Kounouz Education

ATOMIX

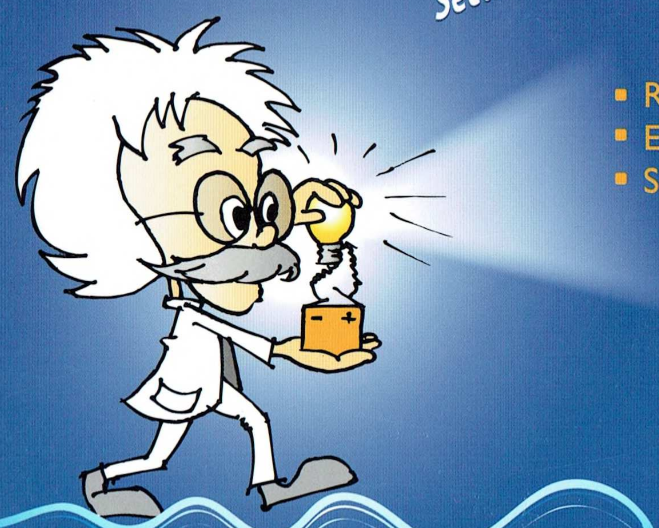
BAC

4è année secondaire

Physique & Chimie

Section Sciences de l'informatique

- Résumé de cours
- Exercices et problèmes
- Solutions détaillées



Kounouz Editions

Mhamed Chaabani
Professeur principal hors classe

Mohamed Chaouch
Professeur principal

Ezzeddine Jebali
Professeur principal

Physique Chimie

4ème

Section Sciences de l'informatique

- *Résum és de cours*
- *Exercices et problèmes*
- *Solutions détaillées*

Mhamed Chaabani
Professeur principal hors classe

Mohamed Chaouch
Professeur principal

Ezzeddine Jebali
Professeur principal

Adresse : 123, Avenue Habib Thameur

Nabeul – 8000 Tunisie

Tél : (+216) 72 223 822

Fax : (+216) 72 223 922

E-mail : Kounouz.Edition@gnet.tn

Site Web : www.Kounouz-Edition.com

Avant Propos

Cet ouvrage s'adresse à tous les élèves de la $4^{ème}$ année secondaire, section Sciences de l'informatique.

Les exercices et les problèmes proposés sont classés en respectant la chronologie du nouveau programme de la $4^{ème}$ année secondaire.

En effet, le présent manuel s'inscrit dans la continuité de celui de l'enseignement de base, quant au principe fondamental qui le réagit à savoir l'approche par compétence qui met l'accent sur le rôle de l'élève dans l'activité d'apprentissage.

Ce livre est un outil de travail :

- *Les résumés de cours rappellent les résultats essentiels.*
- *Des exercices groupés par thème et par ordre de difficultés croissantes.*
- *Tous les exercices sont corrigés intégralement dans un langage simple et rigoureux.*

Les différentes étapes de raisonnement de calcul sont exposées avec précision.

Une règle d'or :

Attachez vous à résoudre les exercices sans regarder le corrigé (éviter même le "petit coup d'œil"). Si au bout de 10 minutes vous n'y parvenez pas, lisez la solution puis refaites l'exercice quelques jours après, pour voir si vous avez vraiment compris.

Nous souhaitons que cet ouvrage vous permettrait d'acquérir les bons réflexes, ceux qui vous donnerez l'aisance nécessaire pour aborder, avec confiance et sérénité, les devoirs de sciences physiques.

SOMMAIRE

Physique

Le Condensateur - Le dipôle RC

1) Le condensateur :

• Un condensateur est constitué de deux armatures métalliques, séparées par un isolant appelé diélectrique.

• Un circuit série comportant un condensateur est un circuit ouvert, l'isolant ne laisse pas passer le courant.

• Un condensateur doit être utilisé en courant variable ou en régime transitoire.

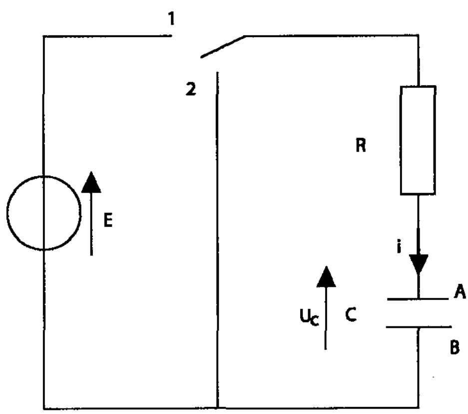
• Les électrons peuvent s'accumuler sur l'une des armatures qui se charge négativement et à distance, ils poussent ceux de l'autre armature qui se charge positivement (par influence).

