12\times3} = \frac{21}{36}$

Exercices de fixation

a) $\frac{7}{20}$ et $\frac{8}{45}$	b) $\frac{13}{270}$ et $\frac{4}{175}$	c) $\frac{15}{96}$ et $\frac{11}{108}$
$PPCM(20; 45) = 180$	$PPCM(270; 175) = 9450$	$PPCM(96; 108) = 864$
$\frac{7}{20} = \frac{63}{180}$ et $\frac{8}{45} = \frac{32}{180}$	$\frac{13}{270} = \frac{455}{9450}$ et $\frac{4}{175} = \frac{216}{9450}$	$\frac{15}{96} = \frac{135}{864}$ et $\frac{11}{108} = \frac{88}{864}$

2. Ensemble des nombres rationnels

2.1. Définition d'un nombre rationnel

1. $60 \div 12 = 5$; $\quad 45 \div 99 = 0{,}4545454545$; $\quad 58 \div 15 = 3{,}8666666666$; $\quad 100 \div 125 = 0{,}8$

   $22 \div 7 = 0{,}1428571428$

2. Les quotients exacts sont 5 et 0,8 c'est-à-dire $60 \div 12$ et $100 \div 125$
3. L'opposé de 5 est -5 et l'opposé de 0,8 est $-0{,}8$.
4. a) $60 \div 12 = \frac{5}{1}$; $\quad 45 \div 99 = \frac{5}{11}$; $\quad 58 \div 15 = \frac{58}{15}$; $\quad 100 \div 125 = \frac{4}{5}$; $\quad 22 \div 7 = \frac{22}{7}$

   b) $-5 = -\frac{5}{1}$ et $-0{,}8 = -\frac{4}{5}$

   c) L'écriture fractionnaire de l'opposé de $\frac{5}{11}$ est $-\frac{5}{11}$

   L'écriture fractionnaire de l'opposé de $\frac{58}{15}$ est $-\frac{58}{15}$

   L'écriture fractionnaire de l'opposé de $\frac{22}{7}$ est $-\frac{22}{7}$

Exercices de fixation

1. Les nombres rationnels sont : 6,55 ; $-\frac{3}{8}$; 7 ; -9 ; 0 et $-3{,}81$

2.

	est un nombre entier naturel	est un nombre décimal relatif	est un nombre rationnel
0,5	Faux	Vrai	vrai
$\frac{40}{8}$	Vrai	Vrai	Vrai
$-7{,}335$	Faux	Vrai	Vrai
$-\frac{40}{8}$	Faux	Vrai	Vrai
4444	Vrai	Vrai	Vrai
-116	Faux	Vrai	Vrai

3.

$-5{,}3 \notin \mathbb{N}$	$-5{,}3 \notin \mathbb{Z}$	$-5{,}3 \in \mathbb{D}$	$-5{,}3 \in \mathbb{Q}$
$3 \in \mathbb{N}$	$3 \in \mathbb{Z}$	$3 \in \mathbb{D}$	$3 \in \mathbb{Q}$
$\frac{13}{7} \notin \mathbb{N}$	$\frac{13}{7} \notin \mathbb{Z}$	$\frac{13}{7} \notin \mathbb{D}$	$\frac{13}{7} \in \mathbb{Q}$
$-\frac{11}{4} \notin \mathbb{N}$	$-\frac{11}{4} \notin \mathbb{Z}$	$-\frac{11}{4} \in \mathbb{D}$	$-\frac{11}{4} \in \mathbb{Q}$

4. $\frac{2}{7}$ est un nombre rationnel positif qui n'est pas un nombre décimal relatif

$-\frac{19}{17}$ est un nombre rationnel négatif qui n'est pas un nombre décimal relatif

2.2. Écriture d'un nombre rationnel

1. a) $p = -2{,}4$
   b) $p = \frac{-12}{5}$

2. a) $t = -2{,}4$
   b) $t = \frac{12}{-5}$

3. $p = t$

Exercices de fixation

1.

$x = \frac{4}{7}$ $\quad x = -\frac{3}{8}$ $\quad x = -\frac{6}{5}$ $\quad x = \frac{2}{11}$ $\quad x = \frac{36}{27}$

2-

$-4 = -\frac{4}{1}$	$1{,}8 = \frac{18}{10} = \frac{9}{5}$	$-0{,}75 = -\frac{75}{100} = -\frac{3}{4}$	$3{,}82 = \frac{382}{100} = \frac{191}{50}$	$-0{,}06 = -\frac{6}{100} = -\frac{3}{50}$

3.

$\frac{-0,4}{2,1} = -\frac{4}{21}$ $\frac{56}{196} = \frac{2}{7}$ $\frac{-3}{8,1} = -\frac{10}{27}$ $\frac{3,2}{-4} = -\frac{4}{5}$ $-\frac{90}{705} = \frac{6}{47}$

3. Opérations sur les nombres rationnels

3.1. Somme et différence de deux nombres rationnels

1. Pour calculer la somme (ou la différence) de deux fractions, il faut les réduire au même dénominateur, puis calculer :
   - la somme des numérateurs des fractions obtenues quand c'est une somme
   - la différence des numérateurs des fractions obtenues quand c'est une différence

2. Pour calculer la somme (ou la différence) de deux nombres rationnels écris sous forme de fractions, il faut les réduire au même dénominateur positif, puis calculer :
   - la somme des numérateurs des fractions obtenues quand c'est une somme
   - la différence des numérateurs des fractions obtenues quand c'est une différence

Exercices de fixation

1. Il faut réécrire tous les nombres avec des dénominateurs positifs avant les calculs

$\frac{4}{9}+\frac{1}{5}=\frac{29}{45}$	$\frac{3}{4}+\frac{5}{-12}=\frac{1}{3}$	$\frac{3}{5}+\frac{-7}{10}=-\frac{1}{10}$	$\frac{6}{-7}+\frac{4}{5}=-\frac{2}{35}$	$\frac{12}{25}+\frac{-8}{15}=-\frac{4}{75}$

2. Il faut réécrire tous les nombres avec des dénominateurs positifs avant les calculs

$3+\frac{1}{5}=\frac{16}{5}$	$-2+\frac{5}{-6}=-\frac{17}{6}$	$\frac{7}{9}+(-7)=-\frac{56}{9}$

3. Il faut réécrire tous les nombres avec des dénominateurs positifs avant les calculs

$\frac{3}{10}-\frac{7}{12}=-\frac{17}{60}$	$\frac{4}{9}-\frac{5}{12}=\frac{1}{36}$	$\frac{3}{5}-\frac{-7}{10}=\frac{13}{10}$	$\frac{6}{-7}-\frac{4}{5}=-\frac{58}{35}$	$\frac{-12}{25}-\frac{8}{15}=-\frac{76}{75}$

4. Il faut réécrire tous les nombres avec des dénominateurs positifs avant les calculs

$1-\frac{1}{11}=\frac{10}{11}$	$-5-\frac{5}{-4}=-\frac{15}{4}$	$\frac{7}{6}-2=-\frac{5}{6}$

3.2. Produit de deux nombres rationnels

1. Pour calculer le produit de deux fractions on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

2. Pour calculer le produit de deux nombres rationnels écris sous forme de fractions on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

Exercices de fixation

3-2-1 Il faut réécrire tous les nombre avec des dénominateurs positifs avant les calculs

$\frac{3}{2}\times\frac{5}{7}=\frac{15}{14}$	$\frac{6}{10}\times\frac{15}{24}=\frac{3}{8}$	$\frac{-3}{5}\times\frac{8}{21}=-\frac{8}{35}$	$\frac{7}{-12}\times\frac{-8}{14}=\frac{1}{3}$	$\frac{21}{40}\times\frac{-12}{28}=-\frac{9}{40}$

3-2-2 Il faut réécrire tous les nombre avec des dénominateurs positifs avant les calculs

$10\times\frac{3}{4}=\frac{15}{2}$	$(-2)\times\frac{5}{-6}=\frac{5}{3}$	$\frac{7}{9}\times(-9)=-7$

3.3. Inverse d'un nombre rationnel

1. On trouve 1 dans chaque cas
2. $\frac{x}{y}\times\frac{y}{x}=1$

Exercices de fixation

L'inverse de $\frac{8}{15}$ est $\frac{15}{8}$; L'inverse de $-\frac{13}{7}$ est $-\frac{7}{13}$; L'inverse de $\frac{-9}{5}$ est $-\frac{5}{9}$;
L'inverse de $\frac{5}{-3}$ est $-\frac{3}{5}$; L'inverse de 8 est $\frac{1}{8}$.

3.4. Quotient de deux nombres rationnels

1.
$2\div 5=0{,}4$; $2\times\frac{1}{5}=\frac{2}{5}=0{,}4$; $125\div 16=7{,}8125$; $125\times\frac{1}{16}=\frac{125}{16}=7{,}8125$

2.
- On trouve le même résultat en divisant 2 par 5 que lorsqu'on multiplie 2 par l'inverse de 5.
- De même, on trouve le même résultat en divisant 125 par 16 que lorsqu'on multiplie 125 par l'inverse de 16.

3.
a) $\frac{9}{2}\div\frac{15}{2}=\frac{3}{5}$

b) $\frac{9}{2}\times\frac{2}{15}=\frac{9\times2}{2\times15}=\frac{3\times3\times2}{2\times3\times5}=\frac{3}{5}$

c) $\frac{9}{2}\div\frac{15}{2}=\frac{9}{2}\times\frac{2}{15}$

4. Pour calculer le quotient de deux nombres rationnels écrits sous forme de fractions on multiplie le dividende par l'inverse du diviseur.

Exercices de fixation

1.

$9\div\frac{3}{4}=12$	$\frac{9}{7}\div 6=\frac{3}{14}$	$\frac{-6}{7}\div(-2)=\frac{3}{7}$

2.

$\frac{3}{2} \div \frac{5}{7} = \frac{21}{10}$	$\frac{6}{10} \div \frac{15}{24} = \frac{24}{25}$	$\frac{-3}{14} \div \frac{4}{21} = -\frac{9}{8}$	$\frac{33}{-12} \div \frac{-22}{14} = \frac{7}{4}$	$\frac{21}{40} \div \frac{-12}{28} = -\frac{49}{40}$

4. Approximations décimales d'un nombre rationnel

4.1. Troncature d'ordre n d'un nombre rationnel

1. $\frac{60}{13}$
2. $60 \div 13 \approx 4{,}6153846153$
3. L'écriture décimale de $\frac{60}{13}$ avec 4 chiffres après la virgule est 4,6153.
4. Non parce que le quotient de 60 par 13 n'est pas exact.

Exercices de fixation

1. La troncature d'ordre 2 de $\frac{60}{13}$ est 4,61
   La troncature d'ordre 7 de $\frac{60}{13}$ est 4,6153846
2. La troncature d'ordre 3 de $\frac{43}{7}$ est 6,142
   La troncature d'ordre 6 de $\frac{43}{7}$ est 6,142857

4.2. Approximations décimales d'ordre n d'un nombre rationnel

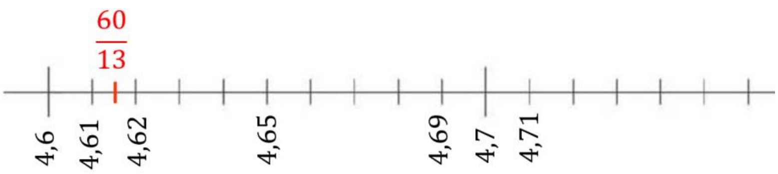
1. $4{,}615 < \frac{60}{13} < 4{,}616$
2. Le plus petit est 4,615 et le plus grand est 4,616

Exercices de fixation

1. L'approximation décimale d'ordre 7 par excès de $\frac{60}{13}$ est 4,6153847
   L'approximation décimale d'ordre 7 par défaut de $\frac{60}{13}$ est 4,6153846
2. L'approximation décimale d'ordre 6 par défaut de $\frac{43}{7}$ est 6,142857
   L'approximation décimale d'ordre 6 par excès de $\frac{43}{7}$ est 6,142858

4.3. Arrondi d'ordre n d'un nombre rationnel

a) $4{,}6 < \frac{60}{13} < 4{,}7$
b) $4{,}61 < \frac{60}{13} < 4{,}62$
c)



C'est 4,6 qui est le plus proche de $\frac{60}{13}$.

Exercices de fixation

1. L'arrondi d'ordre 7 de $\frac{60}{13}$ est 4,6153846
2. L'arrondi d'ordre 4 de $\frac{43}{7}$ est 6,1429. L'arrondi d'ordre 9 de $\frac{43}{7}$ est 6,142857143.

Exercices de renforcement

1- a) PGCD(36 ; 96) = 12 b) PGCD(180 ; 300) = 60

2- a) PGCD(15 ; 28) = 1 b) PGCD(90 ; 130) = 10 c) PGCD(506 ; 1771) = 253

3- On a : $27 = 3^3$ et $9 = 3^2$
Comme le PGCD de deux nombres entiers naturels est le produit des nombres premiers communs aux deux décompositions, affectés de leurs plus petits exposants alors 3 est le seul nombre premier commun à toutes les décompositions et 2 est son plus petit exposant apparu dans les dits décompositions.
Les nombres répondants à la question sont des multiples de 3^2 c'est-à-dire 9 ; donc 36, 45, 54, 90, etc… sont des nombres entiers naturels qui répondent à la question.

4- Le diviseur d'un nombre entier naturel est aussi diviseur de tout multiple de ce nombre, donc le PGCD de deux nombre entiers naturels (qui est diviseur de ces deux nombres) divise aussi les multiples de chacun de ces deux nombres donc aussi leur PPCM.

5- $\frac{35}{49} = \frac{5}{7}$ donc les nombres rationnels demandés sont $\frac{-5}{-7}$ et $\frac{15}{21}$

6- a) PPCM(48 ; 108) = $2^4 \times 3^3 = 432$
b) $\frac{47}{48} = \frac{423}{432}$ et $\frac{107}{108} = \frac{428}{432}$ donc $\frac{47}{48} < \frac{107}{108}$

7- a) PGCD(48 ; 108) = $2^2 \times 3 = 12$
b) $\frac{108}{-48} = -\frac{9}{4}$

8- $\frac{-1{,}8}{2{,}16} = \frac{-180}{216}$ or PGCD(180 ; 216) = 36 donc $\frac{-1{,}8}{2{,}16} = \frac{-180}{216} = -\frac{180 \div 36}{216 \div 36} = -\frac{5}{6}$

$\frac{-1,8}{2,16} = -\frac{5}{6}$

9- a) $126 = 2 \times 3^2 \times 7$ et $504 = 2^3 \times 3^2 \times 7$ donc $PGCD(126\,;\,504) = 2 \times 3^2 \times 7 = 126$

b) $\frac{126}{504} = \frac{126 \div 126}{504 \div 126} = \frac{1}{4}$. On a donc $\frac{126}{504} = \frac{1}{4}$

10- 1. $368 = 2^4 \times 23$ et $628 = 2^2 \times 157$

2. $PGCD(368\,;\,628) = 2^2 = 4$ donc l'ensemble 368 et 628 est l'ensemble des diviseurs de 4 c'est-à-dire l'ensemble $\{1, 2, 4\}$.

11- 1. $128 = 2^7$ et $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$

2. $PPCM(128\,;\,180) = 2^7 \times 3^2 \times 5 = 5760$

3. $\frac{127}{128} - \frac{151}{180} = \frac{127 \times 45}{128 \times 45} - \frac{151 \times 32}{180 \times 32} = \frac{5715}{5760} - \frac{4832}{5760} = \frac{883}{5760}$. On a donc $\frac{127}{128} - \frac{151}{180} = \frac{883}{5760}$

12- 1. $225 = 3^2 \times 5^2$ et $300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$

2. $PPCM(225\,;\,300) = 2^2 \times 3^2 \times 5^2 = 900$

3. $\frac{113}{225} + \frac{197}{300} = \frac{113 \times 4}{225 \times 4} + \frac{197 \times 3}{300 \times 3} = \frac{452}{900} + \frac{591}{900} = \frac{1043}{900}$. On a donc $\frac{113}{225} + \frac{197}{300} = \frac{1043}{900}$

13- 1. $4752 = 2^4 \times 3^3 \times 11$ et $3024 = 2^4 \times 3^3 \times 7$

2. $PPCM(4752\,;\,3024) = 2^4 \times 3^3 \times 7 \times 11 = 33264$ et $PGCD(4752\,;\,3024) = 2^4 \times 3^3 = 432$

3. $\frac{4752}{3024} = \frac{4752 \div 432}{3024 \div 432} = \frac{11}{7}$

4. $\frac{4752}{3024} + \frac{1}{6} = \frac{11}{7} + \frac{1}{6} = \frac{11 \times 6}{7 \times 6} + \frac{1 \times 7}{6 \times 7} = \frac{66}{42} + \frac{7}{42} = \frac{73}{42}$. On a donc $\frac{4752}{3024} + \frac{1}{6} = \frac{73}{42}$

5. $4752 \times 3024 = 14\,370\,048$

$33264 \times 432 = 14\,370\,048$

On a donc $4752 \times 3024 = PPCM(4752\,;\,3024) \times PGCD(4752\,;3024)$

14- 1. $\frac{27}{13} = 2{,}076\,923\,076\,92\,...$

$2{,}076 < \frac{27}{13} < 2{,}077$ et $2{,}07692 < \frac{27}{13} < 2{,}07693$

L'approximation décimale d'ordre 3 par excès de $\frac{27}{13}$ est $2{,}077$

L'approximation décimale d'ordre 5 par défaut de $\frac{27}{13}$ est $2{,}07692$

2. L'arrondi d'ordre 3 de $\frac{27}{13}$ est $2{,}077$

L'arrondi d'ordre 7 de $\frac{27}{13}$ est 2,0769231

3. La troncature d'ordre 2 de $\frac{27}{13}$ est 2,07

15- 1. $\frac{37}{7} = 5{,}285\,714\,285\,71\ldots$

$5{,}28 < \frac{27}{13} < 5{,}29$ et $5{,}285\,7 < \frac{27}{13} < 5{,}285\,8$

L'approximation décimale d'ordre 2 par excès de $\frac{37}{7}$ est 5,29

L'approximation décimale d'ordre 4 par défaut de $\frac{37}{7}$ est 5,285 7

2. L'arrondi d'ordre 3 de $\frac{37}{7}$ est 5,286

L'arrondi d'ordre 5 de $\frac{37}{7}$ est 5,285 71

3. La troncature d'ordre 5 de $\frac{37}{7}$ est 5,285 71

16- $r = \frac{41}{29} = 1{,}413\,793\,103\,44\ldots$

1. $1 < r < 2$
2. $1{,}413 < r < 1{,}414$

17- $p = -\frac{29}{17} = -1{,}705\,882\,352\,94\ldots$

1. $-2 < p < -1$
2. $-1{,}706 < p < -1{,}705$

18- $q = \frac{17}{29} = 0{,}586\,206\,896\,55\ldots$

1. $0{,}58 < q < 0{,}59$
2. $0{,}586\,20 < r < 0{,}586\,21$

19- 1. La troncature d'ordre 3 de x est 6,743

2. L'arrondi d'ordre 3 de x est 6,743

3. L'approximation décimale d'ordre 4 par excès de x est 6,7433

20- 1. La troncature d'ordre 2 de x est 16,70

2. L'arrondi d'ordre 2 de x est 16,70

3. L'approximation décimale d'ordre 1 par excès de x est 16,8

21- 1.a ; 2.c ; 3.a ; 4.c

22-

$$\frac{4}{9}+\frac{-3}{10}-\frac{2}{5}=-\frac{23}{90} \qquad \frac{-5}{6}+\frac{7}{4}-\frac{2}{-3}=\frac{19}{12} \qquad \frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{-1}{5}=\frac{47}{60}$$

23-

$$3-\frac{-3}{10}-\frac{5}{4}=\frac{41}{20} \qquad -6-\frac{-5}{6}+\frac{7}{4}=-\frac{41}{12} \qquad \frac{1}{3}-12-\frac{4}{-6}=-11$$

24-

$$\left(\frac{7}{5}+\frac{3}{2}\right)-\left(2-\frac{3}{4}\right)+\left(\frac{3}{5}-\frac{4}{7}\right)=\frac{47}{28} \qquad \left(9-\frac{1}{2}+\frac{4}{5}\right)-\left(1-\frac{4}{7}-\frac{3}{8}\right)=\frac{2589}{280}$$

$$\left(\frac{-1}{5}+\frac{2}{97}-\frac{4}{-3}\right)+\frac{-13}{97}-\left(\frac{4}{5}-\frac{2}{3}-\frac{11}{97}\right)=1$$

25-

$$\left(5\times\frac{-5}{35}\right)+\frac{7}{4}=\frac{29}{28} \qquad \frac{2}{5}\left(\frac{4}{9}+\frac{3}{4}\right)=\frac{43}{90} \qquad -\frac{2}{3}\left(\frac{3}{5}-\frac{6}{7}\right)=\frac{6}{35}$$

$$\left(\frac{3}{4}+\frac{4}{5}\right)\left(\frac{7}{8}-\frac{1}{2}\right)=\frac{93}{160} \qquad -2\times\left(\frac{1}{4}-\frac{5}{8}\right)-\left(\frac{-3}{10}\times\frac{5}{-6}\right)=\frac{1}{2} \qquad \frac{-4}{18}\times\frac{7}{20}\times\frac{9}{11}=-\frac{7}{110}$$

26-

$$\frac{17}{25}\div\frac{34}{35}=\frac{7}{10} \qquad 4{,}9\div\frac{14}{22}=\frac{77}{10} \qquad 4\div\left(\frac{3}{5}+\frac{2}{3}\right)=\frac{60}{19} \qquad -5\div\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{3}\right)=-12$$

Exercices d'approfondissement

27-

$$\left(\frac{3}{4}+\frac{4}{5}\right)\div\left(\frac{7}{8}-\frac{1}{2}\right)=\frac{62}{15} \qquad \frac{2+\frac{4}{9}-\frac{1}{6}}{-2-\frac{5}{6}+\frac{1}{4}}=-\frac{82}{93} \qquad -2+\frac{1}{1+\frac{1}{2}}=-\frac{4}{3}$$

28- $A=\frac{1264}{1683}$ et $B=-\frac{17}{2}$

29-

$$\frac{2^5\times3^2\times7^3}{2^3\times3^2\times7^5}=\frac{2^2}{7^2}=\frac{4}{49} \quad \Bigg\| \quad \frac{2^4\times3^2\times5^3\times7}{2\times3^2\times5^4}=\frac{2^3\times7}{5}=\frac{56}{5} \quad \Bigg\| \quad \frac{2^3\times3^2\times7\times11}{2\times3^2\times7\times13}=\frac{2^2\times11}{13}=\frac{44}{13}$$

30-

On a : $\frac{5}{7}\approx 0{,}714\,28\ldots$ et $\frac{2}{3}\approx 0{,}666\,66$

$0{,}66<\frac{2}{3}<0{,}67$ et $0{,}71<\frac{5}{7}<0{,}72$ et $0{,}67<0{,}68<0{,}71$

Or $0{,}68=\frac{68}{100}=\frac{17}{25}$ par conséquent $\frac{2}{3}<\frac{17}{25}<\frac{5}{7}$

NB : On peut prendre tout nombre décimal compris entre 0,67 et 0,71 et l'écrire sous forme de fraction décimale (on pourra éventuellement le simplifier).

31-

Pour trouver les trois quarts de $\frac{4}{5}$ on multiplie trois quarts par $\frac{4}{5}$: $\frac{3}{4}\times\frac{4}{5}=\frac{3}{5}$

Lorsqu'on multiplie la somme cherchée par $\frac{3}{5}$ on obtient 1080, donc pour la retrouver on divise 1080 par $\frac{3}{5}$.

$$1080\div\frac{3}{5}=1080\times\frac{5}{3}=1800$$

La somme cherchée est 1800 F

32-

Calculons la somme des deux fractions du nombre cherché : $\frac{3}{4}+\frac{2}{5}=\frac{23}{20}$

Le produit du nombre cherché par $\frac{23}{20}$ est égal à 46 ; donc pour retrouver ce nombre il faut diviser 16 par $\frac{23}{20}$: $46\div\frac{23}{20}=46\times\frac{20}{23}=40$

Le nombre cherché est 40

33-

a) $108\div\frac{90}{60}=108\times\frac{60}{90}=72$

La vitesse moyenne sur la $1^{\text{ère}}$ partie du trajet: est de 72 km/h

$72 \div \frac{54}{60} = 72 \times \frac{60}{54} = 80$
La vitesse moyenne sur la 2ème partie du trajet est de 80 km/h

b) $(108 + 72) \div \frac{(90+54)}{60} = 180 \div \frac{144}{60} = 180 \times \frac{60}{144} = 75$
La vitesse moyenne sur l'ensemble du trajet est de 75 km/h

34-
On a : $1{,}76\ m = 176\ cm$

$\frac{176 \times 7}{\frac{11}{14}} = 176 \times 7 \times \frac{14}{11} = 16 \times 7 \times 14 = 1568$
Le microbe mettra 1568 minutes soit 26 heures 8 minutes (1 jour 2 heures 8 minutes) pour parcourir $1{,}76\ m$

35-
Calculons la longueur de "bazin" restant, après la vente de $\frac{5}{7}$ de la longueur totale : $1 - \frac{5}{7} = \frac{2}{7}$
Déterminons la fraction représentant le quart du reste : $\frac{2}{7} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{14}$
Déterminons la longueur en m de "bazin" ayant rapporté 153 000 F : $\frac{153\,000}{1260} = \frac{850}{7}\ m$
$\frac{1}{14}$ de la longueur du reste de "bazin" vaut $\frac{850}{7}\ m$, donc la longueur totale de "bazin" est : $\frac{850}{7} \div \frac{1}{14}$
$\frac{850}{7} \div \frac{1}{14} = \frac{850}{7} \times 14 = 1700$

La longueur de "bazin" au départ est $1700\ m$

36-
$24 \times \frac{3}{4} = 18$
Il a parcouru 18 km avant la pause.

37-
Lucien et Pierre ont ensemble 20 ans (12+8) et doivent se partager les 100 bonbons proportionnellement à leurs âges.
Si 20 ans donnent 100 bonbons alors 1 an donne $\frac{100}{20}$ bonbons soit 5 bonbons.
On a : $12 \times 5 = 60$ et $8 \times 5 = 40$
Donc Lucien qui a 8ans aura 40 bonbons et Pierre qui a 12 ans aura 60 bonbons.

38-
1. $45 \times \frac{2}{9} = 10$
   Au bout de 45 tours la vis avance de 10 mm.
2. $2\ cm = 20\ mm$
   $20 \div \frac{2}{9} = 20 \times \frac{9}{2} = 90$
   Il faudra 90 tours pour que la vis avance de 20 mm.

NB : On peut aussi remarquer au bout de 45 tours la vis avance de 10 mm, donc pour 20 mm (2×10) il faut 2 fois 45 tours soit 90 tours.

39-

Ce nombre moins 7 donne un nombre qui est à la fois multiple de 12, 15 et 16. Comme il est le plus petit, c'est donc la somme de 7 et du PPCM des trois nombres 12,15 et 16.

$\text{PPCM}(12\ ;\ 15\ ;16) = 2^4 \times 3 \times 5 = 240$ et $240 + 7 = 247$.
Le nombre cherché est 247

40-

a) La fraction représentant la part du 2ème par rapport à celle du 1er est $\frac{5}{6}$

La fraction représentant la part du 3ème par rapport à celle du 1er est : $\frac{5}{6} \times \frac{1}{3}$ soit $\frac{5}{18}$

b) La fraction représentant la part des trois associés par rapport à celle du 1er est :

$1 + \frac{5}{6} + \frac{5}{18} = \frac{18+15+5}{18} = \frac{38}{18} = \frac{19}{9}$

Pour trouver la part du 1er on divise les 133 000 F par $\frac{19}{9}$ ce qui revient à le multiplier par $\frac{9}{19}$; donc sa part représente bien $\frac{9}{19}$ des 133 000 F.

c)

- La part du premier : $133000 \times \frac{9}{19} = 63000$
  La part du 1er est de 63 000 F
- La part du 2ème ($\frac{5}{6}$ de la part du 1er) : $63000 \times \frac{5}{6} = 52500$
  La part du 2ème est de 52 500 F
- La part du 3ème :
  1ère méthode (le tiers de la part du 2ème) : $52500 \times \frac{1}{3} = 17500$
  2ème méthode ($\frac{5}{18}$ de la part du 1er) : $63000 \times \frac{5}{18} = 17500$
  3ème méthode (la somme totale moins les parts des deux autres) :
  $133000 - (63000 + 52500) = 17500$
  La part du 3ème est de 17 500 F

41-

1. Comme c'est le tiers des 561 élèves étudient l'allemand, alors ce sont les deux tiers restants qui n'étudient pas l'allemand.
La fraction d'élèves qui n'étudient pas l'allemand est $\frac{2}{3}$.

2. Calculons le tiers de 561 : $561 \times \frac{1}{3} = 187$
Calculons maintenant 17% de 187 : $187 \times \frac{17}{100} \approx 31{,}72$
En arrondissant, il y environs 32 élèves qui étudient l'allemand et les arts plastiques.

42-

1. Le "réservoir" plein est représenté par 1.

$1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$

La fraction d'essence qui reste dans le réservoir est $\frac{1}{6}$.

2.

$21525 \div 650 = \frac{21525}{650} = \frac{861}{26} \approx 33{,}12$

Le conducteur a acheté 33,11 litres d'essence.

3. la fraction qui représente la quantité d'essence achetée est : $\frac{3}{4} - \frac{1}{6} = \frac{7}{12}$

4.

33,11 litres d'essence représentent $\frac{7}{12}$ de la capacité du réservoir, donc la capacité du réservoir est :

$33{,}11 \times \frac{12}{7} = 56{,}76$

Le réservoir a une capacité de 56,76 litres.

43-

a) L'opération est : $\frac{3}{5} \times (1 - \frac{1}{3})$

b) $\frac{1}{3} + \left[\frac{3}{5} \times (1 - \frac{1}{3})\right] = \frac{11}{15}$

c) $1 - \frac{11}{15} = \frac{4}{15}$

$\frac{4}{15}$ est la fraction représentant la somme qui reste à madame Akolet.

Comparons $\frac{1}{10}$ et $\frac{4}{15}$: $\frac{1}{10} = \frac{3}{30}$ et $\frac{4}{15} = \frac{8}{30}$ donc $\frac{1}{10} < \frac{4}{15}$

Elle pourra acheter l'article car son prix est inférieur à la somme qui lui reste.

44-

a) Lago ne veut pas couper un seul carreau donc la mesure du côté d'un carreau doit un diviseur commun aux dimensions du plancher. Cette mesure étant la plus grande possible(maximale), on peut conclure que c'est le PGCD des dimensions en centimètres (cm) du plancher.

- $12{,}6\ m = 1260\ cm$ et $11{,}4\ m = 1140\ cm$
- $\text{PGCD}(1260\ ;\ 1140) = 60$

La mesure maximale en centimètres du côté d'un carreau est 60

b) Le nombre carreaux nécessaire :

$1260 = 60 \times 21$ et $1140 = 60 \times 19$; donc le nombre de carreaux est : $21 \times 19 = 399$

Il faut 399 carreaux

45-

La longueur de l'arête de ce cube doit être un multiple commun à 7, 15 et 12. En plus il doit être le plus petit possible (minimale) donc c'est le PPCM(7 ;15 ;12).

PPCM(7 ;15 ;12) = 420

La mesure minimale de l'arête de ce cube est de 420 cm

Situation d'évaluation

46-

a) Le PPCM(8 ; 15 ; 10) = 120
b) Le nombre de jours qu'ils mettront pour la prochaine arrivée simultanée doit être un multiple commun à 8, 15 et 10. Comme c'est l'arrivée simultanée la plus proche, c'est le PPCM(8 ; 15 ; 10).
Ils mettront donc 120 jours.

c) Du 15 au 30 septembre les bateaux auront mis 16 jours, en octobre ils auront mis encore 31 jours, de novembre à décembre 61 jours et en janvier 12 jours pour faire les 120 jours : la prochaine arrivée simultanée aura donc lieu le 12 janvier.

47-

a) $\frac{2}{3} + \left(\frac{3}{10} \times \frac{2}{3}\right) = \frac{2}{3} + \frac{2}{10} = \frac{2}{3} + \frac{1}{5} = \frac{13}{15}$

b) $30 \times \left[\frac{13}{15} + \frac{1}{5} \times \frac{1}{2}\right] = 29$
Blénio a passé 29 jours de congé, avant d'envisager d'aller au Ghana

c) Il ne reste que 1 jour $(30 - 29)$ de congé à Blénio donc il ne peut aller au Ghana pour deux jours.

ERRATUM

Page 25
Exercice de fixation 2, il faut remplacer l'un des « $\frac{13}{7} \ldots . \mathbb{Q}$ » par « $\frac{13}{7} \ldots . \mathbb{N}$ »

Page 35
Exercice 12 :
3. La somme c'est plutôt $\frac{\mathbf{113}}{\mathbf{225}} + \frac{\mathbf{197}}{\mathbf{300}}$ et non $\frac{113}{225} - \frac{197}{300}$

Page 36
Exercice 21 :
Dans la 3ème ligne du tableau le nombre proposé est $\frac{\mathbf{-11}}{\mathbf{7}}$ au lieu de $\frac{-11}{2}$

Page 37
Exercice 41 :
2. Le nombre d'élèves que l'on trouve n'est pas un nombre exact.

Propositions :
- Remplacer le nombre 561 par **540**
- Remplacer 17% par **15 %**

Page 38

Coup de pouce de l'exercice 43 :

Remplacer $\frac{3}{4}$ par $\mathbf{\frac{1}{10}}$

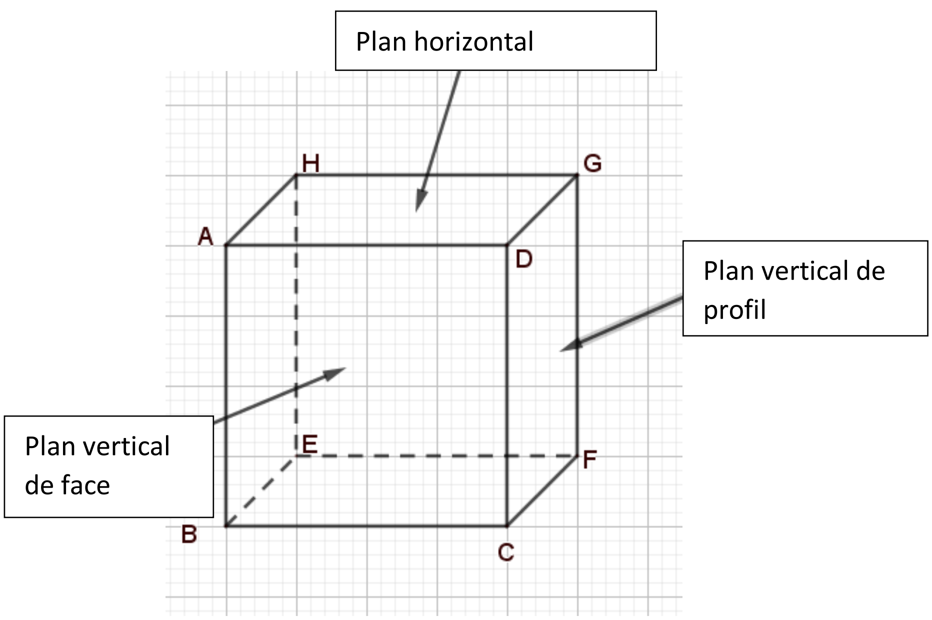
Guide perspective cavalière

<u>EXERCICE DE FIXATION</u>

<u>Exercice 1</u>

	Figure 1	Figure 2	Figure 3
Plan vertical de face	ABCD EFGH	ABC EDF	ABCD EHGF
Plan vertical de profil	CFGD ABEH	BCFE ADFC	CEFB DHGA
Plan horizontal	ADGH BCFE	ABED	ABFG DCEH

<u>Exercice 2</u>



<u>Activité 2</u> : les règles de la perspective cavalière.

1- Le solide sur la figure 2 est un cube.
2-
   a.
   b. Elle représente des carrés.
3-
   a. ABCD, EFGH, AHBE, CDGF, BEFC, AHGD.
   b. Carré : ABCD, EFGH ; parallélogramme : AHBE, CDGF, BEFC, AHGD.

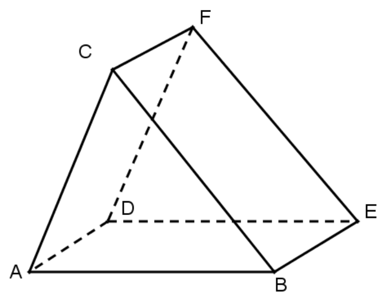
4- Celles qui sont déformées : AHBE ,CDGF ,BEFC ,AHGD. Elles se trouvent dans le plan vertical de profil et dans le plan horizontal.
5- Celles qui n'ont pas subi de déformation : ABCD, EFGH. Elles se trouvent dans le plan vertical de face.
6- Les arêtes ont la même longueur.
7- Les arêtes perpendiculaires au plan de face verticale de la figure 1 ont été réduites sur la figure 2.
8- L'angle sur la figure 1 qui était un angle droit ne l'est plus sur la figure 2.

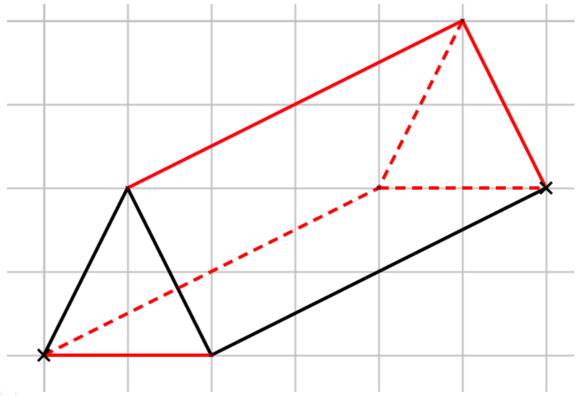
Exercice de fixation

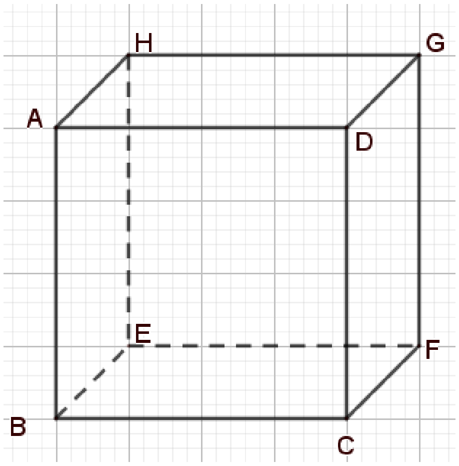
Exercice 1

N°	Affirmations	VRAI ou FAUX
1	Les arêtes à support parallèles sur l'objet sont représentées par des supports à segments perpendiculaires sur le dessin	Faux
2	Les arêtes cachées sont représentées par des traits plein sur le dessin	Faux
3	Toute face de l'objet située dans un plan vertical de face est représentée sans déformation	Vrai
4	Le coefficient de réduction est un nombre réel plus grand que 1	Faux

Exercice 2





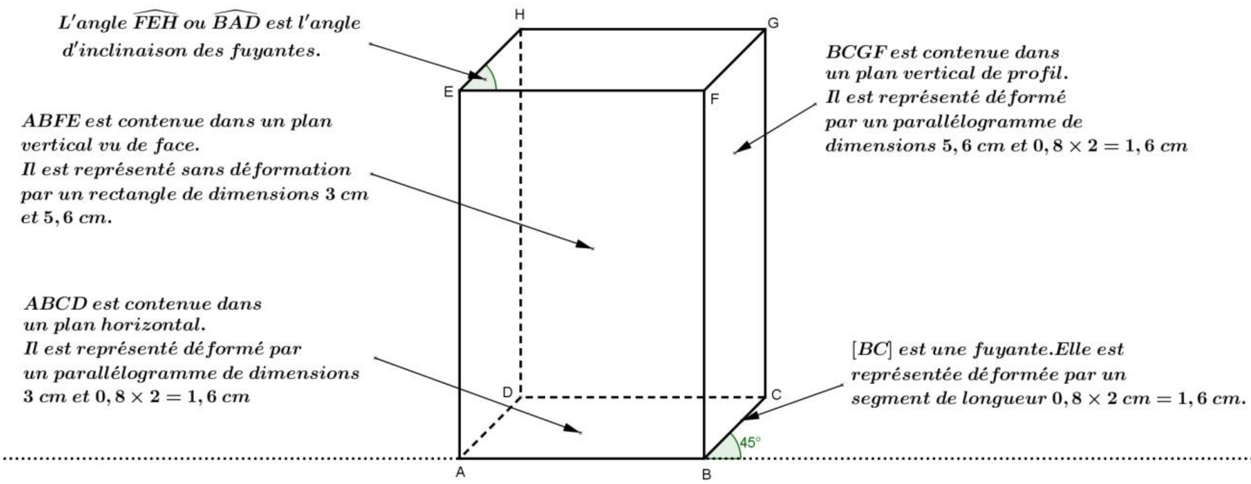


Exercice 3

Fuyante		Coefficient de reduction
Longueur réelle	Longueur sur le schema	
8cm	4,8 cm	0.6
30 cm	15 cm	0.5
20 cm	10cm	0.5

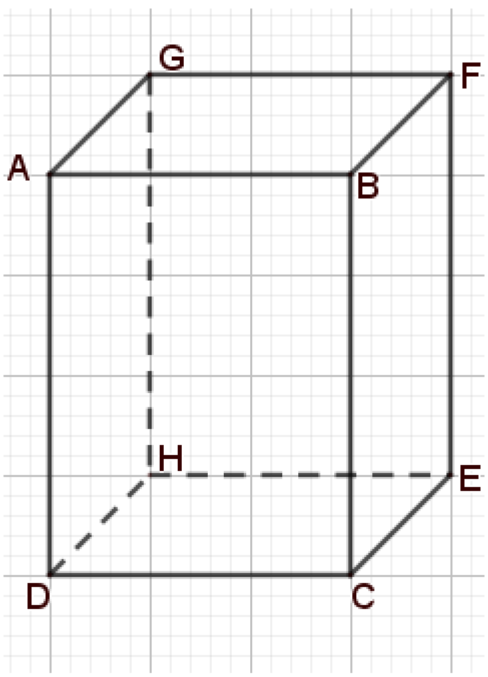
Activité 3 : représentation de solides usuels

Activité 3.1

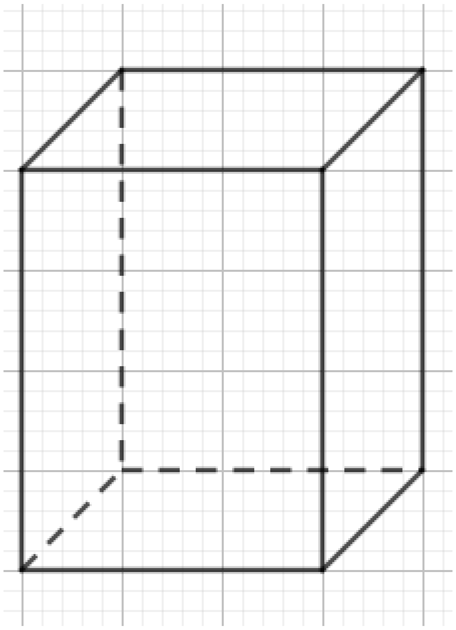


Exercice de fixation

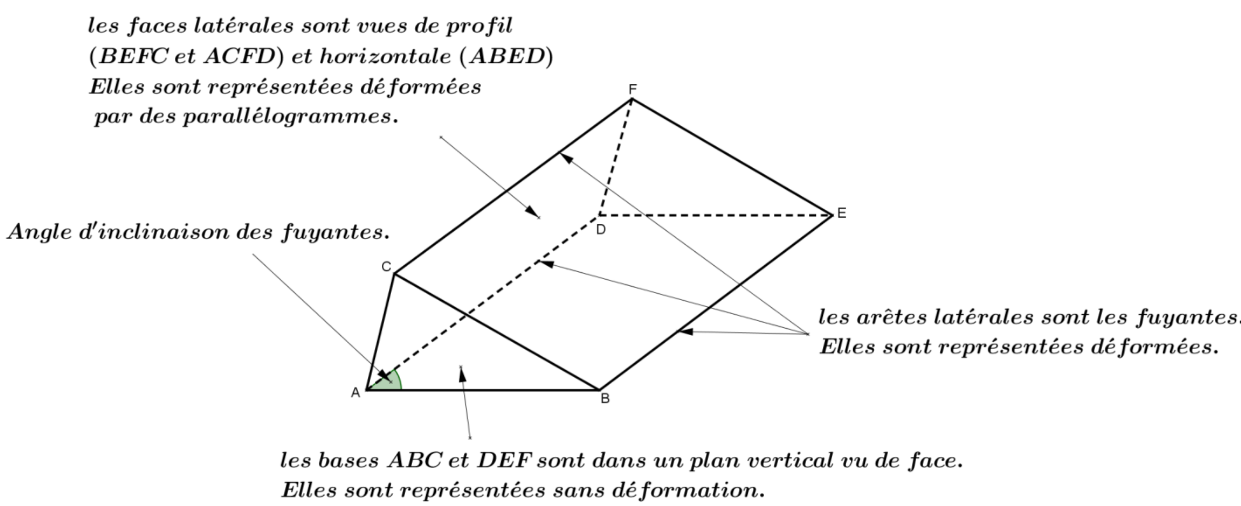
Exercice 1



Exercice 2

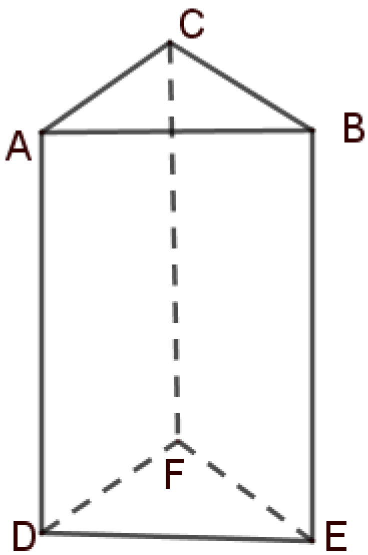


Activité 3.2



<u>Exercice de fixation</u>

<u>Exercice 1</u>

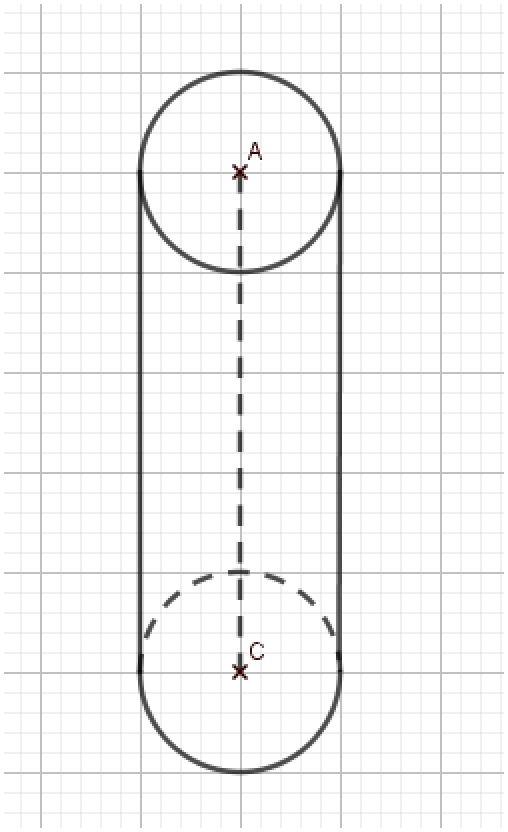


<u>Exercice 2</u>

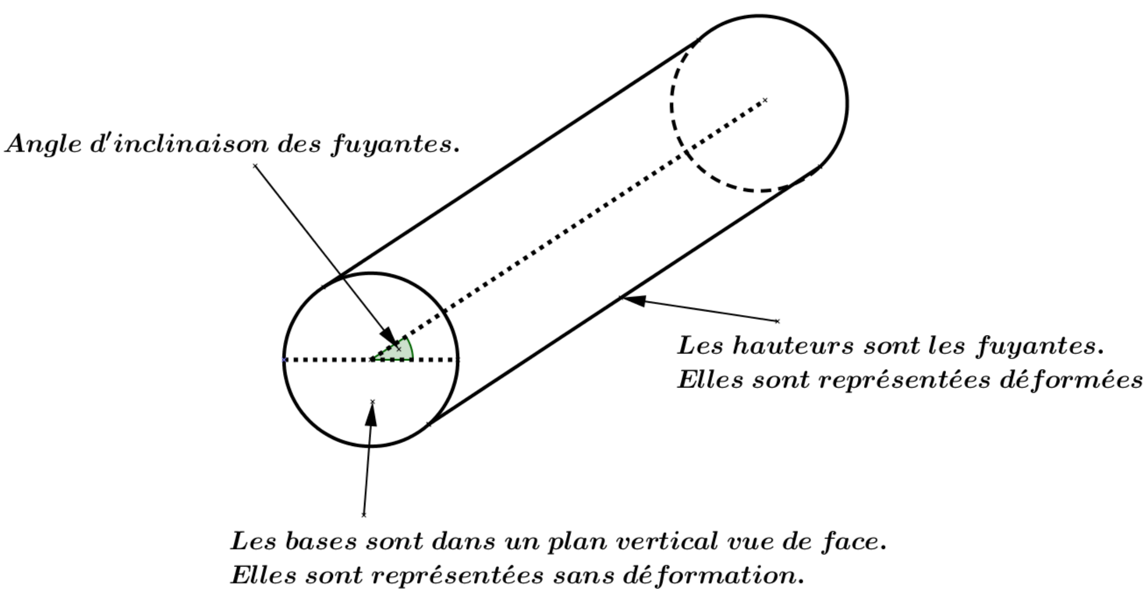
Voir exercice précédent

Activité 3.3

<u>Exercice 1</u>



Exercice 2



Exercice de renforcement

Exercice 1

1- $AD = 2cm$

$$\frac{AD}{AB} = \frac{2}{4} = 0.5$$

2-

$\alpha = mes\ \widehat{BAD} = 45°$.

3-

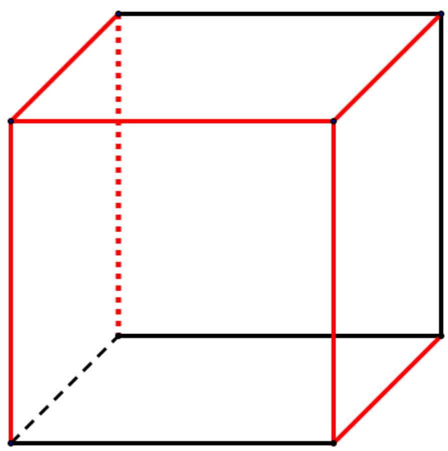
$ABFE$ est un carré de coté 4 cm : VRAIE

Certaines arêtes ne sont pas visibles : VRAIE

(EH) et (FG) sont parallèles : VRAIE

$\widehat{BAD}$ est un angle droit et $AD = AB$: FAUX ($mes\widehat{BAD} = \alpha\ et\ AD = kAB$

Exercice 2



Exercice 3

1- $mes\ \widehat{BAE} = 40°$.

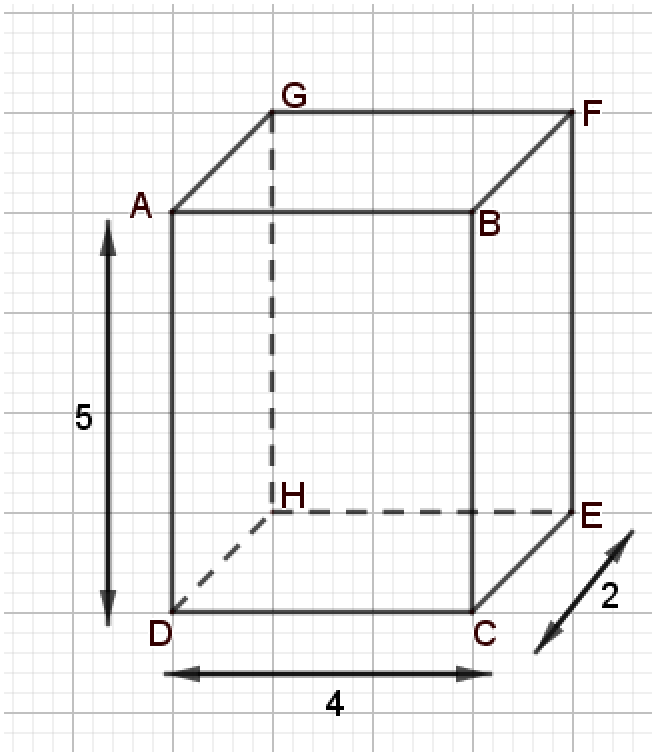
2- Réalité = 4.5

Sur le dessin =1.5

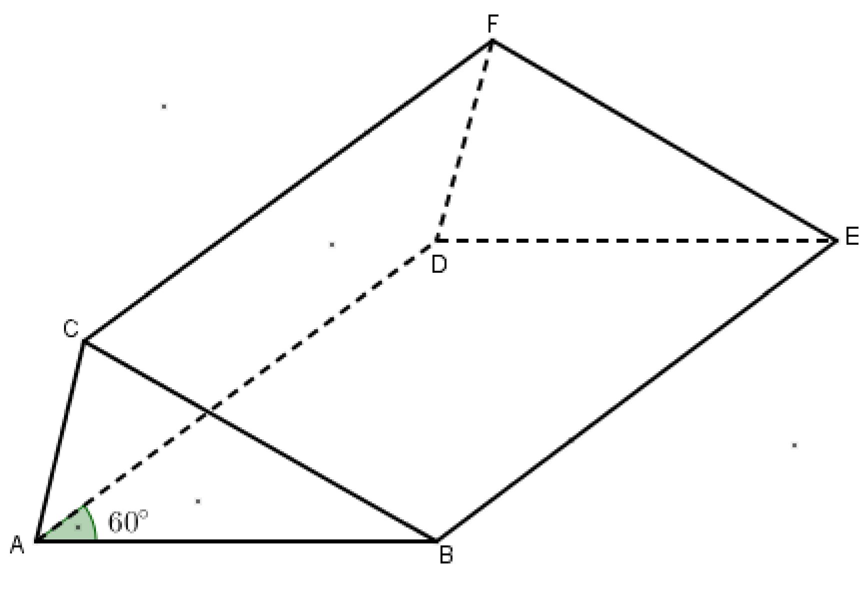
Coefficient de réduction $k = 0.3$

Exercice 4

1-



Exercice 5



EXERCICE 6

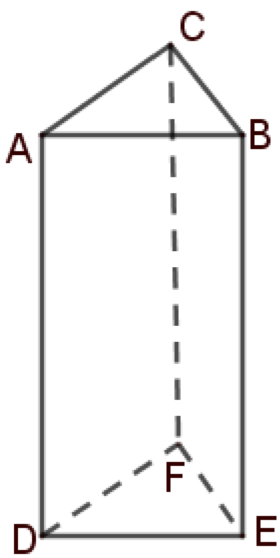
1-

Plan frontal : ADFC
Plan horizontal : ABC et DEF
Plan de profil : ABDE

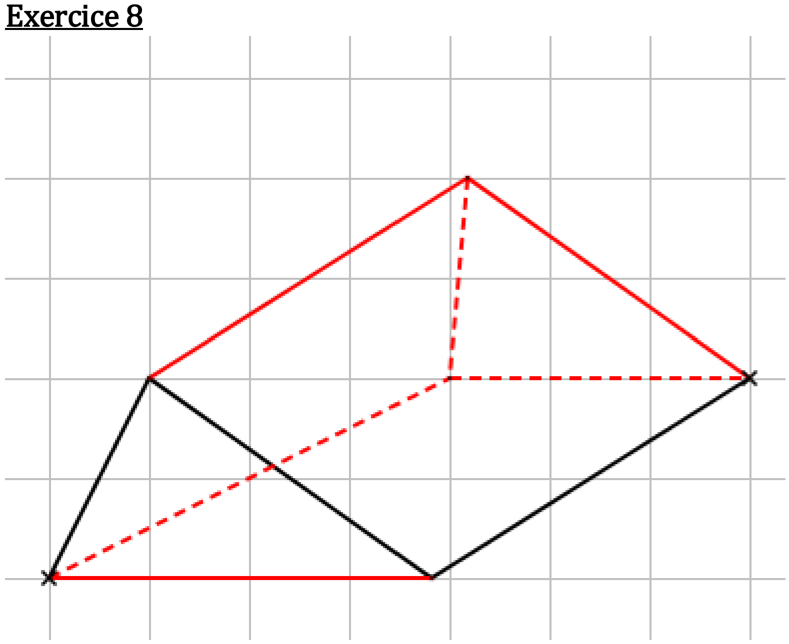
2-

Mesure réelle de l'arête fuyante $=\frac{mesure\ sur\ la\ representation}{coefficient\ de\ reduction} = \frac{2}{0.4} = 5cm$

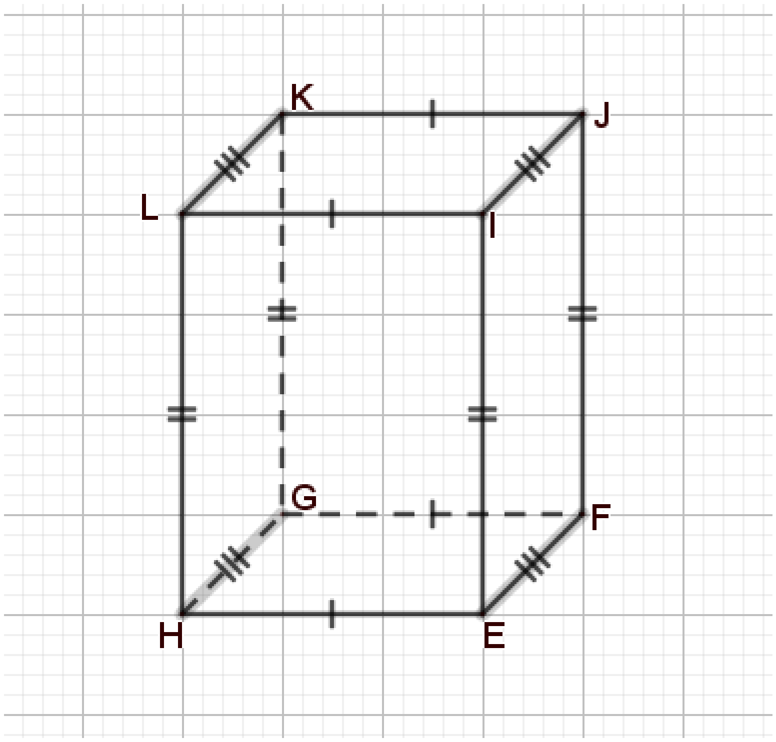
Exercice 7



Exercice 8



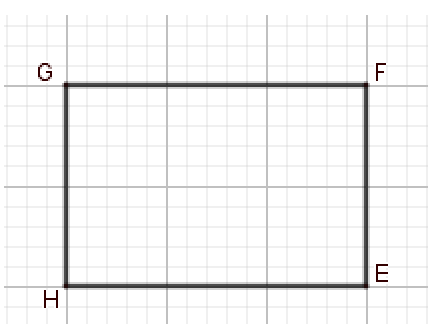
Exercice 9

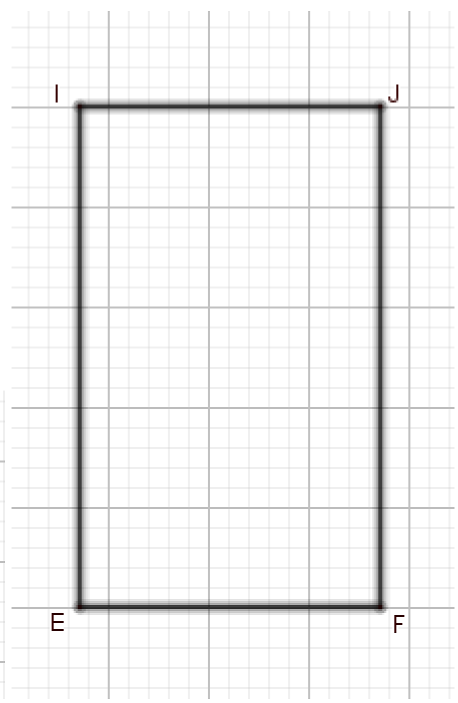


1-

Arete	$[HG]$	$[FJ]$	$[IL]$	$[GK]$	$[IJ]$	$[JK]$
Longueur en cm	3	6	4	6	3	4

2-





3- EFI est un triangle rectangle en E donc d'après la propriété de Pythagore on a :

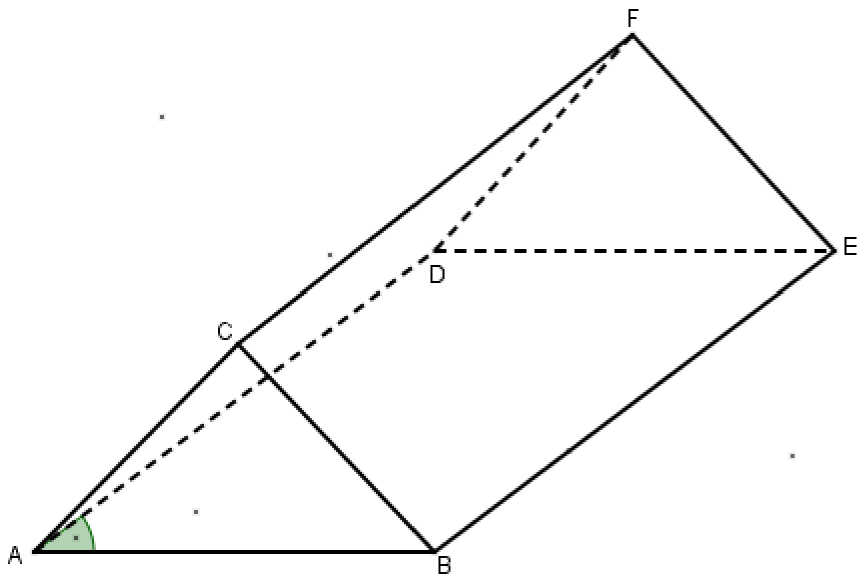
$IF^2 = IE^2 + EF^2$

$IF^2 = 6^2 + 3^2$

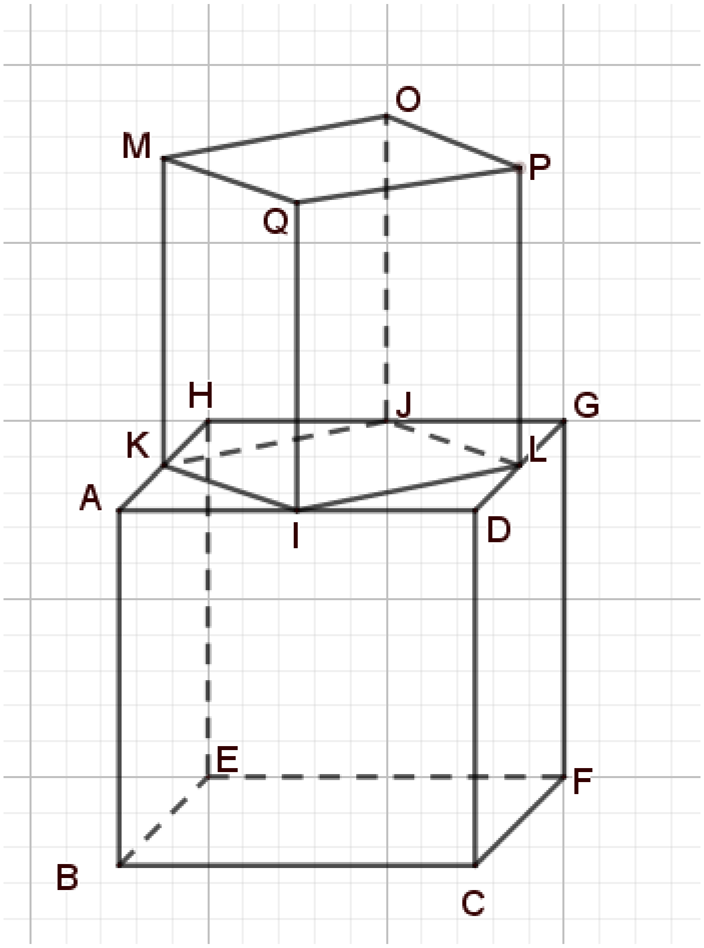
$IF^2 = 36 + 9 = 45$

$IF = \sqrt{45} = 6{,}7$

Exercice 10

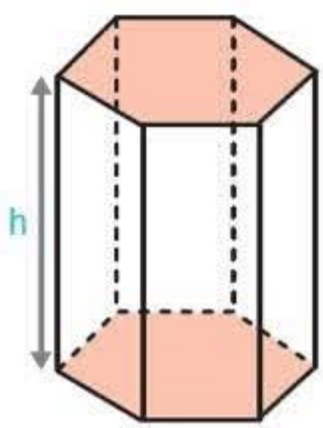


Exercice 11

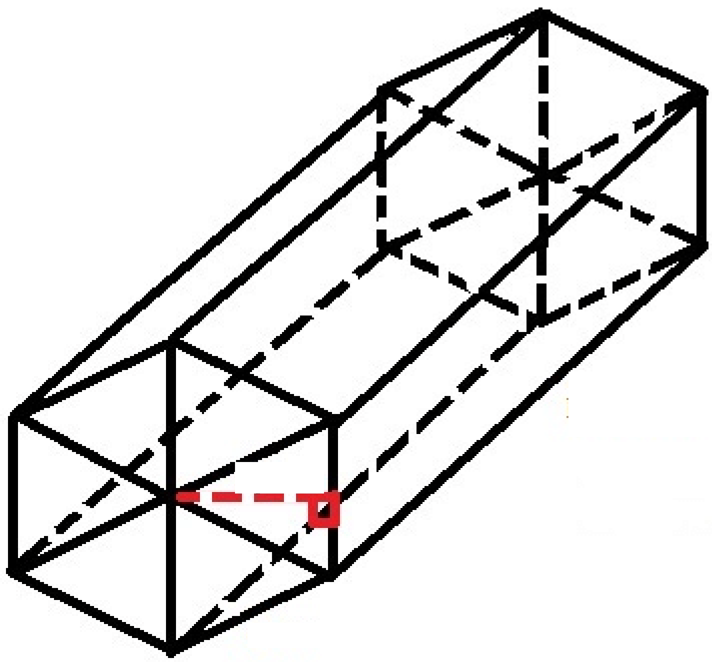


Exercice 12

1-

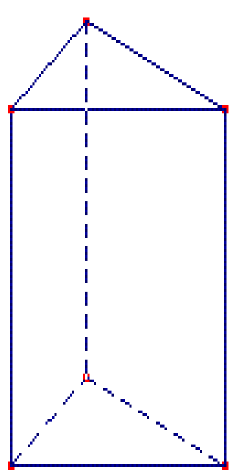


2-



<u>SITUATION D'EVALUATION</u>

1-



2-

$Aire\ laterale = perimetre\ d'une\ base \times hauteur$

$Aire\ laterale = 80(23 + 48 + 53)$

$Aire\ laterale = 9920\ m^2$.

3-

Déterminons le nombre de carreaux qu'il lui faut : 9920/2=4960 carreaux

Prix total : $4960\times\ 1000 = 4.960.000$ FCFA.

Monsieur N'guessan aura suffisament d'argent pour embelir son immeuble car il possede 5.000.000 FCFA qui est superieur au prix d'achat des carreaux.

CORRIGE-----CALCUL LITTERAL------NIVEAU QUATRIEME

SITUATION D'APPRENTISSAGE

Faire lire la situation d'apprentissage à haute voix une ou deux fois par un bon lecteur.
On peut expliquer par exemple le mot pertinent.
Pertinent veut dire : juste ; approprié, bien-fondé.

Poser oralement les questions suivantes :

Consignes pour dérouler la situation d'apprentissage	**Réponses attendues**
Où se passe la situation ?	La situation se passe dans un lycée.
De quoi s'agit-il dans ce texte ?	Il s'agit du partage d'un terrain rectangulaire en trois parcelles rectangulaires (P_1, P_2 et P_3) de même aire.
Tous les membres du bureau de la coopérative sont-ils d'accord avec le travail du professeur ? Justifie ta réponse.	Non, car un membre du bureau de la coopérative affirme que la parcelle P_1 ne peut avoir la même aire que les deux autres parcelles.
Que décide de faire les autres membres de la coopérative ?	Ils décident d'effectuer les calculs.
Pour résoudre cette situation, nous allons calculer avec les dimensions sur la figure. Cite les dimensions sur la figure.	$2x+1$; $4x+2$; $6x+4$; $9x+6$

$2x+1$; $4x+2$; $6x+4$ et $9x+6$ sont des expressions littérales. Dans cette leçon CALCUL LITTERAL, nous allons effectuer des calculs avec les expressions littérales et à la fin de cette étude vous aurez les moyens de répondre à la préoccupation des membres du bureau de la coopérative. Ce que nous allons apprendre va vous permettre de résoudre beaucoup de problèmes dans la vie. C'est pourquoi je vous demande de bien suivre.

Nous allons travailler ensemble selon le plan suivant.

1) Expressions littérales

2) Développement et réduction d'un produit

3) Factorisation

INSTALLATION DES HABILETÉS

Activités 1 **EXPRESSION LITTERALE**

1-1- Définition d'une expression littérale

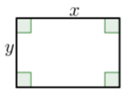
Le périmètre du rectangle ABCD est : $2(l + \mathrm{L})$.

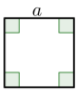
Exercices de fixation

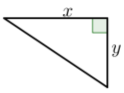
1-1-1

$$-x \quad ; \quad 4 - y \quad ; \quad 0{,}5x^2 + 1 \quad ; \quad 2(x + y)$$

1-1-2







$Aire = xy$ $\qquad$ $Aire = a^2$ $\qquad$ $Aire = \frac{x \times y}{2}$

1-2- Calcule d'une valeur d'une expression littérale

Expression littérale	Valeur prise par x	Résultat
$x - 7$	3	-4
$5 + x$	-1	4
$x + 2$	10	12

Exercices de fixation

1-2-1

3 ; -5 ; 12

1-2-2

$A = -1 + 3$; $B = 2 \times (-1) - 3$

$\underline{A = 2}$ $\qquad$ $B = -2 - 3$

$\underline{B = -5}$

$C = 4[1 + (-1)]$; $D = (-1)^2 - (-1) + 8$

$C = 4(1 - 1)$ $\qquad$ $D = 1 + 1 + 8$

$C = 4 \times 0$ $\qquad$ $\underline{D = 10}$

$\underline{C = 0}$

Activités 2 DÉVELOPPEMENT ET RÉDUCTION D'UN PRODUIT

2- 1 Réduction d'une expression littérale

1) $\mathrm{A} = a + 5 + 4a - 2$

$\underline{\mathrm{A} = a + 4a + 5 - 2}$

$\mathrm{B} = 7x + 8 - 2y + 2x - y - 5$

$\underline{\mathrm{B} = 7x + 2x - 2y - y + 8 - 5}$

$\mathrm{C} = 10 + 3b - 6 - a + 3a - b$

$\underline{\mathrm{C} = 3a - a + 3b - b + 10 - 6}$

$\mathrm{D} = 4x^2 - 2a - 7 + 6a - 3x^2 - 4$

$\underline{\mathrm{D} = 4x^2 - 3x^2 - 2a + 6a - 7 - 4}$

2) $\mathrm{A} = a + 4a + 5 - 2$

$\underline{\mathrm{A} = 5a + 3}$

$\mathrm{B} = 7x + 2x - 2y - y + 8 - 5$

$\underline{\mathrm{B} = 9x - 3y + 3}$

$\mathrm{C} = 3a - a + 3b - b + 10 - 6$

$\underline{\mathrm{C} = 2a + 2b + 4}$

$\mathrm{D} = 4x^2 - 3x^2 - 2a + 6a - 7 - 4$

$\underline{\mathrm{D} = x^2 + 4a - 11}$

Exercices de fixation

2-1-1

$-3x + x$	$5x - 7$
$7x \times x - x^2$	$-x$
$5x - 7$	$6x^2$
$4x - 5x$	$-2x$

2-1-2

$\mathrm{A} = 4x + 3 + 4x - 1$

$\mathrm{A} = 4x + 4x - 1 + 3$

$\underline{\mathrm{A} = 8x + 2}$

$\mathrm{B} = 3 + 2x - 5 - x + 2$

$\mathrm{B} = 2x - x - 5 + 3 + 2$

$\underline{\mathrm{B} = x}$

$\mathrm{C} = 5x^2 - 11 - 8x - 2x^2 + 6x + 4$

$\mathrm{C} = 5x^2 - 2x^2 - 8x + 6x + 4 - 11$

$\underline{\mathrm{C} = 3x^2 - 2x - 7}$

2-2 Développement de $\boldsymbol{k}(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$

Soit $\mathcal{A}$ l'aire du rectangle ABCD.

Méthode 1 :

$\mathcal{A} = \mathrm{AB} \times \mathrm{BC}$

$\boxed{\mathcal{A} = a(x+y)}$

Méthode 2 :

$\mathcal{A} = \text{Aire de ABEF} + \text{Aire de ECDF}$

$\mathcal{A} = \mathrm{AB} \times \mathrm{BE} + \mathrm{EC} \times \mathrm{CD}$

$\mathcal{A} = ay + ax$

$\boxed{\mathcal{A} = ax + ay}$

Des méthodes 1 et 2, on a : $\boxed{a(x+y) = ax + ay}$

Exercices de fixation

2-2-1

$a(x+y)$
$x(y-t)$
$5(3-x)$
$4x(x+1)$

$-5x+15$
$4x^2+4x$
$ax+ay$
$-xt+xy$

2-2-2

$\mathrm{A} = 3(b\ -\ 4) = 3 \times \boldsymbol{b} - \mathbf{3} \times 4 = \mathbf{3}\boldsymbol{b} - \mathbf{12}$

$\mathrm{B} = 2a(x+\mathbf{5}) = 2\boldsymbol{ax} + 10a$

$\mathrm{C} = \boldsymbol{b}(-\mathbf{7}+x) = -7b + bx$

$\mathrm{D} = -4(y+2x) = -\mathbf{4}\boldsymbol{y} - \mathbf{8}\boldsymbol{x}$

2-2-a-3

a) $-4(x+7) = -4x - 28$

b) $8(x-6) = 8x - 48$

c) $2(1{,}5+3y) = 3 + 6y$

d) $x(4x-0{,}75) = 4x^2 - 0{,}75x$

e) $-3x(-7x+y) = 21x^2 - 3xy$

f) $-5(2x-4y) = -10x + 20y$

2-3 Développement de $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{y})$

1. Aire du rectangle ABCD = AD×CD = $(d+\mathbf{c})(\ \boldsymbol{b}+\boldsymbol{a})$.
2.
   a- l'aire du rectangle vert est : $\boldsymbol{bd}$.

   b- l'aire du rectangle bleu est : $\boldsymbol{ad}$.

c- l'aire du rectangle jaune est : $\boldsymbol{ac}$.

d- l'aire du rectangle rouge est : $\boldsymbol{bc}$.

3. L'aire du rectangle ABCD à partir des rectangles en couleurs :
Aire du rectangle ABDC = aire du rectangle vert + aire du rectangle bleu
+ aire du rectangle jaune + aire du rectangle

<u>Aire du rectangle ABDC = $ad + bd + ac + bc$</u>.

4. De 1. et 3. , on a bien $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd)$.

<u>Exercices de fixation</u>

2-3-1

$(y - t)(a + b)$	$zc - zd + dx + cx$
	$dz + cz + dx + cx$
	$ta - ay + by - tb$
$(z + x)(d + c)$	$ay - at + by - bt$

2-3-2

$\mathrm{A} = (a + 3)(b - 4) = a \times \boldsymbol{b} - 4 \times \boldsymbol{a} + \mathbf{3} \times b - 3 \times \mathbf{4}$

<u>$\mathrm{A} = ab - \mathbf{4}\boldsymbol{a} + \mathbf{3}\boldsymbol{b} - 12$</u>

$\mathrm{B} = (x + 5)(6 + y) = \boldsymbol{x} \times 6 + x \times \boldsymbol{y} + 5 \times \mathbf{6} + \mathbf{5} \times y$

<u>$\mathrm{B} = \mathbf{6}\boldsymbol{x} + xy + 30 + \mathbf{5}\boldsymbol{y}$</u>

2-3-3

a) $(x + 7)(y - 6) = xy - 6x + 7y - 42$

b) $(3x + 1)(2y + 4) = 6xy + 12x + 2y + 4$

c) $(-x - 5)(8 - 3y) = -8x + 3xy - 40 + 15y$

d) $(x - 2)(4x - 9) = 4x^2 - 17x + 18$

e) $(4 + 3x)(-7x + 2) = -21x^2 - 22x + 8$

f) $(2x + 5)(2x - 7) = 4x^2 - 4x - 35$

2-4 Produits remarquables

1-

$(a+b)^2 = (a+b)(a+b)$; $(a-b)^2 = (a-b)(a-b)$

$(a+b)^2 = a^2 + ab + ba + b^2$; $(a-b)^2 = a^2 - ab - ba + b^2$

$\underline{(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2}$; $\underline{(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2}$

2- $(a+b)(a-b) = a^2 - ab + ba - b^2$

$\underline{(a+b)(a-b) = a^2 - b^2}$

<u>Exercices de fixation</u>

2-4-1	2-4-2
1. faux	a) $(3a+2)^2 = 9a^2 + 12a + 4$
2. vrai	b) $(12+a)^2 = a^2 + 24a + 144$
3. vrai	c) $(4a+1)^2 = 16a^2 + 8a + 1$
4. vrai	d) $(7-2y)^2 = 4y^2 - 28y + 49$
5. faux	e) $(5a-3)^2 = 25a^2 - 30a + 9$
6. vrai	f) $(x-11)^2 = x^2 - 22a + 121$
	g) $(x-4)(x+4) = x^2 - 16$
	i) $(10-6y)(10+6y) = 100 - 36y^2$

Activités 3 FACTORISATION

3-1 Factorisation par la mise en évidence d'un facteur commun

1. On a : $A = 7x + 7y + 7z$
   a) Le chiffre commun aux trois termes de A est : 7.
   b) $A = 7(\boldsymbol{x} + \boldsymbol{y} + \boldsymbol{z})$
2. D'après 1., on a :
   a) $15x - 15y = 15(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{y})$
   b) $3a + ab = a(\mathbf{3} + \boldsymbol{b})$

Exercices de fixation

3-1-1

$ax + ay$	$x(4x-1)$
$-3a - 12t$	$5(x+2)$
$10 + 5x$	$a(y+x)$
$4x^2 - x$	$-3(a+4t)$

3-1-2

a) $17x - 17 = 17(x-1)$

b) $7 + 7x = 7(1+x)$

c) $\frac{1}{2}x - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}(x-1)$

d) $8x + 24 = 8(x+3)$

e) $4 - 20x = 4(1-5x)$

f) $6by - 12bx = 6b(y-2x)$

g) $30 + 40x = 10(3+4x)$

i) $16a - 4x = 4(4a - x)$

3-2 Factorisation à l'aide de produits remarquables

On a : A = $x^2 - 6x + 9$ et B = $x^2 - 81$

1. a) A = $x^2 - 2 \times x \times 3 + 3^2$ et B = $x^2 - 9^2$
   b) A est de la forme $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$, donc A = $(x-3)^2$
   B est de la forme $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$, donc B = $(x-9)(x+9)$
2. a) $x^2 + 14x + 49 = (\boldsymbol{x} - \mathbf{7})^2$
   b) $x^2 - 36 = (x - \mathbf{6})(x + \mathbf{6})$

Exercices de fixation

3-2-1

1. vrai
2. faux
3. faux
4. vrai
5. vrai
6. faux

3-2-2

a) $x^2 - 8x + 16 = (x-4)^2$

b) $9a^2 - 6a + 1 = (3x-1)^2$

c) $t^2 + 16t + 64 = (t+8)^2$

d) $4x^2 + 12x + 9 = (2x+3)^2$

e) $81 - x^2 = (9-x)(9+x)$

f) $16a^2 - 121 = (4a+11)(4a-11)$

g) $1 - x^2 = (1+x)(1-x)$

❖ EXERCICES DE RENFORCEMENT

Exercice 1

a) $A = -4 \times 3 + 17$
$A = 5$

b) $B = (-3)^2 - 5 \times (-3) + 11$
$B = 35$

c) $C = 8(7 \times (-2) + 6) + 64$
$C = 0$

Exercice 2

$A = 3^2 + 3 \times 3 - 6$
$A = 9 + 9 - 6$
$A = 12$

$B = -5 \times 3^2 - 3 + 2$
$B = -5 \times 9 - 1$
$B = -46$

$C = (3 \times 3 - 2)(4 - 3)$
$C = (9 - 2) \times 1$
$C = 7$

$D = -3(2 \times 3 + 6)(7 \times 3 - 1)$
$D = -3(6 + 6)(21 - 1)$
$D = -720$

Exercice 3

$A = -7 - 5 - 2y$
$A = -12 - 2y$

$B = 3y - 5 + 4y$
$B = 3y + 4y - 5$
$B = 7y - 5$

$C = -y - 4 + 6$
$C = -y + 2$

$D = 4x - 3 + 6x - 10$
$D = 4x + 6x - 3 - 10$
$D = 10x - 13$

$E = 9x + 2 + x - 3$
$E = 9x + x + 2 - 3$
$E = 10x - 1$

$F = 8x - 5x - 2 + 4 - 6x$
$F = 8x - 5x - 6x - 2 + 4$
$F = -3x + 2$

Exercice 4

$A = 4x^2 - 7x^2 - 5x - 3x + 9 - 2$; $C = x - 9 - 2 - x + 11 - x$

$A = -3x^2 - 8x + 7$

$C = x - x - x - 9 - 2 + 11$

$C = -x$

$B = (2x)^2 - 4x^2 + 13x - 6x + 12 - 4$; $D = x^2 + 5x - 4 + 2x^2 - 9x + 7$

$B = 4x^2 - 4x^2 + 7x + 8$

$B = 7x + 8$

$D = x^2 + 2x^2 + 5x - 9x - 4 + 7$

$D = 3x^2 - 4x + 3$

Exercice 5

$$a = 2x + \frac{2}{3} - 5x + \frac{1}{3}$$
$$a = 2x - 5x + \frac{2}{3} + \frac{1}{3}$$
$$a = -3x + 1$$

$$b = \frac{1}{2}x + \frac{3}{4} + \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$$
$$b = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}x + \frac{3}{4} - \frac{1}{2}$$
$$b = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}x + \frac{3}{4} - \frac{2}{4}$$
$$b = 2x + \frac{1}{4}$$

$$c = -\frac{4}{5} + 7x + x - 2$$
$$c = 7x + x - 2 - \frac{4}{5}$$
$$c = 7x + x - \frac{10}{5} - \frac{4}{5}$$
$$c = 8x - \frac{14}{5}$$

Exercice 6

$a)$ $3(t + 6) = 3 \times t + 3 \times 6$

$= 3t + 18$

$b)$ $6(5 - y) = 6 \times 5 - 6 \times y$

$= 30 - 5y$

$c)$ $-7(2x - 3) = -7 \times 2x - 7 \times (-3)$

$= -14x + 21$

$d)$ $-8(-3 - 5y) = -8 \times (-3) - 8 \times (5y)$

$= -24 + 40y$

$e)$ $2(4x - 9) = 2 \times 4x - 2 \times 9$

$= 8x - 18$

$f)$ $-12(-5 + 3t) = -12 \times (-5) - 12 \times 3t$

$= 60 - 36t$

Exercice 7

$$A = 2\left(x - \frac{2}{5}\right) + \frac{3}{5}$$
$$A = 2 \times x + 2 \times \left(-\frac{2}{5}\right) + \frac{3}{5}$$
$$A = 2x - \frac{4}{5} + \frac{3}{5}$$
$$A = 2x + \frac{-4+3}{5}$$
$$A = 2x - \frac{1}{5}$$

$$C = 6x - 5\left(\frac{1}{2}x - \frac{3}{10}\right)$$
$$C = 6x - 5 \times \frac{1}{2}x - 5 \times \left(-\frac{3}{10}\right)$$
$$C = 6x - \frac{5}{2}x + \frac{5 \times 3}{10}$$
$$C = \left(6 - \frac{5}{2}\right)x + \frac{5 \times 3}{5 \times 2}$$
$$C = \left(\frac{6 \times 2 - 5}{2}\right)x + \frac{3}{2}$$
$$C = \frac{7}{2}x + \frac{3}{2}$$

$$B = \frac{4}{3}(y + 1) - \frac{1}{3}$$
$$B = \frac{4}{3} \times y + \frac{4}{3} \times 1 - \frac{1}{3}$$
$$B = \frac{4}{3}y + \frac{4}{3} - \frac{1}{3}$$
$$B = \frac{4}{3}y + \frac{4-1}{3}$$
$$B = \frac{4}{3}y + \frac{1}{3}$$

$$D = -2 - 3\left(\frac{1}{6}y - \frac{1}{3}\right)$$
$$D = -2 - 3 \times \frac{1}{6}y - 3 \times \left(-\frac{1}{3}\right)$$
$$D = -2 - \frac{3}{6}y + \frac{3}{3}$$
$$D = -\frac{3}{6}y + \frac{3}{3} - 2$$
$$D = -\frac{1}{2}y + 1 - 2$$
$$D = -\frac{1}{2}y - 1$$

Exercice 8

$$A = 2(x - 6) - 11x$$
$$A = 2 \times x - 2 \times 6 - 11x$$
$$A = 2x - 12 - 11x$$
$$A = 2x - 11x - 12$$
$$A = -9x - 12$$

$$B = 4y - 3(2y - 5)$$
$$B = 4y - 3 \times 2y - 3 \times (-5)$$
$$B = 4y - 6y + 15$$
$$B = -2y + 15$$

$C = 16 + 4(6 + 2a) - 7a$

$C = 16 + 4 \times 6 + 4 \times 2a - 7a$

$C = 16 + 24 + 8a - 7a$

$C = 40 + a$

$D = -15 - 5(-9 + 3b)$

$D = -15 - 5 \times (-9) - 5 \times (3b)$

$D = -15 + 45 - 15b$

$D = 30 - 15b$

$E = -5(6 - 3z) - 9 + z$

$E = -5 \times 6 - 5 \times (-3z) - 9 + z$

$E = -30 + 15z - 9 + z$

$E = 15z + z - 30 - 9$

$E = 16z - 39$

$F = 12x - 4(6 - 3x)$

$F = 12x - 4 \times 6 - 4 \times (-3x)$

$F = 12x - 24 + 12x$

$F = 12x + 12x - 24$

$F = 24x - 24$

Exercice 9

$E = (2x + 3)(5x - 8) - (2x - 4)(5x - 1)$

$E = 2x \times 5x + 2x \times (-8) + 3 \times 5x + 3 \times (-8) - [2x \times 5x + 2x \times (-1) - 4 \times 5x - 4 \times (-1)]$

$E = 10x^2 - 16x + 15x - 24 - (10x^2 - 2x - 20x + 4)$

$E = 10x^2 - x - 24 - 10x^2 + 22x - 4$

$E = 10x^2 - 10x^2 + 22x - x - 24 - 4$

$\underline{E = 21x - 28}$

$F = (5x - 2)(5x - 8) - (3x - 5)(x + 7)$

$F = 5x \times 5x + 5x \times (-8) - 2 \times 5x - 2 \times (-8) - (3x \times x + 3x \times 7 - 5 \times x - 5 \times 7)$

$F = 25x^2 - 40x - 10x + 16 - (3x^2 + 21x - 5x - 35)$

$F = 25x^2 - 50x + 16 - 3x^2 - 16x + 35$

$F = 25x^2 - 3x^2 - 50x - 16x + 16 + 35$

$\underline{F = 22x^2 - 66x + 51}$

$G = 2(x+7)(3 - 2x) + (5x - 2)(4x+1)$

$G = 2(x \times 3 - x \times 2x + 7 \times 3 - 7 \times 2x) + 5x \times 4x + 5x \times 1 - 2 \times 4x - 2 \times 1$

$G = 2(3x - 2x^2 + 21 - 14x) + 20x^2 + 5x - 8x - 2$

$G = 2(-2x^2 - 11x + 21) + 20x^2 - 3x - 2$

$G = -2 \times 2x^2 - 2 \times 11x + 2 \times 21 + 20x^2 - 3x - 2$

$G = -4x^2 - 22x + 42 + 20x^2 - 3x - 2$

$G = 20x^2 - 4x^2 - 22x - 3x + 42 - 2$

$G = 16x^2 - 25x + 40$

Exercice 10

$A = (x+4)^2$

$A = x^2 + 2 \times 4 \times x + 4^2$

$\underline{A = x^2 + 8x + 16}$

$B = (y-1)^2$

$B = y^2 - 2 \times 1 \times y + 1^2$

$\underline{B = y^2 - 2y + 1}$

$C = (x-9)^2$

$C = x^2 - 2 \times 9 \times x + 9^2$

$\underline{C = x^2 - 18x + 81}$

$D = (x+11)^2$

$D = x^2 + 2 \times 11 \times x + 11^2$

$\underline{D = x^2 + 22x + 121}$

$E = (7-x)^2$

$E = 7^2 - 2 \times 7 \times x + x^2$

$\underline{E = x^2 - 14x + 49}$

$F = (-4+t)^2$

$F = (-4)^2 + 2 \times (-4) \times t + t^2$

$\underline{F = t^2 - 8t + 16}$

Exercice 11

$A = (-2x+3)^2$

$A = (-2x)^2 + 2 \times 3 \times (-2x) + 3^2$

$\underline{A = 4x^2 - 12x + 9}$

$B = (3y+4)^2$

$B = (3y)^2 + 2 \times 4 \times 3y + 4^2$

$\underline{B = 9y^2 + 24y + 16}$

$C = (-5x-9)^2$

$C = (-5x)^2 - 2 \times 9 \times (-5x) + 9^2$

$\underline{C = 25x^2 + 90x + 81}$

$D = (4a+11)^2$

$D = (4a)^2 + 2 \times 11 \times 4a + 11^2$

$\underline{D = 16a^2 + 88a + 121}$

$E = (12-x)^2$

$E = 12^2 - 2 \times 12 \times x + x^2$

$\underline{E = x^2 - 24x + 144}$

$F = (-4-7t)^2$

$F = (-4)^2 - 2 \times (-4) \times 7t + (7t)^2$

$\underline{F = 49t^2 + 56t + 16}$

Exercice 12

$A = (x+3)(x-3)$ $B = (t-10)(t+10)$ $C = (11+x)(11-x)$ $D = (1-a)(1-a)$

$A = x^2 - 3^2$ $B = t^2 - 10^2$ $C = 11^2 - x^2$ $\underline{D = 1^2 - a^2}$

$\underline{A = x^2 - 9}$ $\underline{B = t^2 - 100}$ $\underline{C = 121 - x^2}$

Exercice 13

a) $3x - 12 = 3 \times x - 3 \times 4$; d) $10t - 10a = 10 \times t - 10 \times a$

$\underline{3x - 12 = 3(x-4)}$ $\underline{10t - 10a = 10(t-a)}$

b) $7t - 14 = 7 \times t - 7 \times 2$; e) $7a^2 + 3ya^2 = 7 \times a^2 + 3y \times a^2$

$\underline{7t - 14 = 7(t-2)}$ $\underline{7a^2 + 3ya^2 = a^2(7+3y)}$

c) $4a + 8 = 4 \times a + 4 \times 2$; $f) - 5ax - 5x = -5x \times a - 5x \times 1$

$\underline{4a + 8 = 4(a+2)}$ $\underline{-5ax - 5x = -5x(a+1)}$

Exercice 14

a) $7(x-1) - x(x-1) = 7(\boldsymbol{x-1}) - x(\boldsymbol{x-1})$

$= \underline{(\boldsymbol{x-1})(7-x)}$

b) $(a+4)(2a-3) + 10(a+4) = (\boldsymbol{a+4})(2a-3) + 10(\boldsymbol{a+4})$

$= (\boldsymbol{a+4})[(2a-3)+10]$

$= (\boldsymbol{a+4})(2a-3+10)$

$= \underline{(\boldsymbol{a+4})(2a+7)}$

c) $5(a-8) + 7x(a-8) = 5(\boldsymbol{a-8}) + 7x(\boldsymbol{a-8})$

$= \underline{(\boldsymbol{a-8})(5+7x)}$

d) $(7-x)(-4x-1)+(7-x)(x+6) = (\mathbf{7}-\boldsymbol{x})(-4x-1)+(\mathbf{7}-\boldsymbol{x})(x+6)$

$$= (\mathbf{7}-\boldsymbol{x})[(-4x-1)+(x+6)]$$

$$= (\mathbf{7}-\boldsymbol{x})(-4x-1+x+6)$$

$$= \underline{(\mathbf{7}-\boldsymbol{x})(-3x+5)}$$

e) $(2x-3)(x-8)+(2x-3)(4x+1) = (\mathbf{2}\boldsymbol{x}-\mathbf{3})(x-8)+(\mathbf{2}\boldsymbol{x}-\mathbf{3})(4x+1)$

$$= (\mathbf{2}\boldsymbol{x}-\mathbf{3})[(x-8)+(4x+1)]$$

$$= (\mathbf{2}\boldsymbol{x}-\mathbf{3})(x-8+4x+1)$$

$$= \underline{(\mathbf{2}\boldsymbol{x}-\mathbf{3})(5x-7)}$$

f) $(\mathrm{t}+1)(9\mathrm{t}-5)-2(\mathrm{t}+1) = (\mathbf{t}+\mathbf{1})(9\mathrm{t}-5)-2(\mathbf{t}+\mathbf{1})$

$$= (\mathbf{t}+\mathbf{1})[(9\mathrm{t}-5)-2]$$

$$= (\mathbf{t}+\mathbf{1})(9\mathrm{t}-5-2)$$

$$= \underline{(\mathbf{t}+\mathbf{1})(9\mathrm{t}-7)}$$

Exercice 15

$\mathrm{A} = 36x^2-12x$

$\mathrm{A} = \mathbf{12}\boldsymbol{x}\times 3x-\mathbf{12}\boldsymbol{x}\times 1$

$\underline{\mathrm{A} = \mathbf{12}\boldsymbol{x}(3x-1)}$

$\mathrm{B} = 36b^2-9b$

$\mathrm{B} = \mathbf{9}\boldsymbol{b}\times 4b-\mathbf{9}\boldsymbol{b}\times 1$

$\underline{\mathrm{B} = \mathbf{9}\boldsymbol{b}(4b-1)}$

$\mathrm{C} = 48x^2-16ax^2$

$\mathrm{C} = 3\times\mathbf{16}\boldsymbol{x}^{\mathbf{2}}-a\times\mathbf{16}\boldsymbol{x}^{\mathbf{2}}$

$\underline{\mathrm{C} = \mathbf{16}\boldsymbol{x}^{\mathbf{2}}(3-a)}$

$\mathrm{D} = (2x-3)(x-8)+(3-2x)(4x+1)$

$\mathrm{D} = (\mathbf{2}\boldsymbol{x}-\mathbf{3})(x-8)-(\mathbf{2}\boldsymbol{x}-\mathbf{3})(4x+1)$

$\mathrm{D} = (\mathbf{2}\boldsymbol{x}-\mathbf{3})[(x-8)-(4x+1)]$

$\mathrm{D} = (\mathbf{2}\boldsymbol{x}-\mathbf{3})(x-8-4x-1)$

$\mathrm{D} = (\mathbf{2}\boldsymbol{x}-\mathbf{3})(-3x-9)$

$\mathrm{D} = (2x-3)(-\mathbf{3}\times x-\mathbf{3}\times 3)$

$\mathrm{D} = (2x-3)[-\mathbf{3}(x+3)]$

$\underline{\mathrm{D} = -3(2x-3)(x+3)}$

$\mathrm{E} = -5(8-a)+x(a-8)$

$\mathrm{E} = 5(\boldsymbol{a}-\mathbf{8})+x(\boldsymbol{a}-\mathbf{8})$

$\underline{\mathrm{E} = (\boldsymbol{a}-\mathbf{8})(5+x)}$

Exercice 16

$A = x^2 + 4x + 4$

$A = x^2 + 2 \times 2 \times x + 2^2$

$\underline{A = (x+2)^2}$

$B = 25 + 60x + 36x^2$

$B = 5^2 + 2 \times 5 \times 6x + (6x)^2$

$\underline{B = (5+6x)^2}$

$C = x^2 - 10x + 25$

$C = x^2 - 2 \times 5 \times x + 5^2$

$\underline{C = (x-5)^2}$

$D = 4x^2 - 40x + 100$

$D = (2x)^2 - 2 \times 10 \times x + 10^2$

$\underline{D = (2x-10)^2}$

$E = x^2 - 2x + 1$

$E = x^2 - 2 \times x \times 1 + 1$

$\underline{E = (x-1)^2}$

$F = 49 + 14x + x^2$

$F = 7^2 + 2 \times 7 \times x + x^2$

$\underline{F = (7+x)^2}$

$G = 16x^2 - 8x + 1$

$G = (4x)^2 - 2 \times 4x \times 1 + 1^2$

$\underline{G = (4x-1)^2}$

Exercice 17

$A = x^2 - 4$

$A = x^2 - 2^2$

$\underline{A = (x+2)(x-2)}$

$B = 25 - 36x^2$

$B = 5^2 - (6x)^2$

$\underline{B = (5+6x)(5-6x)}$

$C = 49x^2 - 100$

$C = (7x)^2 - 10^2$

$\underline{C = (7x+10)(7x-10)}$

$D = 9x^2 - 169$

$D = (3x)^2 - 13^2$

$\underline{D = (3x+13)(3x-13)}$

$E = 25x^2 - (3x+1)^2$

$E = (5x)^2 - (3x+1)^2$

$E = [5x + (3x+1)][5x - (3x+1)]$

$E = (5x+3x+1)(5x-3x-1)$

$\underline{E = (8x+1)(2x-1)}$

$G = -16x^2 + 64$

$G = 64 - 16x^2$

$G = 8^2 - (4x)^2$

$\underline{G = (8+4x)(8-4x)}$

$F = -49 + (x-2)^2$

$F = (x-2)^2 - 49$

$F = (x-2)^2 - 7^2$

$F = (x-2+7)(x-2-7)$

$\underline{F = (x+5)(x-9)}$

Exercice 18

$M = (2x + 3)^2 + (x - 2)(2x + 3)$

$M = (\boldsymbol{2x + 3})(2x + 3) + (x - 2)(\boldsymbol{2x + 3})$

$M = (\boldsymbol{2x + 3})[(2x + 3) + (x - 2)]$

$M = (\boldsymbol{2x + 3})(2x + 3 + x - 2)$

$\underline{M = (\boldsymbol{2x + 3})(3x + 1)}$

$P = 2y^2 - y(4y - 7)$

$P = 2y \times \boldsymbol{y} - \boldsymbol{y}(4y - 7)$

$P = \boldsymbol{y}[2y - (4y - 7)]$

$P = \boldsymbol{y}(2y - 4y + 7)$

$\underline{P = y(7 - 2y)}$

$N = (2t - 7)^2 - (5t + 1)(2t - 7)$

$N = (\boldsymbol{2t - 7})(2t - 7) - (5t + 1)(\boldsymbol{2t - 7})$

$N = (\boldsymbol{2t - 7})[(2t - 7) - (5t + 1)]$

$N = (\boldsymbol{2t - 7})(2t - 7 - 5t - 1)$

$N = (\boldsymbol{2t - 7})(-3t - 8)$

$N = (\boldsymbol{2t - 7})(-\boldsymbol{1} \times 3t - \boldsymbol{1} \times 8)$

$N = (\boldsymbol{2t - 7})[-1(3t + 8)]$

$\underline{N = -(2t - 7)(3t + 8)}$

$Q = (2t - 5)^2 + (2t - 5)(t - 1) + 2t - 5$

$Q = (\boldsymbol{2t - 5})(2t - 5) + (\boldsymbol{2t - 5})(t - 1)$
$+ (\boldsymbol{2t - 5}) \times 1$

$Q = (\boldsymbol{2t - 5})[(2t - 5) + (t - 1) + 1]$

$Q = (2t - 5)(2t - 5 + t - 1 + 1)$

$\underline{Q = (2t - 5)(3t - 5)}$

Exercice 19

On a $A = (3 - x)^2 - (3 - x)(9 + x) + 5(9 - x^2)$

1- Développons A.

$A = (3 - x)^2 - (3 - x)(9 + x) + 5(9 - x^2)$

$A = 3^2 - 2 \times 3 \times x + x^2 - (3 \times 9 + 3 \times x - x \times 9 - x \times x) + 5 \times 9 - 5 \times x^2$

$A = 9 - 6x + x^2 - (27 + 3x - 9x - x^2) + 45 - 5x^2$

$A = x^2 - 5x^2 - 6x + 9 + 45 - (-x^2 - 6x + 27)$

$A = -4x^2 - 6x + 54 + x^2 + 6x - 27$

$A = -4x^2 + x^2 - 6x + 6x + 54 - 27$

$\underline{A = -3x^2 + 27}$

2- Factorisons A.

$A = (3 - x)^2 - (3 - x)(9 + x) + 5(9 - x^2)$

$A = (3 - x)^2 - (3 - x)(9 + x) + 5(3^2 - x^2)$

$A = (\mathbf{3} - \boldsymbol{x})(3 - x) - (\mathbf{3} - \boldsymbol{x})(9 + x) + 5(\mathbf{3} - \boldsymbol{x})(3 + x)$

$A = (\mathbf{3} - \boldsymbol{x})[(3 - x) - (9 + x) + 5(3 + x)]$

$A = (\mathbf{3} - \boldsymbol{x})(3 - x - 9 - x + 5 \times 3 + 5 \times x)$

$A = (\mathbf{3} - \boldsymbol{x})(-2\,x + 5x + 15 + 3 - 9)$

$A = (3 - x)(3x + 9)$

$A = (3 - x)(3 \times x + 3 \times 3)$

$A = (3 - x)[3(x + 3)]$

$\underline{A = 3(3 - x)(x + 3)}$

3- Valeur numérique de A pour :

a) $x = 3$

On a $A = 3(3 - x)(x + 3)$

Donc $A = 3(3 - 3)(3 + 3)$

$\underline{A = 0}$

b) $x = -\frac{1}{2}$

On a $A = -3x^2 + 27$

Donc $A = -3\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 27$

$A = -3 \times \frac{1}{4} + 27$

$A = \frac{-3}{4} + 27$

$A = \frac{-3 + 4 \times 27}{4}$

$A = \frac{105}{4}$

❖ EXERCICES D'APPROFONDISSEMENT

Exercice 20

y est un nombre rationnel.

1- Montrons que $(10y+5)^2 = 100y(y+1)+25$.