• La charge globale du condensateur reste nulle. Les armatures sont égales en valeur absolue.

• Un condensateur est caractérisé par sa capacité C.

• La capacité d'un condensateur plan est donnée par $C=\varepsilon.\frac{s}{e}$

• Lorsqu'on réalise un circuit série avec un condensateur, une résistance et un générateur de tension continue, on observe un courant variable d'intensité i.



• L'intensité du courant est une grandeur algébrique.

• L'intensité d'un courant constant peut être définie comme le débit de charge : c'est la quantité de charge traversant une section de condensateur par unité de temps : $i=\frac{q}{t}$.

• Dans le cas d'un courant variable, avec la convention récepteur : $i=\frac{dq}{dt}$

• Un condensateur de capacité C soumis à une tension u_c prend une charge q telle que : $q=C.u_c$

• La relation entre l'intensité et la tension est $i=C.\frac{du_c}{dt}$

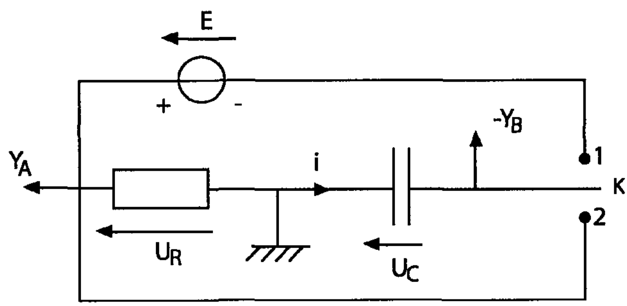
• Un condensateur de capacité C de tension u_c emmagasine une énergie E_c :

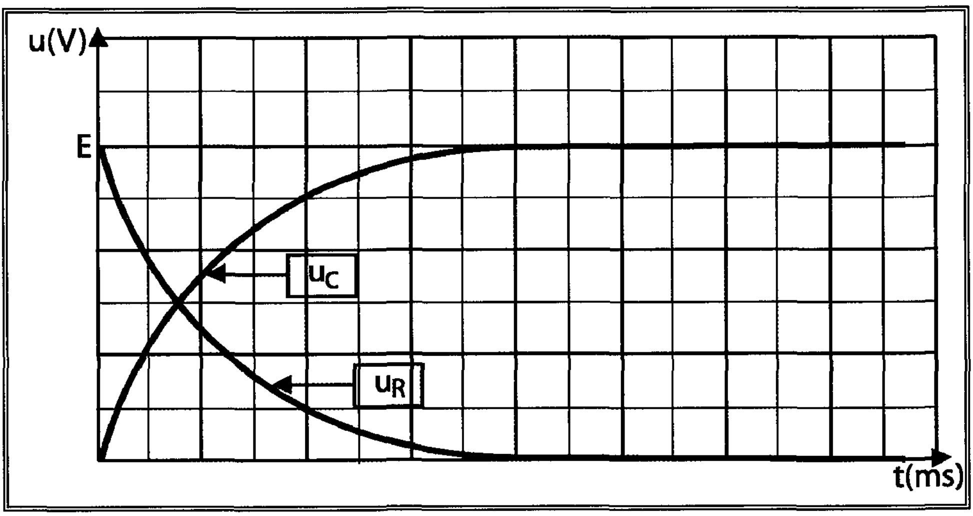
$$E_c = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{1}{2}Cu_c^2 = \frac{1}{2}q.u_c$$

2) Réponse d'un dipôle RC à un échelon de tension :

• Un dipôle RC est soumis à un échelon de tension si la tension électrique appliquée à ses bornes passe brusquement de 0 à une tension constate E (ou inversement).

• Au cours de la charge d'un condensateur (interrupteur en position 1), la tension entre ses bornes croit plus ou moins rapidement (régime transitoire) pour atteindre la valeur de la tension imposée par le générateur de tension constante E (régime permanent).





L'intensité du courant décroit jusqu'à s'annuler.