- Première méthode

$(10y+5)^2 = (10y)^2 + 2 \times 5 \times 10y + 5^2$

$(10y+5)^2 = 100y^2 + 100y + 25$

$(10y+5)^2 = \mathbf{100y} \times y + \mathbf{100y} \times 1 + 25$

$\underline{(10y+5)^2 = 100y(y+1)+25}$

- Deuxième méthode

On a :

$(10y+5)^2 = (10y)^2 + 2 \times 5 \times 10y + 5^2$ et $100y(y+1)+25 = 100y \times y + 100y \times 1 + 25$

$(10y+5)^2 = 100y^2 + 100y + 25$ $\qquad$ $100y(y+1)+25 = 100y^2 + 100y + 25$

Donc $\underline{(10y+5)^2 = 100y(y+1)+25}$

- Troisième méthode

$$(10y+5)^2 - [100y(y+1)+25] = (10y)^2 + 2 \times 5 \times 10y + 5^2 - (100y \times y + 100y \times 1 + 25)$$
$$= 100y^2 + 100y + 25 - (100y^2 + 100y + 25)$$
$$= 0$$

Donc $\underline{(10y+5)^2 = 100y(y+1)+25}$

2- Déduisons sans calculatrice, les valeurs de : 25^2 ; 55^2 ; 85^2 ; 105^2 et 115^2

$25^2 = (10 \times 2 + 5)^2$

$25^2 = 100 \times 2(2+1) + 25$

$25^2 = 200 \times 3 + 25$

$25^2 = 600 + 25$

$25^2 = 625$

$55^2 = (10 \times 5 + 5)^2$

$55^2 = 100 \times 5(5+1) + 25$

$55^2 = 500 \times 6 + 25$

$55^2 = 3000 + 25$

$55^2 = 3025$

$85^2 = (10 \times 8 + 5)^2$

$85^2 = 100 \times 8(8+1) + 25$

$85^2 = 800 \times 9 + 25$

$85^2 = 7200 + 25$

$85^2 = 7225$

$105^2 = (10 \times 10 + 5)^2$

$105^2 = 100 \times 10(10+1) + 25$

$105^2 = 1000 \times 11 + 25$

$105^2 = 11000 + 25$

$105^2 = 11025$

$115^2 = (10 \times 11 + 5)^2$

$115^2 = 100 \times 11(11+1) + 25$

$115^2 = 1100 \times 12 + 25$

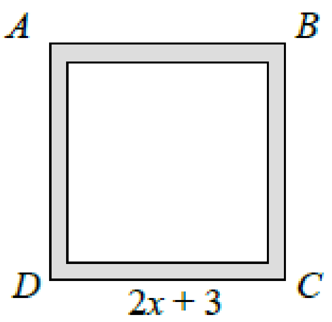
$115^2 = 13200 + 25$

$115^2 = 13225$

Exercice 21

Exprimons l'aire $\mathcal{A}$ de la bande grise en fonction de x.

$$\mathcal{A} = \mathcal{A}ire_{\text{ABCD}} - \mathcal{A}ire_{\text{Petit carré}}$$



$\mathcal{A} = (2x + 3)(2x + 3) - [2x + 3 - (2 + 2)][2x + 3 - (2 + 2)]$

$\mathcal{A} = (2x + 3)(2x + 3) - (2x - 1)(2x - 1)$

$\mathcal{A} = (2x + 3)^2 - (2x - 1)^2$

$\mathcal{A} = (2x)^2 + 2 \times 3 \times 2x + 3^2 - [(2x)^2 - 2 \times 1 \times 2x + 1^2]$

$\mathcal{A} = 4x^2 + 12x + 9 - (4x^2 - 4x + 1)$

$\mathcal{A} = 4x^2 + 12x + 9 - 4x^2 + 4x - 1$

$\mathcal{A} = 4x^2 - 4x^2 + 12x + 4x + 9 - 1$

$\underline{\mathcal{A} = 16x + 8\ cm^2}$

Exercice 22

x est un nombre rationnel.

1- Développons puis réduis l'expression $(x + 1)(x - 1) - x^2$.

$(x + 1)(x - 1) - x^2 = x^2 - 1^2 - x^2$

$(x + 1)(x - 1) - x^2 = x^2 - x^2 - 1$

$\underline{(x + 1)(x - 1) - x^2 = -1}$

2- a) Utilisation du résultat précédent

$21 \times 19 - 20^2 = (20 + 1)(20 - 1) - 20^2$

$21 \times 19 - 20^2 = 20^2 - 1^2 - 20^2$

$21 \times 19 - 20^2 = 20^2 - 20^2 - 1$

$21 \times 19 - 20^2 = -1$

$75 \times 73 - 74^2 = (74 + 1)(74 - 1) - 74^2$

$75 \times 73 - 74^2 = 74^2 - 1^2 - 74^2$

$75 \times 73 - 74^2 = 74^2 - 74^2 - 1$

$75 \times 73 - 74^2 = -1$

$2021 \times 2019 - 2020^2 = (2020 + 1)(2020 - 1) - 2020^2$

$2021 \times 2019 - 2020^2 = 2020^2 - 1^2 - 2020^2$

$2021 \times 2019 - 2020^2 = 2020^2 - 2020^2 - 1$

$2021 \times 2019 - 2020^2 = -1$

b) Écrivons d'autres expressions du même style et donnons leurs résultats sans poser d'opération.

$8 \times 6 - 7^2 = -1$; $99 \times 97 - 98^2 = -1$; $13 \times 11 - 12^2 = -1$; $10000 \times 9998 - 9999^2 = -1$

Exercice 23

1- a) Développons et réduisons A.

$A = (x + 1)^2 - (x - 1)^2$

$A = x^2 + 2 \times x \times 1 + 1^2 - (x^2 - 2 \times x \times 1 + 1^2)$

$A = x^2 + 2 \times x \times 1 + 1^2 - (x^2 - 2 \times x \times 1 + 1^2)$

$A = x^2 + 2x + 1 - (x^2 - 2x + 1)$

$A = x^2 + 2x + 1 - x^2 + 2x - 1$

$A = x^2 - x^2 + 2x + 2x + 1 - 1$

$\underline{A = 4x}$

b) Déduisons le résultat de $10001^2 - 9999^2$.

$10001^2 - 9999^2 = (10000 + 1)^2 - (10000 - 1)^2$

$10001^2 - 9999^2 = 4 \times 10000$

$\underline{10001^2 - 9999^2 = 40000}$

2- Un moyen permettant de calculer $9997^2 - 9999 \times 9998$ sans avoir à poser d'opération.

$9997^2 - 9999 \times 9998 = (10000 - 3)^2 - (10000 - 1)(10000 - 2)$

Soit a un nombre rationnel .

On a :

$(a - 3)^2 - (a - 1)(a - 2) = a^2 - 2 \times a \times 3 + 3^2 - (a \times a - 2 \times a - 1 \times a + 1 \times 2)$

$(a - 3)^2 - (a - 1)(a - 2) = a^2 - 6a + 9 - (a^2 - 3a + 2)$

$(a - 3)^2 - (a - 1)(a - 2) = a^2 - 6a + 9 - a^2 + 3a - 2$

$(a - 3)^2 - (a - 1)(a - 2) = a^2 - a^2 + 3a - 6a + 9 - 2$

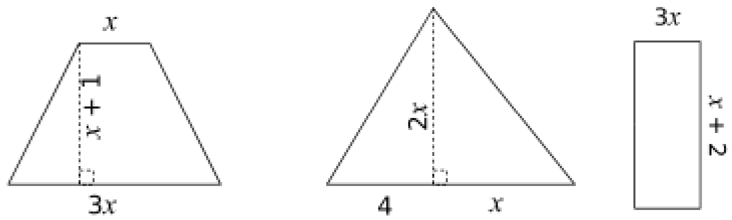
$\underline{(a - 3)^2 - (a - 1)(a - 2) = -3a + 7}$

Donc $9997^2 - 9999 \times 9998 = -3 \times 10000 + 7$

$9997^2 - 9999 \times 9998 = -30000 + 7$

$\underline{9997^2 - 9999 \times 9998 = -29993}$

Exercice 24



On considère les figures ci-dessus.

1- Exprimons l'aire de chaque figure en fonction de x.

- L'aire du trapèze vaut $\frac{somme\ des\ bases \times hauteur}{2}$

  Soit $\frac{(3\,x+x)\times(x+1)}{2} = \frac{4\,x\times(x+1)}{2}$

  $\frac{(3\,x+x)\times(x+1)}{2} = 2x(x+1)$.

- L'aire du triangle vaut $\frac{base \times hauteur}{2}$

  Soit $\frac{(4+x)\times 2\,x}{2} = x(x+4)$

- L'aire du rectangle vaut $largeur \times longueur$.

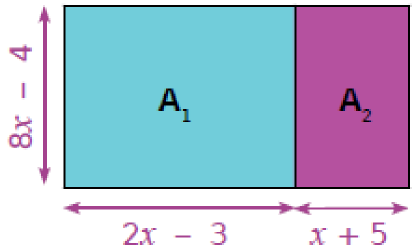
  Soit $3x(x+2)$.

2- La somme des aires de ces trois figures

$$\begin{aligned} 2x(x+1) + x(x+4) + 3x(x+2) &= 2x^2 + 2x + x^2 + 4x + 3x^2 + 6x \\ &= 2x^2 + x^2 + 3x^2 + 2x + 4x + 6x \\ &= 6x^2 + 12x \\ &= 3x \times 2x + 3x \times 4 \\ &= 3x(2x+4) \end{aligned}$$

Par conséquent, la somme des aires des trois figures est la même que l'aire d'un rectangle dont les côtés mesurent $3x$ et $2x + 4$.

Exercice 25



On considère la figure ci-dessus. x désigne un nombre supérieur à 2.

1-a) Exprimons en fonction de x les aires A_1 et A_2.

$A_1 = (8x - 4)(2x - 3)$

$A_1 = 8x \times 2x - 8x \times 3 - 4 \times 2x + 4 \times 3$

$A_1 = 16x^2 - 24x - 8x + 12$

$\underline{A_1 = 16x^2 - 32x + 12}$

$A_2 = (8x - 4)(x + 5)$

$A_2 = 8x \times x + 8x \times 5 - 4 \times x - 4 \times 5$

$A_2 = 8x^2 + 40x - 4x - 20$

$\underline{A_2 = 8x^2 + 36x - 20}$

b) Déduisons une expression de l'aire totale **A** de la figure.

$A = A_1 + A_2$

$A = 16x^2 - 32x + 12 + 8x^2 + 36x - 20$

$A = 16x^2 + 8x^2 + -32x + 36x + 12 - 20$

$\underline{A = 24x^2 + 4x - 8}$

2) Pour $x = 10$, on a :

$A_1 = 16 \times 10^2 - 32 \times 10 + 12$

$A_1 = 16 \times 100 - 320 + 12$

$A_1 = 1600 - 308$

$A_1 = 1292$

$A_2 = 8 \times 10^2 + 36 \times 10 - 20$

$A_2 = 8 \times 100 + 360 - 20$

$A_2 = 800 + 340$

$A_2 = 1140$

$A = 24 \times 10^2 + 4 \times 10 - 8$

$A = 2400 + 32$

$A = 2432$

Exercice 26

On donne les expressions littérales $A = 100x^2 - 100x + 25$ et $B = 5x(5x + 1) - 5x$.

1- a) Développons et réduisons B.

$B = 5x(5x + 1) - 5x$

$B = 5x \times 5x + 5x \times 1 - 5x$

$\underline{B = 25x^2}$

b) Factorisons A.

$A = 100x^2 - 100x + 25$

$A = (10x)^2 - 2 \times 10x \times 5 + 5^2$

$A = (10x - 5)^2$

$A = [5(2x - 1)]^2$

$\underline{A = 25(2x - 1)^2}$

2- Utilisons les résultats de 1-a) et 1-b) pour $A - B$.

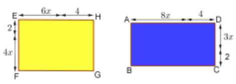
$A - B = 25(2x - 1)^2 - 25x^2$

$A - B = 25[(2x - 1)^2 - x^2]$

$A - B = 25(2x - 1 + x)(2x - 1 - x)$

$\underline{A - B = 25(3x - 1)(x - 1)}$

Exercice 27



1- <u>Justifions que, quelle que soit la valeur de x, les deux rectangles ABCD et EFGH ont la même aire</u>.

Soient $\mathcal{A}$ l'aire du rectangle ABCD et Δ l'aire du rectangle EFGH.

On a : $\mathcal{A} = (3x + 2)(8x + 4)$ et $\Delta = (4x + 2)(6x + 4)$.

$\mathcal{A} = (3x + 2)(4 \times 2x + 4 \times 1)$ et $\Delta = (2 \times 2x + 2 \times 1)(2 \times 3x + 2 \times)2$

$\mathcal{A} = 4(3x + 2)(2x + 1)$ et $\Delta = 4(2x + 1)(3x + 2)$

Donc $\underline{\mathcal{A} = \Delta.}$

2- <u>Calculons l'aire du rectangle EFGH pour $x = 2$</u>.

Pour $x = 2$, $\Delta = (4 \times 2 + 2)(6 \times 2 + 4)$

$\Delta = (8 + 2)(12 + 4)$

$\Delta = 10 \times 16$

$\underline{\Delta = 160}$

Exercice 28

On donne l'expression littérale M, telle que : $\mathrm{M} = (x+2)(x-3) + (x^2-9) + 2(2x+1)(3-x)$.

1- Développons et réduisons M.

$\mathrm{M} = (x+2)(x-3) + (x^2-9) + 2(2x+1)(3-x)$

$\mathrm{M} = x^2 - 3x + 2x - 6 + x^2 - 9 + 2(6x - 2x^2 + 3 - x)$

$\mathrm{M} = 2x^2 - x - 15 + 12x - 4x^2 + 6 - 2x$

$\mathrm{M} = 2x^2 - 4x^2 - x - 2x + 12x - 15 + 6$

$\underline{\mathrm{M} = -2x^2 + 9x - 9}$

2- Justifions que $\mathrm{M} = (x-3)(3-2x)$.

$\mathrm{M} = (x+2)(x-3) + (x^2-9) + 2(2x+1)(3-x)$

$\mathrm{M} = (x+2)(x-3) + (x-3)(x+3) - 2(2x+1)(x-3)$

$\mathrm{M} = (x-3)[(x+2) + (x+3) - 2(2x+1)]$

$\mathrm{M} = (x-3)[(x+2) + (x+3) - 2(2x+1)]$

$\mathrm{M} = (x-3)(x + 2 + x + 3 - 4x - 2)$

$\underline{\mathrm{M} = (x-3)(3-2x)}$

3- Calculons la valeur de M pour $x = -1$.

On a : $\mathrm{M} = (x-3)(3-2x)$.

Donc $\mathrm{M} = (-1-3)(3-2(-1))$

$\mathrm{M} = -4(3+2)$

$\mathrm{M} = -4 \times 5$

$\underline{\mathrm{M} = -20}$

Exercice 29

1- Exprimons, en fonction de x, l'aire du bassin EFGH.
Soit $\mathcal{A}$ l'aire du bassin EFGH.

$\mathcal{A} = (7-2x)(10-2x)$

$\mathcal{A} = 70 - 14x - 20x + 4x^2$

$\underline{\mathcal{A} = 4x^2 - 34x + 70}$

2- Déduisons l'aire du bassin EFGH lorsque la bordure a une largeur de 0,5 mètre.

On a : $\mathcal{A} = 4x^2 - 34x + 70$.

Donc $\mathcal{A} = 4 \times (0{,}5)^2 - 34 \times 0{,}5 + 70$

$\mathcal{A} = 4 \times 0{,}25 - 17 + 70$

$\underline{\mathcal{A} = 54\ \mathrm{m}^2}$

Exercice 30

1- a) L'expression $600 - x$ représente le nombre de places debout.

b) L'expression $2500x$ représente la recette pour les places assises.

c) L'expression $1500(600 - x)$ représente la recette pour les places debout.

2- Exprimons, en fonction de x la recette totale en francs CFA si toutes les places sont occupées.

Soit R la recette totale.

$\mathrm{R} = 1500(600 - x) + 2500x$

$\mathrm{R} = 1500 \times 600 - 1500x + 2500x$

$\underline{\mathrm{R} = 1000x + 900000}$

3- Calculons cette recette pour $x = 150$.

On a : $\mathrm{R} = 1000x + 900000$.

$\mathrm{R} = 1000 \times 150 + 900000$

$\underline{\mathrm{R} = 1\ 050\ 000 \text{ FCFA}}$

Exercice 31

Méthode 1 : Déterminons P – Q.

P – Q = $(3x + 4)(5x - 2) - (20x - 12)$ – $[4 - 3x(2 - 5x)]$

P – Q = $15x^2 - 6x + 20x - 8 - 20x + 12 - (4 - 6x + 15x^2)$

P – Q = $15x^2 - 6x + 4 - 4 + 6x - 15x^2$

P – Q = $15x^2 - 15x^2 - 6x + 6x + 4 - 4$

P – Q = 0

Donc P = Q.

Méthode 2 : Transformons P.

P = $(3x + 4)(5x - 2) - (20x - 12)$

P = $3x(5x - 2) + 4(5x - 2) - 20x + 12$

P = $3x(5x - 2) + 20x - 8 - 20x + 12$

P = $-3x(2 - 5x) + 20x - 20x - 8 + 12$

P = $-3x(2 - 5x) + 4$

P = $4 - 3x(2 - 5x)$

Donc P $= Q$.

<u>Méthode 3</u> : Développons P et Q.

$P = (3x + 4)(5x - 2) - (20x - 12)$ et $Q = 4 - 3x(2 - 5x)$

$P = 15x^2 - 6x + 20x - 8 - 20x + 12$ et $Q = 4 - 6x + 15x^2$

$\underline{P = 15x^2 - 6x + 4}$ et $\underline{Q = 15x^2 - 6x + 4}$

Donc P $= Q$.

Exercice 32

1) Développons $(2x - 3)^2 - 4$

   $(2x - 3)^2 - 4 = (2x)^2 - 2 \times 3 \times 2x + 3^2 - 4$

   $(2x - 3)^2 - 4 = 4x^2 - 12x + 9 - 4$

   $\underline{(2x - 3)^2 - 4 = 4x^2 - 12x + 5}$

2) Factorisons $(2x - 3)^2 - 4$.

   $(2x - 3)^2 - 4 = (2x - 3)^2 - 2^2$

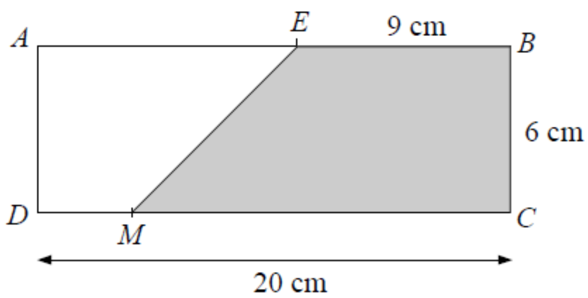
   $(2x - 3)^2 - 4 = (2x - 3 + 2)(2x - 3 - 2)$

   $\underline{(2x - 3)^2 - 4 = (2x - 1)(2x - 5)\text{i}}$

3) Déduisons une factorisation de $4x^2 - 12\,x + 5$.

De 1) et 2), on déduis que $4x^2 - 12\,x + 5 = (2x - 1)(2x - 5)$

Exercice 33



Déterminons où l'on doit placer le point M sur [CD] pour que l'aire du trapèze BEMC couvre les deux tiers du rectangle ABCD.

- L'aire du rectangle ABCD

  $\mathcal{A}ire_{\text{ABCD}} = 6 \times 20$

  $\mathcal{A}ire_{\text{ABCD}} = 120\text{ cm}^2$

- L'aire du rectangle BEMC

  Soit la x longueur CM.

  $$\mathcal{A}ire_{\text{BEMC}} = \frac{\text{la somme des bases} \times \text{hauteur}}{2}$$

  $$\mathcal{A}ire_{\text{BEMC}} = \frac{(x+9) \times 6}{2}$$

  $$\mathcal{A}ire_{\text{BEMC}} = 3(x+9)$$

  $$\mathcal{A}ire_{\text{BEMC}} = 3x + 27 \text{ cm}^2$$

- L'aire du trapèze BEMC couvre les deux tiers du rectangle ABCD, donc

  $$\mathcal{A}ire_{\text{BEMC}} = \frac{2}{3}\mathcal{A}ire_{\text{ABCD}}$$

$$3x + 27 = \frac{2}{3} \times 120$$

$$3x + 27 = 80$$

$$3x = 80 - 27$$

$$3x = 53$$

$$x = \frac{53}{3}$$

Pour que l'aire du trapèze couvre les deux tiers du rectangle, on doit placer le point M sur [CD] à environ 17,7 cm de C.

Exercice 34

1- Ecrivons en fonction de « R » la longueur « L» des côtés du carré.

Un cercle inscrit dans un carré a pour diamètre le côté de ce carré.

Or le cercle ici, a pour rayon « R ».

Donc L = 2 R.

2- Justifions que $\mathcal{A} = 4\text{R}^2 - \pi\text{R}^2$.

$$\mathcal{A} = \mathcal{A}_{Carré} - \mathcal{A}_{Disque}$$

$$\mathcal{A} = \text{L}^2 - \pi \times \text{R} \times R$$

$$\mathcal{A} = (2\text{R})^2 - \pi \times \text{R} \times R$$

$$\underline{\mathcal{A} = 4\text{R}^2 - \pi\text{R}^2}$$

3- <u>Factorisons l'expression de $\mathcal{A}$.</u>

$$\mathcal{A} = 4R^2 - \pi R^2$$

$$\underline{\mathcal{A} = R^2(4 - \pi)}$$

4- <u>Calculons la valeur exacte en cm^2 de l'aire $\mathcal{A}$ de la partie grisée pour $R = 5$ cm .</u>
<u>(on prendra $\pi = 3$.)</u>

On a : $\mathcal{A} = R^2(4 - \pi)$.

Donc $\mathcal{A} = 5^2(4 - 3)$.

$$\underline{\mathcal{A} = 25 \text{ cm}^2}$$

Exercice 35

1- Soit x le nombre de billes noires.

Le sac contient donc $(x + 18)$ billes rouges et comme il contient, en tout, 250 billes, alors, on a :

$$x + (x + 18) = 250$$
$$2x + 18 = 250$$
$$2x = 250 - 18$$
$$2x = 232$$
$$x = \frac{232}{2}$$
$$x = 116$$

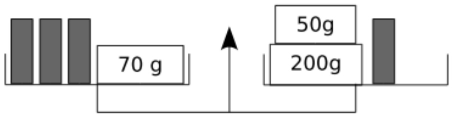
Il y a donc 116 billes noires et $116 + 18 = 134$ billes rouges dans le sac.

2- Avec 115 billes au total au lieu de 250, l'équation devient :

$$x + (x + 18) = 115$$
$$2x + 18 = 115$$
$$2x = 115 - 18$$
$$2x = 97$$
$$x = \frac{97}{2}$$
$$x = 48{,}5$$

Comme le nombre de billes noires est un entier, alors le problème n'a pas de solution, même si l'équation en a une.

Exercice 36



1) Soit m la masse d'un tube en grammes.
L'équilibre de la balance se traduit par l'équation suivante :

$$3m + 70 = 200 + 50 + m.$$
$$3m + 70 = 250 + m$$

2) Déterminons la masse d'un tube.
Résolvons l'équation : $3m + 70 = 250 + m$.

$$3m + 70 = 250 + m$$
$$3m - m = 250 - 70$$
$$2m = 180$$
$$m = \frac{180}{2}$$
$$m = 90$$

La masse d'un tube est 90g.

❖ **SITUATION D'EVALUATION**

Exercice 37

On désigne par x l'âge de sa fille LYNE.

1-

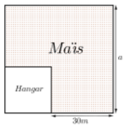
	KOUADIO	LYNE
L'âge actuel	$x + 35$	x
L'âge dans cinq ans	$(x + 35) + 5$	$x + 5$

2- Le problème se traduit par l'équation suivante, que l'on résout : $(x + 35) + 5 = 2(x + 5)$.

$$(x + 35) + 5 = 2(x + 5)$$
$$x + 35 + 5 = 2x + 10$$
$$x + 40 = 2x + 10$$
$$x - 2x = 10 - 40$$
$$-x = -30$$
$$x = 30$$

LYNE a 30 ans et l'oncle KOUADIO a 30+35 = 65 ans.

Exercice 38



1) <u>Montrons que $\mathcal{A} = a^2 - (a-30)^2$.</u>

$\mathcal{A} = \mathcal{A}\text{ire}_{\text{champ}} - \mathcal{A}\text{ire}_{\text{hangar}}$

Or, le champ est de forme carré de côté a et le hangar de forme carré de côté $a - 30$.

$$\mathcal{A} = a \times a - (a-30)(a-30).$$

D'où, $\underline{\mathcal{A} = a^2 - (a-30)^2}$.

2) <u>Justifions qu'après développement et réduction, $\mathcal{A} = 60a - 900$.</u>

$\mathcal{A} = a^2 - (a-30)^2$

$\mathcal{A} = a^2 - (a^2 - 2 \times 30 \times a + 30^2)$

$\mathcal{A} = a^2 - (a^2 - 60a + 900)$

$\mathcal{A} = a^2 - a^2 + 60a - 900$

$\underline{\mathcal{A} = 60a - 900}$

3) <u>Factorisons $\mathcal{A} = a^2 - (a-30)^2$.</u>

$\mathcal{A} = a^2 - (a-30)^2$

$\mathcal{A} = [a + (a-30)][a - (a-30)]$

$\mathcal{A} = (a + a - 30)(a - a + 30)$

$\underline{\mathcal{A} = 30(2a - 30)}$

4) <u>L'aire de ce champ de maïs lorsque $a = 50$</u>.

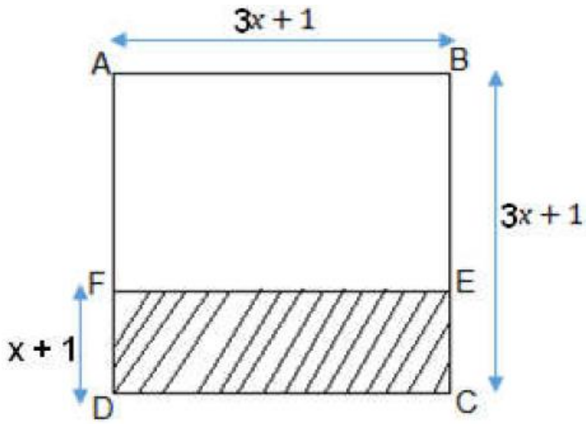
On a : $\mathcal{A} = 60a - 900$.

Donc, $\mathcal{A} = 60 \times 50 - 900$

$\mathcal{A} = 3000 - 900$

$\underline{\mathcal{A} = 2100\ m^2}$

Exercice 39



1- Justifions que l'aire totale A_T du jardin est : $A_T = 9x^2 + 6x + 1$.

Le jardin est de forme carrée de côté $3x + 1$.

Donc $A_T = (3x + 1)(3x + 1)$

$A_T = (3x + 1)^2$

$A_T = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 1 + 1^2$

$\underline{A_T = 9x^2 + 6x + 1}$

2- Justifions que l'aire A_S de la partie qui servira à mettre du piment est : $A_S = 6x^2 + 2x$.

$A_S = A_T - A_{DCEF}$

$A_S = 9x^2 + 6x + 1 - (x + 1)(3x + 1)$

$A_S = 9x^2 + 6x + 1 - (x \times 3x + x \times 1 + 1 \times 3x + 1 \times 1)$

$A_S = 9x^2 + 6x + 1 - (3x^2 + 4x + 1)$

$A_S = 9x^2 + 6x + 1 - 3x^2 - 4x - 1$

$A_S = 9x^2 - 3x^2 + 6x - 4x + 1 - 1$

$\underline{A_S = 6x^2 + 2x}$

3- Pour $x = 10\ m$, on a :

$A_S = 6 \times 10^2 + 2 \times 10$

$A_S = 6 \times 100 + 20$

$\underline{A_S = 620\ m^2}$

Le mètre carré étant à 60 FCFA, on a :

$620 \times 60 = 37200$ FCFA

Or, la coopérative ne dispose que de 35000 FCFA .

Donc, elle ne pourra pas bénéficier des services de ce spécialiste en jardin.

CERCLES ET TRIANGLES

CORRIGES DES ACTIVITES ET DES EXERCICES

INSTALLATION DES HABILETES

ACTIVITE 1 Cercles et droites

1. **Positions relatives d'une droite et d'un cercle**

Activité : Positions relatives d'une droite et d'un cercle

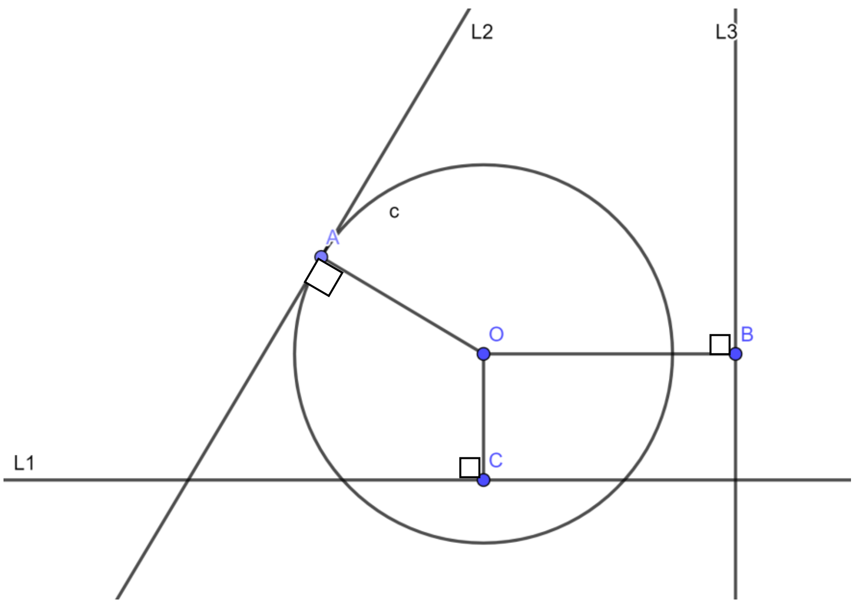
1) Trace un cercle de (C) de centre O et de rayon 3cm.

2) Trace trois droites (L1), (L2) et (L3) situées respectivement à 2cm, 3cm et 4cm de O.
3) Trouve le nombre de points communs au cercle (C) et à chacune des droites(L1), (L2) et (L3).

4) Compare le rayon du cercle à la distance du point O à chacune des droites(L1), (L2) et (L3).

Corrigé

1)



3) Le cercle © et la droite (L1) ont deux points communs.

Le cercle © et la droite (L2) ont un seul point commun.

Le cercle © et la droite (L3) n'ont aucun point commun.

4) Dans le premier cas, la distance du point O à la droite (L1) est plus petite que le rayon.

Dans le second cas, la distance du point O à la droite (L2) est égale au rayon.

Dans le troisième cas, la distance du point O à la droite (L3) est plus grande que le rayon.

<u>Exercices de fixation</u>

<u>1</u>

(C) est un cercle de centre K et de rayon 2 cm. (L) est une droite située à 1.5 cm de K et (D), une droite située à 2cm de K.

Donne la position relative de (C) et de la droite (L) puis de (C) et de la droite (D) ?

2.

(C) est un cercle de centre O et de rayon r ; (L) est une droite. H est le point de (L) tel que (OH) et (L) sont perpendiculaires.

Complète les phrases ci-dessous avec « sécants », « tangents », « disjoints », «OH=r »ou

«OH<r »

Si (C) et (L) n'ont aucun point commun ; on dit qu'ils sont……… et OH>r

Si …………… .....alors (C) et (L) ont deux points communs. Ils sont……….

Si…………………alors (C) et (L) ont un point commun. Ils sont………

<u>Corrigés</u>

1.

(L) et (C) sont sécants car la distance entre K et (L) est plus petite que le rayon du cercle.

(D) et (C) sont tangents car la distance entre K et (D) est égale au rayon du cercle.

2.

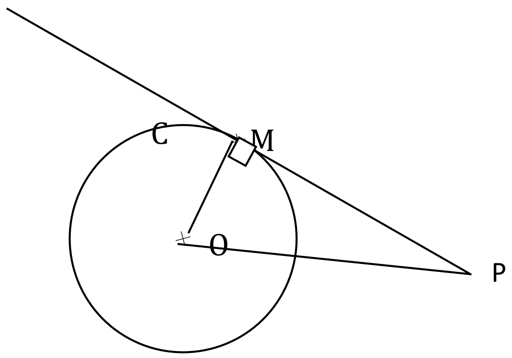
Si (C) et (L) n'ont aucun point commun ; on dit qu'ils sont **disjoints** et OH>r

Si OH<r, alors (C) et (L) ont deux points communs. Ils sont **sécants.**

Si OH=r, alors (C) et (L) ont un point commun. Ils sont **tangents.**

2.Tangentes à un cercle passant par un point extérieur à un cercle

On donne la figure ci-contre où la droite (PM) est la tangente au cercle © en M.



1) Justifie que M appartient au cercle de diamètre [OP].

2) Donne les différentes étapes de la construction d'une tangente au cercle © passant par le point P.

3) Détermine le nombre de tangentes que l'on peut obtenir.

Corrigé

1) Justifions que M appartient au cercle de diamètre [OP].

La droite (PM) est la tangente au cercle © de centre O, en M ; alors la droite (OM) est perpendiculaire à la droite (PM). Le triangle OMP est par conséquent un triangle rectangle en M ; d'où M appartient au cercle de diamètre [OP].

2) Programme de construction d'une tangente à un cercle passant par un point extérieur à ce cercle

Pour construire une tangente à un cercle (C) de centre O passant par le point P extérieur à ce cercle, on peut procéder comme suit :

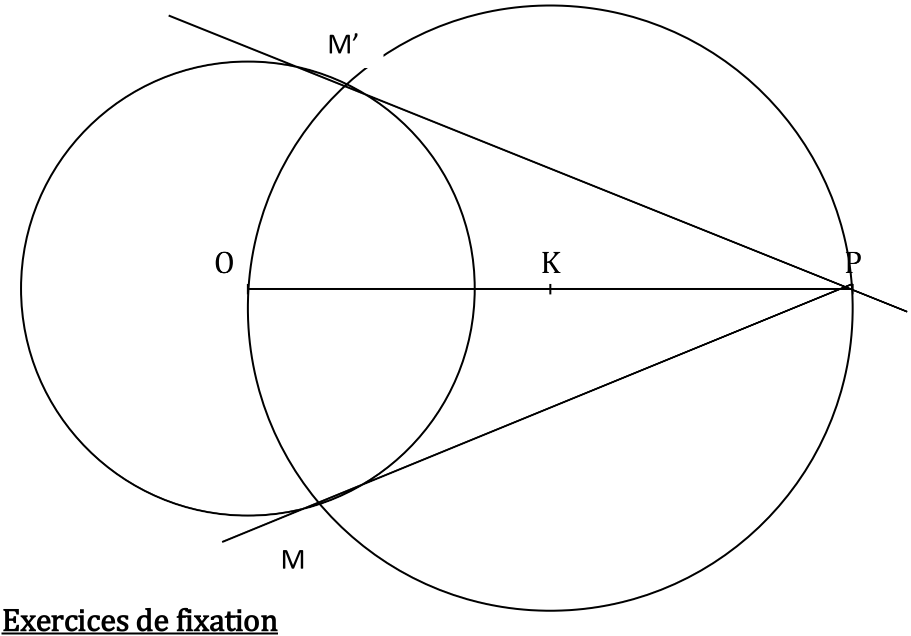
-Marquer le point K milieu du segment [OP]

-Construire le cercle de diamètre [OP]

-Marquer le point M qui est l'un des points communs de (C) avec le cercle de diamètre [OP]

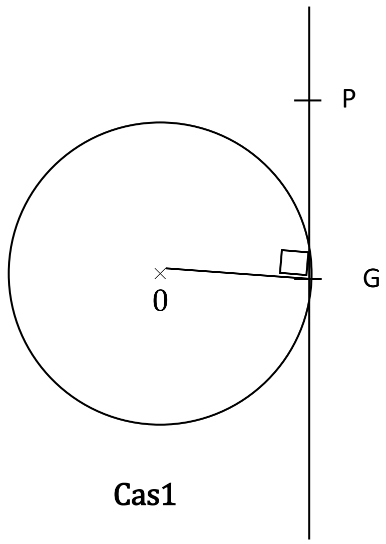
-Tracer la droite (PM) ; elle est une tangente à (C) passant par le point P.

3) On peut obtenir deux tangentes.

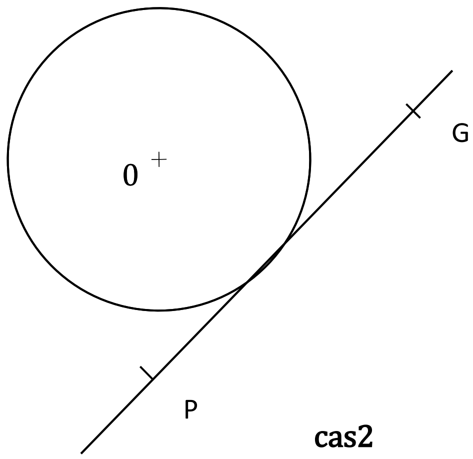


Exercices de fixation

1.



Cas1



cas2

Détermine dans quel cas la droite (PG) est la tangente en G au cercle.

2. Soit un cercle (C) de centre I et un point B appartenant au cercle. Construis la droite tangente en B au cercle.

3. Les droites (D1) et (D2) sont tangentes au cercle © respectivement en M et M'. En utilisant uniquement l'équerre, construis le centre de ce cercle qui a été effacé.

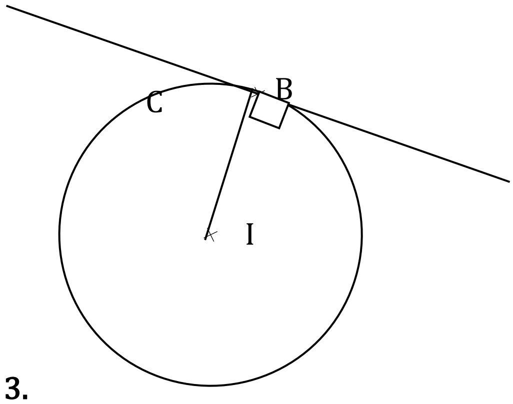
4. On donne un cercle (C) de centre I et un point B extérieur à ce cercle. Construis les tangentes au cercle © passant par le point B.

Corrigés

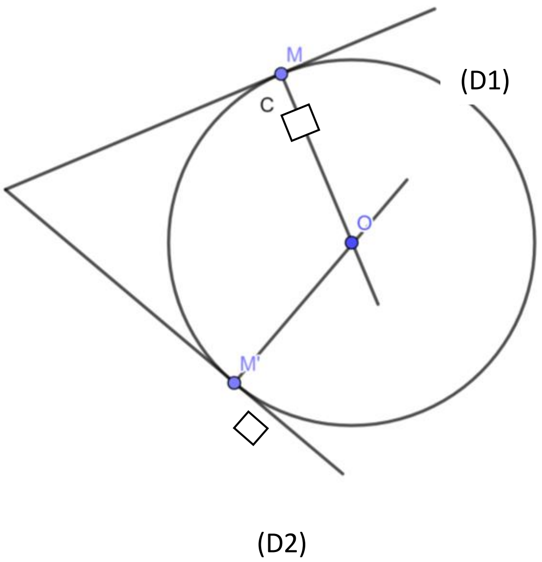
1.

Dans le cas 1, la droite (PG) est la tangente en G au cercle.

2.

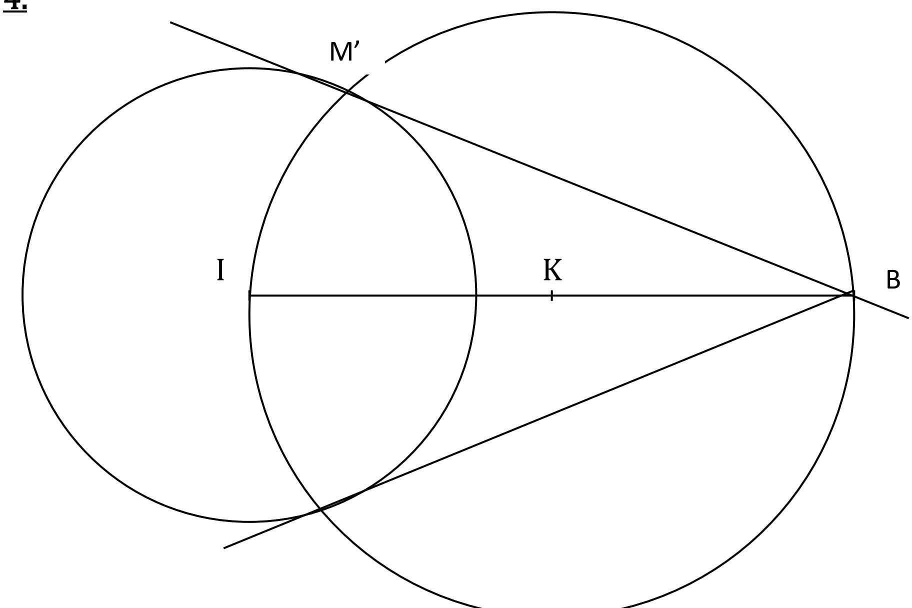


3.



Méthode : Tracer la droite perpendiculaire à (D1) passant par M et la droite perpendiculaire à (D2) passant par M'. Le centre du cercle est le point commun à ces deux droites.

4.



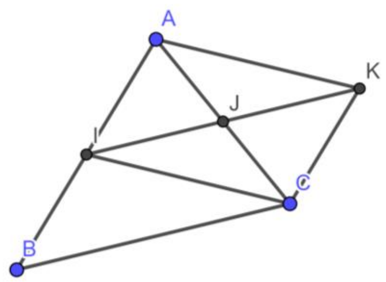
Activités 2 TRIANGLES

1. **Droite des milieux**

Activité : Droite des milieux

1) Trace un triangle ABC ; construis les points I et J, milieux respectifs des côtés [AB] et [AC]
2) Construis le point K symétrique de I par rapport à J.
3) Démontre que le quadrilatère AKCI est un parallélogramme.
4) Dis ce que l'on peut en déduire pour les droites (KC) et (AI) puis pour les longueurs des segments [KC] et [AI] .
5) Démontre que IBCK est un parallélogramme.
6) Déduis-en que les droites (BC) et (IJ) sont parallèles et que IJ= ½ BC.

Corrigé



3) Dans le quadrilatère AKCI, J est milieu de [AC] et J est milieu de [IK] car K est le symétrique de I par rapport à J. AKCI est un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leur milieu. Alors AKCI est un parallélogramme car un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leur milieu est un parallélogramme.

4) Les droites (KC) et (AI) sont les supports de deux côtés opposés du parallélogramme AKCI ; donc (KC)//(AI). En plus KC=AI car les côtés opposés d'un parallélogramme ont la même longueur.

5) Je démontre que IBCK est un parallélogramme.

D'après la question précédente, (KC)//(AI) et KC=AI. Aussi, B∈ (AI) alors (KC)//(IB) (1) et comme I est milieu de [AB], AI=IB ; ainsi KC=IB(2)

De (1) et (2) je déduis que IBCK est un quadrilatère ayant de deux côtés opposés de même longueur et dont les supports sont parallèles. D'où IBCK est un parallélogramme.

6) Je déduis-en que les droites (BC) et (IJ) sont parallèles et que IJ= ½ BC.

Comme IBCK est un parallélogramme, (BC)//(IK) et BC= IK ;

J∈ (IK) donc (BC)//(IJ)

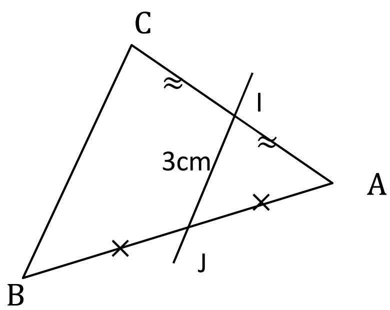
Aussi J est milieu de [IK] ; ainsi IJ = ½ IK = ½ BC

Exercices de fixation

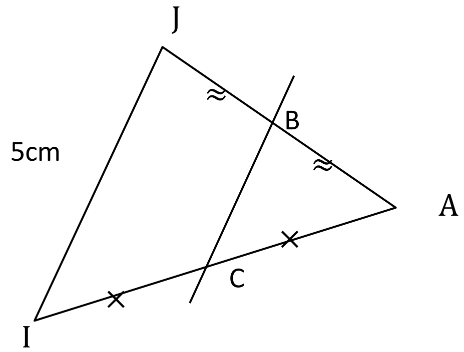
1. Les figures ci-dessous sont codées.

Dans chaque cas, donner en justifiant la longueur du segment [BC]

a)

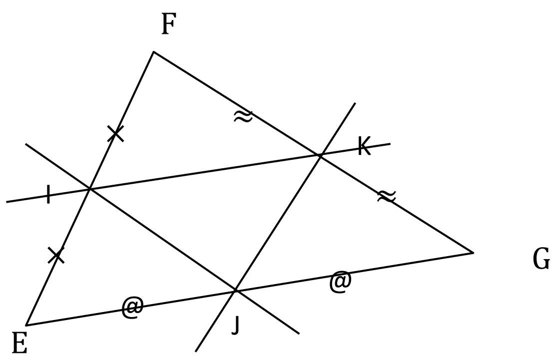


b)



2. Observe la figure codée ci-dessous. Dis en justifiant à quelle droite est parallèle la droite :

a) (IK) b) (IJ) c)(EF)



Corrigés

1.

Je sais que si dans un triangle, un segment joint les milieux de deux côtés, alors sa longueur est égale à la moitié de celle du troisième côté.

a) BC= 2 IJ = 2x 3= 6 ; b) BC= ½ IJ = ½ x 5 = 2,5

2. **Je sais que si dans un triangle, une droite passe par les milieux de deux côtés, alors elle est parallèle au support du troisième côté. Alors :**

a) (IK) // (EG) b) (IJ) // (FG) c) (EF)// (JK)

2. Droite passant par le milieu d'un côté et parallèle au support d'un autre côté d'un triangle

Activité : Droite passant par le milieu d'un côté et parallèle à un autre côté d'un triangle

1) Trace un triangle ABC, place le point I milieu de [AB] et le point J milieu de [AC].

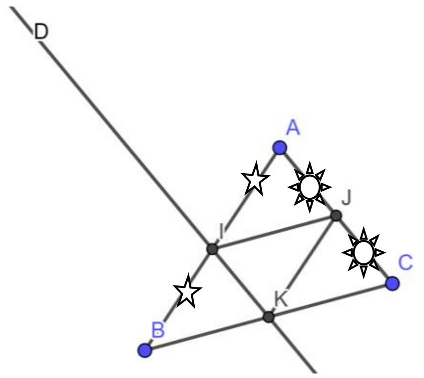
2) Place le point K tel que la droite parallèle à (AC) passant par le point I coupe [BC] en K.

3) Démontre que les droites (BC) et (IJ) sont parallèles et que IJ= ½ BC.

4) Démontre que IJCK est un parallélogramme.

5) Déduis-en que IJ=KC et que K est milieu du segment [BC]

Corrigé



3) Je démontre que les droites (BC) et (IJ) sont parallèles et que IJ= ½ BC.

Dans le triangle ABC, I est milieu de [AB] et le point J est milieu de [AC] ; ainsi les droites (BC) et (IJ) sont parallèles et IJ= ½ BC car :

-Si dans un triangle, une droite passe par les milieux de deux côtés, alors elle est parallèle au support du troisième côté.

-Si dans un triangle, un segment joint les milieux de deux côtés, alors sa longueur est égale à la moitié de celle du troisième côté.

4) Je démontre que IJCK est un parallélogramme.

Je sais que (IJ)//(BC) et K∈(BC) donc (IJ)//(KC) (1) ; Aussi, (D)//(AC) or K ∈ (D) et I∈ (D) alors (IK)//(AC) (2)

De (1) et (2) je déduis que les côtés opposés du quadrilatère IJCK sont parallèles ; d'où que IJCK est un parallélogramme.

5) Je déduis que IJ=KC et que K est milieu du segment [BC]

Comme IJCK est un parallélogramme, IJ=KC ; or IJ=½ BC alors KC=½ BC . B, K et C étant alignés K est milieu du segment [BC]

<u>Exercices de fixation</u>

1.

Sur la figure codée ci-dessous, les droites (EF) et (IA) sont parallèles. On veut démontrer que F est milieu de [JA]

Ordonne les phrases ci-dessous pour avoir une démonstration correcte.

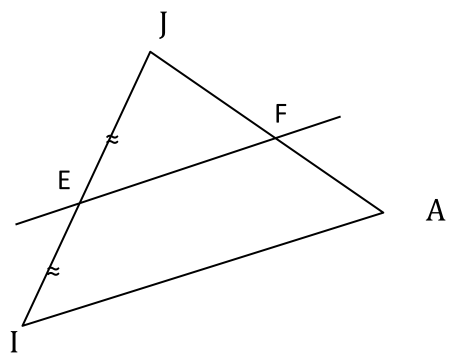
1. Donc F est milieu de [JA]

2. Je sais que E est milieu du segment [IJ]

3. F Є [JA] et (EF)//(IA)

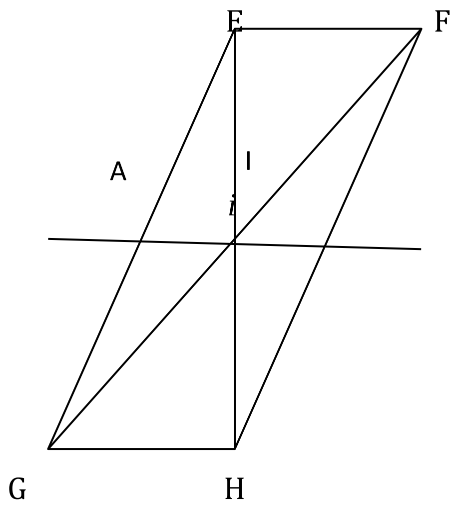
4. car Si dans un triangle, une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle au support d'un autre côté, alors elle passe par le milieu du troisième côté.

-Je considère le triangle IJA



2.

EFHG est un parallélogramme de centre I. La parallèle à la droite (EF) passant par le point I coupe le segment [EG] en A. Démontre que le point A est milieu de [EG].



Corrigés

1.

-Je considère le triangle IJA

-Je sais que E est milieu du segment [IJ]

-F Є [JA] et (EF)//(IA)

-Donc F est milieu de [JA]

-car Si dans un triangle, une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle au support d'un autre côté, alors elle passe par le milieu du troisième côté.

2.

Je considère le triangle EGH

Je sais que I est le centre du parallélogramme EFGH donc milieu de [EH]

A Є[EG] et (AI)//(GH) car (EF)// (AI) et (EF)//(GH)

Alors A est milieu de [EG] car si dans un triangle, une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle au support d'un autre côté, alors elle passe par le milieu du troisième côté.

3. Hauteurs et orthocentre d'un triangle

Activité : Hauteurs et orthocentre d'un triangle

1) Trace un triangle quelconque ABC et construis ses trois hauteurs.

2) Quelle remarque fais-tu concernant ces trois hauteurs ?

3) Trace la droite (L1) passant par A et parallèle à (BC), la droite (L2) passant par B et parallèle à (AC) puis la droite(L3) passant par C et parallèle à (AB).

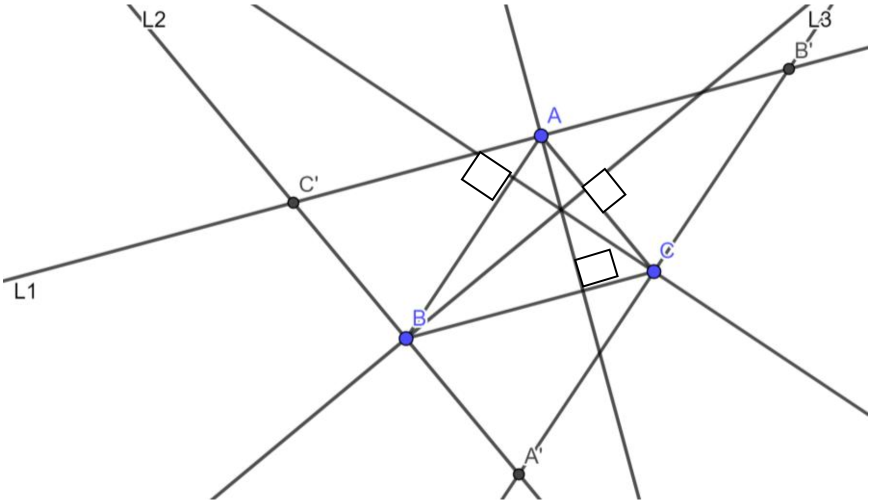
4) On note respectivement A', B' et C' les points d'intersection respectifs des droites(L2) et (L3), (L1) et (L3) puis (L1) et (L2).