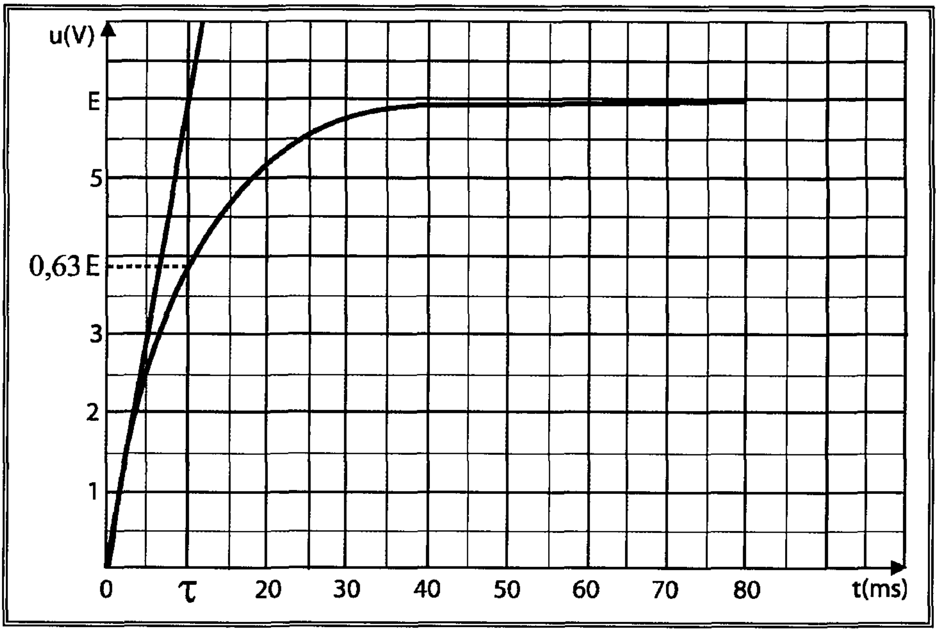
• Les paramètres influençant la rapidité de cette évolution sont la capacité C et la résistance R.

• E n'a pas d'influence sur cette rapidité d'évolution.

• Plus R est grande, plus u_c met de temps pour tendre vers E.

• Plus C est grande, plus u_c met de temps pour tendre vers E.

- L'équation différentielle vérifiée par la tension u_c est : $u_c + RC.\frac{du_c}{dt} = E$
- $u_c = E(1 - e^{\frac{-t}{\tau}})$ est une solution de l'équation différentielle.
- La charge portée par le condensateur est $q = Cu_c = CE(1 - e^{\frac{-t}{\tau}})$
- La durée $\tau = RC$ est caractéristique de l'évolution du système. τ est appelé constante de temps.