Démontre que les hauteurs du triangle ABC sont aussi les médiatrices du triangle A'B'C'.

5) Tire une conclusion.

Corrigé

1)



2) Les trois hauteurs sont concourantes.

5) Je démontre que les hauteurs du triangle ABC sont aussi les médiatrices du triangle A'B'C'.

Je vais démontrer d'abord que B, C et A sont les milieux respectifs des cotés [A'C'], [A'B'] et [B'C']

Je démontre que le quadrilatère ACBC' et le quadrilatère ABA'C sont des parallélogrammes. Ainsi AC= BC' et AC= BA' ; alors BC'= BA' et comme C', B et A' sont alignés, B est milieu de [A'C'].

On procède de même pour prouver que C est milieu [A'B'] et A milieu de [B'C']

Aussi dans le triangle A'B'C', la droite (AC) passe par les milieux de deux cotés ; elle est donc parallèle à (A'C'). La hauteur du triangle ABC relative au côté [AC] est par conséquent perpendiculaire à (A'C') car lorsque deux droites sont parallèles toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre. Comme le milieu B de [A'C'] appartient à cette hauteur, alors elle représente la médiatrice du segment [A'C'].

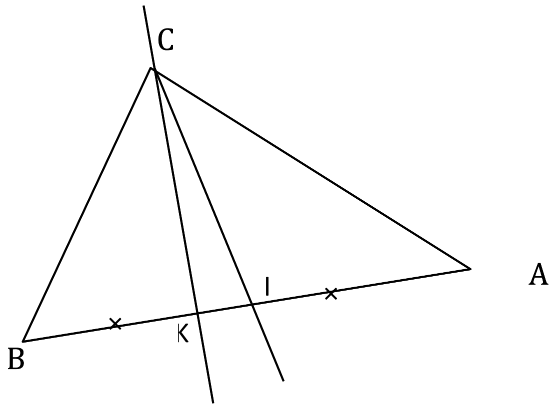
On montre de même que la hauteur relative au côté [BC] est la médiatrice du segment [B'C'] et la hauteur relative au côté [AB] est la médiatrice du segment [A'B'].

Finalement, les hauteurs du triangle ABC sont aussi les médiatrices du triangle A'B'C' ;

6) On peut conclure quelles sont concourantes

Exercices de fixation

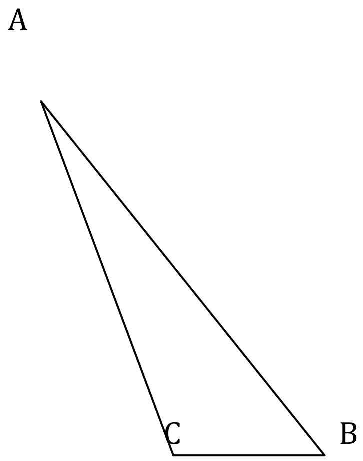
1.

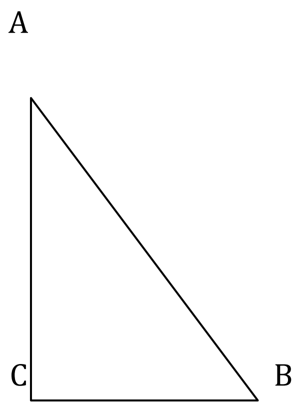


Parmi les droites (CK) et (CI), l'une représente la hauteur issue du sommet C. Nomme la droite.

2.

Reproduis les triangles ci-dessous et construis leur orthocentre

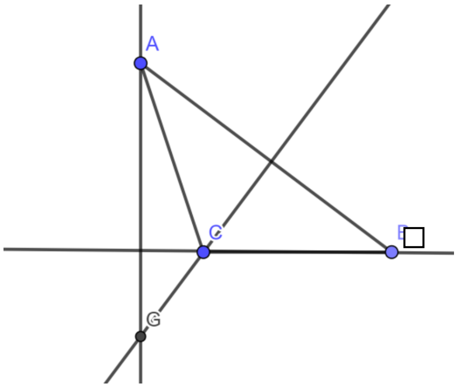


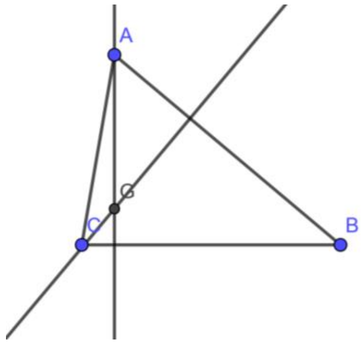


Corrigés

1. La hauteur issue de C est la droite (CK).

2. Il suffit de construire deux hauteurs pour chacun des triangles.





4. Médiane et centre de gravité d'un triangle

Activité : Médiane et centre de gravité d'un triangle

1) Trace un triangle ABC et construis ses trois médianes. On note C', B' et A' les milieux respectifs des segments [AB], [AC] et [BC].

2) Quelle remarque fais-tu concernant ces trois droites ?

3) On se propose de démontrer que les droites (AA'), (BB') et (CC') sont sécantes en G.

Soit G le point d'intersection des médianes (BB') et (CC').

a) Marque le point E symétrique de A par rapport à G

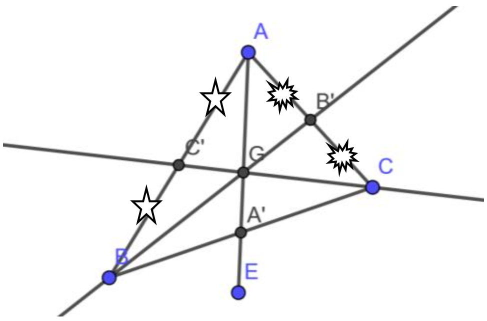
b) Justifie que(BE)// (CC') et (CE)// (BB')

c) Déduis-en que GBEC est un parallélogramme.

d) Démontre que la droite (AG) passe par le milieu A' de [BC]

4) Justifie aussi que les triangles ABA' et AA'C ont même aire.

Corrigé



3) b) Je justifie que(BE)// (CC') et (CE)// (BB')

Dans le triangle ABE, C' est milieu de [AB] et G milieu de [AE] ; alors (C'G)//(BE) d'après la propriété de la droite des milieux. Comme C∈ (C'G), (BE)//(CC').

On montre de même dans le triangle AEC que (B'G)//(EC) et comme B ∈ (B'G), (BB')//(CE).

c)Je sais que (BE)// (CC') et (CE)// (BB'). Comme G∈ (CC') et G ∈ (BB') alors (BE)//(GC) et (CE)//(BG). Ainsi GBEC est un parallélogramme car les supports de ses côtés opposés sont parallèles.

d) D'après la question précédente GBEC est un parallélogramme.

Je sais que dans un parallélogramme les diagonales se coupent en leur milieu ; alors la droite (AG) passe par le milieu A' de [BC] qui est une diagonale du parallélogramme GBEC.

4) Je justifie que les triangles ABA' et AA'C ont même aire.
Soit H le point de la droite (BC) tel que (AH) et (BC) sont perpendiculaires.

(AH) est une hauteur du triangle ABA' relative au côté [BA'], mais aussi une hauteur du triangle AA'C relative au côté [A'C].

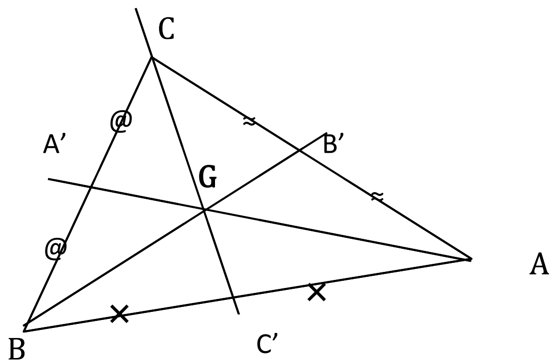
Ainsi, Aire (ABA') = $\frac{AH \times BA'}{2}$ et Aire (AA'C) = $\frac{AH \times A'C}{2}$. Comme BA' = A'C

Aire (ABA')= Aire (AA'C)

<u>Exercices de fixation</u>

1.

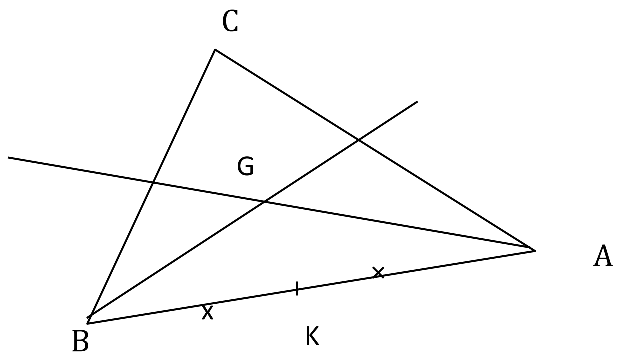
Examine la figure codée ci-dessous .Que représente le point G pour le triangle ABC ?



2.

Dans le triangle ABC, K est milieu du segment [BA] ; les médianes passant par les sommets A et B se coupent en G.

Justifie que les points C, G et K sont alignés.



<u>Corrigés</u>

1. G est le centre de gravité du triangle ABC.

2. Le point G est le point d'intersection de deux médianes, il est alors le centre de gravité du triangle ABC.K étant milieu de [BA], la droite (CK) est aussi une médiane du triangle. D'où les points C, G et K sont alignés.

5. **Bissectrices et centre du cercle inscrit**

1) a)Trace un triangle ABC.
   b) Construis les bissectrices des trois angles du triangle.
   c) Que remarques-tu ?

2) On veut démontrer que les bissectrices sont concourantes. I est le point d'intersection des bissectrices des angles $\widehat{\boldsymbol{ABC}}$ ***et*** $\widehat{\boldsymbol{ACB}}$.
   La perpendiculaire à (AB) passant par I coupe (AB) en M.

   La perpendiculaire à (BC) passant par I coupe (BC) en N.

   Justifie que : IM=IN

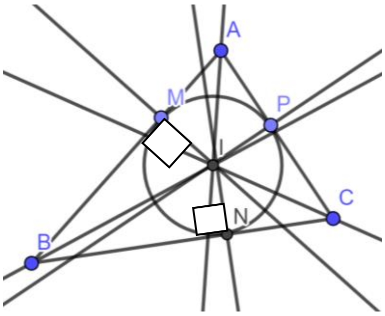
3) a) La perpendiculaire à (AC) passant par I coupe (AC) en P.
   Justifie que IM=IP.

b) Déduis de ce qui précède que I appartient à la bissectrice de l'angle $\widehat{\boldsymbol{BAC}}$

4) Trace le cercle © de centre I et de rayon IM.
5) Justifie que le cercle © est tangent aux droites(AB), (AC), et (BC)

Corrigé

1)



c) Je remarque que les bissectrices sont concourantes.

2) Je justifie que IM=IN.

Je sais que la perpendiculaire à (AB) passant par I coupe (AB) en M ; alors la distance du point I à la droite (AB) est égale à IM
Je sais aussi que la perpendiculaire à (BC) passant par I coupe (BC) en N ; alors la distance du point I à la droite (BC) est égale à IN.
Comme I est un point de la bissectrice de l'angle $\widehat{ABC}$, il est équidistant des supports des côtés de cet angle ; ce qui signifie que IM=IN.

3) a) Je Justifie que IM=IP.

Je sais que la perpendiculaire à (AC) passant par I coupe (AC) en P ; alors la distance du point I à la droite (AC) est égale à IP.
Comme I est un point de la bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$, il est équidistant des supports des côtés de cet angle ; ce qui signifie que IM=IP.

b) Je déduis de ce qui précède que I appartient à la bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$

De 2) et 3)a) on a IM=IN et IM=IP ; donc IN = IP. Ainsi, I est équidistant des supports des côtés de l'angle $\widehat{BAC}$. D'où I appartient à la bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$.

5) Je justifie que le cercle © est tangent aux droites(AB), (AC), et (BC)

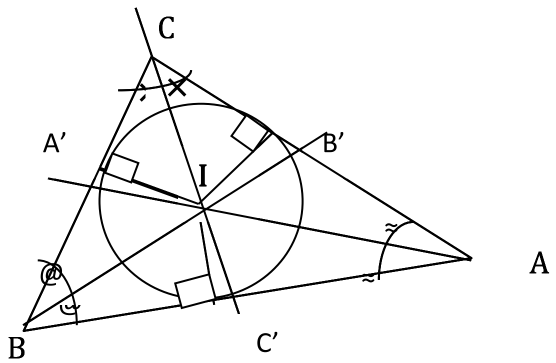
Je sais que IM=IN=IP ; le point I est alors équidistant des (AB), (AC), et (BC) ; par conséquent le cercle de centre I et de rayon IM est tangent aux droites(AB), (AC), et (BC).

Exercices de fixation

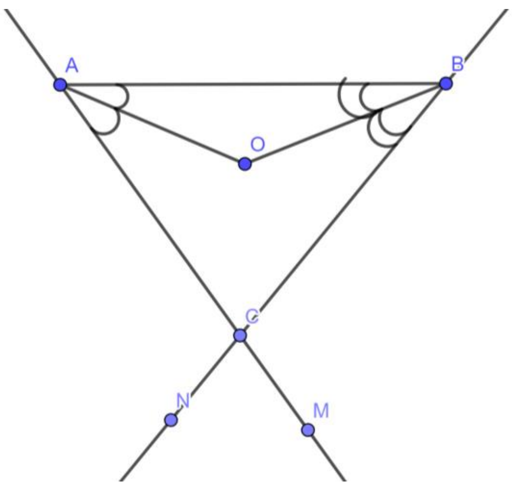
1. Trace un triangle ABC. Construis le cercle inscrit dans ce triangle.
2. On donne trois points A, B et O non alignés. Sachant que O est le centre du cercle inscrit à un triangle ABC dont le sommet C a été effacé, reproduis la figure et construis le triangle ABC.

Corrigés

1.



2.



Méthode : Je sais que le centre du cercle inscrit dans un triangle est le point de concours des bissectrices.

-Je trace les segments $[AB]$, $[AO]$ et $[BO]$

-A l'aide du compas, je construis l'angle $\widehat{OAM}$ de même mesure que l'angle $\widehat{BAO}$.

- A l'aide du compas, je construis l'angle $\widehat{OBN}$ de même mesure que l'angle $\widehat{ABO}$.

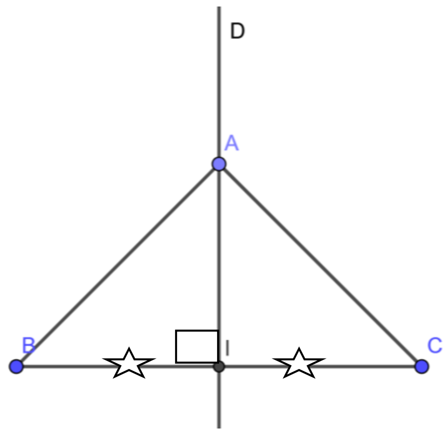
-Je marque le point C, le point d'intersection des droites (AM) et (BN).

6. **Droites particulières d'un triangle isocèle et d'un triangle équilatéral**

Activité : **Droites particulières d'un triangle et triangle isocèle**

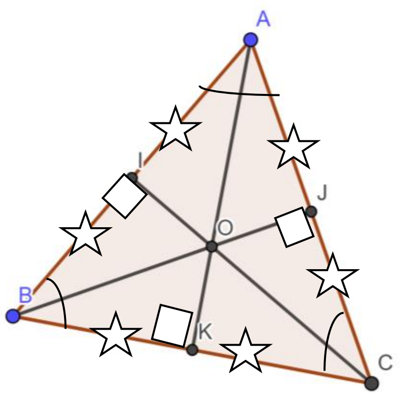
1) Construis un triangle ABC isocèle en A.
2) Trace la droite (D), médiatrice du côté [BC].
3) Dis quelles autres droites particulières représente cette droite (D) pour le triangle ABC.
4) Construis un triangle EPQ équilatéral, construis ses médiatrices.
5) Dis à partir des remarques précédentes ce que représente le point de concours des médiatrices d'un triangle équilatéral.

Corrigé



3) Dans ce triangle isocèle, la droite (D) représente aussi une hauteur, une médiane et une bissectrice.

5) Dans un triangle équilatéral, le centre du cercle inscrit, le centre du cercle circonscrit, l'orthocentre, le centre de gravité sont confondus.



Exercice de fixation

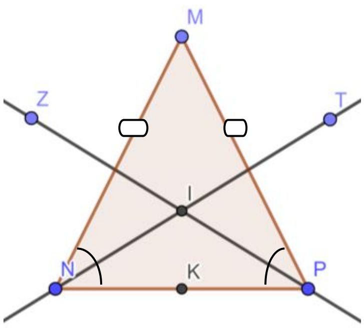
1. MNP est un triangle isocèle en M. Le point K est le milieu de $[MP]$. Les bissectrices (PZ) et (NT) respectifs des angles $\widehat{MPN}$ et $\widehat{MNP}$ se coupent en I.

Justifie que (MK) passe par I et donne la nature de I pour le triangle MNP.

2. ABC est un triangle équilatéral. Construis le centre de gravité de ABC, l'orthocentre et le centre du cercle inscrit dans le triangle ABC. Que peut-on dire de ces points ?

<u>Corrigés</u>

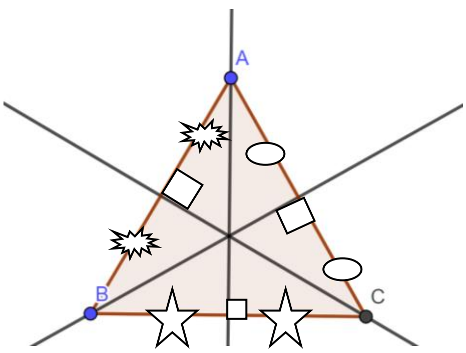
1. (A corriger K est milieu de$[\boldsymbol{NP}]$)



Comme le triangle MNP est isocèle en M et K est milieu de$[\boldsymbol{NP}]$, la droite (MK) est à la fois médiatrice de la base, médiane et bissectrice de l'angle passant par le sommet principal. Les bissectrices des angles $\widehat{\boldsymbol{MPN}}$ $\boldsymbol{et}$ $\widehat{\boldsymbol{MNP}}$ se coupent en I. Donc I appartient à la droite (MK) car les bissectrices des angles d'un triangle sont concourantes.

I est le centre du cercle inscrit dans le triangle MNP.

2.



Dans le triangle ABC, le centre de gravité est à la fois orthocentre et centre du cercle inscrit dans le triangle ABC.

EXERCICES

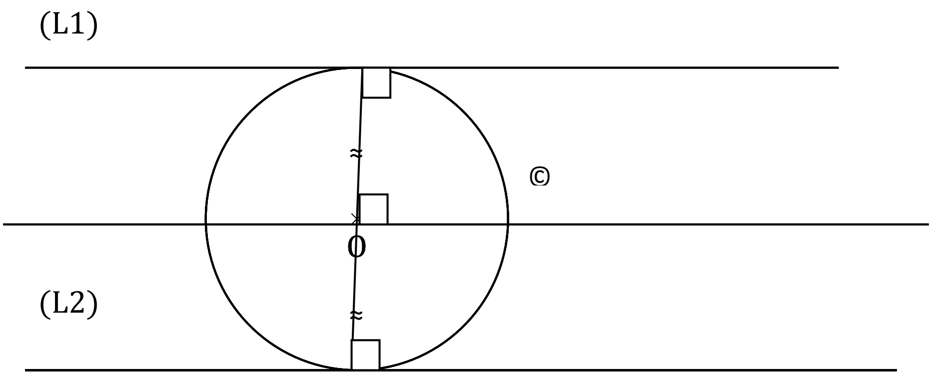
Exercices de renforcement

Exercice1

Trace deux droites (L1) et (L2) parallèles. Construis un cercle © tangents aux deux droites.

Corrigé :

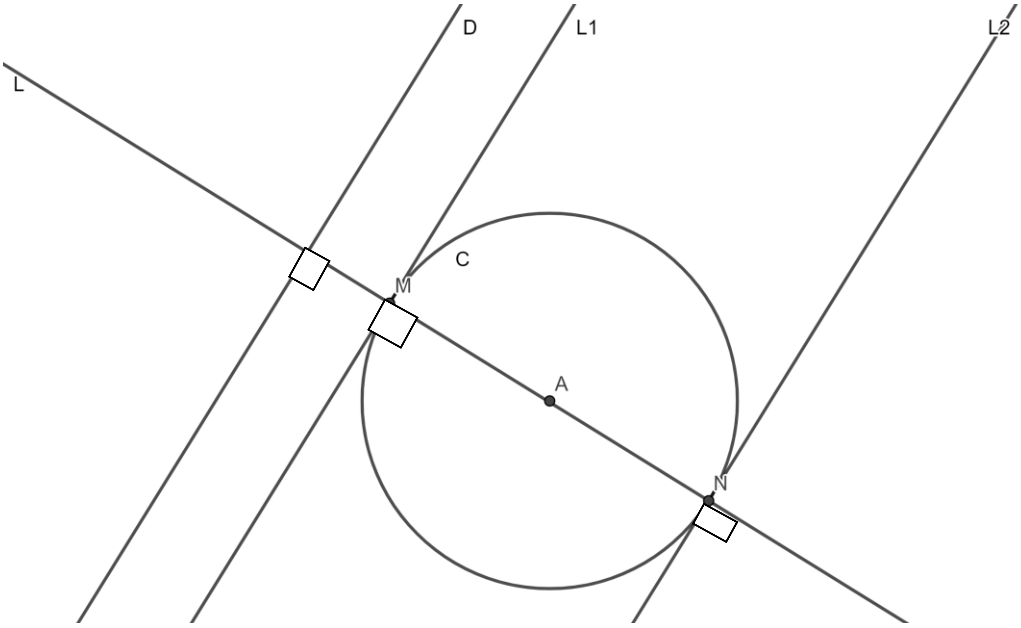
(L1) et (L2) parallèles sont deux droites parallèles. Le cercle © étant tangent à ces deux droites, son centre est situé à égale distance de ces deux droites ; tout point de la droite équidistante des droites(L1) et (L2) parallèles peut être le centre de ©.



Exercice 2

Trace une droite (D) et un cercle © tels que (D) et © sont disjoints. Construis les droites parallèles à (D) qui sont tangentes au cercle ©.

<u>Corrigé</u>



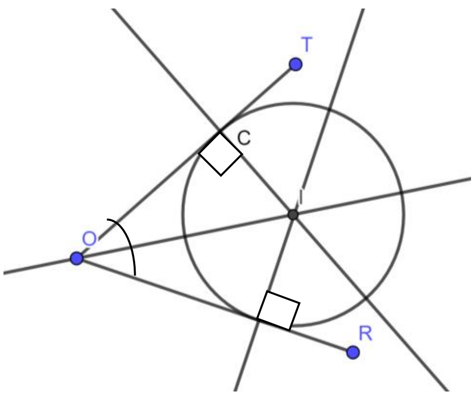
Pour l'obtenir, on construit une droite (L) perpendiculaire à (D) et passant par le centre du cercle ©. Elle coupe le cercle en deux points M et N. Les droites recherchées sont les tangentes à © en M et en N.

Exercice 3

Trace un angle $\widehat{TOR}$. Construis un cercle © qui est à la fois tangent aux deux côtés de l'angle.

<u>Corrigé</u>

Je sais que tout point de la bissectrice d'un angle est équidistant des supports des côtés de cet angle. Je construis alors la bissectrice de l'angle $\widehat{TOR}$; je choisis un point I sur cette bissectrice et je construis les droites perpendiculaires aux supports des côtés de cet angle passant par ce point. Je construis le cercle de centre I et qui est tangent aux côtés de l'angle $\widehat{TOR}$.



Exercice 4

Trace un quadrilatère ABCD. I, J, K, L sont les milieux respectifs des côtés [AB], [BC], [CD] et [DA]. Démontre que le quadrilatère IJKL est un parallélogramme.

<u>Corrigé</u>

Je démontre que le quadrilatère IJKL est un parallélogramme

Je considère le triangle ABC

I est milieu de [AB] ; J est milieu de [BC] alors la droite (IJ) est parallèle à la droite (AC) d'après la propriété de la droite des milieux.

Je considère le triangle ADC

L est milieu de [DA] et K milieu de [CD] alors la droite (AC) est parallèle à la droite (LK) d'après la propriété de la droite des milieux.

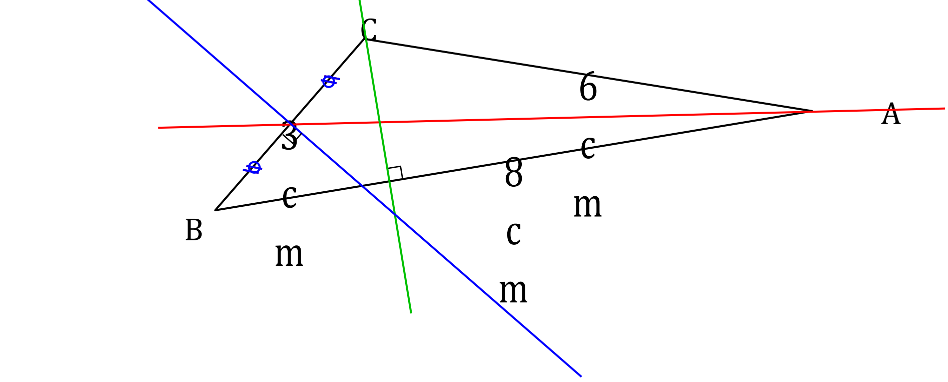
Comme la droite (IJ) est parallèle à la droite (AC) et la droite (AC) est parallèle à la droite (LK) ainsi les droites (IJ) et (LK) sont parallèles car lorsque deux droites sont parallèles, toute droite parallèle à l'une est aussi parallèle à l'autre.

En considérant respectivement les triangles ADB et BDC, je démontre de même que (IL)//(DB) et (JK)//(DB) ainsi donc (IL) //(JK) or (IJ)//(LK) ; par conséquent IJKL est un parallélogramme car ses côtés opposés sont parallèles.

Exercice 5

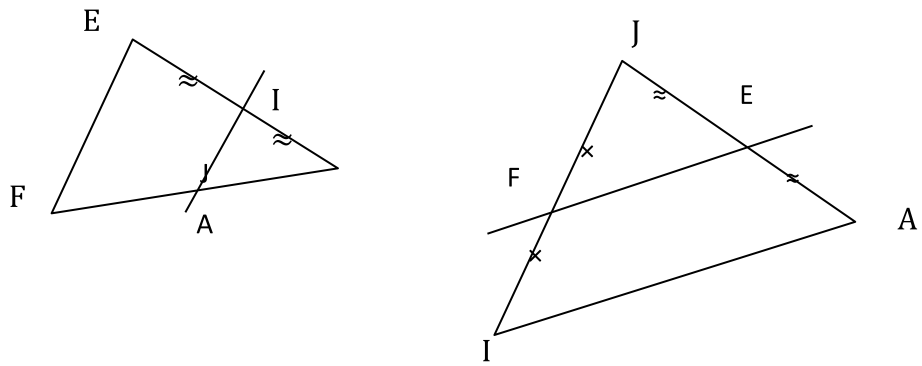
1) Construis un triangle EFG tel que AB= 8cm, BC=3cm et AC= 6cm
2) Trace en rouge la médiane issue de A.
3) Trace en bleu la médiatrice du segment [BC]
4) Trace en vert la hauteur issue de C

Corrigé :



Exercice 6

Dans lequel des triangles les droites (EF) et (IA) sont parallèles ? Justifie ta réponse.



Corrigé

Dans le triangle IJA car dans ce triangle la droite(EF) passe par les milieux de deux côtés.

Exercice 7

ABC est un triangle. I et J sont les milieux respectifs des segments [AB] et [AC]. K est milieu [AJ]. On donne BC=4 cm et IK= 1.7

Calcule la longueur des segments [IJ] et [BJ] en justifiant tes réponses.

Corrigé

Dans le triangle ABC, le segment [IJ] **joint les milieux de deux côtés ; alors IJ = ½ BC= ½ x 4 = 2. Dans le triangle ABI le segment** [IK] **joint aussi les milieux de deux côtés ; alors IK= = ½ BJ. BJ = 2 x IK = 2 x 1.7 = 3.4 .On sait que si dans un triangle, un segment joint les milieux de deux côtés, alors sa longueur est égale à la moitié de celle du troisième côté.**

Exercice 8

Trace un triangle ABC. Marque les points I et J milieux respectifs des côtés [AB] et [BC] . Marque le point F, un point quelconque du segment [AC] . Les points E et G sont les milieux respectifs des segments [JF] et [IF] .

Démontre que les droites(EG) et (AC) sont parallèles.

Corrigé

Je démontre que les droites(EG) et (AC) sont parallèles

Dans le triangle ABC I est milieu de [AB] et J celui de[BC] ; d'après la propriété de la droite des milieux (IJ)//(AC).

Dans le triangle IFJ , E est milieu de[JF] et G celui de [IF] ; d'après la propriété de la droite des milieux, (IJ)//(EG).

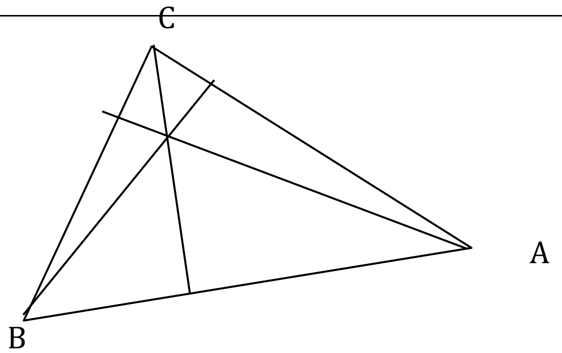
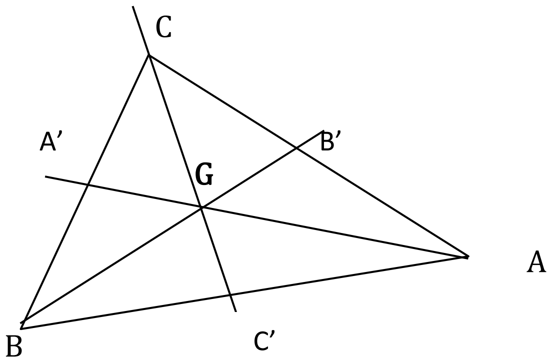
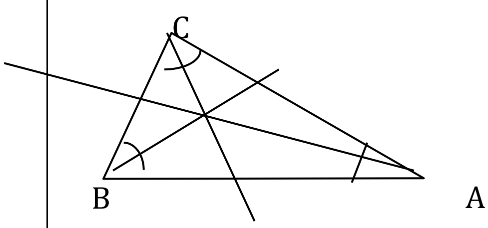
Comme (IJ)//(AC) et (IJ)//(EG) alors les droites(EG) et (AC) sont parallèles.

Car lorsque deux droites sont parallèles toute droite parallèle à l'une est aussi parallèle à l'autre.

Exercice 9

Pour chacune des lignes du tableau, une ou plusieurs réponses sont justes.

Ecris le numéro de la ligne et la ou les lettres correspondante(s)à la réponse ou aux réponses justes.

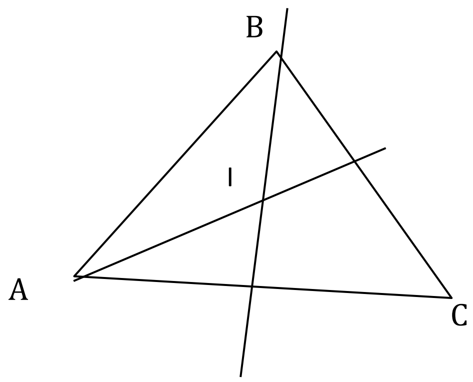
		a	b	c
1		Les droites concourantes sont des hauteurs	Les droites concourantes sont des médianes	Le point de concours des droites est appelé centre du cercle inscrit
2		Les droites concourantes sont des hauteurs	Les droites concourantes sont des bissectrices	Le point de concours des droites est le centre de gravité du triangle
3		Les droites concourantes sont des hauteurs	Les droites concourantes sont des médianes	Les droites concourant es sont des bissectrices

Corrigé

1-a ; 2-c ; 3-c

Exercice 10

Le triangle ABC est isocèle en B. Sachant que I est le centre du cercle inscrit à ce triangle et que mes $\widehat{ABI} = 35°$, calcule la mesure de chacun des angles du triangle.



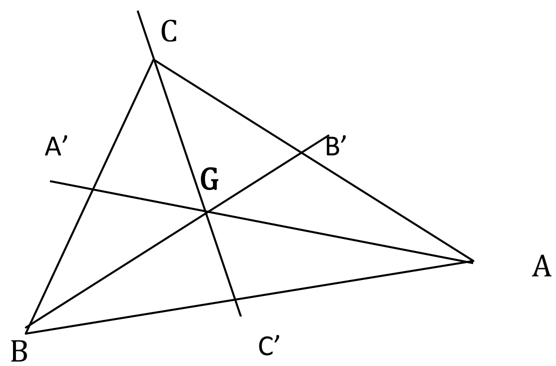
Corrigé :

Comme I est le centre du cercle inscrit dans le triangle ABC, la droite (IB) est la bissectrice de l'angle $\widehat{ABC}$; mes $\widehat{ABC}$ = 2 x mes $\widehat{ABI}$= 70°.

Le triangle ABC étant isocèle en B, mes $\widehat{BAC}$ = mes $\widehat{BCA}$ = (180°-70°)/2 =55°

Exercice 11

G est le centre de gravité du triangle ABC. Justifie la droite (CC') est la médiane du triangle A'B'C' relative au sommet C'.



Corrigé

Justifions que la droite (CC') est la médiane du triangle A'B'C' relative au sommet C'.

Dans le triangle ABC , (B'C') et (A'C') sont des droites des milieux ; d'après la propriété de la droite des milieux , (A'C')//((AC) et (B'C')//(BC) et comme A'Є(BC) et B'Є (AC)alors (A'C')//(B'C) et (B'C')//(A'C). D'où A'CB'C' est un parallélogramme. Ses diagonales se coupent donc en leur milieu. Ainsi la droite (CC') passe par le milieu du segment [A'B'] et est par conséquent la médiane du triangle A'B'C' relative au sommet C'.

Exercice 12

Soit un triangle ABC rectangle en C. Soit I le milieu de [AB] et K celui de [AC]. La bissectrice de l'angle $\widehat{KCI}$ coupe la droite (KI) en J.

1) Démontre que la droite (KI) est la bissectrice de l'angle $\widehat{AIC}$.

2) Démontre que la droite (AJ) est la bissectrice de l'angle $\widehat{CAI}$.

Corrigé

1) Je démontre que la droite (KI) est la bissectrice de l'angle $\widehat{AIC}$.

Dans le triangle ABC, K est milieu de [AC] et I celui de [AB]. D'après la propriété de la droite des milieux, (KI)//(BC) ; or (AC)⊥(BC) (le triangle ABC étant rectangle en C) alors (KI)⊥(AC) (lorsque deux droites sont parallèles , toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.)

(KI)⊥(AC) et K milieu de [AC] alors (IK) est la médiatrice du segment [AC]. Par suite, les angles $\widehat{AIK}$ et $\widehat{KIC}$ sont symétriques par rapport à (KI) ;donc de même mesure. D'où (KI) est la bissectrice de l'angle $\widehat{AIC}$.

2) Je démontre que la droite (AJ) est la bissectrice de l'angle $\widehat{CAI}$.

Je sais que La bissectrice de l'angle $\widehat{KCI}$ coupe la droite (KI) en J ; alors la droite (CJ) est une bissectrice d'un angle du triangle ACI. Aussi, d'après la question 1) la droite (KI) est la bissectrice de l'angle $\widehat{AIC}$.. Les deux droites se coupent en J ; J est alors le centre du cercle inscrit dans le triangle ACI. Par conséquent, (AJ) est la troisième bissectrice du triangle ACI sachant que les trois bissectrices d'un triangle sont concourantes.

Exercice 13

ABC est un triangle rectangle en A. Les bissectrices des angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$ se coupent en un point N.

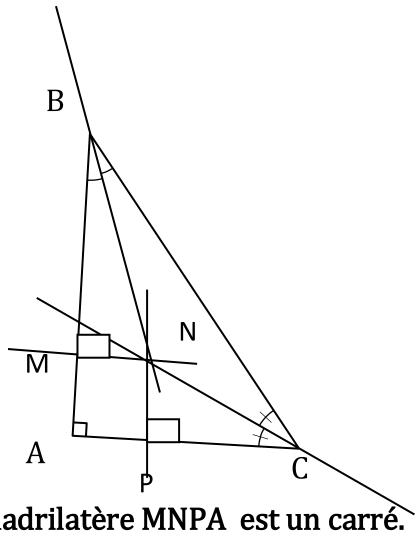
La droite perpendiculaire à (AB) passant par N coupe (AB) en M.

La droite perpendiculaire à (AC) passant par N coupe (AC) en P.

1) Fais une figure.
2) Donne la nature du quadrilatère MNPA. Justifie ta réponse.

Corrigé

1)



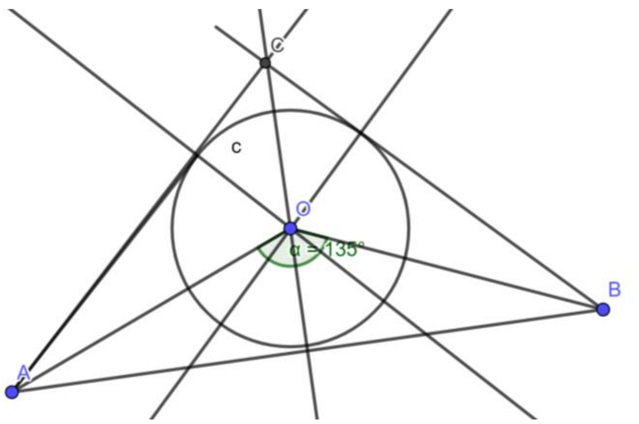
2) **Le quadrilatère MNPA est un carré.**
En effet, Le quadrilatère MNPA est d'abord un parallélogramme ; dans le triangle rectangle ABC, (MN)//(AP) car les deux droites sont perpendiculaires à (AB) et (AM)//(NP) car les deux droites sont perpendiculaires à (AC).
Le point N est le point d'intersection de deux bissectrices du triangle ABC ; alors N est le centre du cercle inscrit dans le triangle ABC. Aussi M Є [AB] et (MN)⊥(AB) ; PЄ [AC] et (NP)⊥(AC) ;alors le cercle inscrit est tangent aux cotés [AB] et [AC] respectivement en M et P. Ainsi NP=NM
Par ailleurs le quadrilatère MNPA a trois angles droits ; c'est donc un rectangle ; Comme NP=NM le quadrilatère MNPA est un carré.

Exercice 14

© est le cercle inscrit dans un triangle ABC ; son centre est le point O tel mes $\widehat{BOA} = 135°$.

Détermine la nature du triangle ABC.

Corrigé



Les droites (AO) et (OB) sont les bissectrices des angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{ABC}$; alors dans le triangle OAB, $\frac{1}{2}$ mes $\widehat{BAC}$ + $\frac{1}{2}$ mes $\widehat{ABC}$ + mes $\widehat{AOB}$ = 180° car la somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180°.

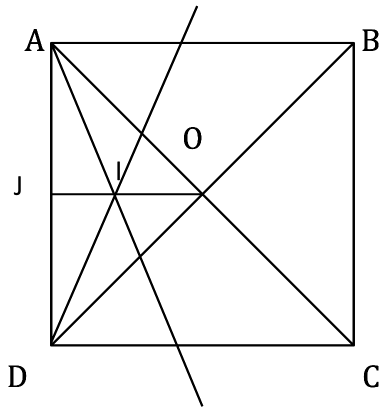
$\frac{1}{2}$ mes $\widehat{BAC}$ + $\frac{1}{2}$ mes $\widehat{ABC}$ =180°- mes $\widehat{AOB}$= 180°-135°=45°

Donc mes $\widehat{BAC}$ + mes $\widehat{ABC}$ = 2 x 45° = 90°. Les angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{ABC}$ étant complémentaires, le triangle ABC est un triangle rectangle en C.

Exercice 15

ABCD est un carré de centre O. J est le milieu du segment [AD]. La bissectrice de l'angle $\widehat{JAO}$ coupe le segment [JO] en I.

Démontre que la droite (DI) est la bissectrice de l'angle $\widehat{JDO}$.



<u>Corrigé</u>

Je démontre que la droite (DI) est la bissectrice de l'angle $\widehat{JDO}$.

Je sais que la bissectrice de l'angle $\widehat{JAO}$ coupe le segment [JO] en I. Donc (AI) est une bissectrice du triangle ADO. Je vais prouver que (OJ) est aussi une bissectrice du triangle ADO.

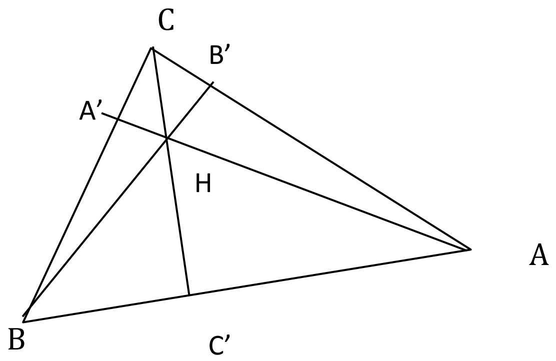
ABCD est un carré de centre O. Ses diagonales ont alors la même longueur. Ainsi le triangle ADO est isocèle en O. J étant milieu de [AD], la droite (OJ) est la médiatrice de la base et aussi bissectrice de l'angle du sommet principal.

I est alors centre du cercle inscrit étant le point commun de deux bissectrices ; D'où la droite (DI) est la bissectrice de l'angle $\widehat{JDO}$.

Exercice 16

Les hauteurs du triangle ABC se coupent en H. Détermine l'orthocentre des triangles suivants :

1) ABC
2) CHB
3) AHC
4) AHB



<u>Corrigé</u>

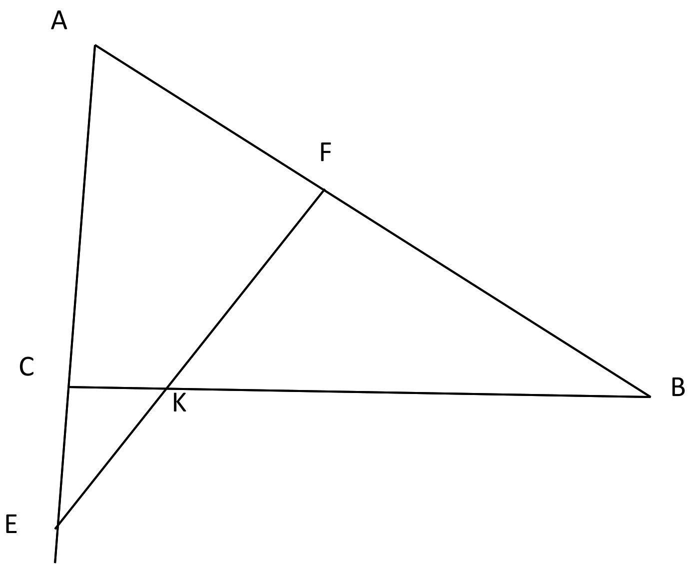
1) **H est l'orthocentre du triangle ABC car ses trois hauteurs se coupent en H.**
2) **A est l'orthocentre du triangle CHB car les hauteurs (A'H) et (BC') se coupent en ce point.**
3) **B est l'orthocentre du triangle AHC car les hauteurs (B'H) et (AC') se coupent en ce point.**

4) **C est l'orthocentre du triangle AHB car les hauteurs (C'H), (BA') et (AB') se coupent en ce point.**

Exercice 17

Les triangles ABC et AFE sont rectangles.

Démontre que les droites (AK) et (EB) sont perpendiculaires.



Corrigé

Le triangle ABC est rectangle en C ; alors (BC) $\perp$(AC) or E $\in$ (AC) donc (BC) $\perp$(AE) ; d'où (BC) est la hauteur du triangle AEB passant par le sommet B.

Le triangle AFE est aussi rectangle. On montre comme précédemment que (EF) est la hauteur du triangle AEB passant par le sommet E.

Ces deux hauteurs se coupent en K . K étant l'orthocentre du triangle AEB, (AK) est la troisième hauteur du triangle AEB. Par conséquent les droites (AK) et (EB) sont perpendiculaires.

Exercice 18

Soit ABC un triangle rectangle en A. Une droite perpendiculaire à l'hypoténuse coupe la droite (BC) en E, la droite (AB) en F et la droite(AC) en G.

Démontre que les droites (CF) et (BG) sont perpendiculaires.

Corrigé

Considérons le triangle BFC

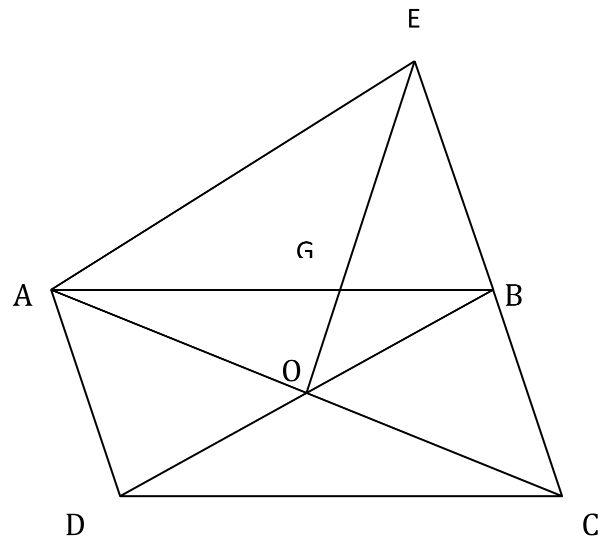
Dans ce triangle, (EF) ⊥(BC) et (AC) ⊥(FB) (le triangle ABC étant rectangle en A et F, appartenant à (AB)). G es est alors l'orthocentre du triangle CFB car les droites (EF) et (AC) qui sont deux hauteurs du triangle BFC se coupent en G. (GB) est la troisième hauteur du triangle. D'où (CF) ⊥ (BG).

Exercice 19

Sur la figure ci-dessous, ABCD est un parallélogramme de centre O. E est le symétrique de C par rapport à B ; les droites (AB) et (OE) se coupent en G.

1) Dis ce que représente le point G pour le triangle AEC.

2) Déduis-en que la droite (CG) coupe le segment [AE] en son milieu.



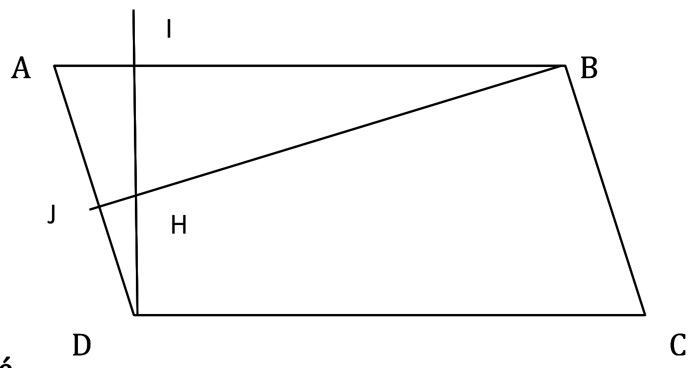
Corrigé

1) **G représente le centre de gravité du triangle AEC car il est le point d'intersection des droites (AB) et (EO) qui sont des médianes de ce triangle.**
2) **La droite (CG) est la troisième médiane du triangle AEC ; la droite (CG) coupe donc le segment [AE] en son milieu.**

Exercice 20

Sur la figure ci-dessous, ABCD est un parallélogramme. I et J sont deux points respectifs de **[AB] et [AD]** Les droites (DI) et (AB) sont perpendiculaires. Les droites (BJ) et (AD) sont aussi perpendiculaires. Les droites (DI) et (BJ) se coupent en H.

Démontre que la droite (AH) est perpendiculaire à la droite (DB)



Corrigé

Je démontre que la droite (AH) est perpendiculaire à la droite (DB)

Je considère le triangle ABD

(DI) est la hauteur passant par le sommet D car (ID) ⊥(AB)

(BJ) est la hauteur passant par le sommet B car (BJ) ⊥ (AD) ; H est alors l'orthocentre du triangle ABD. Par conséquent sa troisième hauteur (AH) est perpendiculaire à la droite (DB).

Exercice 21

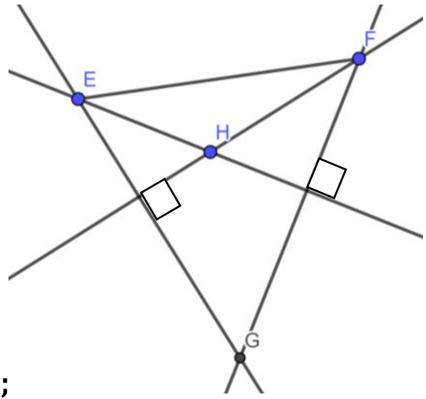
On donne trois points E, F et H non alignés.

1. Termine la construction d'un triangle EFG tel que le point H soit l'orthocentre de ce triangle.

2. Donne le programme de construction du triangle EFG.

Corrigé

1.



2 ;

Programme de construction du triangle EFG.

-Tracer les droites (EF), (EH) et (FH) ;

-Tracer la droite passant par F et perpendiculaires à (EH) ;

-Tracer la droite passant par E et perpendiculaire à (FH)

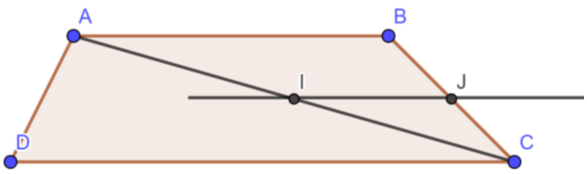
-Marquer le point G, le point d'intersection de ses deux droites.

Exercice 22

ABCD est un trapèze tel que (AB) et (CD) soient parallèles. I et J sont les milieux respectifs des segments [AC] et [BC] .

1) Démontre que les droites (AB) et (IJ) sont parallèles.
2) Démontre que les droites (IJ) et (CD) sont parallèles.

Corrigé



1) Je démontre que les droites (AB) et (IJ) sont parallèles.

Dans le triangle ABC, I et J sont les milieux respectifs des segments [AC] et [BC].

La propriété de la droite des milieux permet de dire que les droites (AB) et (IJ) sont parallèles.

2) Je démontre que les droites (IJ) et (CD) sont parallèles.

Comme ABCD est un trapèze tel que (AB) et (CD) soient parallèles ; or (IJ)//(AB) alors les droites (IJ) et (CD) sont parallèles car lorsque deux droites sont parallèles, toute droite parallèle à l'une est parallèle à l'autre.

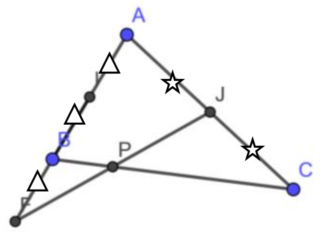
Exercices d'approfondissements

Exercice 23

ABC est un triangle. I et J sont les milieux respectifs des côtés [AB] et [AC]. F est le symétrique de I par rapport à B. La droite ((JF) coupe le segment [BC] en P.

1) Démontre que les droites (IJ) et (BC) sont parallèles.
2) Démontre que P est milieu de [JF].
3) Démontre que BP = ¼ BC

Corrigé



1) Je démontre que les droites (IJ) et (BC) sont parallèles.

Dans le triangle ABC, la propriété de la droite des milieux permet de dire que les droites (IJ) et (BC) sont parallèles.

2) Dans le triangle IJF, B est milieu de [IF] P∈[FJ] et (IJ)//(BP) (car (IJ)//(BC) et P∈[BC] ; alors P est milieu de [JF] car si dans un triangle, une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle au support d'un autre côté, alors elle passe par le milieu du troisième côté.
3) Je démontre que BP = ¼ BC

Je sais que si dans un triangle, un segment joint les milieux de deux côtés, alors sa longueur est égale à la moitié de celle du troisième côté.

Dans le triangle ABC, IJ = ½ BC ; Dans le triangle IJF, BP = ½ IJ. Alors BP = ½ x ½ BC

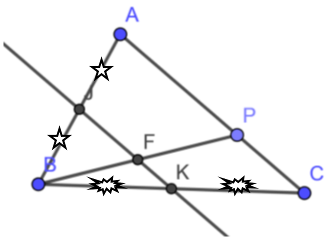
BP = ¼ BC

Exercice 24

ABC est un triangle et P un point du côté [AC]. J et K sont les milieux respectifs des côtés [AB] et [BC]. La droite (JK) coupe le segment [BP] en F.

1) Démontre que les droites ((JK) et (AC) sont parallèles.
2) Démontre que F est milieu de du segment [BP].

Corrigé



1) **Je Démontre que les droites ((JK) et (AC) sont parallèles.**

Dans le triangle ABC, J et K sont les milieux respectifs des côtés [AB] et [BC]. La propriété de la droite des milieux permet de dire que les droites (JK) et (AC) sont parallèles.

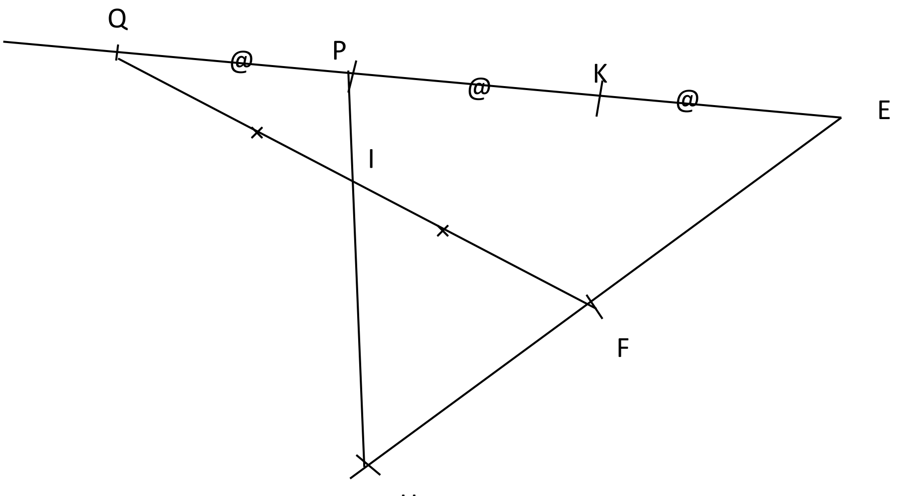
2) **Je démontre que F est milieu de du segment [BP].**
   Dans le triangle ABP
   J est milieu de [AB], F∈ [BP] et (JF)//(AP) car (JK)//(AC) et P∈(AC) ; F∈(JK)

alors F est milieu de du segment [BP] car si dans un triangle, une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle au support d'un autre côté, alors elle passe par le milieu du troisième côté.

Exercice 25

Examine la figure codée ci-dessous :

Démontre que F est milieu du segment [EH]



<u>Corrigé</u>

Je démontre que F est milieu du segment [EH] .

Je considère le triangle QFK ; I est milieu de [QF] et P celui de [QK]. Alors (IP)//(FK) d'après la propriété de la droite des milieux.

Dans le triangle EPH, K est milieu de [EP],

F Є [EH]   et (PH)//(FK) car (IP)//(FK) et HЄ (IP) ; alors F est milieu de [EH]

Car si dans un triangle, une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle au support d'un autre côté, alors elle passe par le milieu du troisième côté.

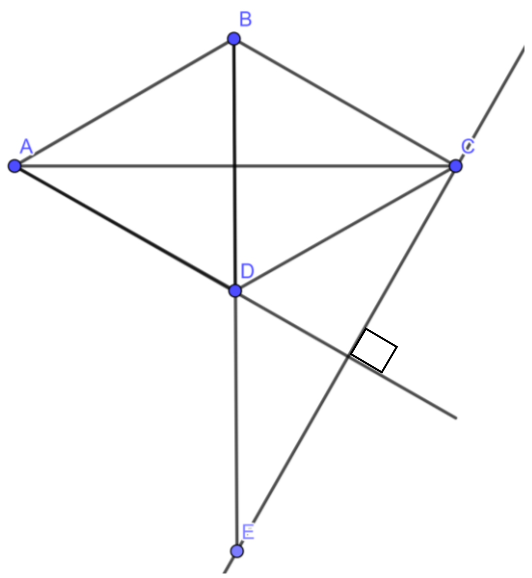
Exercice 26

Construis un losange ABCD tel que AC= 7cm et BD= 4cm.

La perpendiculaire à la droite (AD) passant par le point C est sécante au point E à la droite (BD).

1) Dis ce que représente les droites (BD) et (CE) pour le triangle ACD. Justifie ta réponse.
2) Dis ce que représente le point E pour ce triangle.
3) Justifie que les droites (AE) et (CD) sont perpendiculaires.

Corrigé



1) La droite (EC) est une hauteur du triangle ACD car (AD) ⊥ (EC) ; la droite (BD) est aussi une hauteur du triangle ACD car (BD) ⊥ (AC) ;

2) Le point E représente l'orthocentre du triangle car le point E est commun à deux hauteurs.

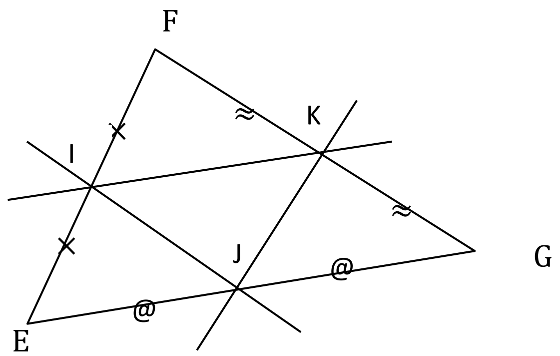
3) Je justifie que les droites (AE) et (CD) sont perpendiculaires.

Comme le point E représente l'orthocentre du triangle ADC, la droite (AE) est la troisième hauteur du triangle ADC passant par le sommet A ; alors les droites (AE) et (CD) sont perpendiculaires.

Exercice 27

Examine la figure codée ci-dessous :

Démontre que le centre O du cercle circonscrit au triangle EFG est aussi l'orthocentre du triangle IJK.



Corrigé

Je démontre que le centre O du cercle circonscrit au triangle EFG est aussi l'orthocentre du triangle IJK.

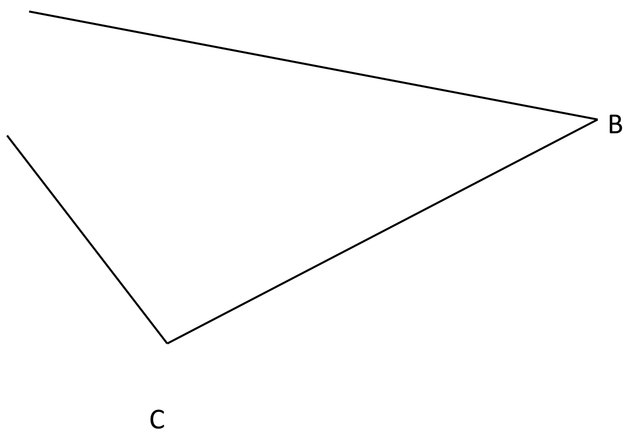
Le point O est le centre du cercle circonscrit au triangle EFG ; donc aussi le point de concours des médiatrices. I, J, K sont les milieux respectifs des segments [EF] , [EG] et [FG] .alors (IO)⊥(EF) or (JK)//(EF) d'après la propriété de la droite des milieux ; Ainsi (IO)⊥(JK) car lorsque deux droites sont parallèles, toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.

On montre de même que (OJ) ⊥(IK).

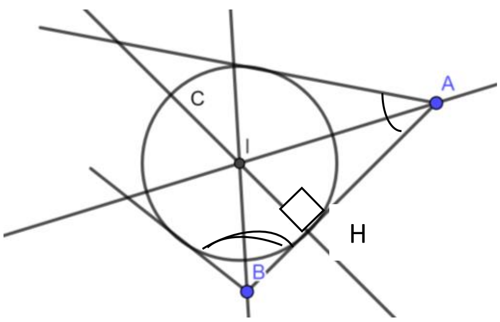
(IO) et (OJ) sont deux hauteurs du triangle IJK passant par les sommets I et J et ayant le point O en commun. Par conséquent O est l'orthocentre du triangle IJK.

Exercice 28

ABC est un triangle dont une partie a été malencontreusement effacée. Reproduis la figure et sans tracer la partie effacée, construis le cercle inscrit dans le triangle.



Corrigé



Pour construire le cercle inscrit dans le triangle ABC, je procède comme suit :

-Je construis la bissectrice de l'angle $\widehat{A}$

-Je construis la bissectrice de l'angle $\widehat{B}$

-Je marque le point I, point d'intersection de deux bissectrices.

-Je trace la droite (D) perpendiculaire à la droite(BC) en H.

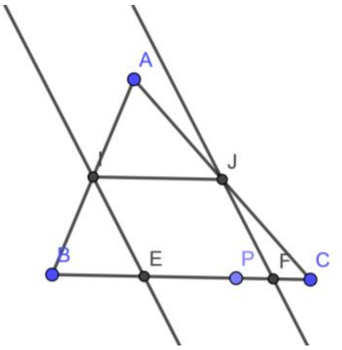
-Je construis le cercle de centre I et de rayon IH

Exercice 29

ABC est un triangle. P est un point de [BC]. Les points E, F, I et J sont les milieux respectifs des segments [BP], [PC], [AB] et [AC].

1) Démontre que les droites (FJ) et (IE) sont parallèles.
2) Démontre que le quadrilatère IJFE est un parallélogramme.

Corrigé



1) **Je démontre que les droites (FJ) et (IE) sont parallèles.**

Dans le triangle ABP, la propriété de la droite des milieux permet de justifier que les droites (IE) et (AP) sont parallèles.

Cette même propriété permet aussi de justifier que les droites (AP) et (JF) sont parallèles dans le triangle APC.

Comme (IE) // (AP) et (AP) // (JF) alors les droites (FJ) et (IE) sont parallèles.

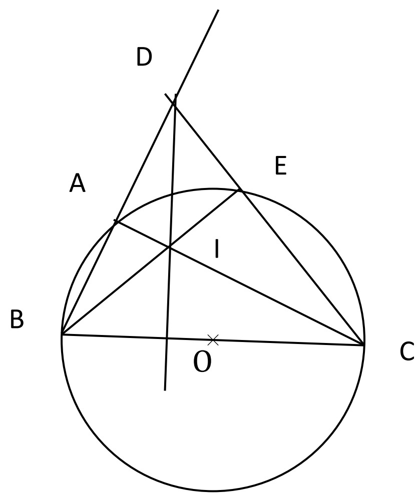
2) **Je démontre que le quadrilatère IJFE est un parallélogramme.**

Dans le triangle ABC, la propriété de la droite des milieux permet de justifier que (IJ)//(BC) or E ϵ [BC] et F ϵ [BC] donc (IJ)//(EF) : d'après la question 1) (FJ) //(IE). Alors IJFE est un parallélogramme car ses côtés opposés sont parallèles.

Exercice 30

Examine la figure ci-dessous :

Démontre que les droites (BC) et (ID) sont perpendiculaires



Corrigé

Démontrons que les droites (BC) et (ID) sont perpendiculaires.

Le point A appartient au cercle de diamètre [BC] ; donc (AC) ⊥ (AB)

Alors la droite (AC) est une hauteur du triangle BDC.

Aussi, le point E appartient au cercle de diamètre [BC] ; donc (EB) ⊥ (EC).

Alors la droite (EB) est une hauteur du triangle BDC.

Les deux hauteurs (AC) et (EB) du triangle BDC se coupent en I ; donc le point I est l'orthocentre du triangle BDC ; alors la droite (ID) est la troisième hauteur du triangle BDC.

Par conséquent (ID) ⊥ (BC)

Exercice 31

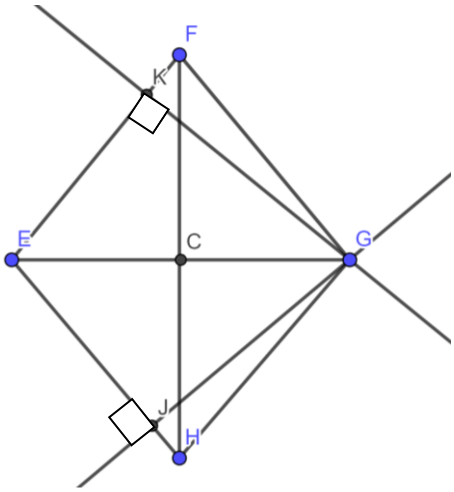
1) Construis un losange EFGH.

2) Trace la perpendiculaire à la droite (EF) passant par le point G ; elle coupe la droite (EF) en K.

3) Trace la perpendiculaire à la droite (EH) passant par le point G ; elle coupe la droite (HE) en J.

4) Démontre que le triangle GKJ est isocèle

Corrigé



Je démontre que le triangle GKJ est isocèle en G

EFGH est un losange ; ses diagonales sont alors ses axes de symétrie. Par conséquent, la droite (EG) est la bissectrice de l'angle $\widehat{HEF}$ car elle partage cet angle en deux angles de même mesure.

Comme (GJ) ⊥(EH) et J∈(EH), la distance du point G à la droite (EH) est égale à GJ.

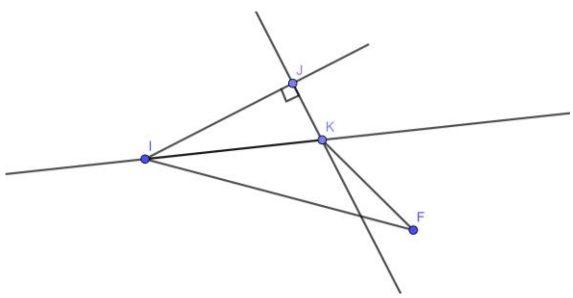
On montre de même que la distance de G à la droite (EF) est égale à GK.

G étant un point de la bissectrice de l'angle $\widehat{HEF}$, il est équidistant des supports des côtés de cet angle ; donc GK=GJ. On en déduit que le triangle GKJ est isocèle en G.

Exercice 32

Sur la figure ci-dessus, on a :
mes$\widehat{JIK}$ =mes$\widehat{KIF}$; JK = 3 et IF= 5 ; (JK) ⊥ (IJ)

Calcule la surface en cm^2 du triangle IKF.



Corrigé

Calculons la surface du triangle IKF

Comme mes$\widehat{JIK}$ =mes$\widehat{KIF}$, la droite (IK) est la bissectrice de l'angle $\widehat{JIF}$.

Tout point de la bissectrice d'un angle étant équidistant des supports des côtés de l'angle, la hauteur du triangle IKF passant par le sommet K est égale à JK. Soit A l'aire du triangle IKF

A = (3 x 5)/2 = 7.5 cm^2

Exercice 33

L'unité est le cm.

On donne AB=7, AC = 8 et BC= 12.

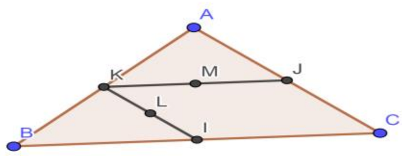
I, J et K sont les milieux respectifs des côtés [BC], [AC] et [AB] d'un triangle ABC.

On désigne par M et L les milieux respectifs des segments [KJ] et [KI].

1) Démontre que la droite (LM) est parallèle à la droite (AB).

2) Calcule le périmètre du triangle KLM.

<u>Corrigé</u>



1) Démontrons que la droite (LM) est parallèle à la droite (AB).

Dans le triangle ABC, la droite (IJ) est une droite des milieux ; donc (IJ)//(AB).

Dans le triangle IJK, (LM) est aussi une droite des milieux ; donc (IJ)//(LM). Par conséquent (LM)//(AB) car lorsque deux droites sont parallèles, toute droite parallèle à l'une est aussi parallèle à l'autre.

2) Calculons le périmètre du triangle KLM.

On sait que la longueur du segment qui joint les milieux de deux côtés est égale à la moitié de la longueur du troisième côté.

Les points I, J et K étant les milieux respectifs des côtés du triangle ABC alors le périmètre du triangle IJK est la moitié de celui du triangle ABC.

De même, on montre que le périmètre du triangle KLM est la moitié de celui du triangle IJK ; ce qui signifie que le périmètre du triangle KLM sera le quart de celui du triangle ABC.

Soit P, ce périmètre. P= ¼(AB+BC+CA)

P= ¼x 27

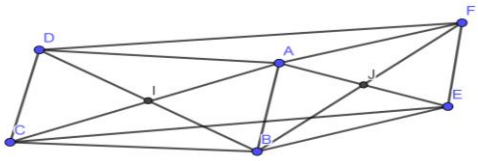
P=6.75cm

Exercice 34

Sur la figure ci-dessous, ABCD et ABEF sont des parallélogrammes de centres respectifs I et J.

1) Démontre que les droites (CE) et (DF) sont parallèles. (On pourra utiliser la droite (IJ)

2) Déduis-en la nature du quadrilatère DFEC.



Corrigé

1) Démontrons que les droites (CE) et (DF) sont parallèles.

On sait que ABCD et ABEF sont des parallélogrammes de centres respectifs I et J. Dans le triangle ACE , I et J sont les milieux respectifs des segments [AC] et [AE]. D'après la propriété de la droite des milieux (IJ)//(CE).

On montre de même dans le triangle DBF que les droites (IJ) et (DF) sont parallèles.

Par conséquent que les droites (CE) et (DF) sont parallèles car deux droites étant parallèles, toute droite parallèle à l'une est parallèle à l'autre.

2)Le quadrilatère DFEC est un parallélogramme.

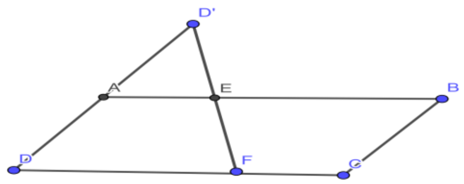
En effet, (DC)//(FE) car (DC)//(AB) et (AB)//(FE) ; or (CE)//(DF).

Exercice 35

ABCD est un parallélogramme. D'est le symétrique de D par rapport à A. E appartient au segment [AB]   tel que AE = 1/3 AB.

La droite (D'E) coupe (DC) en F.

Démontre que CF= 1/3 CD



Corrigé

Démontrons que CF= 1/3 CD

Comme ABCD est un parallélogramme, (AB)//(DC).

Dans le triangle D'DF, A est milieu de [DD']   E∈[D'F]   et (AE)//(DF) (en effet (AB)//(DC) et E∈(AB).

Alors le point E est milieu du segment [D'F]   car dans un triangle, la droite qui passe par le milieu d'un côté et qui est parallèle au support d'un autre côté passe par le milieu du troisième côté.

Ainsi DF =2AE car la longueur du segment qui joint les milieux de deux côtés est égale à la moitié de la longueur du troisième côté.

DF = 2 AE = 2 x 1/3 AB= 2/3 AB = 2/3 CD (AB=CD , ABCD étant un parallélogramme)

Comme DF = 2/3 CD et que F∈ [DC]   DF+FC=DC ;FC =DC-DF=DC-2/3DC=1/3DC

Exercice 36

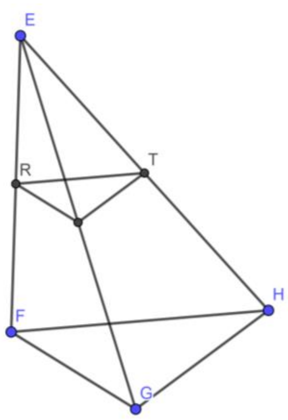
Sur la figure ci-dessous, R est milieu de [EF], la droite (SR) est parallèle à la droite (FG) et la droite (TS) est parallèle à la droite (GH) ; RT = 4 cm.

1) Démontre que le point S est le milieu du segment [EG]

2) Démontre que T est le milieu du segment [EH]

3) Démontre que les droites (RT) et (FH) sont parallèles.

4) Détermine FH



Corrigé

1) Démontrons que le point S est le milieu du segment [EG]

Dans le triangle EFG, le points R est milieu du côté [EF]

S∊ [EG] et (RS)//(FG) alors

le point S est le milieu du segment [EG] car dans un triangle, la droite qui passe par le milieu d'un côté et qui est parallèle au support d'un autre côté passe par le milieu du troisième côté.

2) Démontrons que T est le milieu du segment [EH]

On montre de même que dans le 1) que T est le milieu du segment [EH]dans le triangle EGH

3) Démontrons que les droites (RT) et (FH) sont parallèles.

Dans le triangle EFH, la droite (RT) est la droite des milieux ; alors les droites (RT) et (FH) sont parallèles.

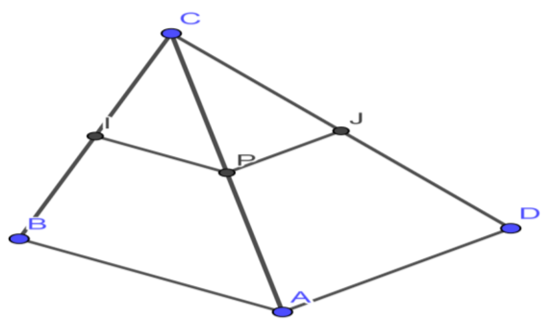
4) Déterminons FH

FH = 2RT = 8cm car dans un triangle, la longueur du segment qui joint les milieux de deux côtés est égale à la moitié de la longueur du troisième côté.

Exercice 37

Sur la figure ci-dessous, les points I et J sont les milieux respectifs des segments [BC] et [CD]. La droite parallèle à (AB) passant par I et la droite parallèle à (AD) passant par J se coupent en P.

Démontre que P est le milieu du segment [AC].



Corrigé

Démontrons que P est le milieu du segment [AC].

Je sais que la droite parallèle à (AB) passant par I et la droite parallèle à (AD) passant par J se coupent en P.

P ∈ (AB) car la droite (AB) est la droite commune aux plans des triangles CAD et CBA

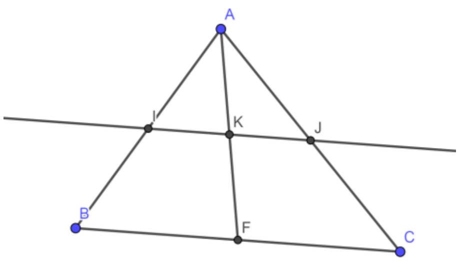
Dans le triangle ABC, I est milieu de [BC], P∈ [AC] et (IP)//(AB) alors P est le milieu du segment [AC] car dans un triangle, la droite qui passe par le milieu d'un côté et qui est parallèle au support d'un autre côté passe par le milieu du troisième côté.

Exercice 38

Examine la figure ci-dessous :

1) Démontre que les droites (IJ) et (BC) sont parallèles.

2) Démontre que K est le milieu du segment [AF].



Corrigé

Dans le triangle ABC, (IJ) est la droite des milieux. Alors les droites (IJ) et (BC) sont parallèles.

2) Démontrons que K est le milieu du segment [AF].

Dans le triangle ABF, I est milieu du segment [AB].

K∈[AF] (IK)//(BF) (car (IJ)//(BC) ; K∈(IJ)et F∈(BC)

Alors K est le milieu du segment [AF] car dans un triangle, la droite qui passe par le milieu d'un côté et qui est parallèle au support d'un autre côté passe par le milieu du troisième côté.

Exercice 39

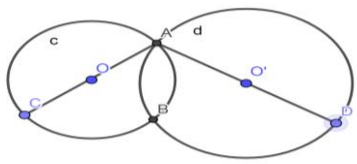
Deux cercles de centre respectifs O et O' se coupent en deux points A et B. On trace le diamètre [AC] dans l'un et le diamètre [AD] dans l'autre.

1) Fais la figure.

2) Justifie que CD = 2 OO'.

Corrigé

1)



2) Justifions que CD = 2 OO'

Dans le triangle ACD, O est milieu du segment [AC] et O' est milieu est milieu [AD] . Alors CD = 2 OO' car dans un triangle, la longueur du segment qui joint les milieux de deux côtés est égale à la moitié de la longueur du troisième côté.

Exercice 40

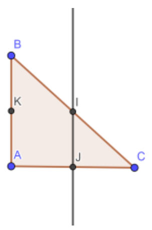
ABC est un triangle rectangle en A. I, J et K sont les milieux respectifs des segments [BC], [AC] et [AB].

1) Fais une figure

2) Que peut-on dire des droites (IJ) et (AB) ?des droites (IJ) et (AC) ?

3) Précise la nature du quadrilatère AJIK.

Corrigé



2) Les droites (IJ) et (AB) sont parallèles car la droite (IJ) est une droite des milieux dans le triangle ABC.

(IJ)⊥ (AC) car (IJ) // (AB) or (AB) ⊥ (AC)

3) Le quadrilatère AJIK est un rectangle

En effet, dans le triangle ABC la droite (IK) est aussi une droite des milieux. Donc (IK)//(AC) et comme J∈ [AC], (IK)//(AJ) ; or (IJ)//(AK) car (IJ)//(AB) et K∈[AB] .

Finalement AJIK est un parallélogramme ayant un angle droit (le triangle ABC étant rectangle en A)

Exercice 41

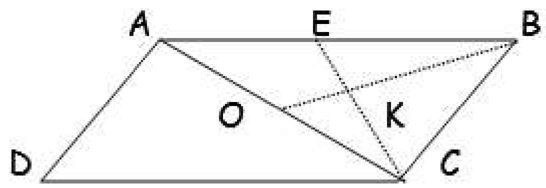
Sur la figure ci-dessous, ABCD est un parallélogramme de centre O. E est le milieu de [AB].

Les droites (CE) et (BO) sont sécantes en K.

1. Que représente la droite (BO) pour le triangle ABC ? Justifie.

2. Que représente le point K pour le triangle ABC ? Justifie.

3. Démontre que la droite (AK) coupe le segment [BC] en son milieu.



<u>Corrigé</u>

1. La droite (BO) représente une médiane pour le triangle ABC car elle passe par le sommet B et par le milieu du côté [AC].

2. Le point K représente le centre de gravité du triangle ABC car il est le point commun aux médianes (BO) et (EC) du triangle ABC.

3. Démontrons que la droite (AK) coupe le segment [BC] en son milieu.

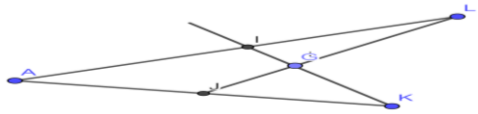
Comme le point K représente le centre de gravité du triangle ABC, alors la droite (AK) est la troisième médiane du triangle ABC ; d'où la droite (AK) coupe le segment [BC] en son milieu.

Exercice 42

L'unité de longueur est le cm

On donne un segment [AK] ci-dessous. Soit J son milieu. Place un point L n'appartenant pas à (AK) tel que JL = 6. Place sur [JL] le point G tel que LG = 4. (KG) coupe (AL) en I. Démontre que I est le milieu de [AL].

Corrigé



Démontrons que I est le milieu de [AL].

Dans le triangle ALK, comme J est milieu du côté [AK]; alors la droite (JL) est une médiane du triangle.

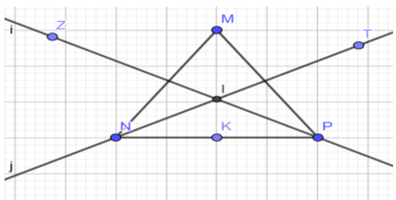
On sait aussi que JL = 6 cm et LG = 4 cm. Donc G est le point de la médiane (JL) tel que LG= 2/3 JL . G est alors le centre de gravité du triangle ALK.

(KG) coupe (AL) en I. Par conséquent (KG) est une médiane du triangle ALK qui passe par le point I. D'où I est le milieu de [AL].

Exercice 43

MNP est un triangle isocèle en M, K est le milieu de [NP]. Les bissectrices (PZ) et (NT) des angles $\widehat{MPN}$ et $\widehat{MNP}$ se coupent en I.

Démontre que (MK) passe par I.



Corrigé

Démontrons que (MK) passe par I.

Comme les bissectrices (PZ) et (NT) des angles $\widehat{MPN}$ et $\widehat{MNP}$ se coupent en I, alors le point I représente le centre du cercle inscrit dans le triangle MNP.

Le triangle MNP est isocèle en M et K est le milieu de [NP]. Dans un triangle isocèle, la médiane passant par le sommet principal est aussi bissectrice de l'angle de ce sommet. (MK) est aussi une bissectrice de l'angle $\widehat{MNP}$, donc elle passe par I.

Exercice 44

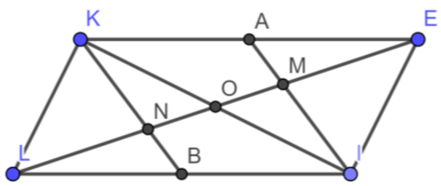
KEIL est un parallélogramme de centre O.

1. Construis le point M centre de gravité du triangle KEI et le point N centre de gravité du triangle KLI.

2. Démontre que les points L, M, N, E et O sont alignés.

3. Démontre que LN = NM = ME.

Corrigé



2. Démontrons que les points L, M, N, E et O sont alignés.

Comme le point M est centre de gravité du triangle KEI et (OE) une médiane alors les points E, M et O sont alignés.

Aussi le point N centre de gravité du triangle KLI et (LO) une médiane alors les points L, O et N sont alignés.

En plus les points E, L et O sont alignés puisque O est le centre du parallélogramme KEIL.

Par conséquent les points L, M, N, E et O sont alignés.

3. Démontrons que LN = NM = ME.

Le point M centre de gravité du triangle KEI alors EM=2/3EO et OM=1/3 EO

le point N centre de gravité du triangle KLI alors LN =2/3LO et ON = 1/3 LO

OE= LO comme O est le centre du parallélogramme KELI.

Alors EM=LN. Aussi MN= MO+ON= 1/3EO +1/3LO=2/3 EO car EO=LO. Par conséquent EM = LN = NM

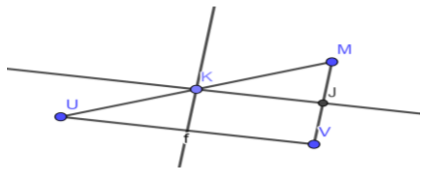
Exercice 46

1. Construis un segment [UV] et sa médiatrice (Δ). Marque un point K sur cette médiatrice, K n'appartient pas à [UV] et le point M symétrique de U par rapport à K.

2. Démontre que K est le centre du cercle circonscrit au triangle MUV.

3. La parallèle à (UV) passant par K coupe (MV) en J. Démontre que (KJ) est la médiatrice du segment [MV].

Corrigé



2. Démontrons que K est le centre du cercle circonscrit au triangle MUV.

K est un point de la médiatrice du segment, alors KU=KV. Aussi, et le point M est le symétrique de U par rapport à K. Donc KU=KM. On a finalement KU=KM=KV ; d'où K est le centre du centre du cercle circonscrit au triangle MUV.

3. Démontrons que (KJ) est la médiatrice du segment [MV].

MUV est un triangle qui a l'un de ses côtés qui est un diamètre du cercle ; il est alors un triangle rectangle en V.

On sait que dans le triangle MUV, K est milieu de [UM]. J∈ [MV]. et (KJ)//(UV) alors J est milieu de [MV] car dans un triangle, la droite qui passe par le milieu d'un côté et qui est parallèle au support d'un autre côté passe par le milieu du troisième côté.

Le triangle MUV étant rectangle en V , les droites (UV) et (MV) sont perpendiculaires ; or (KJ)//(UV) donc (MV) et (KJ) sont perpendiculaires car lorsque deux droites sont perpendiculaires , toute droite perpendiculaire à l'une est aussi perpendiculaire aussi à l'autre. Comme en plus J est milieu de [MV] alors (KJ) est la médiatrice du segment [MV].

Exercice 46

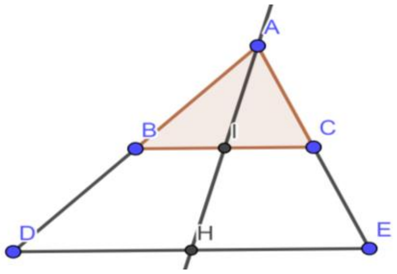
Trace un triangle ABC. On appelle D le symétrique de A par rapport à B et E le symétrique de A par rapport à C.

1. Démontre que les droites (BC) et (DE) sont parallèles.

2. On appelle I le milieu du segment [BC]. La droite (AI) coupe (DE) en H.

Démontre que I est le milieu du segment [AH].

3. Démontre que les droites (DC), (AH) et (BE) sont concourantes.



Corrigé

1. Démontrons que les droites (BC) et (DE) sont parallèles.

Les points B et C sont les milieux respectifs des segments [AD] et [AE] car D est le symétrique de A par rapport à B et E, le symétrique de A par rapport à C.

Dans le triangle ADE, (BC) est la droite des milieux ; alors les droites (BC) et (DE) sont parallèles

2. Démontrons que I est le milieu du segment [AH].

Dans le triangle ADH, B est milieu de [AD] , I∊ (AH) et (BI)//(AH)(car (BC)//(DE) et I∊(BC) ; H∊(DE)).

Alors I est le milieu du segment [AH] car dans un triangle, la droite qui passe par le milieu d'un côté et qui est parallèle au support d'un autre côté passe par le milieu du troisième côté

3. Démontrons que les droites (DC), (AH) et (BE) sont concourantes.

Les droites (DC), (AH) et (BE) sont les médianes du triangle ADE ; comme les médianes d'un triangle sont concourantes alors ces droites sont concourantes.

Exercice 47

Soit un parallélogramme ABCD. Le point E est le symétrique de D par rapport à C. Les droites (AD) et (BE) se coupent en F.

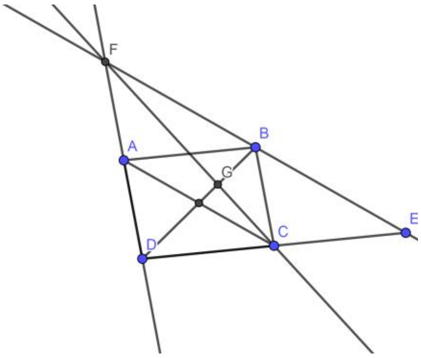
1. Montre que B est le milieu de [EF].

2. Montre que A est le milieu de [DF].

3. Les droites (DB) et (FC) se coupent en G.

Démontre que les points E, G et A sont alignés.

Corrigé



1. Montrons que B est le milieu de [EF].

Dans le triangle FDE, C est le milieu du segment [DE] car E est le symétrique de D par rapport à C. (BC)//(FD) car ABCD est un parallélogramme et F∈(AD) ; alors B est le milieu de [EF] car dans un triangle, la droite qui passe par le milieu d'un côté et qui est parallèle au support d'un autre côté passe par le milieu du troisième côté.

2. Montrons que A est le milieu de [DF].

Comme dans le triangle FDE, B est le milieu de [EF]et (AB)//(DC)(ABCD étant un parallélogramme) , on montre comme dans la question 1) que A est le milieu de [DF].

3. Démontrons que les points E, G et A sont alignés.

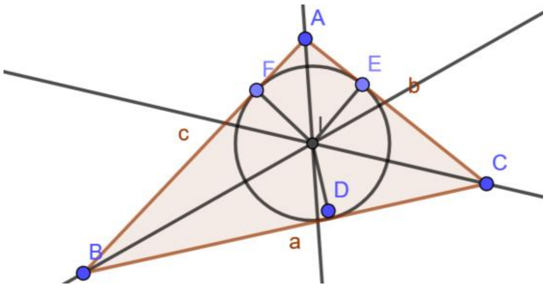
Les droites (DB) et (FC) se coupent en G ; le point G est alors le centre de gravité du triangle FDE car les droites (DB) et (FC) sont des médianes de ce triangle. Comme A est le milieu de [DF], la droite (EA) est la troisième médiane du triangle FDE. D'où les points E, G et A sont alignés.

Exercice 48

© est le cercle inscrit dans un triangle ABC ; On note respectivement r, p et S le rayon du cercle inscrit, le périmètre du triangle et l'aire du triangle ABC.

Démontre que $S = p \times r / 2$

<u>Corrigé</u>



On construit les trois points de contacts du triangle avec le cercle. On partage le triangle ABC en trois triangles ; les trois triangles sont BIC, AIC et AIB. Soit I le centre du cercle inscrit. ; la hauteur de chacun des triangles correspond au rayon du cercle inscrit. On calcule d'abord l'aire de chaque triangle avant de faire la somme.

$S = BC \times \frac{r}{2} + AC \times \frac{r}{2} + AB \times \frac{r}{2} = (BC+AC+AB) \times \frac{r}{2} = p \times \frac{r}{2}$

SITUATION D'EVALUATION

Exercice 49

Dans le cadre de l'organisation du tournoi inter-promo du lycée moderne de Guiglo, le proviseur a sollicité un ferronnier pour renforcer l'un des poteaux du terrain de football qui est défaillant. (Voir figure)

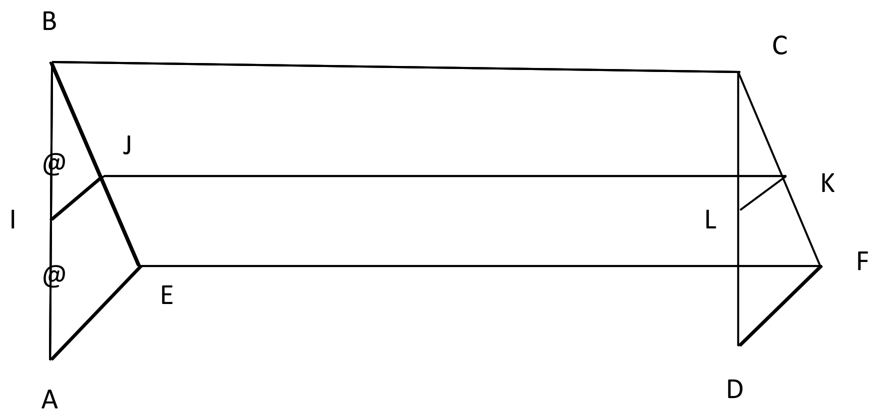
Les tiges de fers constitués des segments [AE], [EF] [FD] qui permettent de soutenir les filets sont à renforcer. Leurs longueurs respectives prises par le ferronnier sont 2m, 5m et 2m.

Pour renforcer davantage les poteaux, il a été décidé de placer d'autres tiges qui doivent être représentées par les segments [IJ], [JK] et [KL] dont les supports sont respectivement parallèles aux précédentes. La position du point I est à mi-chemin de la hauteur d'un poteau.

Après avoir reçu un appel urgent, le ferronnier quitte précipitamment le terrain sans prendre les mesures qui lui permettront de fabriquer les nouvelles tiges.

Afin de respecter le rendez-vous pris avec le proviseur, son fils qui est en classe de 4è te sollicite pour l'aider.

Calcule la longueur minimale de fer nécessaire pour constituer les tiges [IJ], [JK] et [KL].



(BC)//(EF) et (BE)//(CF)

Corrigé

Calculons la longueur minimale de fer nécessaire pour constituer les tiges [IJ], [JK] et [KL].

Considérons le triangle ABE

I est milieu de [AB]

J∈ [EB] et (IJ)//(AE)

Alors J est milieu [EB] car si dans un triangle, une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle au support d'un autre côté, alors elle passe par le milieu du troisième côté. (1)

I et J étant les milieux des cotés [AB] et [EB] du triangle AEB, IJ = ½ AE car si dans un triangle, un segment joint les milieux de deux côtés, alors sa longueur est égale à la moitié de celle du troisième côté.(2)

IJ = ½ AE = ½ x2 = 1m

EFKJ est un parallélogramme car (EF)//(JK) et (EJ)//(FK) ; alors JK=EF=5

Aussi EJ= KF ; Comme FC= EB (EBCF étant un parallélogramme) K est donc milieu de

[FC].

Dans le triangle CDF, K est milieu de

[FC], L ∈ [FC] et (KL)//(DF) alors L est milieu de [FC] d'après la propriété (1)

Par conséquent LK= ½ DF= 1m d'après la propriété (2)

Il faut 1m+5m+1m= 7m au minimum pour constituer les trois tiges.

CORRECTION LEÇON 4 : EQUATIONS ET INEQUATIONS DANS IQ

Situation d'apprentissage :

Faire deux lectures de la situation d'apprentissage par deux apprenants.

Recenser et expliquer les données pertinentes.

Poser les questions suivantes :

Consignes pour dérouler la situation	Réponse attendue
Détermine la somme dépensée par Mle Fidele .	15 000F+2$\times$ 6 500 F + 9 500F
Traduire la situation pour voir si elle peut offrir un livre à chacun des 23 élèves de la classe	Mettre sous forme d'inéquation cette situation

Exploitation de la situation d'apprentissage:

Traduire la situation à l'aide d'une équation ou une inéquation

INSTALLATION DES HABILETES

Activité1

1- Notion d'équation

1-1) $x + 10 + 20 = 200 + 10$;1-2) $x = 180$ g.

Exercice de fixation.

1-) $x + 4 = 1$; $6 = 2x + 3$.

2-)

	Inconnu	1er membre	2d membre
a)	x	$12 - 3x$	$7x + 10$
b)	n	$3n + 6$	16
c)	p	132	$5p/7 - 3$
d)	y	$y + 17/9$	0

3-) 3 est solution de $7 - 5x = -8$.

4-) $3x + 1 = 2$ sol(-1) ;$3x - 1 = -2$ sol(-1/3) ; $3x = 2$ sol(2/3) ; $x + 1 = 2$ sol(1) ; $3x + 1 = 2$ sol(1/3).

2- Egalité et opérations

Exercice de fixation

1-a) $x - 4 + 4 = 7 + 4$; 1-b) $x - 4 - 3 = 7 - 3$. Cite la première synthèse.

2-a) $4\times (\frac{4}{5}x) = 4\times2$; 2-b)$(-\frac{1}{5}) \times (\frac{4}{5}x) = (-\frac{1}{5}) \times2$. cite la deuxième synthèse .

3- Résolution d'équations

4- Situation se traduisant par une équation du premier degré dans IQ

$2x + 500 + 125 = 1000 - 75$. solution($x = 150$).

Exercice de fixation.

1-) Solution ($3x = 28 - 1$: $x = 9$ filles) ; 2-) solution ($3x+3=513$: 170 ; 171 ; 172) 3-) solution ($3x - 5 = 19$: $x = 8$) .

Exercice de fixation

1-a) $x = 7$; 1-b) $x = 4$. 2-a) $x = 3/4$; 2-b) $x = -14/3$. 3-a) $x = 4/3$. 3-b) $x = 84$.

Activité2

1 – Notion d'inéquation

Nombre x de magazines achetés	4	6	8	9	11
Cout total en F	1660	2490	3320	3735	4565

1-b) solution (8).

1-c) $415x < 3700$.

Exercice de fixation

1-) les inéquations : $19 - 8x = 11$ et $6 > 2x + 3$

2-)

	inconnu	1er membre	2d membre
a	x	$x - 17$	- 10
b	t	$3t$	16
c	k	1/4	$5k - 3$
d	y	$8y + 17/9$	0

2 – INEGALITES ET OPERATIONS

a	4	3	-7	-5
b	6	- 4	-3	7
c	3	3	-4	-4
Compare a et b	a < b	a > b	a < b	a < b
Compare a+c et b+c	a + c< b + c	a +c > b + c	a + c< b + c	a + c< b + c
Compare c×a et c×b	c×a < c×b	c×a > c×b	c×a > c×b	c×a > c×b

2-) cite les synthèses.

Exercices de fixation

1-1) $x < -5$ équivaut à $x + 3 < -2$; 1-2) $2x > -1$ équivaut à $2x - 5 > -6$.

2-1) $x < -5$ équivaut à $(\frac{1}{2})x < \frac{1}{2}\times(-5)$; 2-2) $\frac{1}{3}x > -1$ équivaut à $(-4)\frac{1}{2}x < (-4)\times(-1)$

3 – JUSTIFIER QU'UN NOMBRE RATIONNEL EST SOLUTION D'UNE INEQUATION.

1)	$2x - 3 > 5$ (I)					
Si remplace x par :	2	- 3	6	4	10	5
L'inégalité trouvée	1 > 5	-9> 5	9 > 5	5 > 5	17 > 5	7 > 5

L'inégalité est :	Faux	Faux	Vraie	Faux	Vraie	Vraie

2) {6 ; 10 ; 5 }.

Exercice de fixation

1) $-5t < -11$ solution : 3 ; 2) $2x > 5$ trois solutions { 3 ; 87 ; 1250}

4- RESOUDRE UNE INEQUATION

Exercice de fixation

1-

a) Si $x - 12 < -10$, alors $x < 2$;
b) Si $x + 7 > -1$, alors $x > -8$;
c) Si $2x > 4$, alors $x > 2$;
d) Si $5x < -15$, alors $x < -3$;
e) Si $-x > 4$, alors $x > -4$;
f) Si $-3x < 6$, alors $x > -2$.

2- a) $x + 2 > 4$ solution ($x > 2$) ; b) $x - 6 < 4$ solution($x < 10$; c) $2x > -4$ solution ($x > -2$) ; d) $-2x < -4$ solution ($x > 2$) ; e) $-2x + 1/2 > 0$ solution ($x < -1/4$)

3- a) $2x - 5 < 6$ solution ($x < 11/2$) ; b) $-6x + 2 > -4$ solution ($x < 1$).

5 - REPRESENTATION GRAPHIQUE.

Exercices de fixation

1-) Association : 1.c ; 2.d ; 3.a ; 4.b

2-) Représentation

Exercices de renforcement

1-a) 5 est solution de $2(x-5) = 0$.

1-b) l'équation $3(y-2) = 2y + 5$ a pour solution 11

1-c) l'équation $3(x-2) = 3x - 5$ n'a pas de solution

1-d) $2x = 16$; 1-e) $5(t - 4)$; 1-f) $7x = 2$; 1-g) $x - 4 = 2$

2-) remplace tous les pointillés par <

3-) 6 est solution de $2x - 3 = x + 8$

4-a) (-1); 4-b) (3) ; 4-c) (3) ; 4-d) (4) ; 4-e) (- 4) ; 4-f) (3)

5-a) (90) ; 5-b) (3) ; 5-c (0) ; 5-d (42).

6-a) (-3) ; 6-b) (4) ; 6-c) (4) ; 6-d) (-3) ; 6-e) (4) ; 6-f) (3).

7-a) (12) ; 7-b) (-136).

8-a) (- 4) ; 8-b) (- 2) ; 8-c) ($\frac{-1}{3}$) ; 8-d) (-1) ; 8-e) Tout élément de IQ.

9-a) (75) ; 9-b) ($\frac{5}{4}$) ; 9-c) ($\frac{-7}{15}$) ;9-d) ($\frac{1029}{195}$) ; 9-e) ($\frac{-590}{609}$).

10-) 1-) tarif A (33 000F) tarif B (40 000F). 2-) tarif A = 21 000 + 1500x ; tarif B = 5000x ; 3-) (6)

11-) la valeur de x chercher est (3).

12-a) (x = 30) ; 12-b) la mesure de A est 90° ; la mesure de B est 60° ; la mesure de C est 30°.

13-a) (x = 50) ; 13-b) la mesure de M est 65° ; la mesure de N est 60° ; la mesure de E est 55°.

14-a) (x = 30) ; 14-b) la mesure de B est 15° ; la mesure de C est 60° .

15-a) (x = 1,5) ; 15-b) la mesure de I est 30° ; la mesure de K est 60° .

16-) le nombre de départ de Lynka est 7.

17-) ($\frac{7000}{3}$ F ; $\frac{7000}{3}$ F+1000 F ; $\frac{7000}{3}$ F+2500F).

18-) (10 ans).

19-) (19 ans)

20-) (Dans 1 an).

21-) (15 m)

22-) (L= 23 cm).

23-) (170 ; 171 ; 172).

24-) (Non car la somme de trois nombres consécutifs est impaire).

25-) (312 ; 313 ; 314 ; 315).

26-) (163 ; 165 ; 167).

27-) (le nombre de départ est 3).

28-) le nombre choisi par les deux est 4,5

29-a) ($-5 - x < 0$ et $- 2 - x > - 2x + 3$) ; 29-b) (- 10) ; 29-c) (1 et 2) ; 29-d) ($2t+7$) ; 29-e) ($x - 4>-2$)

30-) vrai ; vrai ; faux ; vrai ; faux ; vrai ; vrai.

31-a) (x >2); 31-b) (x < -4) ; 31-c) (x > 1) 31-d) (x <-3).

32-) (a) ; (c) .

33-) (-2) ; (1) ; (-4).

34-)

35-a) sol (-5 ; 4) pas sol (5 ;9) ; 35-b) sol (0 ; 20) pas sol (-20 ; - 45) ; 35-c) sol (12 ;25) pas sol (0 ;-2) ; 35-d) sol (-5 ; 5) pas sol (-6 ; -12) ; 35-e) sol (3 ; 10) pas sol (0 ; -1) ; 35-f) sol (-12 ; -20) pas sol (0 ; 2).

36-a) ($x<15$) ; 36-b) ($x > -4$) ; 36-c) ($x > \frac{2}{5}$) ; 36-d) $x > \frac{-7}{4}$.

37-a) ($x > \frac{11}{3}$) ; 37-b) ($x < -3$) ; 37-c) ($x < \frac{5}{3}$) ; 37-d) ($x < 0$).

38-a) ($x < -14$) ; 38-b) ($x < 3$) ; 38-c) ($x < -1$).

39-a) ($x < 8$) ; 39-b) ($x > -\frac{8}{3}$) ; 39-c) ($x > -\frac{1}{5}$) ; 39-d) ($x > \frac{13}{12}$) ; 39-e) ($x < -\frac{16}{5}$).

40-a) ($x < 1$) ; 40-b) ($x < 4$) ; 40-c) ($x < -13$) ; 40-d) ($x > \frac{13}{6}$) ; 40-e) ($x < \frac{13}{6}$).

41-a) ($x < \frac{7}{12}$) ; 41-b) ($x < -1$) ; 41-c) ($x < -\frac{9}{8}$) ; 41-d) (pas de solution).

42-) {3,4,5,6,7,8,9}

43-a) $P_1 = 750x$; $P_2 = 525x + 2700$; 43-b) ($x > 12$) pas d'intérêt puisque l'abonnement est d'une année.

44-a) US = 32 000 F et AF = 38 000 F (la moins chère est Road-US) ; 44-b) (à partir de 151 km).

Exercices d'approfondissement

45-a) $y = \frac{5}{4}x$; $z = \frac{6}{4}x$; 45-b) ($x = 160$) ; ($y = 200$) ; ($z = 240$).

46-) (6 fois par mois).

47-a) Pyrame 47-b) ($x = 2$).

48-1) [$4(x - 6)$] ; 48-2) ($3x - 10$) ; 48-3a) { -44 ; 20 ; 32 ; 44 ; 76 } ; 48-3b) { -25 ; 23 ; 32 ; 41 ; 65 } ; 48-3c) dans les cas { -5 ; 11 } ; 48-d) ($x > 14$, donc à partir de 15).

49-1) (le nombre total d'appartements est 60) ; 49-2) { 24 ; 20 ; 16 }

50-) (les côtés mesures 14 mm et la base 7 mm).

51-) le nombre de CD acheter par le professeur est 5.

52-1) $20\,000 - 6\,000 = 3\,500 + 2\,800 + 2 \times 2\,200 + 5x$; 52-2) 14 000 F ; 52-3) (500 F).

Situations dévaluation

53-a) (prix neuf 15 160 000 F) ; 53-b) (emprunt 7 580 000 F).

54-1) ($y = 2\,000x + 5\,500$) ; 54-2) ($y = 1\,500x + 8000$) ; 54-3) ($x > 5$ à partir de 6 entrées dans l'année).

55-1) ($y = 43x$) ; 55-2) $1\,243\,000 = 43x + 17(x - 1000) + 40 \times 15000 \Longrightarrow 6x + 43\,000 = 124\,300$; 55-3) (le prix initial d'une chemise est $x = 20\,000$ F)

LEÇON 9 : VECTEURS

CORRIGES

1. Notion de vecteur

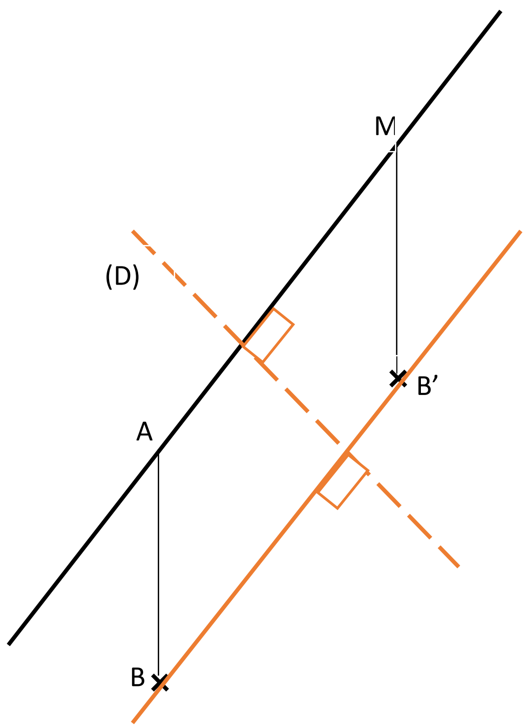
1.1. Droites de même direction et couples de points de même sens

Activité :

1. 2. 3.a) : Voir figure ci-Dessous

3. b) Les droites (AM) et (BB’) sont parallèles car elles sont perpendiculaires à la droite (D)

4. Les deux sens de parcours sont le mêmes



Exercices de fixation

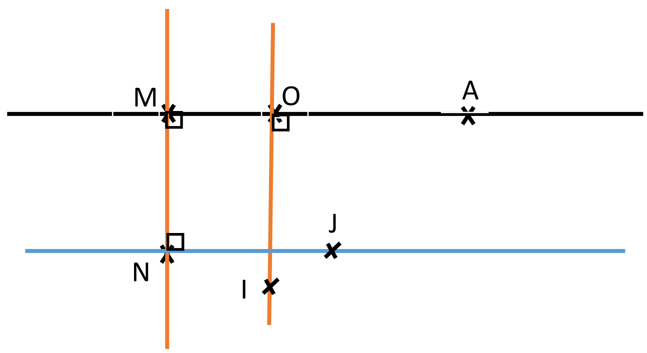
1-

a) La droite (BC) a la même direction que la droite (GA)
b) Les droites (EB), (FC) et (HK) ont la même direction
c) (E, F), (E, G) et (B, H) sont des couples de points de même sens que le couple (F, G)
d) (E, B), (A, B), (F, C), (F, D), (D, C) et (K, H) sont des couples de points de même sens que le couple (E, A)
e) Les droites (EF) et (GA) n’ont pas la même direction
Les droites (EF) et (EB) n’ont pas la même direction
Les droites (BC) et (BH) n’ont pas la même direction

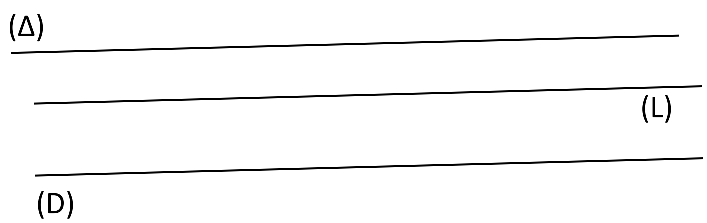
Les droites (FC) et (AD) n'ont pas la même direction

2-

- Pour placer le point I, on trace une parallèle à la droite (MN) passant par le point O, sur laquelle on marque le point I de sorte que le sens de O vers I soit le même que celui de M vers N
- Pour placer le point J, on trace une parallèle à la droite (MA) passant par le point N, sur laquelle on marque le point J de sorte que le sens de N vers J soit le même que celui de M vers A



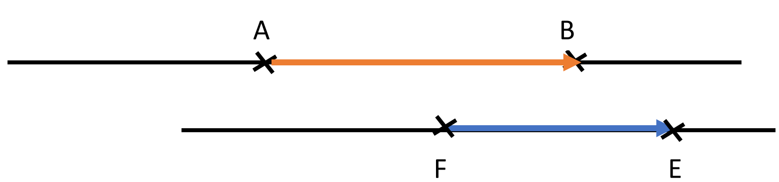
3- Cela revient à tracer deux droites (D) et (L) parallèles à la droite (Δ).



1. 2 Notion de vecteur

Activité :

Les droites (AB) et (EF) sont parallèles



Exercices de fixation

1-

a) Caractéristiques du vecteur $\overrightarrow{QP}$:

- ✓ direction : celle de la droite (PQ)
- ✓ sens : de Q vers P
- ✓ longueur : 6 cm

b) Son origine est le point Q et son extrémité est le point P

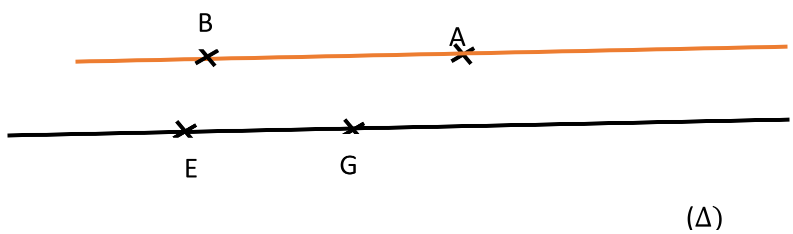
2- Donne la notation de chacun des vecteurs cités ci-dessous :

a) Le vecteur d'origine A et d'extrémité R : $\overrightarrow{AR}$

b) Le vecteur d'extrémité E et d'origine O : $\overrightarrow{OE}$

3-

a) On trace la droite parallèle à (EG) passant par A, sur laquelle on marque le point B de sorte que le sens de A vers B soit le même que celui de G vers E



b) Non, les couples (G, E) et (A, B) n'ont pas le même sens.

4-

a) $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$; $\overrightarrow{DC}$ et $\overrightarrow{EF}$; $\overrightarrow{FE}$ et $\overrightarrow{CD}$; $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{EF}$

b) $\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{CD}$; $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{EF}$; $\overrightarrow{DA}$ et $\overrightarrow{CB}$;

c) $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$; $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{EF}$

2. Egalité de vecteurs

2.1 Vecteurs égaux

Activité :

$\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{FE}$ sont deux vecteurs ayant la même direction et le même sens et la même longueur que le vecteur $\overrightarrow{CD}$.

Exercices de fixation

1-

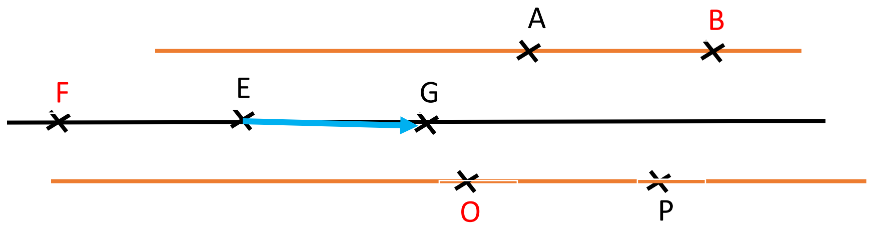
a) Les vecteurs égaux au vecteurs $\overrightarrow{AM}$ sont les vecteurs $\overrightarrow{PU}$ et $\overrightarrow{ME}$

b) On a $\overrightarrow{PA} = \overrightarrow{UM}$ et $\overrightarrow{PM} = \overrightarrow{UE}$

2-

N°	Affirmations	« *Vrai* » ou « *Faux* »
1	Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{EF}$ sont égaux	***Faux***
2	Les vecteurs $\overrightarrow{KL}$ et $\overrightarrow{NM}$ sont de même longueur	***Vrai***
3	Les vecteurs $\overrightarrow{GH}$ et $\overrightarrow{RT}$ sont de même direction	***Vrai***
4	Les vecteurs $\overrightarrow{KL}$ et $\overrightarrow{NM}$ sont de même sens	***Faux***
4	Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{KL}$ sont opposés	***Vrai***
5	Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BA}$ sont égaux	***Faux***

3-



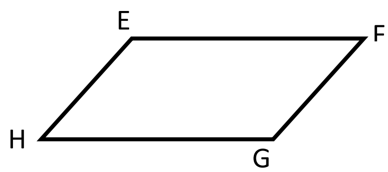
4- $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CE}$ donc les droites (AB) et (CE) ont la même direction, ce qui veut dire que les droites (AB) et (CE) sont parallèles

5- $\overrightarrow{RS} = \overrightarrow{TS}$ donc les droites (RS) et (TS) sont parallèles.
Les droites (RS) et (TS) sont parallèles et ont le point S en commun donc elles sont confondues, c'est-à-dire que les trois points R, S et T appartiennent à la même droite donc ils sont alignés.

2.2 Caractérisation vectorielle d'un parallélogramme

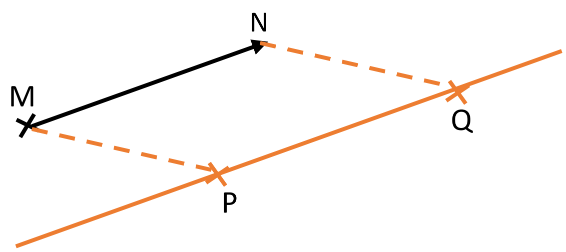
Activité :

1) EFGH est un parallélogramme donc on a : (EF)//(HG) et EF = HG
Comme (EF)//(HG) et EF = HG on peut conclure que $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{HG}$
Utiliser la même méthode pour justifier que $\overrightarrow{EH} = \overrightarrow{FG}$



2) Sur la figure ci-dessous :

a) On trace une droite parallèle à la droite (MN) sur laquelle on marque les points P et Q $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{PQ}$



b) $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{PQ}$ donc on a (MN)//(PQ) et MN =PQ.
Le quadrilatère MNQP a deux côtés de supports parallèles de même longueur donc c'est un parallélogramme

Exercices de fixation

1-

- AEBF est un parallélogramme donc $\overrightarrow{\mathbf{AF}} = \overrightarrow{\mathbf{EB}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{F}\mathbf{B}} = \overrightarrow{\mathrm{A}\mathbf{E}}$
- $\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \overrightarrow{\mathrm{EF}}$ donc AB**FE** est un parallélogramme.

2-

a) Le quadrilatère IJLK est un parallélogramme d'après la caractérisation vectorielle d'un parallélogramme

b) IJLK est un parallélogramme donc (IL) et (JK) sont parallèles car les côtés opposés d'un parallélogramme ont des supports parallèles

c) IJLK est un parallélogramme donc IK = JL, parce que les côtés opposés d'un parallélogramme ont la même longueur

3-

a) Le quadrilatère MNQP est un parallélogramme d'après la caractérisation vectorielle d'un parallélogramme

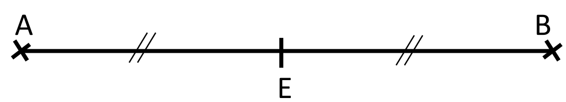
b) Les segments [MQ] et [NP] ont le même milieu car les diagonales d'un parallélogramme ont le même milieu

d) PM = QN car les côtés opposés d'un parallélogramme ont la même longueur

2.3 Caractérisation vectorielle du milieu d'un segment

<u>Activité</u> :

1) a)

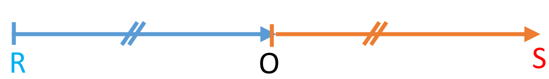


b-

- ✓ E est le milieu du segment [AB] donc on a AE = EB
- ✓ A, E et B sont alignés donc les droites (AE) et (EB) ont la même direction (celle de la droite (AB)) ;
- ✓ de plus les couples de points (A, E) et (E, B) ont le même sens.

  De tous ce qui précède on déduit que : $\overrightarrow{\mathrm{AE}} = \overrightarrow{\mathrm{EB}}$

2) a-



b- $\overrightarrow{\mathrm{RO}} = \overrightarrow{\mathrm{OS}}$ donc les droites (RO) et (OS) ont la même direction c'est-à-dire qu'elles sont parallèles.

Les droites (RO) et (OS) sont parallèles et ont le point O en commun donc elles sont confondues et par conséquent les points R, S et O sont alignés.

c- $\overrightarrow{RO} = \overrightarrow{OS}$ donc on a : RO = OS ; or les points R, S et O sont alignés donc le point O est le milieu du segment [RS]

Exercices de fixation

2-3-1 $\overrightarrow{EG} = \overrightarrow{FE}$ donc $\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{EG}$ d'où E est le milieu du le segment [FG]

2-3-2 Le point I est le symétrique du point A par rapport au point 0, donc O est le milieu du segment [IA] et par conséquent $\overrightarrow{IO} = \overrightarrow{OA}$

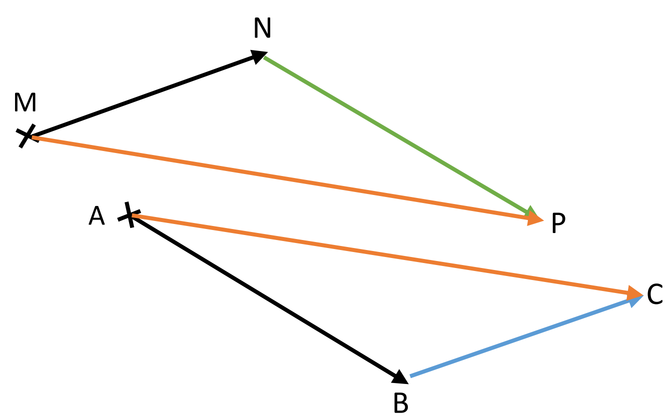
2-3-3 Le point M étant le milieu du segment [ST], donc $\overrightarrow{SM} = \overrightarrow{MT}$; or les vecteurs $\overrightarrow{SM}$ et $\overrightarrow{MS}$ sont opposés par conséquent $\overrightarrow{MS}$ et $\overrightarrow{MT}$ sont opposés

3. Somme de deux vecteurs

3.1 Somme de deux vecteurs – Egalité de Chasles

Activité :

1. 2.



3.

a) $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{MN}$ donc le quadrilatère BCNM est un parallélogramme, et par conséquent ses diagonales [BN] et [CM] ont le même milieu.

b) On justifie de la même façon que les segments [BN] et [AP] ont le même milieu

c) Les segments [BN] et [CM] ont le même milieu et les segments [BN] et [AP] ont le même milieu donc les segments [AP] et [CM] ont le même milieu.
Les [AP] et [CM] ont le même milieu donc le quadrilatère ACPM est un parallélogramme

d) Le quadrilatère ACPM est un parallélogramme donc $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{MP}$

Exercices de fixation

1-

$\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{NP}=\overrightarrow{MP}$ $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{AE}$ $\overrightarrow{CO}+\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{CP}$

$\overrightarrow{HI}=\overrightarrow{HK}+\overrightarrow{KI}$ $\overrightarrow{RS}=\overrightarrow{RT}+\overrightarrow{TS}$ $\overrightarrow{DG}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AG}$

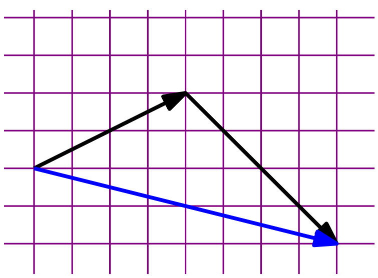
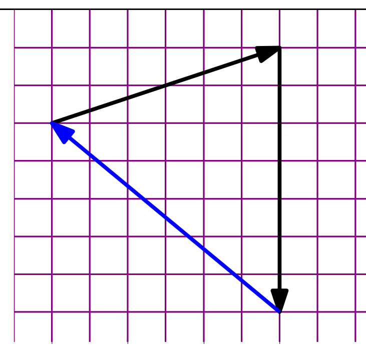
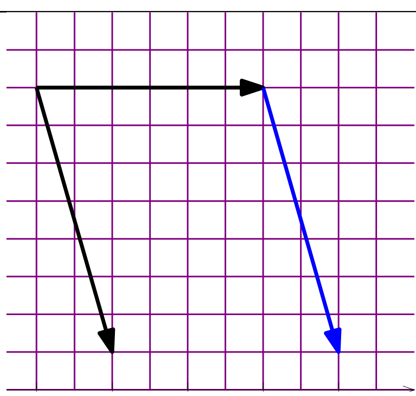
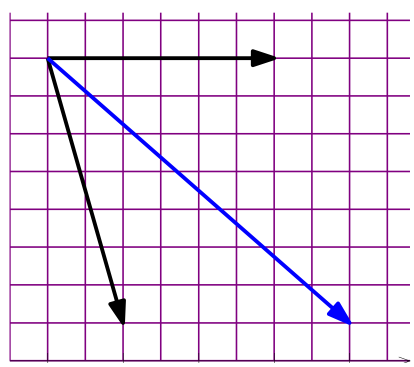
2-

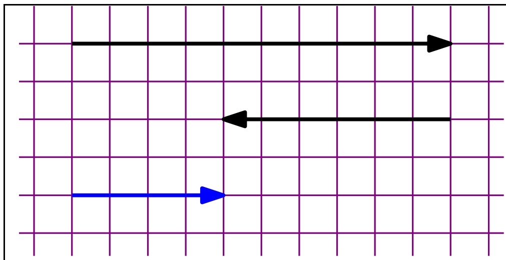
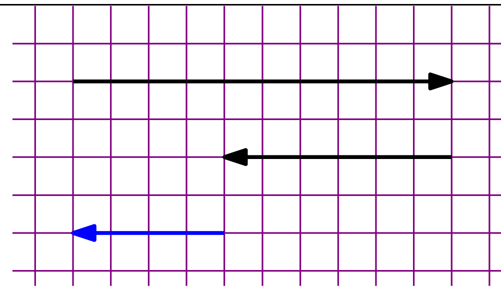
$\overrightarrow{RH}+\overrightarrow{HU}=\overrightarrow{RU}$ $\overrightarrow{RA}+\overrightarrow{RH}=\overrightarrow{RU}$ car $\overrightarrow{RH}=\overrightarrow{AU}$

$\overrightarrow{RH}+\overrightarrow{HA}=\overrightarrow{RA}$ $\overrightarrow{TA}+\overrightarrow{RH}=\overrightarrow{TU}$ car $\overrightarrow{RH}=\overrightarrow{AU}$

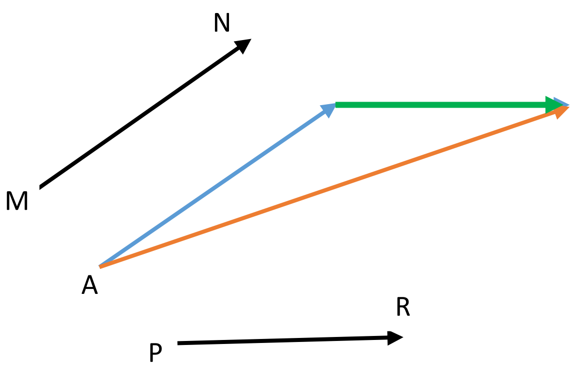
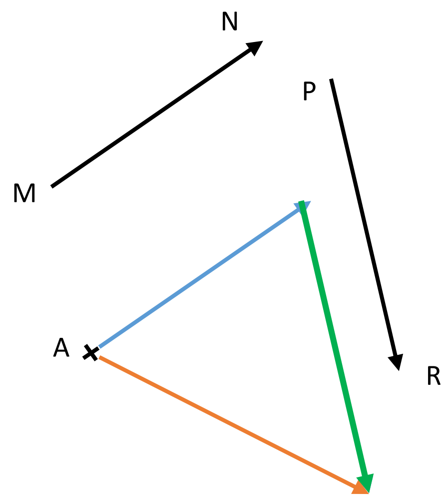
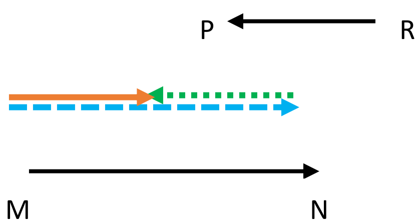
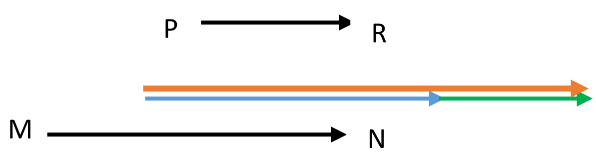
$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{HO}=\overrightarrow{HO}+\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{HA}$ $\overrightarrow{RO}+\overrightarrow{HO}=\overrightarrow{RA}$ car $\overrightarrow{HO}=\overrightarrow{OA}$

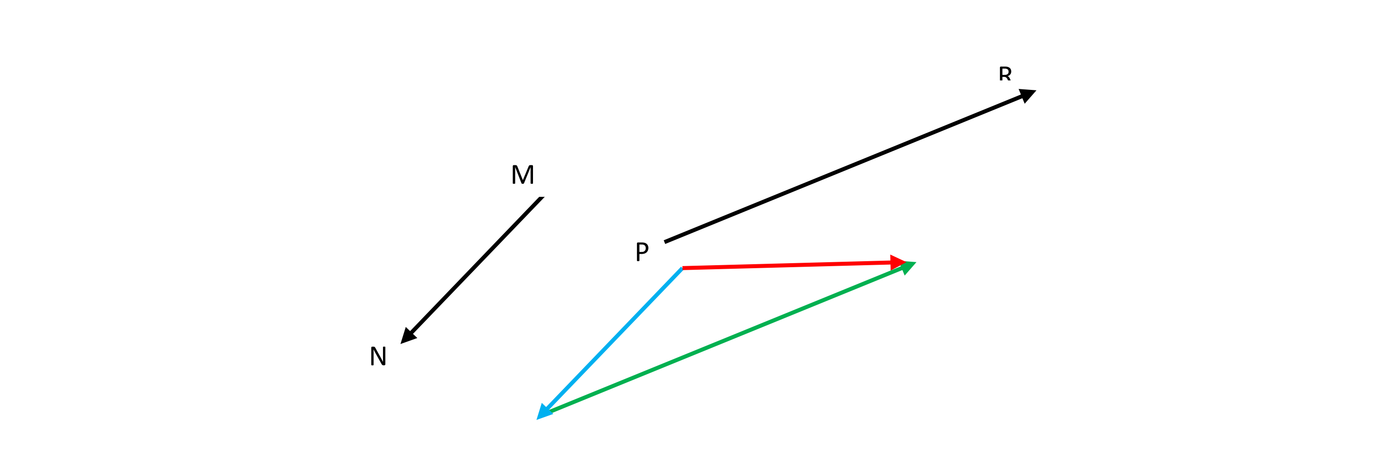
3-

Cas 1	*Vrai* ou *Faux*	Cas 2	*Vrai* ou *Faux*
	*Vrai*		*Faux*
Cas 3	*Vrai* ou *Faux*	Cas 4	*Vrai* ou *Faux*
	*Faux*		*Vrai*
Cas 5	*Vrai* ou *Faux*	Cas 6	*Vrai* ou *Faux*

	*Vrai*		*Faux*

3-4

Cas 1 : à partir du point A	Cas 2: à partir du point A
Dans chaque cas le vecteur $\overrightarrow{MN}$ est représenté en bleu ; le vecteur $\overrightarrow{PR}$ est représenté en vert la somme des deux vecteurs est représentée en rouge	
	
Cas 3	Cas 4
	

Cas 5


3.2 Opposé d'un vecteur – Vecteur nul

<u>Activité</u> :

1.

a) Oui le vecteur $\overrightarrow{CD}$ a la même direction que le vecteur $\overrightarrow{AB}$

b) Oui le vecteur $\overrightarrow{CD}$ n'a le même sens que le vecteur $\overrightarrow{AB}$

c) Oui le vecteur $\overrightarrow{CD}$ a la même longueur que le vecteur $\overrightarrow{AB}$

2. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AA}$ $\qquad$ $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{BB}$ $\qquad$ $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CC}$ $\qquad$ $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DD}$

Exercices de fixation

1- a) Faux b) Vrai c) Faux d) Vrai

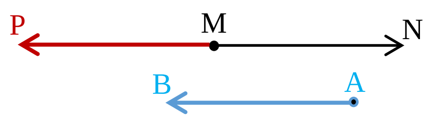
2. a) $\overrightarrow{OD}$ et $\overrightarrow{BO}$ b) $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$ c) $\overrightarrow{CO}$ et $\overrightarrow{OA}$

3. $\overrightarrow{CC}$ et $\overrightarrow{EE}$

4.

Il y a deux possibilités :

- Le vecteur $\overrightarrow{MP}$ avec le point P tel que M est le milieu du segment [PN]
- Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ tel que (MN)//(AB) et AB = MN

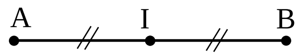


3.3 Autre caractérisation du milieu d'un vecteur

<u>Activité</u> :

1.

a)



b) Le point I est le milieu du segment [AB] donc $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$;

donc : $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AI} = \overrightarrow{II} = \vec{0}$

2. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$ donc $\overrightarrow{IB} = -\overrightarrow{IA}$ d'où $\overrightarrow{IB} = \overrightarrow{AI}$ c'est-à-dire $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$ et par conséquent I est le milieu du segment [AB]

Exercices de fixation

1- b)
2- b)
3- 1. $\overrightarrow{CN} = \overrightarrow{NB}$ 2. $\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{MA}$ et $\overrightarrow{XM} = \overrightarrow{MN}$

Exercices de renforcement

1-

1.	$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EF}$	Vrai
2.	$\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA}$	Faux
3.	$\overrightarrow{DA} = \overrightarrow{DB}$	Faux
4.	$\overrightarrow{ED} = \overrightarrow{BD}$	Faux
5.	$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{BF}$	Vrai
6.	$\overrightarrow{EF} = -\overrightarrow{DC}$	Vrai

2- Calcule les sommes de vecteurs suivants

$\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FG} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{EG} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EG} = \overrightarrow{AG}$

$\overrightarrow{IN} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BI} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BI} + \overrightarrow{IN} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BN} = \overrightarrow{MN}$

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BH} + \overrightarrow{DK} + \overrightarrow{HK} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BH} + \overrightarrow{HK} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DK} = \overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HK} + \overrightarrow{CK} = \overrightarrow{AK} + \overrightarrow{CK}$

3-

$\overrightarrow{IN} + \overrightarrow{MI} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{FD}$

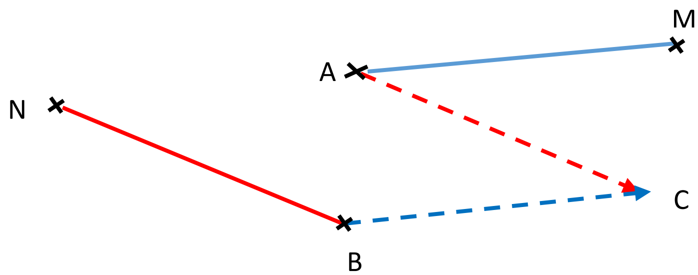
En utilisant l'égalité de Chasles on a : $\overrightarrow{IN} + \overrightarrow{MI} = \overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{FD} = \overrightarrow{FE}$

On a ainsi, en considérant l'égalité donnée, $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{FE}$

$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{FE}$ donc le quadrilatère MNEF est un parallélogramme.

4- Soit A, B et C trois points non alignés.

1.



2.

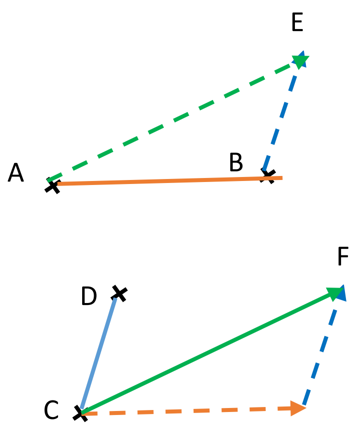
$\overrightarrow{NB} = \overrightarrow{AC}$ donc le quadrilatère NBCA est un parallélogramme.

NBCA est un parallélogramme donc on a $\overrightarrow{NA} = \overrightarrow{BC}$; or on sait que $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BC}$ par conséquent $\overrightarrow{NA} = \overrightarrow{AM}$

Comme $\overrightarrow{NA} = \overrightarrow{AM}$ alors le point A est bien le milieu du segment [MN]

5-

1.



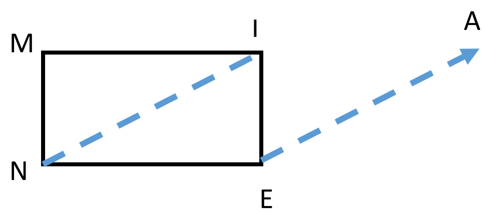
2.

On sait que $\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{CD}$ donc on a $\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE}$

En appliquant l'égalité de Chasles on obtient bien $\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AE}$

6-

1.



2.

On sait que $\overrightarrow{EA} = \overrightarrow{NI}$ donc le parallélogramme EAIN est un parallégramme et par conséquent $\overrightarrow{NE} = \overrightarrow{IA}$

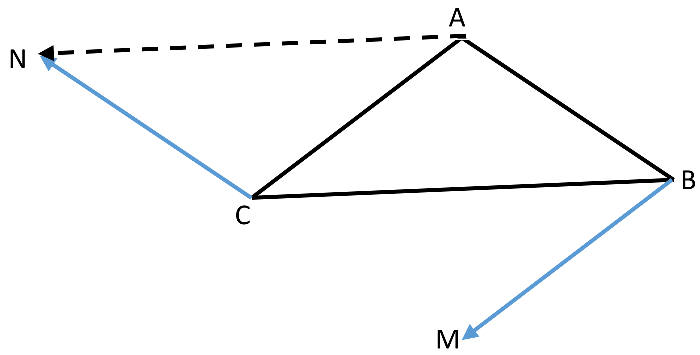
Or MIEN étant un rectangle on a $\overrightarrow{MI} = \overrightarrow{NE}$

Ainsi $\overrightarrow{NE} = \overrightarrow{IA}$ et $\overrightarrow{MI} = \overrightarrow{NE}$ donc $\overrightarrow{MI} = \overrightarrow{IA}$

On a $\overrightarrow{MI} = \overrightarrow{IA}$ donc I est le milieu de [MA]

7-

1.



2.

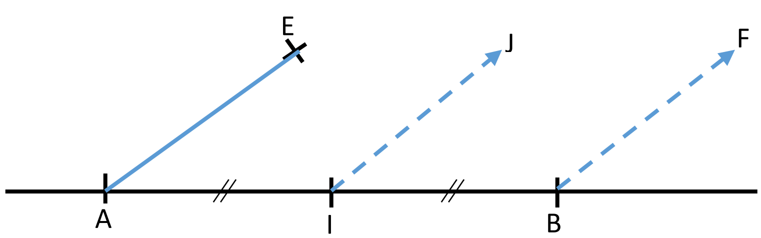
$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ donc $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ d'après l'égalité de Chasles, et par conséquent $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AC}$
$\overrightarrow{CN} = \overrightarrow{BA}$ donc CNAB est un parallélogramme d'où $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{BC}$

8-

$\overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{KL} = \overrightarrow{IL} + \overrightarrow{LJ} + \overrightarrow{KJ} + \overrightarrow{JL}$ d'après l'égalité de Chasles
On a donc $\overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{KL} = \overrightarrow{IL} + \overrightarrow{KJ} + \overrightarrow{JL} + \overrightarrow{LJ}$ or $\overrightarrow{JL} + \overrightarrow{LJ} = \vec{0}$ d'où $\overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{KL} = \overrightarrow{IL} + \overrightarrow{KJ}$

9-

1.



2.

$\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{AE}$ donc IJEA est un parallélogramme et par conséquent $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{EJ}$
De même $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{IJ}$ donc BFJI est un parallélogramme d'où $\overrightarrow{IB} = \overrightarrow{JF}$

3.

I est le milieu de [AB] donc $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$ or $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{EJ}$, $\overrightarrow{IB} = \overrightarrow{JF}$ d'après la question 2,
donc on a $\overrightarrow{EJ} = \overrightarrow{JF}$ ce qui veut dire que J est le milieu de [EF] d'où les points E, J et F sont alignés

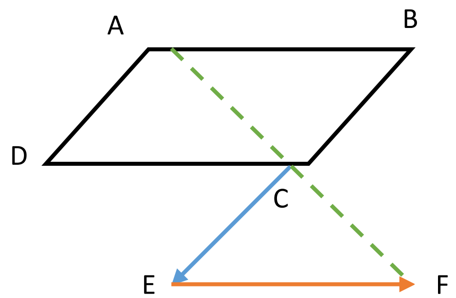
10-

$\overrightarrow{EH} = \overrightarrow{EG} + \overrightarrow{FE}$ donc $\overrightarrow{EH} = \overrightarrow{FE} + \overrightarrow{EG}$ d'où $\overrightarrow{EH} = \overrightarrow{FG}$ et par conséquent le quadrilatère EHGF est un parallélogramme.

EHGF est un parallélogramme donc les droites (EF) et (GH) supports de deux de ses côtés opposés sont parallèles

11-

1.



2.

$\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{BC}$ or $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ car ABCD est un parallélogramme, donc $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{AD}$

$\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{AD}$ donc CEDA est un parallélogramme et par conséquent AC = DE car les côtés opposés d'un parallélogramme ont la même longueur

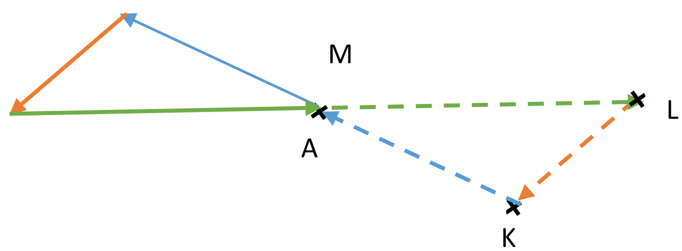
2.

$\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AB}$ donc EFBA est un parallélogramme, et par conséquent ses diagonales [AF] et [BE] ont le même milieu.

On sait que $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{BC}$ donc C est le milieu de [BE] et par conséquent C est aussi le milieu de [AF].

Le point C est le milieu de [AF] donc les points A, C et F sont alignés.

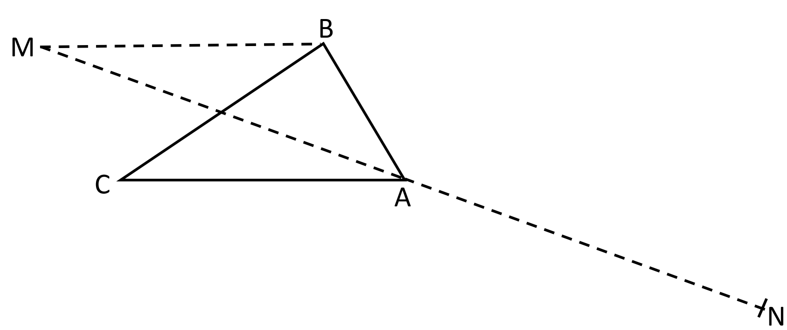
12-



1. Le point M est confondu au point A
2. $\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{LK} + \overrightarrow{AL} = \overrightarrow{LK} + \overrightarrow{KA} + \overrightarrow{AL} = \vec{0}$ donc $\overrightarrow{AM} = \vec{0}$ et par conséquent M = A

13-

1.



2.
On a $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{NA}$ donc $\overrightarrow{NA} = \overrightarrow{AM}$ et par conséquent A est le milieu du segment [MN]

14-

1. Le quadrilatère EFBA est un parallélogramme d'où $\overrightarrow{EA} = \overrightarrow{FB}$
   Le quadrilatère EFGH est un rectangle donc un parallélogramme d'où $\overrightarrow{HE} = \overrightarrow{GF}$
2. On sait que $\overrightarrow{HE} = \overrightarrow{GF}$ donc (en utilisant l'égalité de Chasles) on a $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{GF}$
   Ainsi on déduit que $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{GF} - \overrightarrow{AE}$ or $-\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{EA}$ donc $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{GF} + \overrightarrow{EA}$.
   On sait aussi $\overrightarrow{EA} = \overrightarrow{FB}$ d'où $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{GF} + \overrightarrow{FB}$ c'est-à-dire $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{GB}$

   Autre méthode :
   En additionnant membre à membre les deux égalités obtenues à la question 1, on obtient $\overrightarrow{HE} + \overrightarrow{EA} = \overrightarrow{GF} + \overrightarrow{FB}$ donc (d'après l'égalité de Chasles) on a bien $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{GB}$

15-

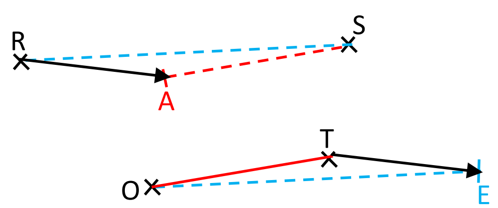
1. On sait que $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CK} + \overrightarrow{AC}$ donc $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CK} + \overrightarrow{AC}$ car $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AC} = \vec{0}$

   $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CK} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CK} = \overrightarrow{AK}$ donc on a bien $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AK}$

2. MABC est un parallélogramme donc $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{CB}$, or $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AK}$ par conséquent $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{AK}$
   $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{AK}$ donc A est bien le milieu de [MK].

16-

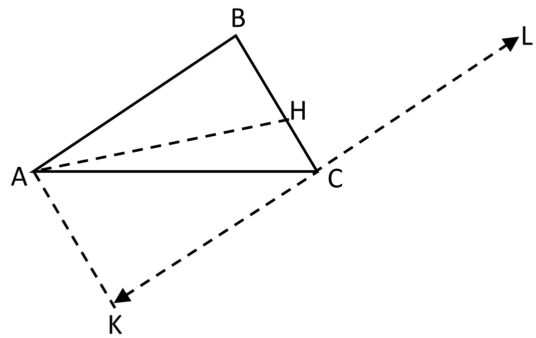
1.



2.
On a $\overrightarrow{TE} = \overrightarrow{TO} + \overrightarrow{RS}$ or $\overrightarrow{SA} = \overrightarrow{TO}$ donc $\overrightarrow{TE} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{RS}$ c'est-à-dire $\overrightarrow{TE} = \overrightarrow{RS} + \overrightarrow{SA}$ d'où $\overrightarrow{TE} = \overrightarrow{RA}$ (d'après l'égalité de Chasles)

17-

1.



2.

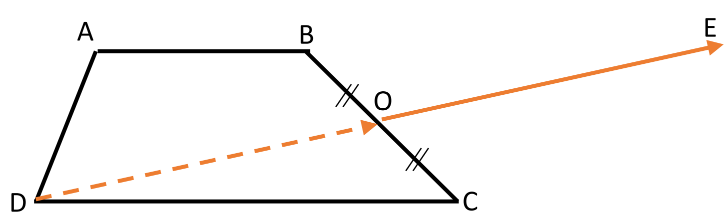
On a $\overrightarrow{HK} = \overrightarrow{HA} + \overrightarrow{BC}$ donc $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{AK} = \overrightarrow{HA} + \overrightarrow{BC}$ (en utilisant l'égalité de Chasles) . Ainsi en ajoutant le vecteur $-\overrightarrow{HA}$ à chaque membre de l'égalité on obtient bien $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{BC}$

3. On a $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{BC}$ donc le quadrilatère AKCB est un parallélogramme.
AKCB est un parallélogramme donc $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{KC}$ or $\overrightarrow{CL} = \overrightarrow{AB}$ donc $\overrightarrow{KC} = \overrightarrow{CL}$ c'est-à-dire $-\overrightarrow{CK} = \overrightarrow{CL}$, ce qui signifie que les vecteurs $\overrightarrow{CL}$ or $\overrightarrow{CK}$ sont opposés.

Exercices d'approfondissement

18-

1.

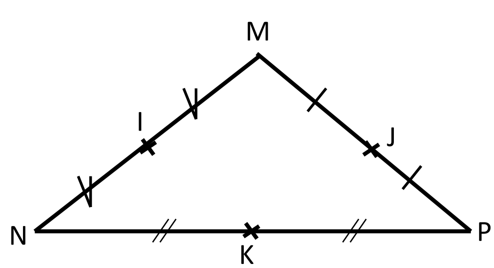


2. $\overrightarrow{DO} = \overrightarrow{OE}$ donc O est le milieu de [DE] or le point O est aussi le milieu de [BC], d'où le quadrilatère BDCE qui a ses diagonales [BC] et [DE] de même milieu est un parallélogramme

3. BDCE est un parallélogramme donc les droites (BE) et (DC) supports de deux de ses côtés opposés sont parallèles.
On sait que ABCD est un trapèze dont les côtés parallèles sont [AB] et [DC] donc les droites (AB) et (DC) sont parallèles.
Ainsi on a : (BE) // (DC) et (AB) // (DC) et donc (BE) // (AB)
(BE) // (AB) donc les points A, B et E sont alignés

19-

1.



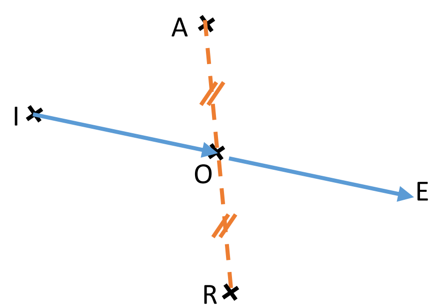
2. Dans le triangle MNP la droite (IJ) passe par le milieu I de [MN] et le milieu J de [MP] donc elle est parallèle à la droite (NP) support du côté [NP] et IJ= $\frac{1}{2}$NP.

Or K est le milieu de [NP] donc NK = KP = $\frac{1}{2}$NP ; par conséquent on a IJ = KP

Ainsi on a IJ = KP, (IJ) // (KP) et les couples (I, J) et (K, P) ont le même sens donc $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{KP}$

20-

1.



2.

$\overrightarrow{OE} = \overrightarrow{IO}$ donc O est le milieu de [IE]

R est le symétrique de A par rapport à O donc O est le milieu de [AR]

Les segments [AR] et [IE] ont le même milieu O donc le quadrilatère AIRE est un parallélogramme,

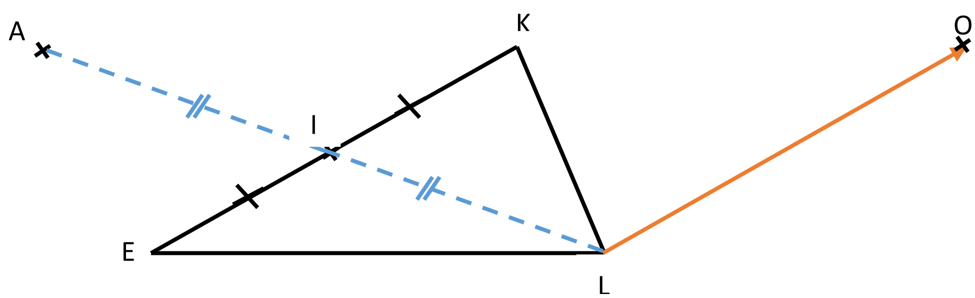
AIRE est un parallélogramme donc $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{IR}$

3.

AIRE est un parallélogramme donc AI = ER car les côtés opposés d'un parallélogramme ont la même longueur

21-

1.2.



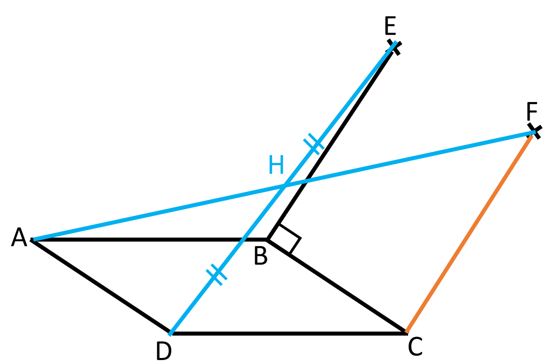
3.

A est le symétrique de L par rapport à I donc I est le milieu de [AL] ; or I est le milieu de [KE] d'où le quadrilatère AKLE est un parallélogramme car ses diagonales ont le même milieu I.

Les vecteurs $\overrightarrow{OL}$ et $\overrightarrow{EK}$ sont opposés donc $\overrightarrow{OL} = -\overrightarrow{EK}$ or $-\overrightarrow{EK} = \overrightarrow{KE}$ d'où $\overrightarrow{OL} = \overrightarrow{KE}$ et par conséquent OLEK est un parallélogramme.
AKLE est un parallélogramme donc (AK) // (EL) et OLEK est un parallélogramme donc (KO) //(EL)
On a (AK) // (EL) et (KO) //(EL) donc (KO) //(AK) par conséquent les points A, K et O sont alignés.
(AK) // (EL) et les points A, K et O sont alignés donc (AO) //(EL)
(AO) //(EL) donc le quadrilatère AOLE est un trapèze.

22-

1. $\overrightarrow{DF} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BE}$ donc $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BE}$ d'après l'égalité de Chasles
   $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BE}$ d'où $\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{BE}$
   $\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{BE}$ donc BCFE est un parallélogramme ; or (BE)⊥(BC) donc BCFE est un rectangle
2. $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE}$ or $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ parce que ABCD est un parallélogramme donc $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BE}$
   On sait aussi que $\overrightarrow{DF} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BE}$ par conséquent $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{DF}$
3. $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{DF}$ donc AEFD est un parallélogramme et par conséquent ses diagonales [AF] et [DE] ont le même milieu.
   $\overrightarrow{DH} = \overrightarrow{HE}$ donc H est le milieu de [DE] or [AF] et [DE] ont le même milieu donc H est le milieu de [AF]

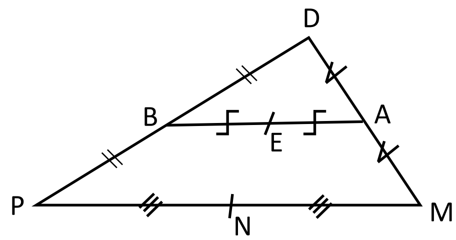


23-

1. On a $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{NP}$ donc N est le milieu de [MP].
2. On a $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MN}$ donc $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BN}$ (en utilisant l'égalité de Chasles) . Ainsi en ajoutant le vecteur $-\overrightarrow{MB}$ à chaque membre de l'égalité on obtient bien $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BN}$

24-

1.



2. Démontrons que (BN)// (DM)

Dans le triangle DMP, le point B est le milieu du côté [DP] et le point N est le milieu du côté [PM], donc les droites (BN) et (DM) sont parallèles d'après la propriété de la droites des milieux dans un triangle.

Démontrons que (AN)// (BD)

Comme précédement on démontre que les droites (AN) et (DP) sont parallèles. On sait aussi que les points D, P et B sont alignés parce que le point B est le milieu du segment [DP], donc (DP) = (BD) et par conséquent (AN) et (BD) sont parallèles.

3. Dans le triangle DMP, le point B est le milieu du côté [DP] et le point N est le milieu du côté [PM] donc $\mathrm{BN} = \frac{1}{2}\mathrm{DM}$ d'après la propriété de la droites des milieux dans un triangle.

On sait aussi que A est le milieu de [DM] donc $\mathrm{DA} = \mathrm{AM} = \frac{1}{2}\mathrm{DM}$.

On peut donc conclure que $\mathrm{DA} = \mathrm{AM} = \frac{1}{2}\mathrm{DM} = \mathrm{BN}$ c'est-à-dire $\mathrm{DA} = \mathrm{AM} = \mathrm{BN}$

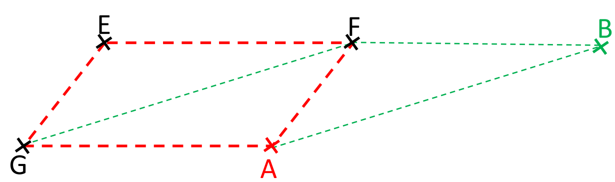
4. On a $(\mathrm{BN})//(\mathrm{DM})$ et $A \in (\mathrm{DM})$ donc $(\mathrm{BN})//(\mathrm{DA})$, or $\mathrm{BN} = \mathrm{DA}$, par conséquent $\overrightarrow{\mathrm{BN}} = \overrightarrow{\mathrm{DA}}$ et donc le quadrilatère BNAD est un parallélogramme.

Les diagonales du parallélogramme BNAD ont le même milieu, or E est le milieu de la diagonale [BA] donc E est aussi le milieu de la daigonale [DN].

E est le milieu de [DN] donc les points D, E et N sont alignés.

25-

1.

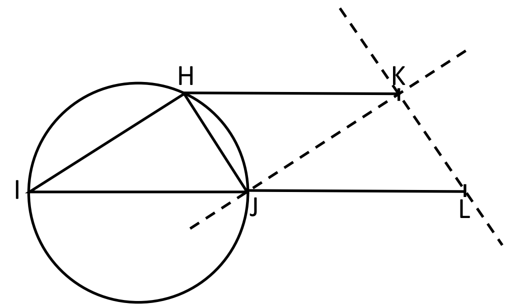


2. Le quadrilatère EFAG est un parallélogramme donc $\overrightarrow{\mathrm{EF}} = \overrightarrow{\mathrm{GA}}$

Le quadrilatère FGAB est un parallélogramme donc $\overrightarrow{\mathrm{FB}} = \overrightarrow{\mathrm{GA}}$

Ainsi on a $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{GA}$ et $\overrightarrow{FB} = \overrightarrow{GA}$ donc $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{FB}$.
$\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{FB}$ donc F est le milieu du segment [EB] d'où les points E, F et B sont alignés.

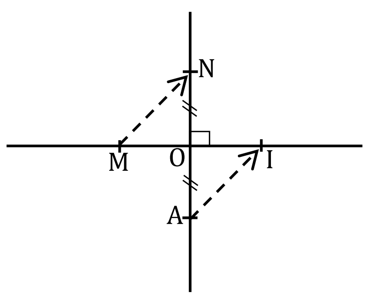
26-
1.



2.
Le triangle HIJ est inscrit dans le cercle de diamètre [IJ] donc le triangle HIJ est rectangle en H, par conséquent les droites (HI) et (HJ) sont perpendiculaire en H.

3.
On sait que $\overrightarrow{HK} = \overrightarrow{IJ}$ donc le quadrilatère HKJI est un parallélogramme, d'où les droites (HI) et (KJ) sont parallèles, car les supports des côtés opposés d'un parallélogramme sont parallèles.
Or (HI) ⊥ (HJ) d'après la question 2, donc (HJ) ⊥ (KJ).
On sait que $\overrightarrow{HK} = \overrightarrow{JL}$ donc le quadrilatère HKLJ est un parallélogramme, d'où les droites (HJ) et (KL) sont parallèles, car les supports des côtés opposés d'un parallélogramme sont parallèles.
Or (HJ) ⊥ (KJ) d'après la question 3, donc (KJ) ⊥ (KL).

27-
1.

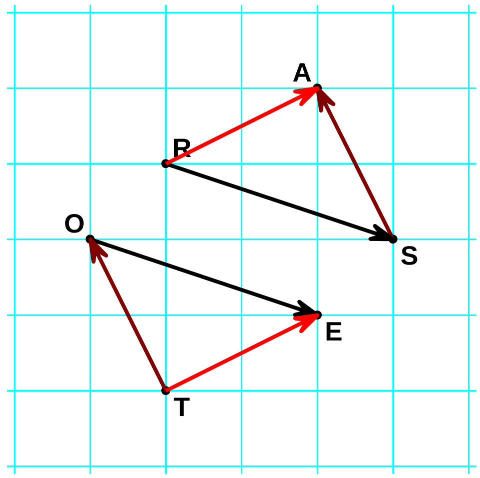


2. On a $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AI}$ donc le quadrilatère MNIA (ou MAIN) est un parallélogramme. Or O est le milieu de la diagonale [AN] donc O est aussi le milieu de la diagonale [MI] car les diagonales d'un parallélogramme ont le même milieu.

3. Le quadrilatère MAIN est un losange.
Justification :
Les droite (MI) et (AN) qui sont les supports des diagonales [MI] et [AN] sont perpendiculaires. Le quadrilatère MAIN est donc un parallélogramme (voir question 2.) dont les diagonales sont perpendiculaires par conséquent c'est un losange.

28-

1.

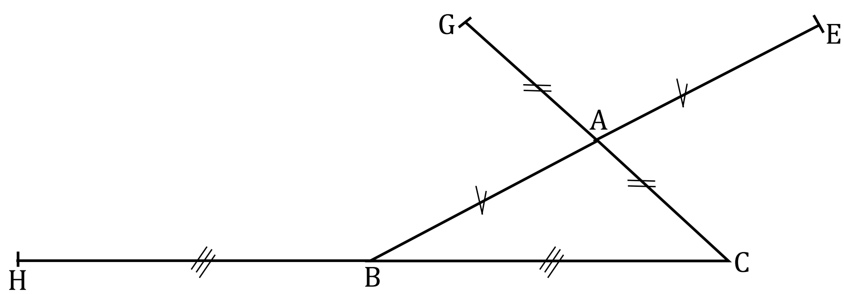


2.

On a $\overrightarrow{TE} = \overrightarrow{TO} + \overrightarrow{RS}$ or $\overrightarrow{SA} = \overrightarrow{TO}$ donc $\overrightarrow{TE} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{RS}$ c'est-à-dire $\overrightarrow{TE} = \overrightarrow{RS} + \overrightarrow{SA}$ d'où, en appliquant l'égalité de Chasles, on a bien $\overrightarrow{TE} = \overrightarrow{RA}$

29-

1.



2.

E est le symétrique de B par rapport au point A, donc A est le milieu du segment [BE]
De même A est le milieu du segment [CG] ;
Les segments [BE] et [CG] ont le même milieu donc le quadrilatère BCEG est un parallélogramme, car un quadrilatère dont les diagonales ont le même milieu est un parallélogramme.
Le quadrilatère BCEG est un parallélogramme donc $\overrightarrow{GE} = \overrightarrow{BC}$.

3.

H est le symétrique de C par rapport au point B, donc B est le milieu du segment [HC] et par conséquent $\overrightarrow{HB} = \overrightarrow{BC}$. Or $\overrightarrow{GE} = \overrightarrow{BC}$ (d'après la question 2) donc on peut conclure que $\overrightarrow{HB} = \overrightarrow{GE}$.

30-

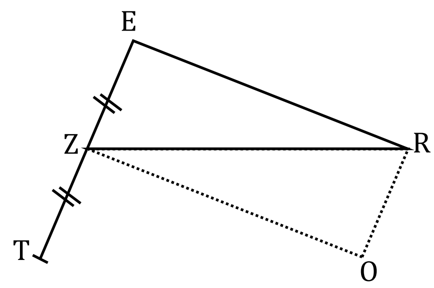
1. Les vecteurs égaux au vecteur $\overrightarrow{EF}$ sont : $\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{CD}$.
2. Il y a un seul vecteur égal au vecteur $\overrightarrow{AD}$, c'est le vecteur $\overrightarrow{BC}$
3. Il y a un seul vecteur égal au vecteur $\overrightarrow{AF}$, c'est le vecteur $\overrightarrow{BE}$

31-

1. Les vecteurs égaux au vecteur $\overrightarrow{EF}$ sont : $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{DC}$ et $\overrightarrow{HG}$.
2. Les vecteurs égaux au vecteur $\overrightarrow{AD}$ sont : $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{FG}$ et $\overrightarrow{EH}$.
3. Il y a un vecteur égal au vecteur $\overrightarrow{AF}$; c'est le vecteur $\overrightarrow{DG}$
4. Il y a un vecteur égal au vecteur $\overrightarrow{HC}$; c'est le vecteur $\overrightarrow{EB}$

32-

1.



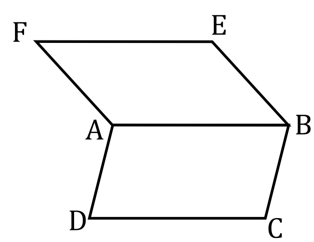
2.

- ZERO est un parallélogramme : $\overrightarrow{ZE} = \overrightarrow{OR}$; $\overrightarrow{ZO} = \overrightarrow{ER}$.
- Z est le milieu du segment [ET] : $\overrightarrow{TZ} = \overrightarrow{ZE}$ ou $\overrightarrow{EZ} = \overrightarrow{ZT}$.

3. ZERO est un parallélogramme donc $\overrightarrow{EZ} = \overrightarrow{RO}$, or $\overrightarrow{EZ} = \overrightarrow{ZT}$ car Z est le milieu du segment [ET], donc on a bien $\overrightarrow{ZT} = \overrightarrow{RO}$

33-

1.



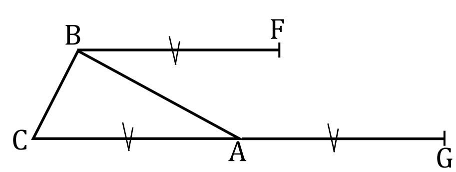
2.

a) ABCD est un parallélogramme donc on a : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$; or ABEF est aussi un parallélogramme donc on a $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{FE}$ par conséquent on a bien $\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{DC}$.

b) On a $\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{DC}$ donc DCFE est un parallélogramme.

34-

1.

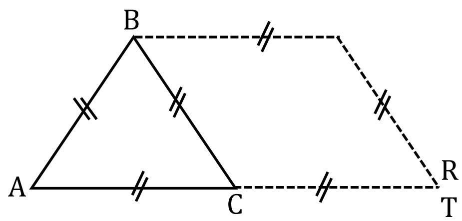


2. On a $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{CA}$ donc le quadrilatère BFAC est un parallélogramme.

3. On a $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{CA}$ et $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{BF}$ donc $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AG}$ et par conséquent le point A est le milieu du segment [CG]

35-

1. 2.



3. a) $\overrightarrow{AR} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$ donc $\overrightarrow{AR} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC}$

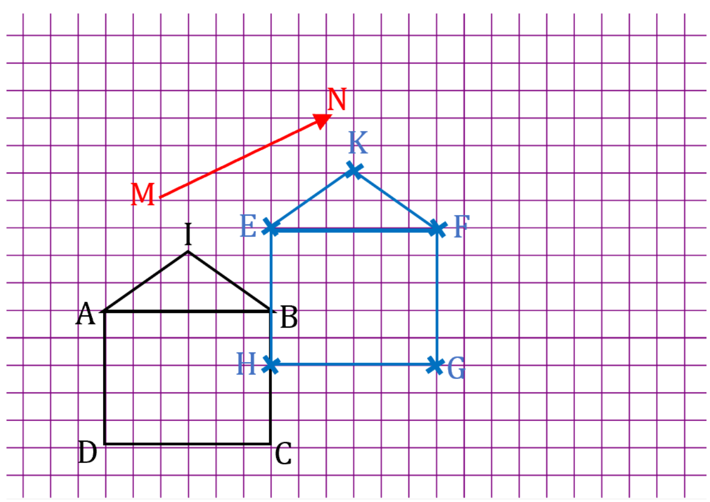
or $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ d'après l'égalité de Chasles

d'où $\overrightarrow{AR} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC}$

b) On a $\overrightarrow{AR} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC}$ or $\overrightarrow{AT} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC}$ donc $\overrightarrow{AR} = \overrightarrow{AT}$ et par conséquent R et T sont confondus (deux vecteurs égaux qui ont la même origine ont aussi le même extrémité).

36-

1.2.



3. Les figures AIBCD et EKFGH sont superposables (elles ont exactement les mêmes dimensions)

Situation d'évaluation

37-

1. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BN}$ donc AMNB est un parallélogramme et par conséquent AB = MN car les côtés opposés d'un parallélogramme ont la même longueur

$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{MP}$ donc AC = MP par définition de l'égalité de deux vecteurs

2. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{MP}$ donc ACPM est un parallélogramme et par conséquent nous avons $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{CP}$

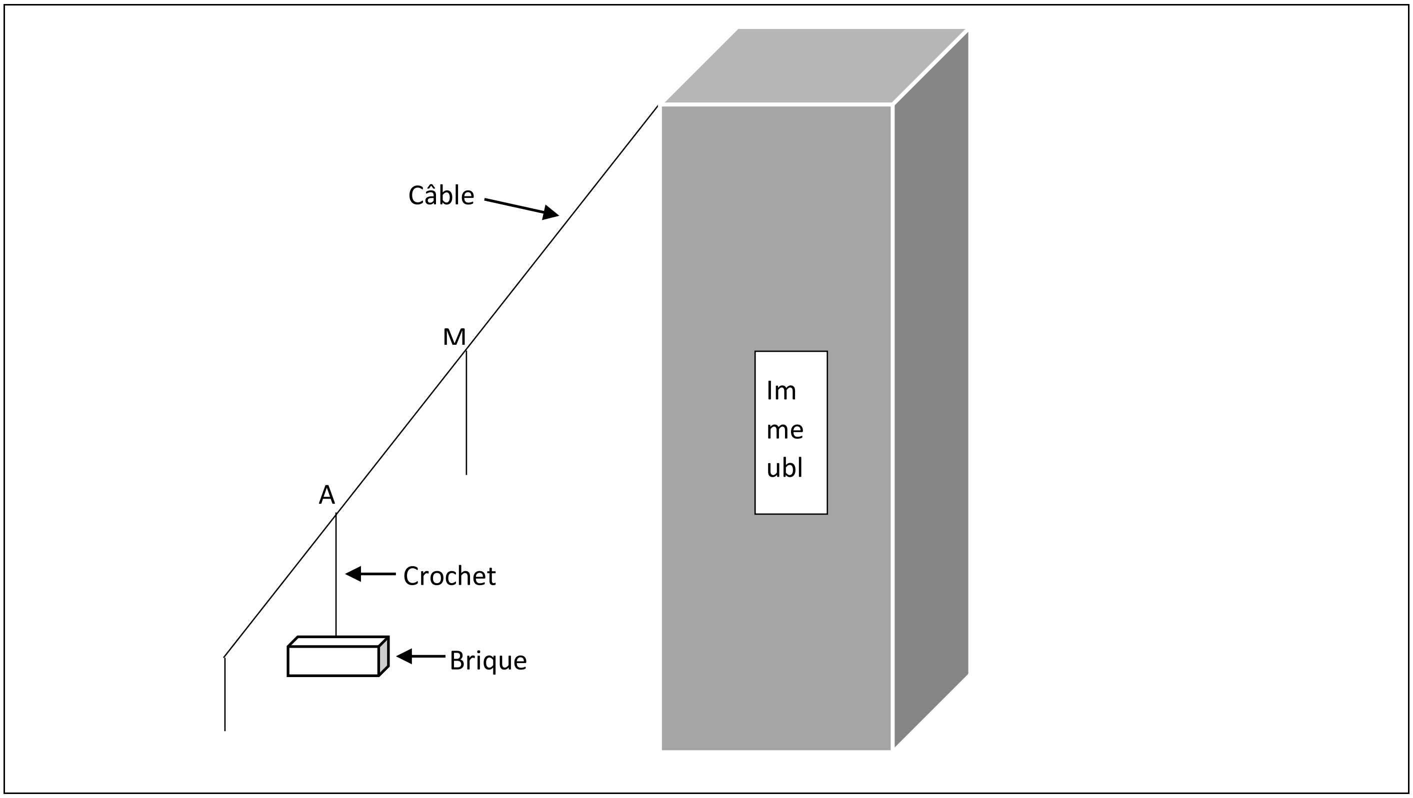
3. Nous avons $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BN}$ et $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{CP}$ donc $\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{CP}$ et par conséquent BNPC est un parallélogramme

BNPC est un parallélogramme donc BC = MP

Les deux triangles sont bien superposables

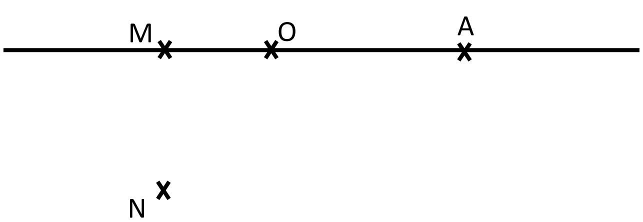
ERRATUM

<u>Page 147</u>
Le segment (représentant le crochet) reliant le point A à la brique a été effacé sur la figure.
Ci-dessous la bonne figure.



<u>Page 149</u>

<u>Exercice de fixation</u> :
Le point N manque sur la figure.
La bonne figure est celle-ci-dessous.



Page 156
Corrigé de l'exercice 3 (question 2) :
La flèche sur KJ (Or, $\vec{IJ} + \vec{KI} = \vec{KI} + \vec{IJ} =$ KJ). Il faut donc écrire $\vec{IJ} + \vec{KI} = \vec{KI} + \vec{IJ} = \vec{\mathbf{KJ}}$

Page 160
Exercice 17 :
La question 2 c'est plutôt « Démontre que $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{BC}$ » et non $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AB}$

Page 161
Exercice 30 :
Dans la question 3 il faut remplacer le vecteur $\overrightarrow{AD}$ par le vecteur $\overrightarrow{AF}$. La question 3 devient donc :
« *Y a-t-il un vecteur égal au vecteur* $\overrightarrow{\mathbf{AF}}$? *Si oui nomme le*. »

Page 162
Exercice 32 :
- ✓ Dans l'énoncé il y a une erreur. Ecrire plutôt :
  « *Le point* T *est tel que* Z *est le milieu du segment* **[ET]**. »
- ✓ Dans la question 2, la deuxième phrase doit être remplacer par :
  « Z *est le milieu du segment* **[ET]**. »

STATISTIQUES

Situation d'apprentissage :

Faire deux lectures de la situation d'apprentissage par deux apprenants.
Recenser et expliquer les données pertinentes.
Poser les questions suivantes :

Consignes pour dérouler la situation	Réponse attendue
Détermine l'effectif total des classes de 4è .	Effectif des classes de 4è : 65+71+75+58+58 = 325
Détermine la mesure de l'angle au centre associé à chaque classe de 4è.	Détermination de la mesure de l'angle au centre pour chaque classe : Coefficient de proportionnalité : $\frac{180°}{325}$

	4èA	4èB	4èC	4èD	4èE
Modalités	65	71	75	58	58
Mesure de l'angle au centre	35,99°	39,33°	40,44°	32,1°	32,1°

Exploitation de la situation d'apprentissage:

Traduire la situation à l'aide d'un diagramme semi-circulaire

Installation des habiletés

Mode d'une série statistique

Activité 1 :

1.a) Les modalités sont : 5 - 7 - 8 - 10 - 12 - 14 - 15 - 18 - 20 .

b) Tableau des effectifs :

Modalités	5	7	8	10	12	14	15	18	20
Effectifs	28	22	12	2	26	1	8	6	6

c) Tableau des fréquences :

Effectif total : 111 ; fréquence=$\frac{effectif}{effectif\ total}$

Modalités	5	7	8	10	12	14	15	18	20
Fréquence (%)	25,22	19,81	10,81	1,80	23,42	0,9	7,2	5,4	5,4

2-Note obtenue par le plus grand nombre d'élèves : 5

Exercices de fixation: ---

1 Mode de cette série statistique : 2

Moyenne d'une série statistique

Activité 2 :

1-a) Caractère étudié : Caractère quantitatif

b) Effectif total de cette série statistique : 34

2-a) Somme des âges relevés : 471

Divisons cette somme par l'effectif total, on obtient : 13,85

3-a)

Ages (en années)	12	13	14	15	16	Total
Effectif	4	8	13	7	2	34
Age× Effectif	48	104	182	105	32	471

b) Quotient : $\frac{471}{34} = 13,85$

4. Les questions 2-a) et 3-b) ont le même résultat :

Exercices de fixation: ---

1 a)moyenne de la série statistique :11,42 b) moyenne de la série statistique :1,66

2 a)moyenne de la série statistique :2,05 b) Température moyenne: -5

Diagramme semi-circulaire

Activité 3 :

1.

Réponses	A	B	C	Total
Effectifs	19	28	43	90
Mesure de l'angle au centre associé	38°	**56°**	**86°**	180°

2-**Diagramme semi-circulaire :** (Construction à faire)

Exercice de fixation : ---

1

Modalités	Couscous	Foutou	Riz	Placali
Effectifs	18	5	10	12

***Diagramme semi-circulaire :** (Construction à faire)

2

Cultures	Anacarde	Café	cacao
Nombre de planteurs recensés	36	63	81

***Diagramme semi-circulaire :** (Construction à faire)

Dresser un tableau à partir d'un diagramme semi-circulaire

Activité 4 :

1. Effectif de chaque modalité

Age	12	13	14	15
Angle (°)	38	78	52	12
Effectifs	**19**	**39**	**26**	**6**

2.

Age	12	13	14	15
Effectifs	19	39	26	6
Fréquences (%)	**21,1**	**43,3**	**28,8**	**6,6**

Exercices de fixation: ---

1

1) Préciser l'effectif total du collège

2)Tableau des fréquences :

Modalité	S	D	M	F	A
Angle (°)	45	30	27	60	18
Fréquence	**0.25**	**0 ,16**	**0,15**	**0,33**	**0,1**

EXERCICES

Exercices de renforcement

1 1.Réponse A 2. Réponse B 3.Réponse C

2

L'effectif de la modalité 9 est • • a)5
L'effectif total de cette série statistique est • • b)9
Le mode de cette série statistique est • • c)1
La moyenne de cette série statistique est • • d)2

3 1.Faux 2. Vrai 3. Vrai

4 Salaire moyen des employés : $\frac{65000+700000+75000+100000}{4} = 77\ 500$

5

Taille (en cm)	80	83	85	88	90	110	120
Effectif	4	7	5	6	8	7	3
Taille× Effectif	320	581	425	528	720	770	360

Taille moyenne des majorettes : $\frac{320+581+425+528+720+770+360}{40} = 92{,}6$

6

Moyenne sur 20	6	8	9	10	11	13	14	15	16	17
Nombre d'élèves	2	5	7	15	9	5	12	3	2	1
Moyenne× Nombre d'élèves	12	40	63	150	99	65	168	45	32	17

Moyenne de la classe : $\frac{12+40+63+150+99+65+168+45+32+17}{2+5+7+15+9+5+12+3+2+1} = \frac{691}{61}$=11 ,32

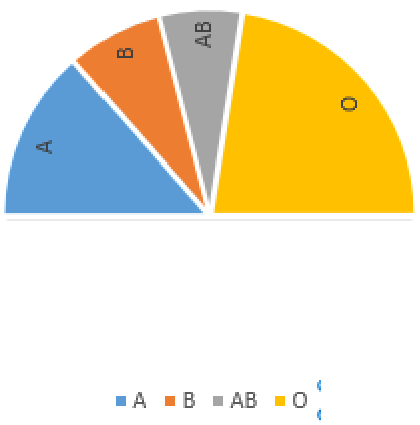
7

Candidats	Zadi	Alidou	Orsot	Total
Nombre de voix	72	128	50	250
Angle	51,84°	92,16°	36°	180°

(Diagramme semi-circulaire à construire)

8

Groupe sanguin	A	B	AB	O	Total
Effectif	27	15	13	45	100
Angle	48,6°	27°	23 ,4°	81°	180°



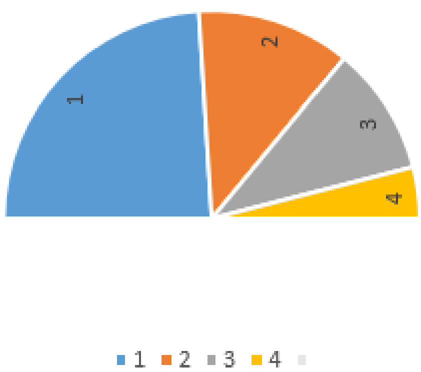
9 Mode série élève A : 9 ; Mode série élève B : 2

10

1.Tableau des fréquences

Modalités	1	2	3	4	Total
Effectifs	12	6	5	2	25
Fréquences	0,48	0,24	0,2	0,08	1

2.(Diagramme semi-circulaire à construire)



11

1.Tableau des effectifs

Ages	11	12	13	14	15	17	18	19	20	Total
Effectifs	2	3	2	5	2	3	1	1	1	20

2. Age moyen : $\frac{292}{20} = 14,6$

12

Quantité d'eau consommée (en m^3)	0,5	1	2	3
Nombre de jours	8	15	5	2
Produit	4	15	10	6

Quantité d'eau consommée en moyenne par cette famille : $\frac{35}{30} = 1,17$ m^3

13

. Moyenne Elève A : $\frac{11+12+9+9+15}{5} = 11,2$

. Moyenne Elève B: $\frac{8+9+15+13+9}{5} = 10,8$

14

Temps mis	5	10	15	20	25	30	Total
Effectifs	18	15	4	6	5	2	50
Effectifs ×Temps mis	90	150	60	120	125	60	605

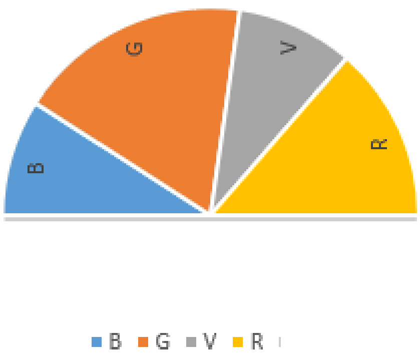
Temps moyen: $\frac{605}{50} = 12,1$

15

Tableau des effectifs

Couleurs	B	G	V	R	total
Effectifs	6	12	6	9	33
Angles	32,7°	65,45°	32,7°	49,1°	180°

Diagramme semi-circulaire à construire (prendre rayon =2cm)



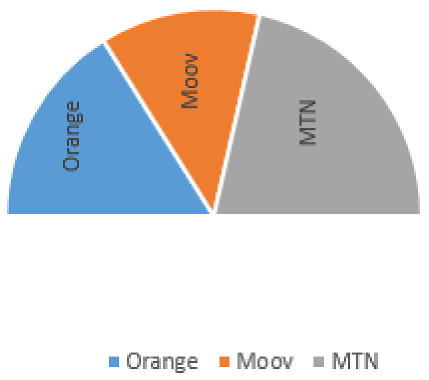
16 Modes:5 et 10

17 Mesures des angles associés

Maisons de téléphonie mobile	Orange	MOOV	MTN	Total
Nombre de SMS reçus	45	35	60	140

Angles	57,8°	45°	77,1°	180°

Diagramme semi-circulaire à construire (prendre rayon =2cm)

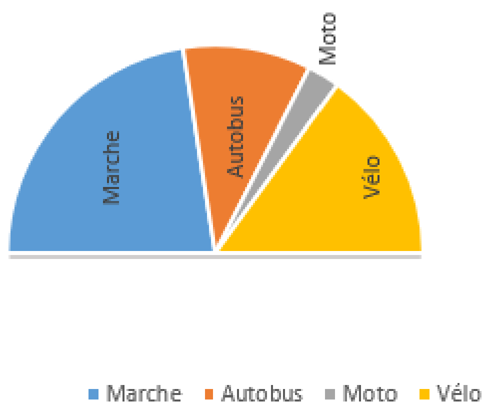


EXERCICES D'APPROFONDISSENT

18 Mesures des angles associés

Moyen de transport utilisé	Marche	Autobus	Moto	Vélo	Total
Effectif	27	12	3	18	60
Angle	81°	26°	9°	54°	180°

Diagramme semi-circulaire à construire (prendre rayon =2cm)



19 Tableau des effectifs à partir du diagramme en bâtons

Modalité	1	2	3	4	5	Total

Effectif	5	10	7	5	3	30
Produit	5	20	21	20	15	81

Moyenne : $\frac{81}{30} = 2{,}7$

20 Tableau des effectifs

	Jan	Fév	Mars	Avril	Mai	Juin	Juil	Août	Sept	Oct	Nov	Déc
Effectif	4	**3**	**4**	**4**	**5**	**4**	**4**	**8**	**3**	**3**	**2**	**4**

Mode : août

21

1. Vainqueur : Jean
2. Tableau des effectifs

Candidat	Didier	Jean	Olivier	Sylvie
Effectif	149	1135	740	347

22 1-Les âges sont exprimés par des nombres d'où le caractère quantitatif

2-

âges	13	14	15	16	17
Effectif	**4**	**7**	**9**	**5**	**2**
Produit	52	98	135	80	34

3.Age moyen : $\frac{399}{27} = 14{,}7$

23

1- Tableau des effectifs

Notes	5	7	8	9	10	11	12	13	15	16	17
Effectif	**2**	**3**	**2**	**2**	**4**	**3**	**4**	**1**	**1**	**4**	**1**
Produit	10	21	16	18	40	33	48	13	15	64	17

2.Modes :10 ; 12 ; 16.

3.Moyenne : $\frac{295}{27} = 10{,}92$ Moyenne =11

24

a)

Ages en années	13	14	15	16	17	18	Total
Effectif	**5**	**6**	**7**	**5**	**6**	**3**	**32**
Produit	**65**	**84**	**105**	**80**	**102**	**54**	**490**

b) Age moyen : $\frac{490}{32} = 15{,}3$

25 Résolution d'équation : $\frac{43+x}{6} = 10$, x =17

26

a) Tableau des effectifs

Poids	51	52	53	54	Total
Effectif	**6**	**2**	**5**	**7**	20
Produit	306	104	265	378	1053

b)Mode : 54 kg

c) Poids moyen : $\frac{1053}{20} = 52,65$

Exercices manquants :27,28,...,37,38.

27

a) Tableau des effectifs

Distances (en cm)	0	1	2	4	Total
Effectifs	**2**	**4**	**6**	**3**	15

b)Mode : 2cm

28

Réseaux sociaux	Facebook	Tik Tok	WhatsApp
Résultats (en %)	42	21	37
Angles associés	75,6°	37,8°	66,6°

Diagramme semi-circulaire à construire

29 a) Tableau des effectifs

âges	12	13	14	15	16	17	Total
Effectifs	6	6	14	19	4	3	52
Produit	72	78	196	285	64	51	746

b) Mode : 15 ans

c) Moyenne : $\frac{746}{52}$ =14,3

En moyenne, les élèves de cette classe de 4è ont 14ans 10mois.

30

Nombre de personnes	2	3	4	5	6	8	10	Total
Effectifs	5	7	10	3	7	4	2	38
Produit	10	21	40	15	42	32	20	180

Tableau des effectifs :

Moyenne : $\frac{180}{38} = 4,7$

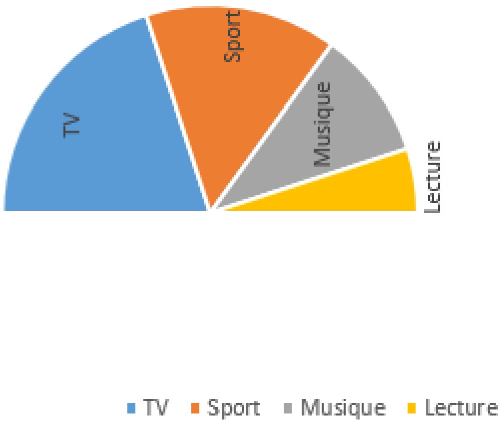
Dans chacune des familles recensées, il y a en moyenne 5 personnes.

31 1. Pourcentages correspondants=$\frac{Effectif}{Effectif\ total}$

2.

Loisir	TV	Sport	Musique	Lecture	Total
Effectif	12	9	6	3	30
Pourcentage	**40%**	**30%**	**20%**	**10%**	**100%**
Secteur angulaire	**72°**	**54°**	**36°**	**18°**	180°

3. Diagramme semi-circulaire à construire



32

Institutions	Conseillers économiques	Sénateurs	Députés	Total
Secteur angulaire	82,3°	51,4°	46, 3°	180°
Effectif associé	32	20	18	70

33

1.Copie E : Note moyenne $=\frac{10+9+11}{3} = 10$

2. Correcteur 1 : Note moyenne $= \frac{10+6+13+5+10}{4} = 11$

Correcteur 2 : Note moyenne $= \frac{9+8+14+6+9}{4} = 11,5$

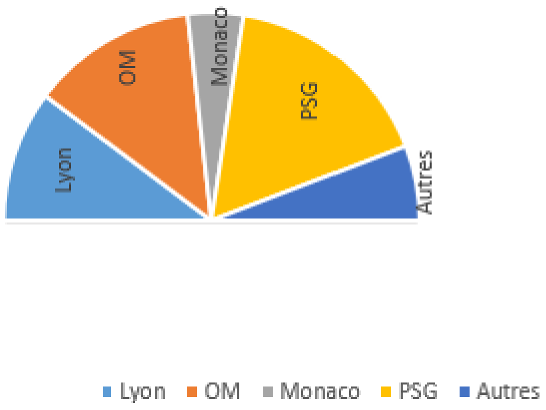
Correcteur 3: Note moyenne $= \frac{11+7+11+7+11}{4} = 11,75$

Plus faible note moyenne : Correcteur 1

34

1.	Lyon	OM	Monaco	PSG	Autres	Total
Club préféré	123	155	52	200	70	600
Angle	36,9°	46,5°	15,6°	30°	21°	180°

2.Diagramme semi-circulaire à construire



35

Taille	175	176	178	180	182	183	185	188	Total
Effectif	1	1	1	3	1	1	1	1	10
Produit	175	176	178	540	182	183	185	188	1807

1. Mode de la série : 180 cm
2. Moyenne : 182

Résolution de l'équation $\frac{1807+x}{11} = 182$; $x = 195$ cm, Gardien : Taille =195 cm

36

1. Mode de la série : Foot
2.

Activité	Foot	Basket	Handball	Danse	Total
Effectif	100	50	30	20	200

37

1. Valeurs prises par les caractères : 0 -1-2-3-4
2. Mode de la série : 1 voyage
3. Tableau

Nombre de voyage	0	1	2	3	4	Total
Effectif	8	10	5	2	1	26
Produit	0	10	10	6	4	30

Effectif total : 26

4. Moyenne $= \frac{30}{26}$ =1,5

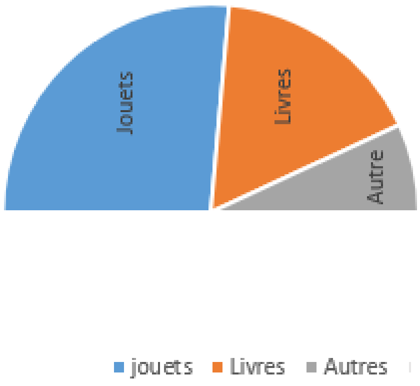
Interprétation : En moyenne chaque élève est parti une fois en voyage.

38

1.	Jouets	Livres	Autres	Total

Club préféré	634	400	166	1200
Angle	95,1°	60°	24,9°	180°

2.Diagramme semi-circulaire à construire, rayon =4cm .



39

Niveau	$6^{è}$	$5^{è}$	$4^{è}$	$3^{è}$
Angle associé				
Nombre d'élèves				

1-

2- Tableau des fréquences

40

1. Equipe A, Moyenne : $\frac{3+4+3+4+3+2+4+3+4}{10}=3$

   Equipe B, Moyenne : $\frac{5+5+3+2+3+5+0+2+5+0}{10}=3$

2-Mode série A : 4, Mode série B : 5

3- Série A : mode × effectif : 4 ×4 =16 Série B : mode × effectif : 5 ×4 =20

Equipe B : meilleure équipe

41

Nombre de kilomètres	15	20	25	30	Total
Effectif	9	6	10	15	40
Produit	135	120	250	450	955

Distance moyenne parcourue : $\frac{955}{40}=23,87$

Situation d'évaluation

42

Montant (en milliers de francs)	5	10	11	15	20	30	50	100	150	Total

Effectif	3	4	1	2	1	1	1	1	1	15
Produit (en milliers de francs)	15	40	11	30	20	30	50	100	150	446

Série des dépôts :

Moyenne des dépôts: $\frac{446000}{15}$ =29 733

Série des retraits :

Montant (en milliers de francs)	5	10	15	20	40	100	Total
Effectif	2	4	2	2	1	1	12
Produit (en milliers de francs)	10	40	30	40	40	100	260

Moyenne des retraits : $\frac{260}{12}$ =21 666

La moyenne des dépôts est supérieure à la moyenne des retraits, c'est le fils qui a raison.

Corrigé : Symétrie et translation

Activité 1 : Notion d'application du plan

1- Recopie et complète le tableau ci-dessous :

Point	Symétrique par rapport à O
A	A'
B	B'
C	C'
D	D'
E	E'

2- Chacun des points A, B, C, D et E possede un seul symétrique par rapport au point O.

EXERCICE DE FIXATION

Exercice 1

Le Tableau 1 n'est pas un tableau de correspondance d'une application car le point Y possède deux images.

Le Tableau 2 est un tableau de correspondance d'une application car à chaque point du plan correspond un unique point.

Le Tableau 3 n'est pas un tableau de correspondance d'une application car le point S est l'image de deux points differents.

Exercice 2

Toute correspondance qui, à tout point du plan associe deux points du plan est une application. FAUX

Toute correspondance qui à tout point du plan associe un unique point du plan est une application du plan dans lui-même. VRAIE

Toute correspondance du plan dans le plan est une application. FAUX

Activité 2 : Symétrie centrale

Activité 2.1

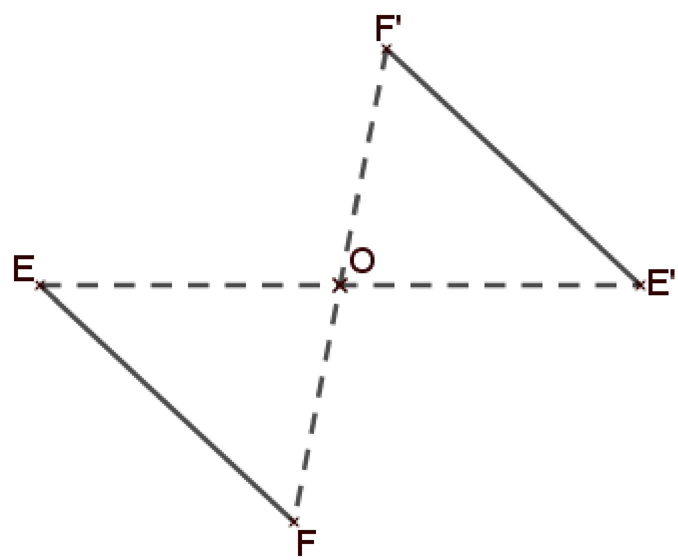
1- Recopie et complète le tableau de correspondance ci-dessous :

S_O	
A	A’
B	B’
C	C’
O	O

2- Cette correspondance est une application car à chaque point du plan correspond un unique point.
3- $AB = A'B'$.
4- $AO = A'O,\ \ BO = \ B'O\ \ et\ CO = C'O'$
5- Le point O est le milieu des segments $[AA']$, $[BB']$, $[CC']$.

<u>**Exercice de fixation**</u>

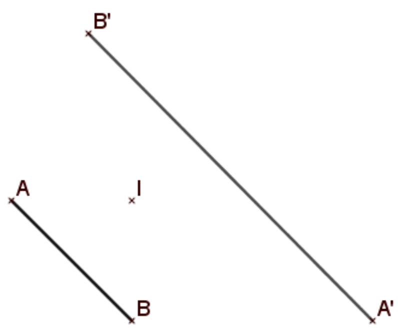
<u>**Exercice 1**</u>

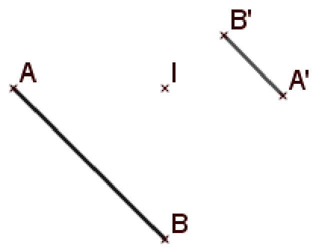


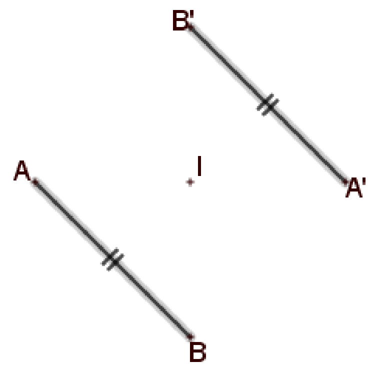
<u>**Exercice 2**</u>

La longueur du segment $[EF]$ est de 2 cm car Par la symétrie centrale ,le symetrique d'un segment de longueur donné est un segment de même longueur or le segment $[EF]$ est l'image du segment $[ST]$ par la symétrie centrale de centre H .

Exercice 3

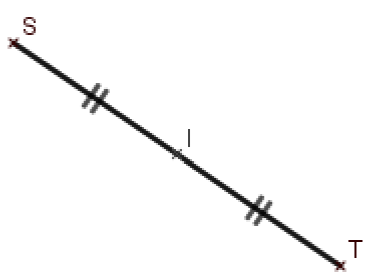






OUI ☐ NON ☒ OUI ☐ NON ☒ OUI ☒ NON ☐

Exercice 4

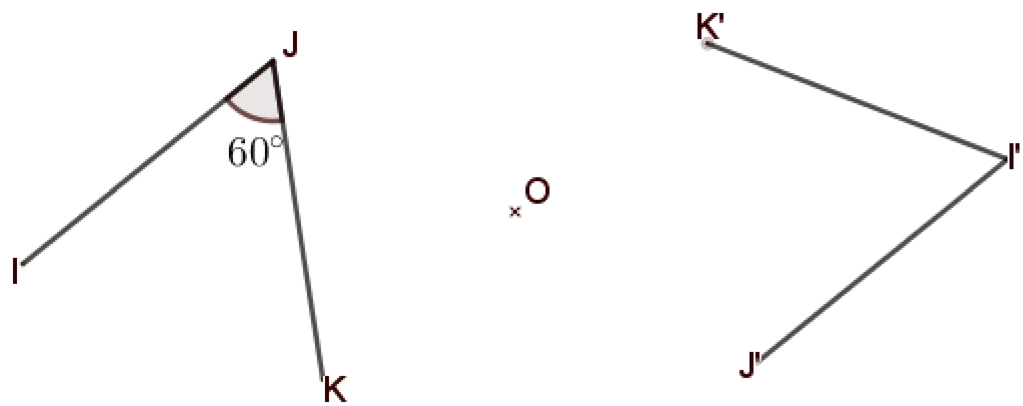


Exercice 5

S_O	
T	R
S	U
O	O
[SR]	$[TU]$

Activité 2.2

1- Voir figure



2-

$mes\ \widehat{IJK} = mes\ \widehat{I'J'K'}$.

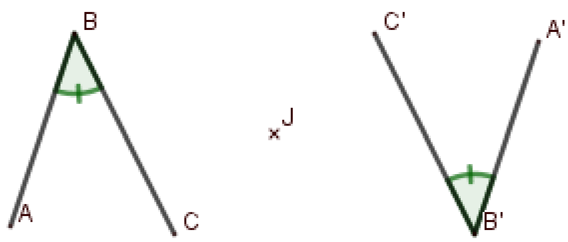
Exercice 1

On sait que 2 or 3 donc 1.

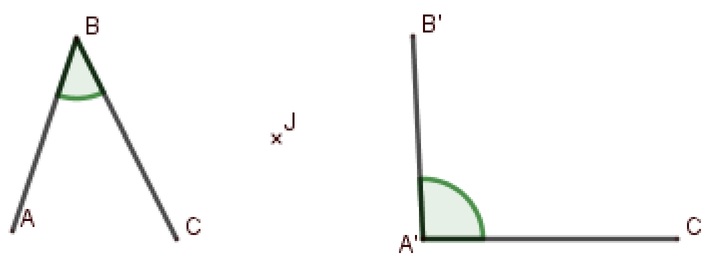
Exercice 2

$mes\widehat{STU} = mes\ \widehat{EFG} = 40°$ car Par la symétrie centrale L'image d'un angle est un angle de même mesure .

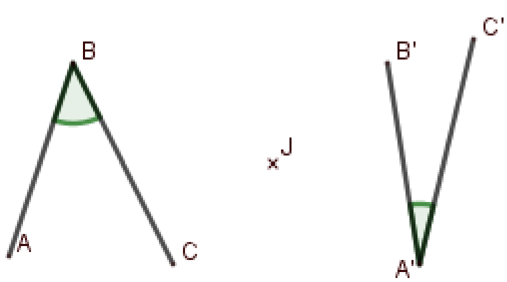
Exercice 3



OUI ☒ ☐ NON



OUI ☐ ☒ NON



OUI ☐ NON ☒

Activité 2.3

Exercice 1

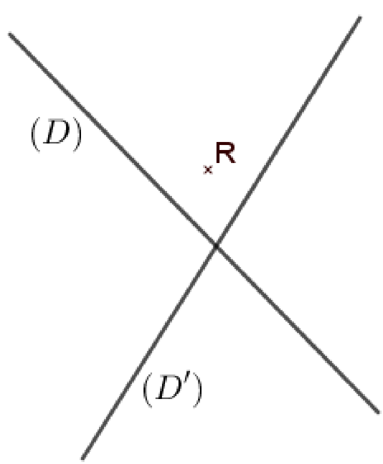
Les points A, C et O sont trois alignés.

Les points I, K et L étant les symétriques respectifs de A, C et O par rapport la symetrie centrale du point D par conséquent les points I, K et L sont alignés car par une symétrie centrale des points alignés ont pour image des points alignés.

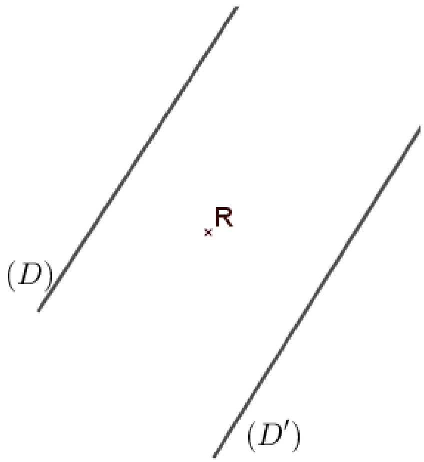
Exercice 2

$[CD]$ est le symétrique de $[AB]$ par rapport au point O or E est le milieu de $[AB]$ par conséquent F est le milieu de $[CD]$ car par une symétrie centrale Le symétrique du milieu d'un segment est le milieu du segment symétrique.

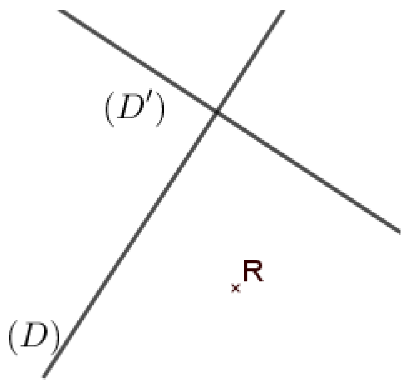
Exercice 3



Oui ☐ Non ☒

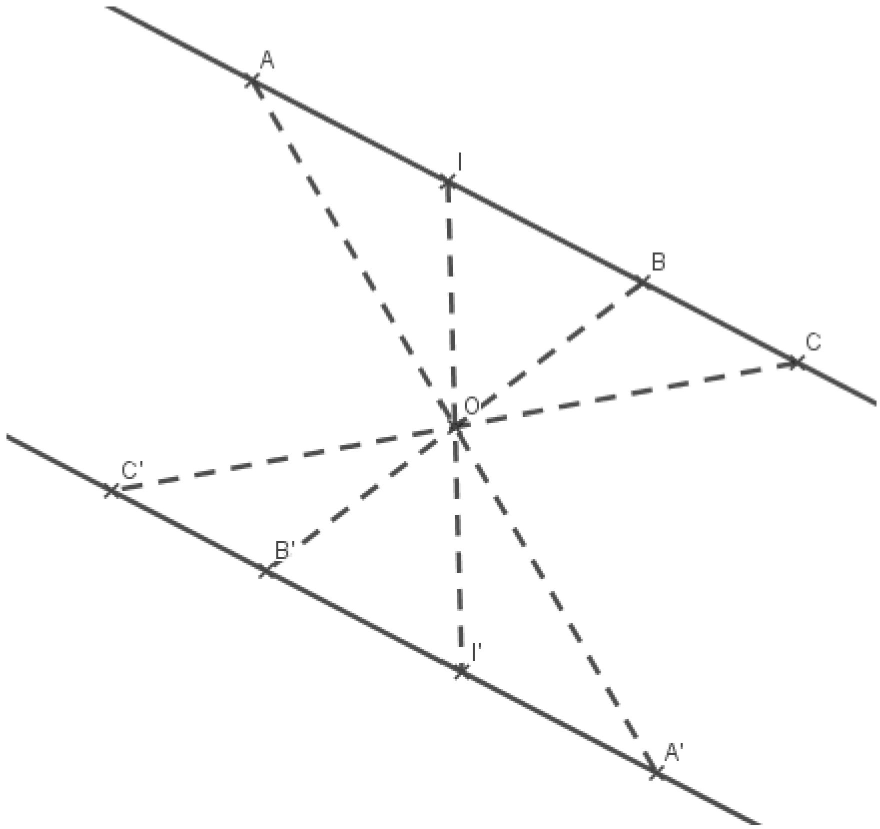


Oui ☒ Non ☐



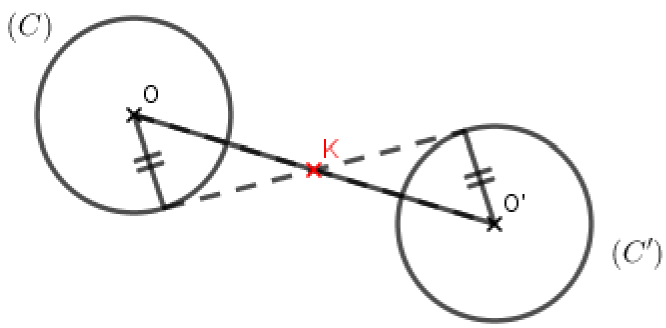
Oui ☐ Non ☒

<u>Activité 2.4</u>



1- Voir figure
2- Voir figure
3-
4- L'image de la droite (AB) par la symétrie centrale de centre O est la droite $(A'B')$.
5- Le point I' est le milieu du segment $[A'B']$.

Exercice 1



<u>**Exercice 2**</u>

Le rayon du cercle (C’) est de $5cm$ car par la symétrie centrale l’image d’un cercle par rapport à un point est un cercle de même rayon.

<u>**Exercice 3**</u>

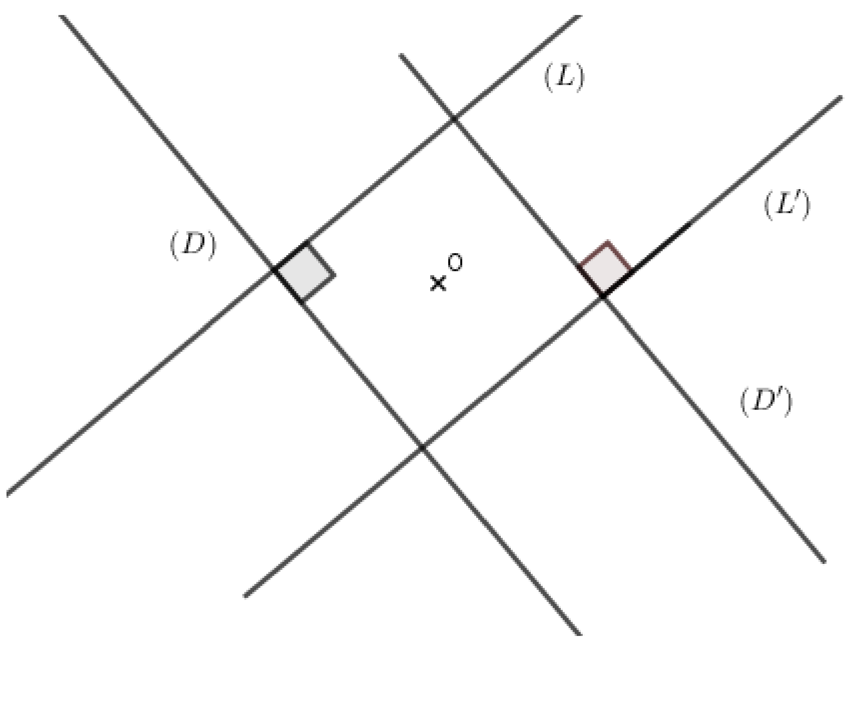
<u>Figure 1</u> : Oui

<u>Figure 2</u> : Oui

<u>Figure 3</u> : Non

<u>**Activité 2.5**</u>

1. Voir figure



2. (D') et (L') sont perpendiculaires.

<u>Exercice de fixation</u>

<u>Exercice 1</u>

ABC est un triangle rectangle en A donc $(AB) \perp (AC)$.

$\xrightarrow{S_D}$	
A	I
B	J
C	K

Le symétrique de la droite (AB) par rapport au point D est la droite (IJ).

Le symétrique de la droite (AC) par rapport au point D est la droite (IK).

$(AB) \perp (AC)$ donc leur images respectives par la symétrie centrale de centre D sont deux droites perpendiculaires d'où $(IJ) \perp (IK)$.

<u>Exercice 2</u>

(AH) est une hauteur du triangle ABC donc $(AH) \perp (BC)$.

Le symétrique du triangle ABC par la symetrie centrale de centre D est le triangle $A'B'C$.

$\xrightarrow{S_C}$	
A	A'
B	B'
C	C
H	H'

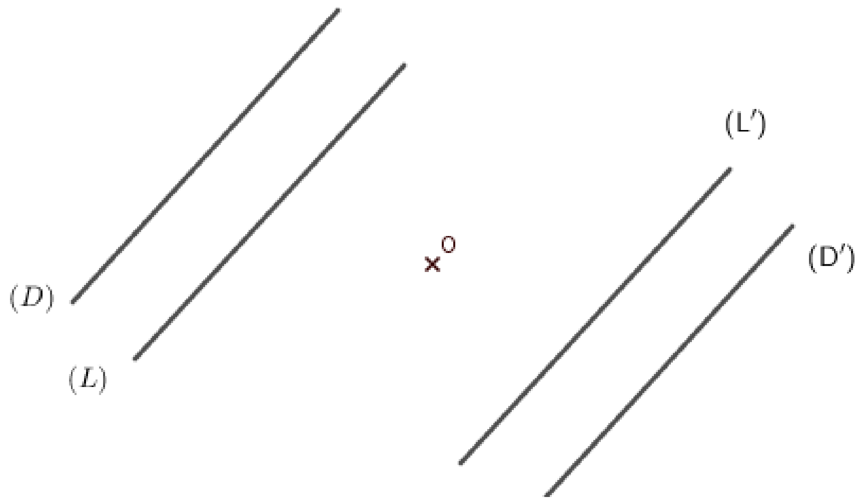
Le symétrique de la droite (AH) par rapport au point C est la droite $(A'H')$.

Le symétrique de la droite (BC) par rapport au point C est la droite $(B'C)$.

$(AH) \perp (BC)$ donc leur images respectives par la symétrie centrale de centre C sont deux droites perpendiculaires d'où $(A'H') \perp (B'C)$ par conséquent $(A'H')$ est une hauteur du triangle $A'B'C$.

Activité 2.5

1. Voir figure

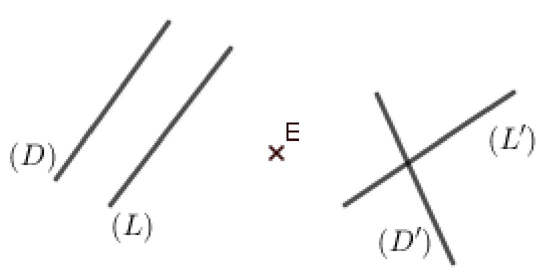


2.

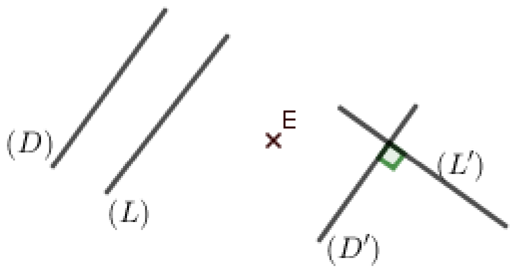
Les droites (D') et (L') sont parallèles.

Exercice de fixation

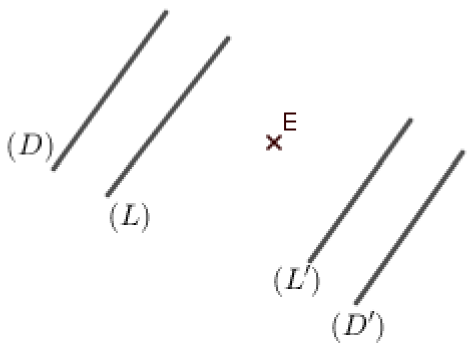
Exercice 1



Oui ☐ non ☒



Oui ☐ Non ☒



Oui ☒ Non ☐

Exercice 2

S_A	
E	M
D	N
O	P
U	Q

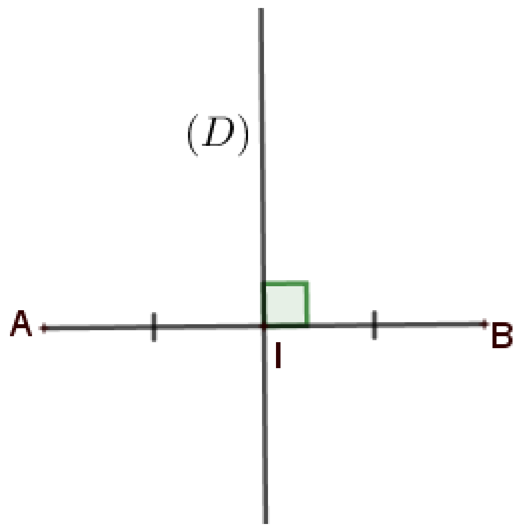
$(ED) \,//\, (OU)$

L'image de la droite (ED) par la symétrie centrale de centre A est la droite (MN).

L'image de la droite (OU) par la symétrie centrale de centre A est la droite (PQ) par consequent la droite (MN) est parallele à droite (PQ) car par la symétrie centrale l'image de deux droites parallèles sont deux droites parallèles.

Activité 3 : Symétrie orthogonale

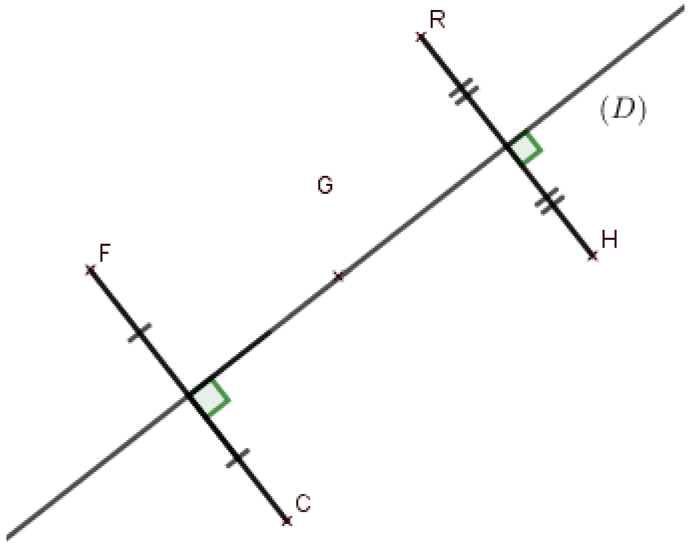
1. Voir figure
2. Voir figure



3. $AI = IB$ car A est le symetrique de B par rapport à I.
4. La droite (D) représente la médiatrice du segment [AB] .
5. Le point B est le symétrique du point A par rapport à la droite (D).
6. Deux points A et B sont symétriques par rapport à une droite (D) signifie que (D) est la médiatrice du segment [AB].

__Exercice de fixation__

__Exercice 1__



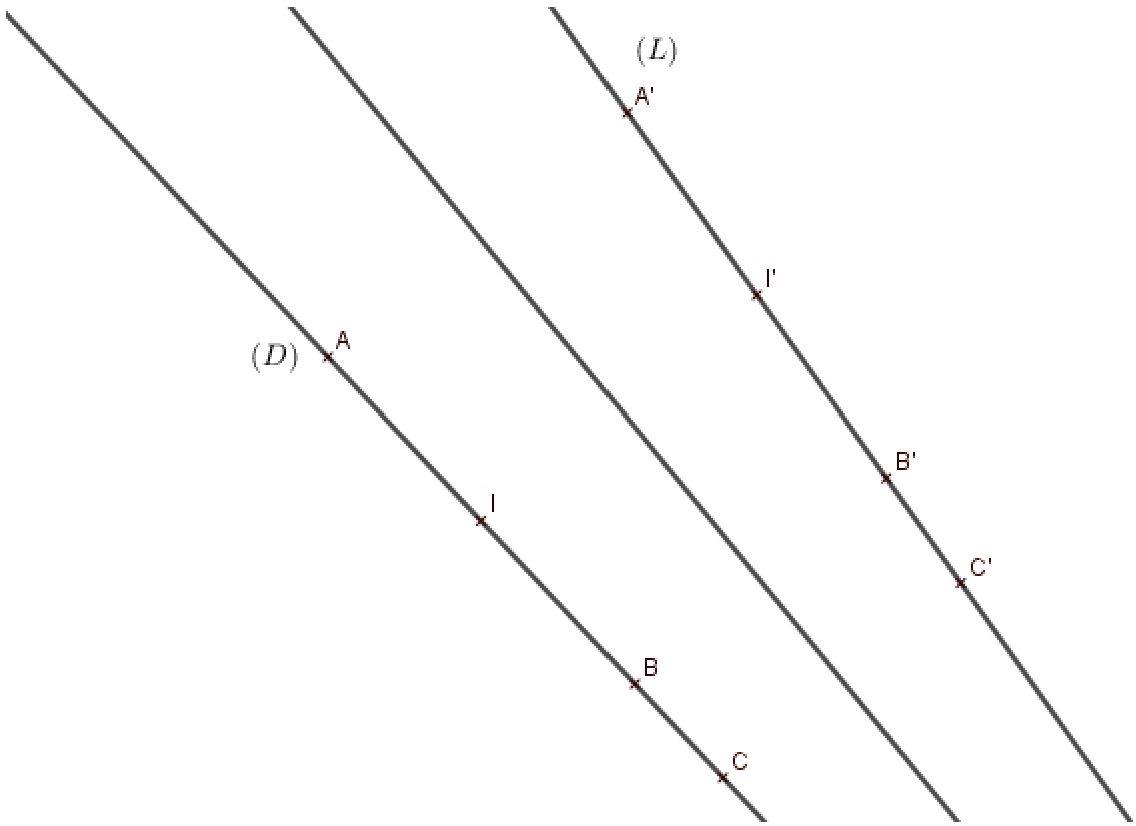
Le point G et le point B sont confondus car G appartient à la droite (D).

Exercice 2

N°	**Affirmations**	**VRAI ou FAUX**
1	L'image du point B par la symétrie orthogonale d'axe (AC) est le point O	Faux
2	L'image du point A par la symétrie orthogonale d'axe (BD) est le point C	Vrai
3	L'image du point D par la symétrie orthogonale d'axe (AC) est le point B	Vrai
4	L'image du point C par la symétrie orthogonale d'axe (AC) est le point A	Faux

Activité 3.2

1.



1. Voir figure
2. Voir figure
3. Voir figure
4. Voir figure
5. $AB = A'B'$
6. Voir figure. Le point I' represente le milieu du segment $[A'B']$.

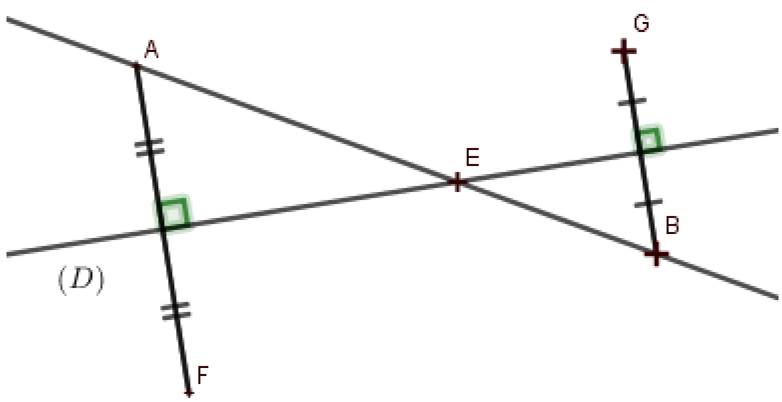
Exercice de fixation

Exercice 1

N°	**Affirmations**	**VRAI ou FAUX**
1	L'image du segment $[DC]$ par la symétrie orthogonale d'axe (L) est le segment $[AB]$	FAUX

2	La droite (L) est la médiatrice du segment $[IJ]$.	VRAI
3	L'image de la droite (BC) par la symétrie orthogonale d'axe (L) la droite (DC)	FAUX
4	L'image du segment $[AD]$ par la symétrie orthogonale d'axe (L) le segment $[BC]$	VRAI
5	I et J sont symétriques par rapport à la droite (L)	VRAI
6	Le segment $[AD]$ et le segement $[BC]$ ont la même longueur	vrai

Exercice 2



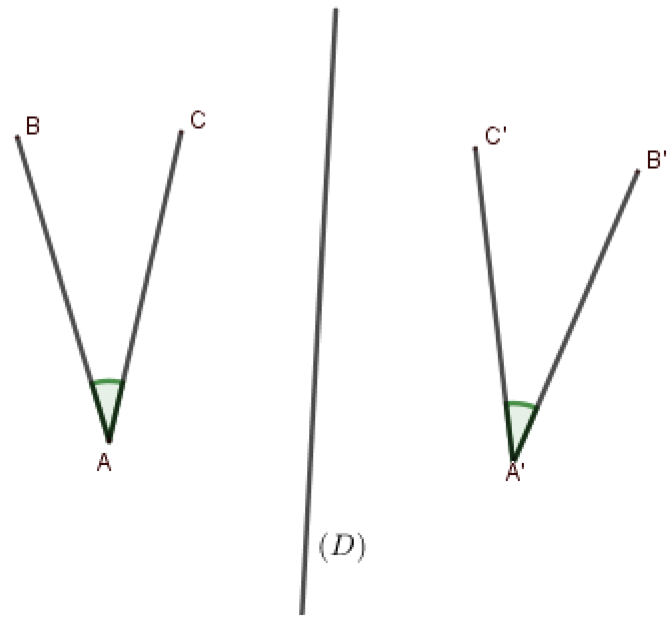
A, E et B sont alignés.

F, E et G sont les images respectives de A, E, B par la symétrie orthogonale d'axe (D).

F, E et G sont alignes car image par une symétrie orthogonale d'axe (D) de points alignés.

Activité 3.2

1. Voir figure



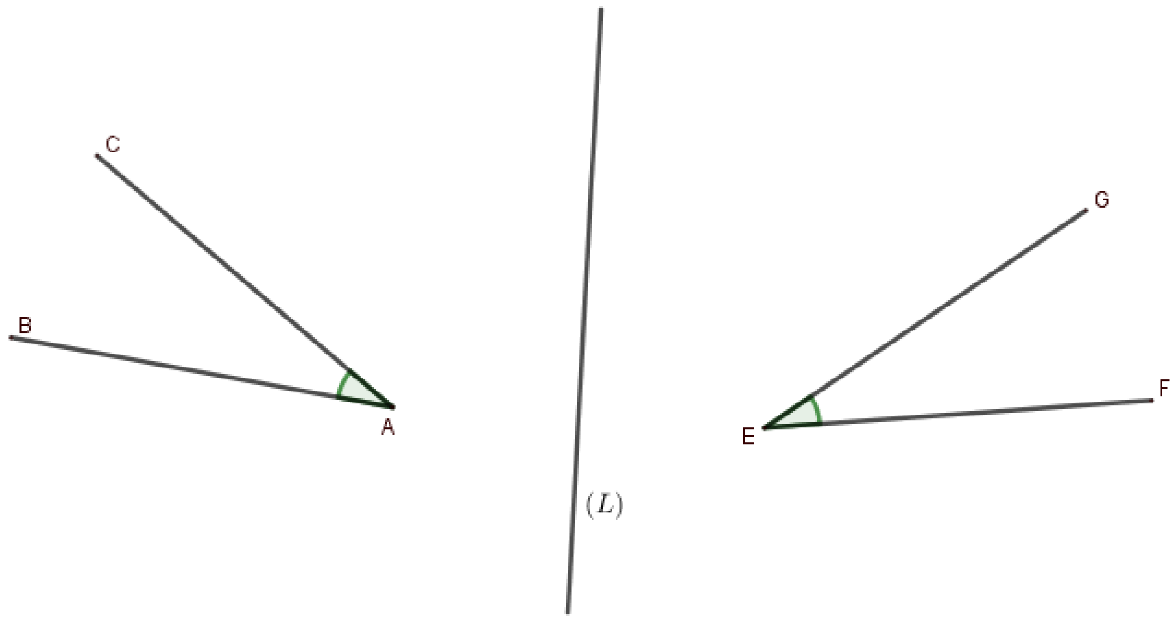
2. On obtient un angle.
3. $mes\widehat{A'B'C'} = 30°$ donc $mes\ \widehat{ABC} = mes\widehat{A'B'C'}$

__Exercice de fixation__

__Exercice 1__

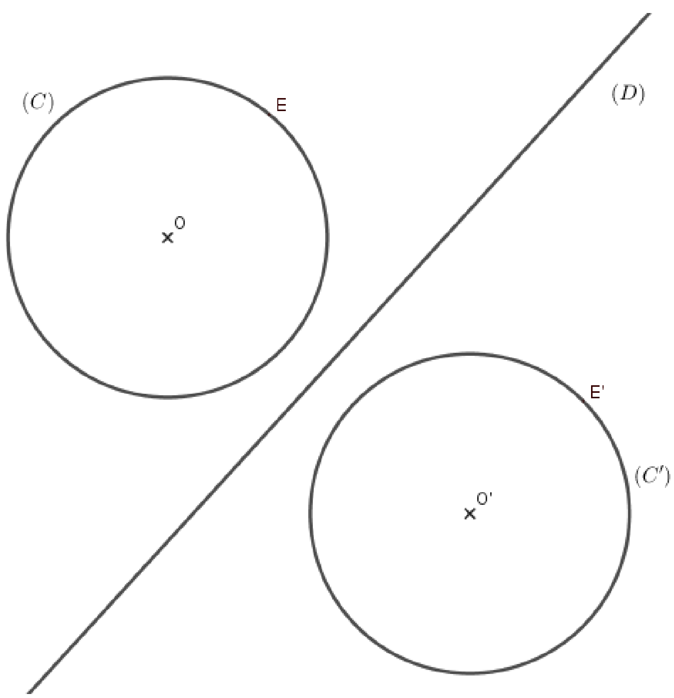
$mes\ \widehat{ABC} = mes\widehat{A'B'C'} = 58°$ CAR deux angles symetriques par rapport à une droite ont la meme mesure.

__Exercice 2__



Activité 3.3

1. Voir figure
2. Voir figure



3. $OE = O'E'$

4. L'image du cercle (C) par la symétrie orthogonale d'axe (D) est un cercle (C') de meme rayon que le cercle (C) .

Exercice de fixation

Exercice 1

$JB' = IB = 3\ cm$ car L'image d'un cercle par une symétrie orthogonale est un cercle de même rayon d'où (C) et (C') ont le même rayon.

Exercice 2

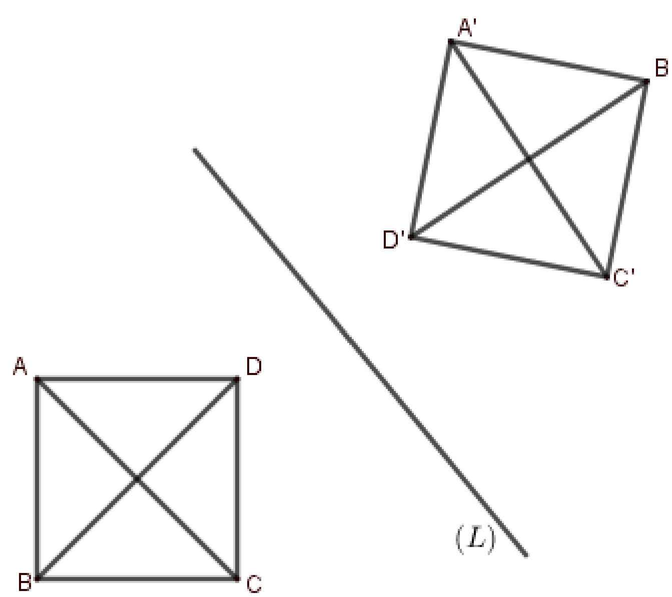
1er cas : non

2ieme cas : oui

3ieme cas : non

Activité 3.4

1. Voir figure



2.

$AB = A'B'$ car les segments $[AB]$ et $[A'B']$ sont symetriques par rapport à la droite (L).

De même $BC = B'C'$, $CD = C'D'$ et $AD = A'D'$ donc $A'B'C'D'$ est donc un carré.

3.

$S_{(L)}$	
A	A’
B	B’
C	C’
D	D’
(AD)	(A’D’)
(BC)	(B’C’)
(AC)	(A’C’)
(BD)	(B’D’)

(AD) et (BC) sont parallèles, leurs images respectives (A’D’) et (B’C’) sont également parallèle car $A'B'C'D'$ est un carré.

4. (AC) et (BD) sont perpendiculaires, leurs images respectives (A’C’) et (B’D’) sont perpendiculaires car $A'B'C'D'$ est un carré.

<u>Exercice de fixation</u>

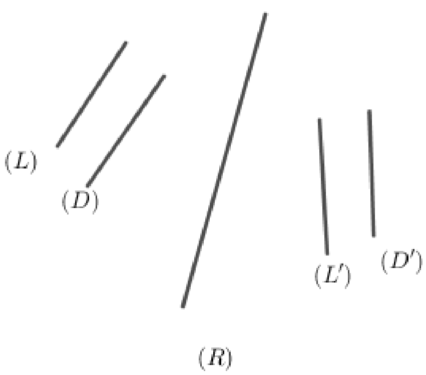
<u>Exercice 1</u>

$S_{(OQ)}$	
P	F
Q	Q
A	E
B	G
(PQ)	(FQ)
(AB)	(EG)

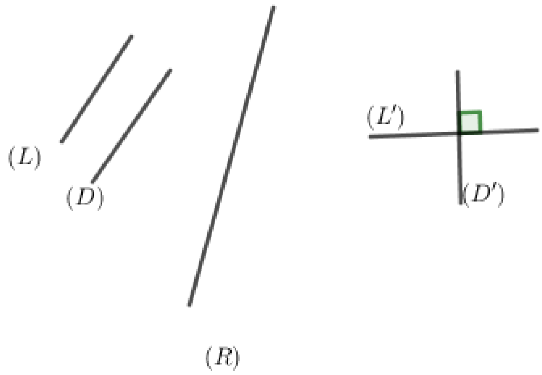
On sait que (PQ) ⊥ (AB) donc

(FQ) ⊥ (EG) parce que par une symétrie orthogonale, deux droites perpendiculaires ont pour image deux droites perpendiculaires.

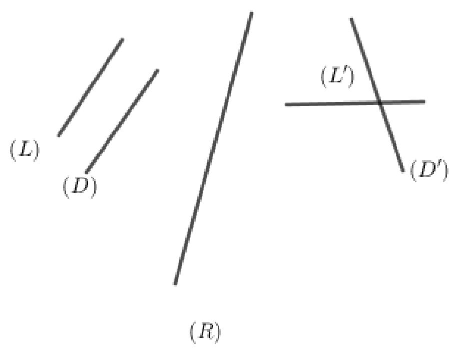
Exercice 2



☒ Oui Non ☐



Oui ☐ Non ☒



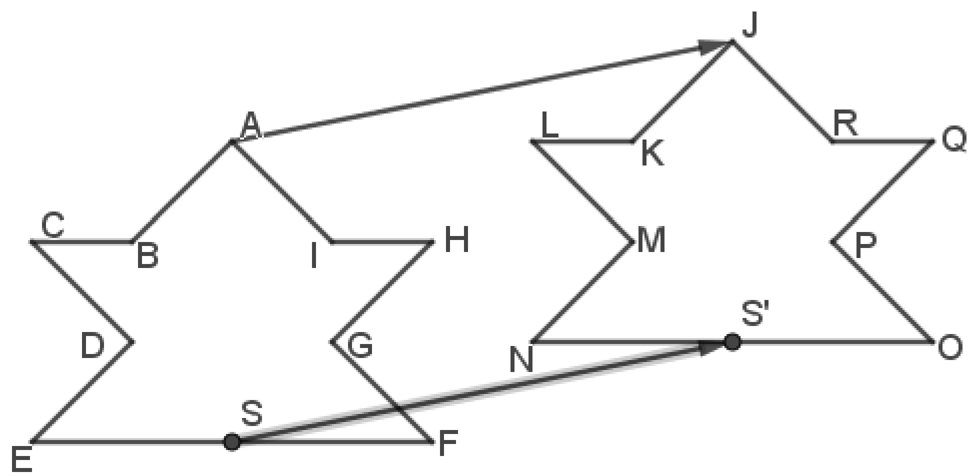
oui ☐ non ☒

<u>Activité 4</u> : Translation

1.

$t_{\overrightarrow{AJ}}$	
B	K
C	L
D	M
E	N

2. A chaque point du plan correspond une unique image par conséquent cette correspondance est une application.
3. Voir figure



<u>**Exercice de fixation**</u>

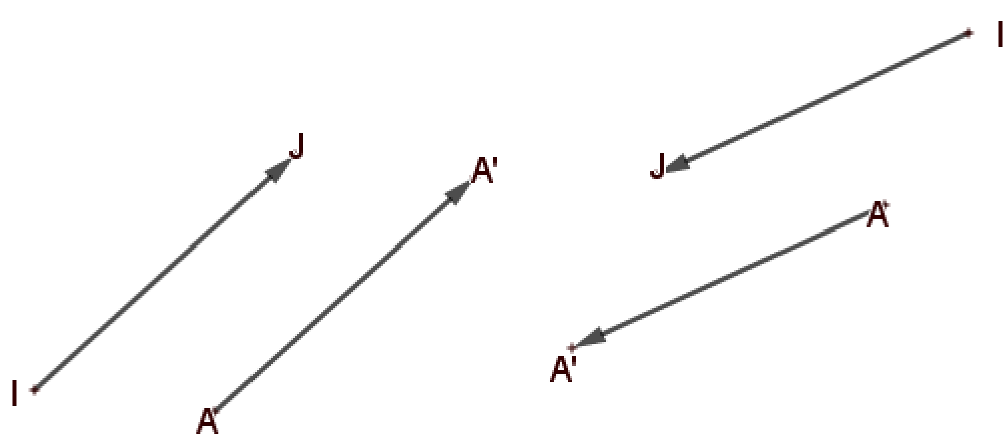
<u>**Exercice 1**</u>

1B

2C

3C

<u>**Exercice 2**</u>

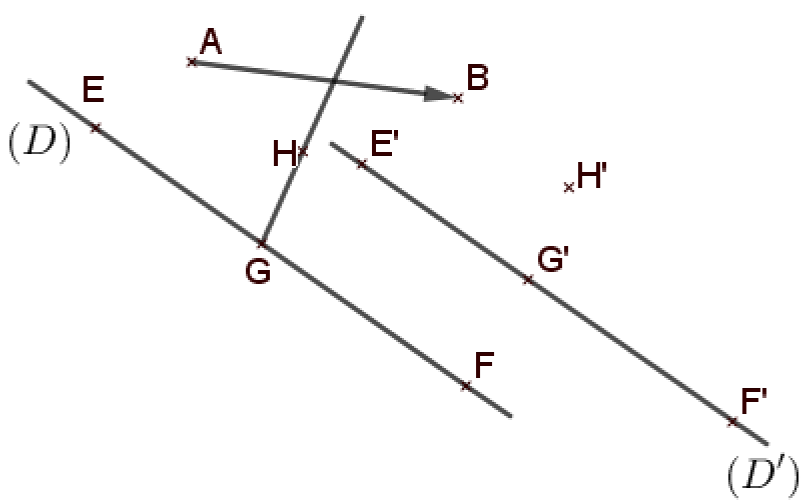


Exercice 3

$t_{\overrightarrow{AJ}}$	
A	J
C	L
F	O
H	Q
E	N
G	P

Activité 5 : Propriétés des translations.

Activité 5.1



1. Voir figure
2. Les points E', G', F sont alignés. L'image de la droite (D) est la droite (D')
3. (D) et (D') sont paralleles
4. L'image du segment $[EF]$ par la translation t de vecteur $\overrightarrow{AB}$ est le segment $[E'F']$.
5. $EF = E'F'$.
6. Le point I' est le milieu du segment $[E'F']$.

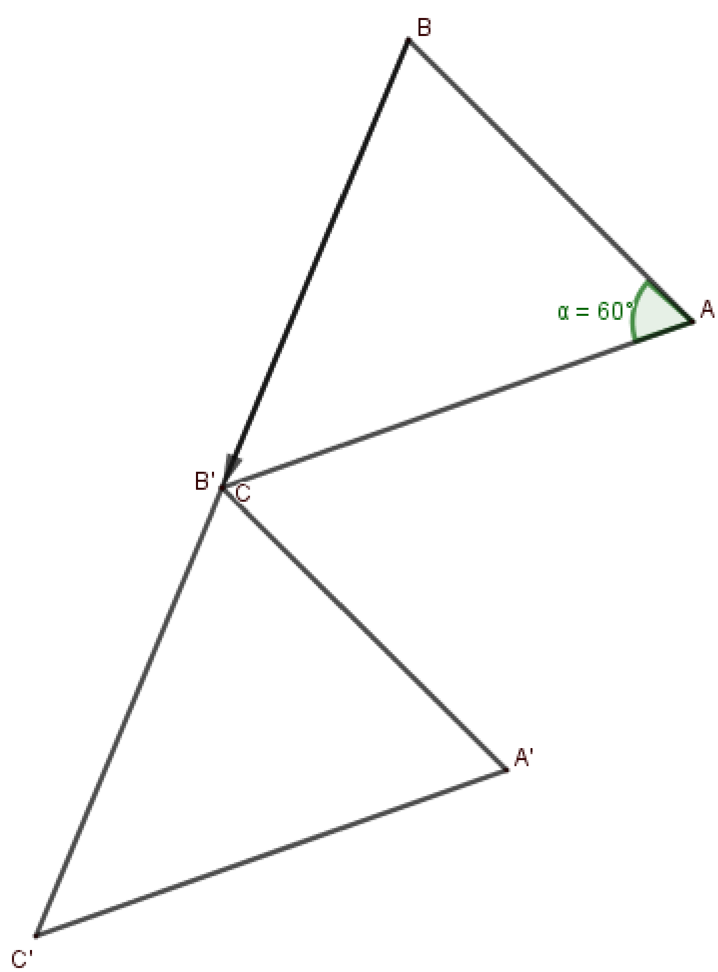
7. L'image de l'angle $\widehat{EGH}$ par la translation t est l'angle $\widehat{E'G'H'}$
8. $mes\ \widehat{EGH} = mes\ \widehat{E'G'H'}$.

Exercice de fixation

Exercice 1

A ∈ (BC) donc les points A, B et C sont alignés.
D, E et F sont les images respectives des points A, B et C par une translation de vecteur $\overrightarrow{IJ}$ par consequent D, E et F sont également alignes car par une translation Des points alignés ont pour images des points alignés.

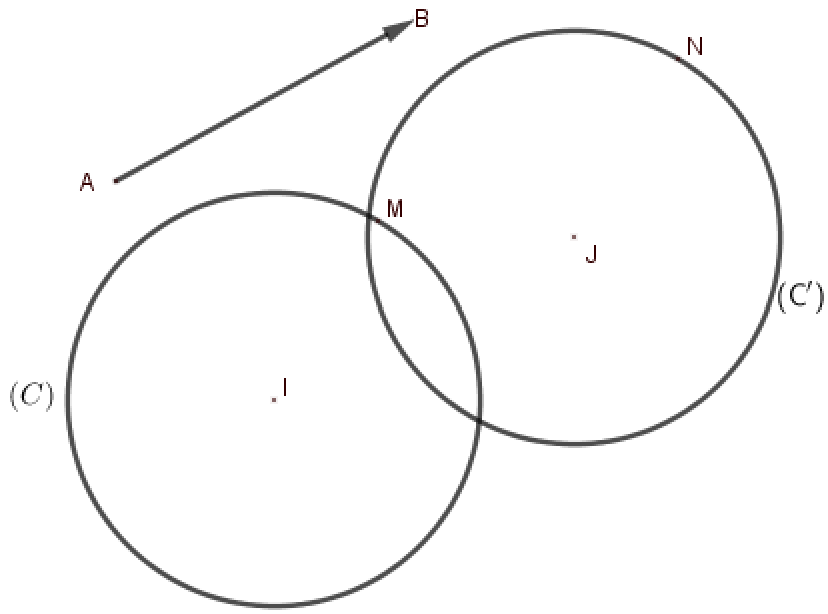
Exercice 2



$mes\ \widehat{B'A'C'} = mes\ \widehat{BAC} = 60°$ car par une translation Un angle a pour image un angle de même mesure.

Activité 5.2: Propriété de translation

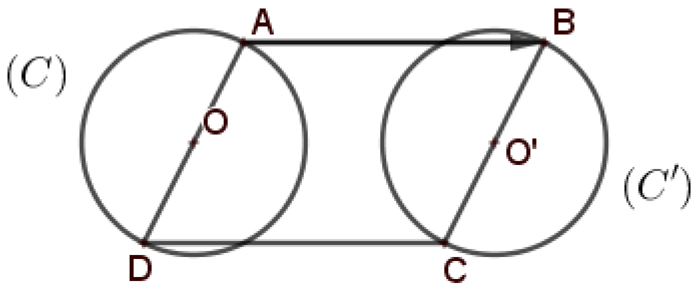
1. Voir figure



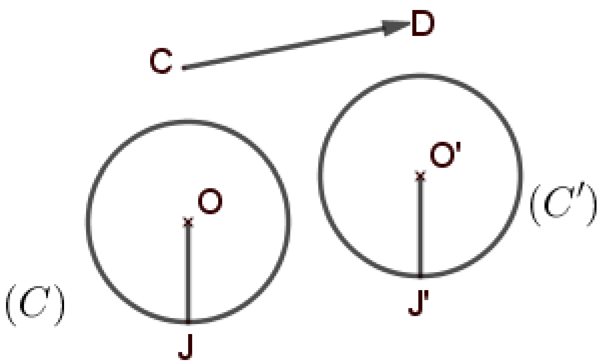
2. $JN = 3$ car le segment $[JN]$ est l'image du segment $[IM]$ pae la translation de vceteur $\overrightarrow{AB}$ donc $JN = IM = 3$.
3. Voir figure. L'image du cercle (C) par la translation par t du vecteur $\overrightarrow{AB}$ est le cercle (C') de rayon 3.

<u>Exercice de fixation</u>

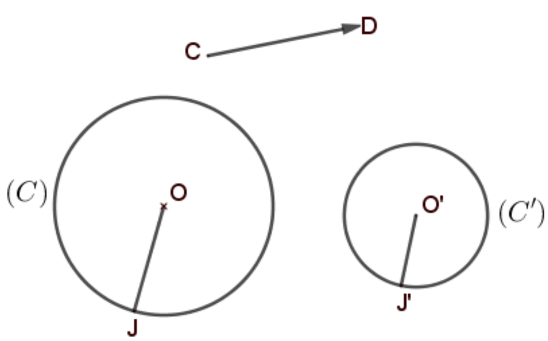
<u>Exercice 1</u>



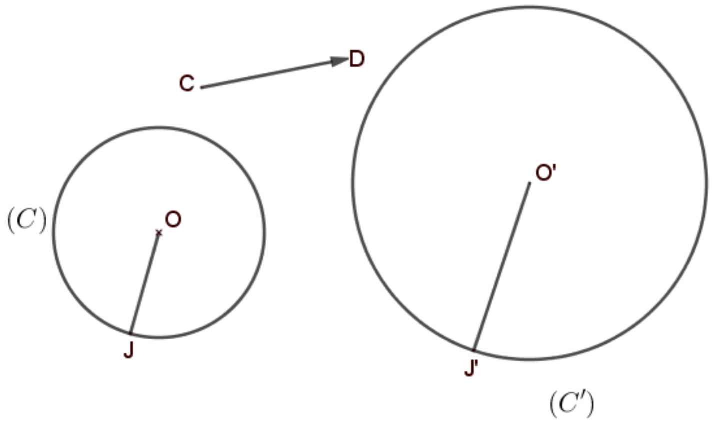
Exercice 2



Vrai   fau



Vrai   faux



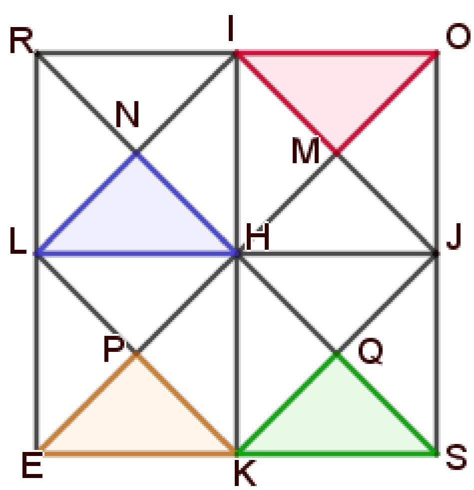
Vrai ☐ faux ☒

Exercice 3

(C') est u cercle de rayon 3 cm car Par une translation, Un cercle a pour image un cercle de même rayon or (C') image du cercle (C) par la translation de vecteur $\overrightarrow{EF}$.

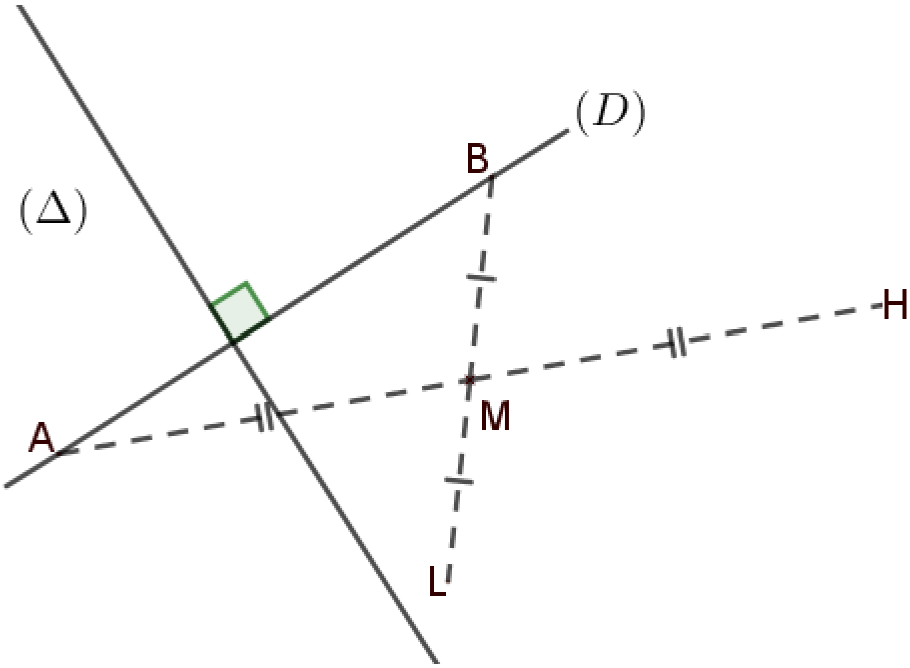
Exercice de renforcement

Exercice 1



Exercice 2

1. Voir figure

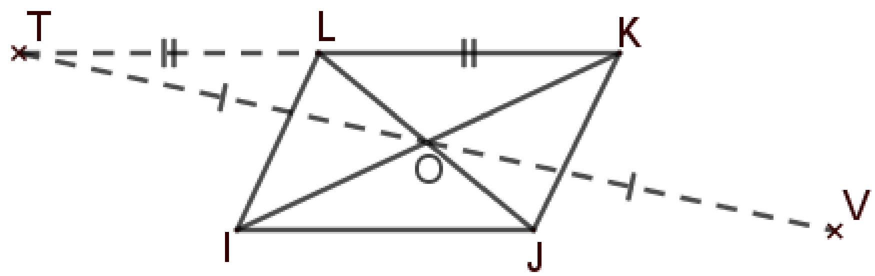


2. L'image de la droite (AB) par la symetie centrale de centre M est la droite (HL) par conséquent (AB) et (HL) sont paralleles car deux droites symetriques par rapport à un point sonr paralleles.
3.

(Δ) est perpendiculaire à (AB) or (AB) et (HL) sont paralleles par conséquent (HL) et (Δ) sont perpendiculaires car deux droites etant paralleles toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.

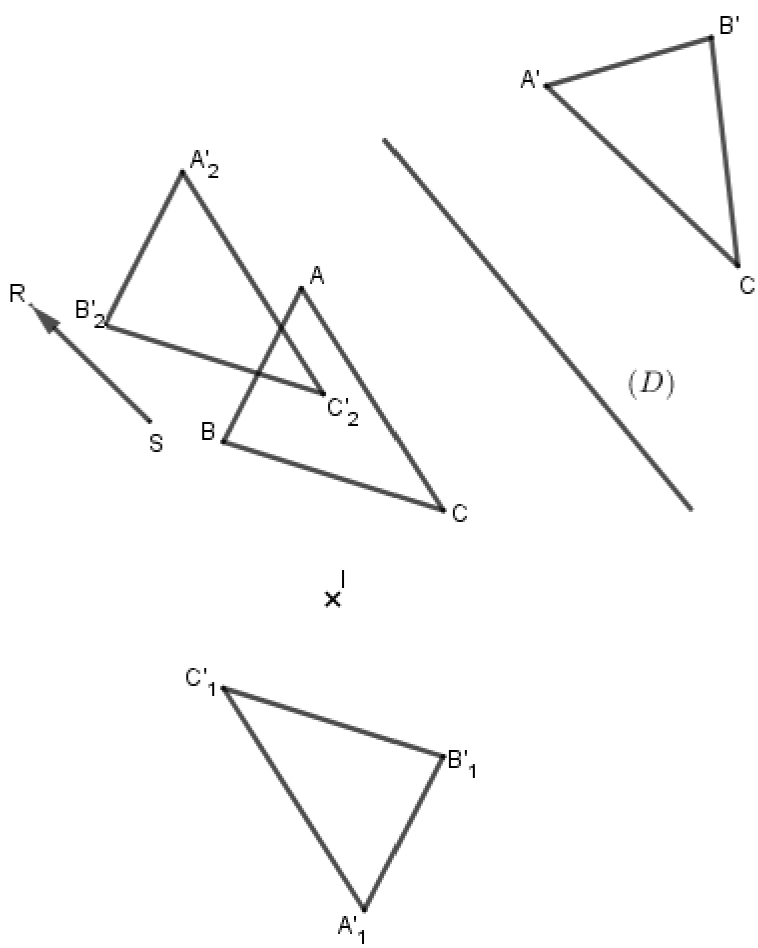
<u>Exercice 3</u>

1. Voir figure
2. Voir figure



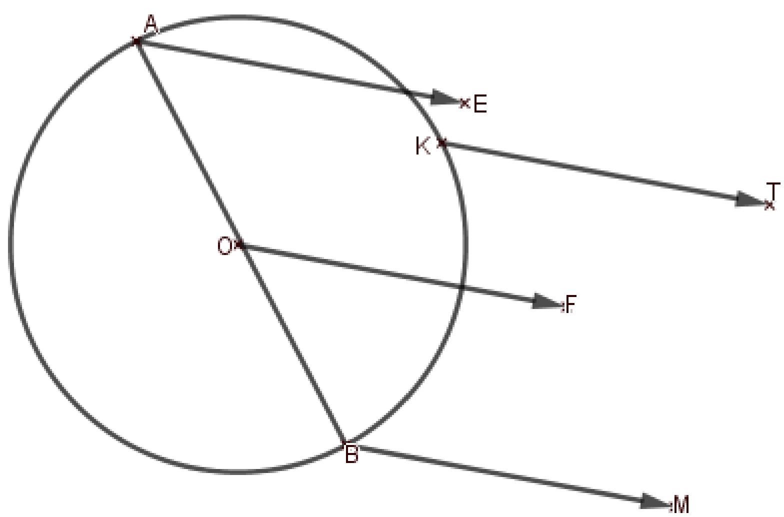
3.

Exercice 4



Exercice 5

1. Voir figure



2.

$t_{\overrightarrow{OF}}$	
A	E
O	O
B	M

A,O et B sont alignés par conséquent leurs images respectives E,F et M par la translation de vecteur $\overrightarrow{OF}$ sont alignés.

3.
$(KB) \perp (AK)$ car le triangle AKB est rectangle en K.

$t_{\overrightarrow{OF}}$	
K	T
B	M
(KB)	(TM)
(AK)	(ET)

$(KB) \perp (AK)$ donc (TM)$\perp$ (ET) car par la translation deux droites perpendiculaires ont pour image deux droites perpendiculaires.

Exercice 6

1) Comme (L) est la médiatrice de [AB] et [DC] alors on a :

$S_{(L)}$	
A	B
D	C
[AD]	[BC]

Donc l'image du milieu de [AD] par $S_{(L)}$ est le milieu de l'mage de [AD].

Comme N est le milieu de [BC] alors

L'image de M par la symétrie orthogonale d'axe (L) est le point N.

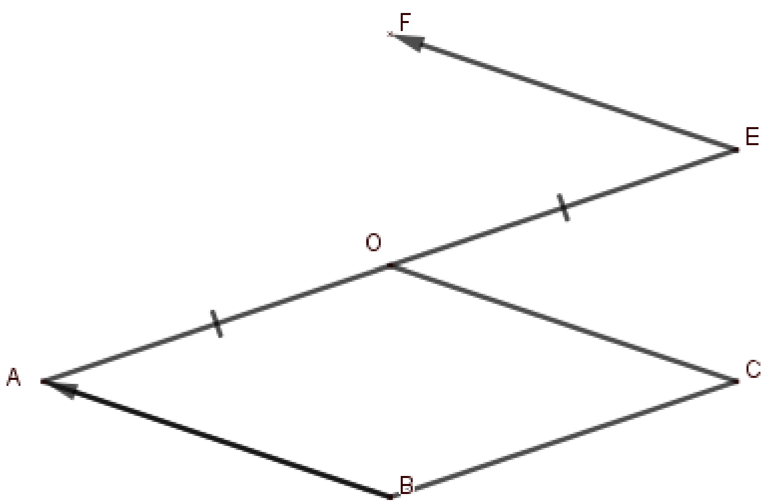
2)

$S_{(L)}$	
A	B
B	A
C	D
D	C
K	K
M	N
(BC)	(AD)
(MK)	(NK)

Je sais que (BC) // (MK) donc (AD) // (NK) parce que par une symétrie orthogonale, deux droites parallèles ont pour image deux droites parallèles.

Exercice 7

1. Voir figure



2. L'image de B par O est le point F donc les points B, O et F sont alignés.
   ABCO est un losange donc $(AC) \perp (OB)$ par conséquent $(AC) \perp (OF)$.

3.

Exercice 8

1. Voir figure.
2.

$S_{(AC)}$	
A	A
B	I
D	J
(AB)	(AI)

(CD)	(CJ)
$\widehat{CBA}$	$\widehat{CIA}$

3.

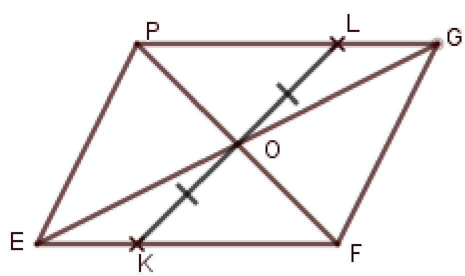
$\widehat{CIA}$ est l'image de $\widehat{CBA}$ par la symétrie orthogonale d'axe (AC) par conséquent $mes\ \widehat{CIA} = mes\ \widehat{CBA} = 100°$.

4.

$ABCD$ est un parallelogramme donc $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$
L'image du vecteur $\overrightarrow{AB}$ par la symétrie orthogonale d'axe (AC) est le vecteur $\overrightarrow{AI}$.
L'image du vecteur $\overrightarrow{DC}$ par la symétrie orthogonale d'axe (AC) est le vecteur $\overrightarrow{JC}$.
$ABCD$ est un parallelogramme donc $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ donc $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{JC}$.
D'où $AICJ$ est un parallelogramme.

<u>**Exercice 9**</u>

1. Voir figure.
2. Voir figure.



3.

S_O	
K	L
E	G
F	P

4.

K est un point de la droite (EF) donc K,E et F sont alignés.

L, P et G sont alignés car images respectives de K, E et F par la symétrie centrale de centre O.

Exercice 10

1. Voir figure.
2.

$S_{(D)}$	
A	A
B	E
C	H

Les images respectives de (AB) et (AC) par la symétrie orthogonale d'axe (D) sont (AE) et (HE) or $(AB) \perp (AC)$ par conséquent $(AE) \perp (HE)$.

3.

$S_{(D)}$	
M	M
B	E
C	H

M est un point de la droite (BC) donc M,B et C sont alignés.

M,E et H sont alignés car images respectives de M,B et C par la symétrie orthogonale d'axe (D).

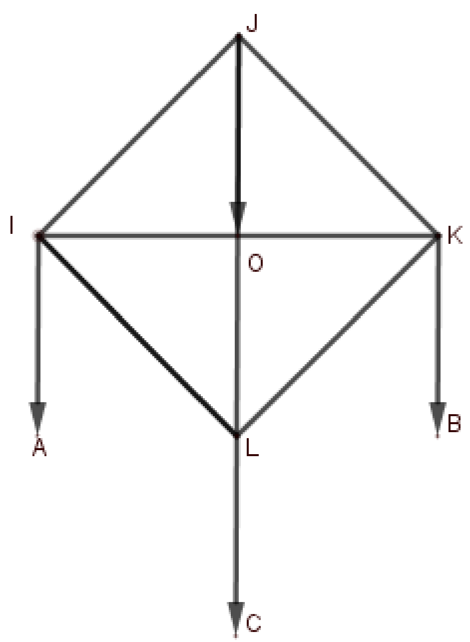
4.

$S_{(D)}$	
A	A
C	H

$AC = AH$

Exercice 11

1.



2.

L'image de J par $t_{\overrightarrow{JO}}$ est le point O.

3.

AOBC est carrée car image du carré IJKL par la translation du vecteur $\overrightarrow{JO}$.

Exercice 12

1. le centre de symétrie de cette figure est le point S.
2. $AC = ZD = 5{,}1cm$ car les deux segments sont symétriques par rapport au point S.
3.

Point	R	S	A
Symétrique	I	S	Z

Le triangle ISZ car image du triangle équilatéral RSA par la symétrie centrale de centre S.

4.

ETR est un triangle isocele car image du triangle isocèle VJI par la symetrie centrale de centre S.

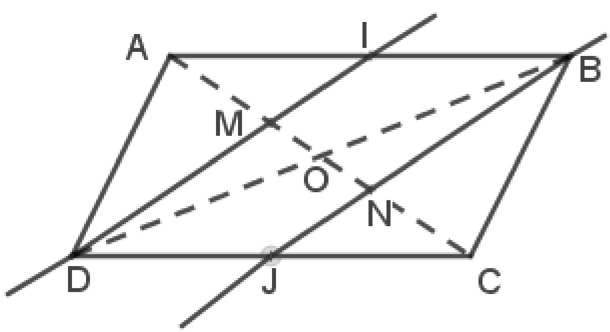
5. $mes\ \widehat{ERT} = mes\ \widehat{VIJ} = 70°$.

Exercice 13

Voir exo 10

Exercice 14

1.



$S_{(D)}$	
A	C
B	D
I	J

2.

S_O	
(AC)	(AC)
(DI)	(BJ)

M est le point d'intersection des droites (AC) et (DI) par conséquent son image le point N est le point d'intersection des droites (AC) et (BJ) donc $S_O(M) = N$.

3.

S_O	
A	C
M	N

On en déduis du tableau de correspondance suivant $\begin{cases} S_O([AM]) = [NC] \\ AM = NC \end{cases}$ (*)

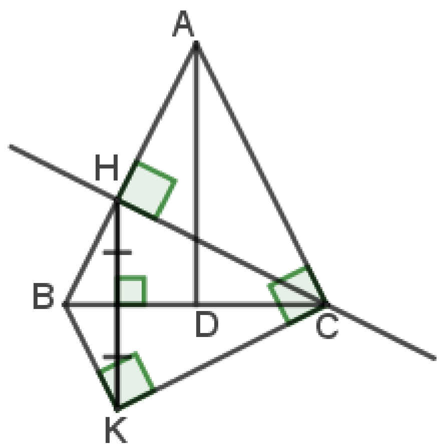
On considère le triangle ANB. Dans ce triangle $M \in (AN)$, I milieu de $[AB]$ et $(ID) // (BN)$ (IBJD est un paralelogramme et $N \in BJ$) donc M est le milieu de $[AN]$ (DROITE DES MILIEUX)

$AM = MN$ (**).

De (*) et (**) on en déduit que $AM = MN = NC$.

<u>**Exercice 15**</u>

1. Voir figure



2. ABC est un triangle isocèle en A donc la droite (AI) est la mediatrice du segement $[BC]$.

De plus $IB = IC$ donc $S_{(AI)}(C) = B$.

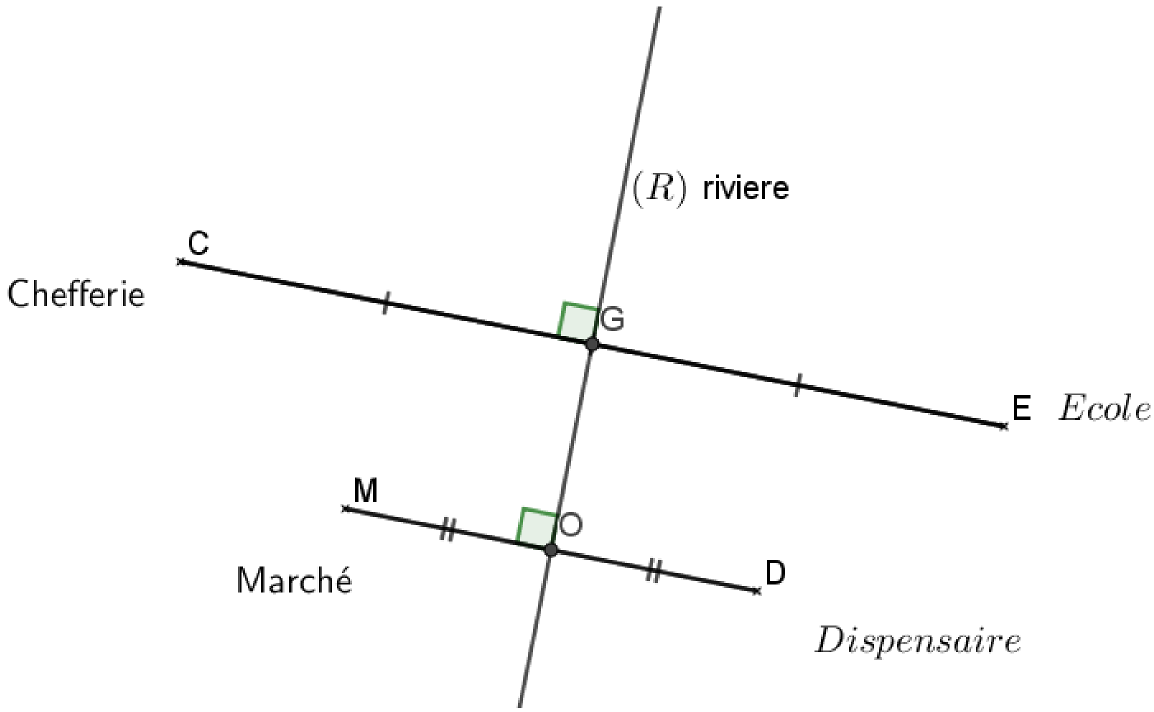
$J \in (AI)$ Donc $S_{(AI)}(J) = J$.

On en déduit alors que le symétrique de (JC) par rapport à (AI) est (JB).

3. Voir figure
4. (CH) et (BH) sont perpendiculaires donc leur symetriques respectives (CK) et (BK) par rapport à (BC)sont perpendiculaires.

<u>Situation D'évaluation</u>

1. Le segment $[DE]$ est l'image du segment $[CM]$ par la symétrie orthogonale d'axe (R) par conséquent $DE = CM = 4km$.
2. Voir figure
3. Voir figure



(R) riviere
C
Chefferie
G
E
Ecole
M
O
Marché
D
Dispensaire