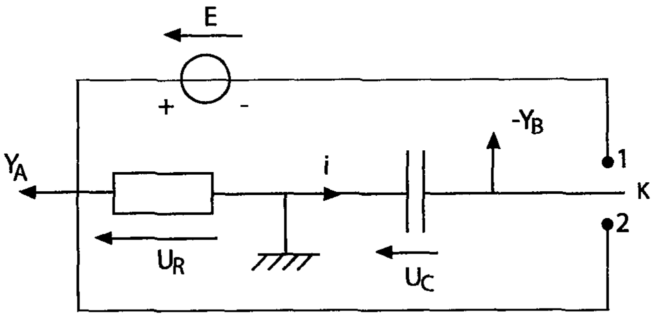


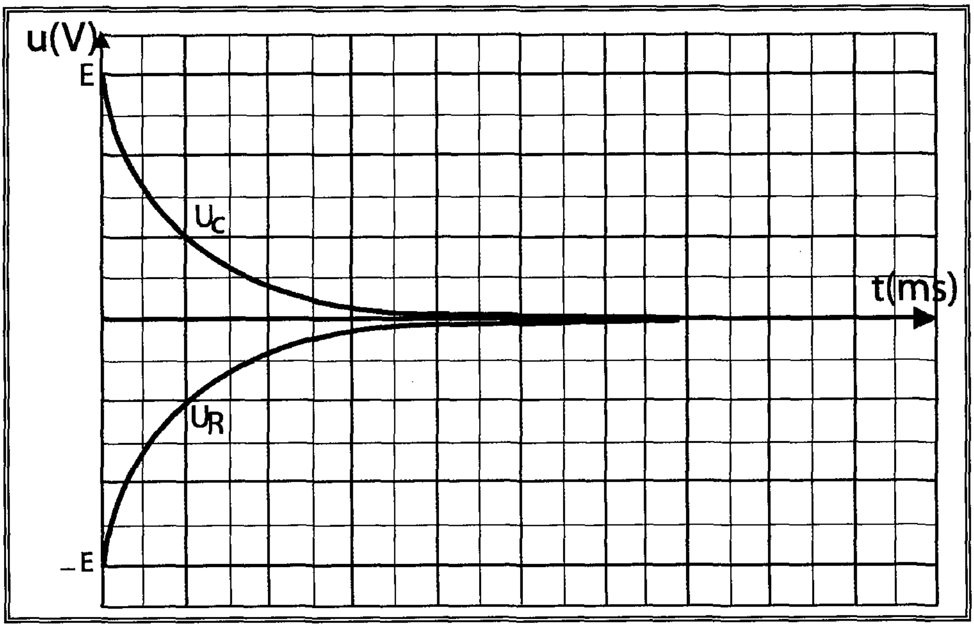
τ donne un ordre de grandeur du temps que met la tension u_c pour atteindre la valeur E.

- τ peut être déterminé graphiquement par 2 méthodes différentes :
  - ➢ Méthodes de la tangente à l'origine : τ temps où la tangente à l'origine coupe l'asymptote horizontale (u_c=E).
  - ➢ Méthode des 63% : τ temps correspondant à u_c=0,63E.
- L'intensité du courant traversent le circuit durant la phase transitoire est

$$i = \frac{E}{R} e^{\frac{-t}{\tau}}.$$

- Au cours de la décharge du condensateur à travers la résistance (interrupteurs en position 2), sa tension décroit plus au moins rapidement (régime transitoire) jusqu'à s'annuler (régime permanent).





• Les paramètres influençant la rapidité de cette évolution sont la capacité C et la résistance R.

• L'équation différentielle vérifiée par la tension u_c est : $u_c + RC.\frac{du_c}{dt} = 0$

• $u_c = E.e^{\frac{-t}{\tau}}$ est une solution de l'équation différentielle.

• La charge portée par le condensateur est $q = C.Ee^{\frac{-t}{\tau}}$.

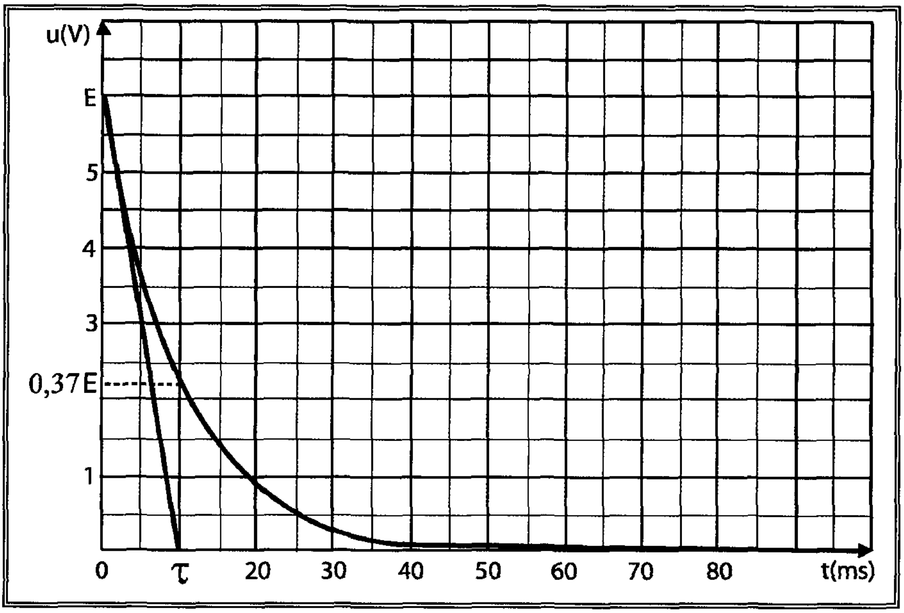
• La durée $\tau = RC$ est caractéristique de l'évolution du système. Elle donne un ordre de grandeur du temps que met la tension u_c pour s'annuler.

• τ peut être déterminé graphiquement par 2 méthodes différentes :

➢ Méthodes de la tangente à l'origine : τ temps où la tangente à l'origine coupe l'asymptote horizontale (u_c=0).

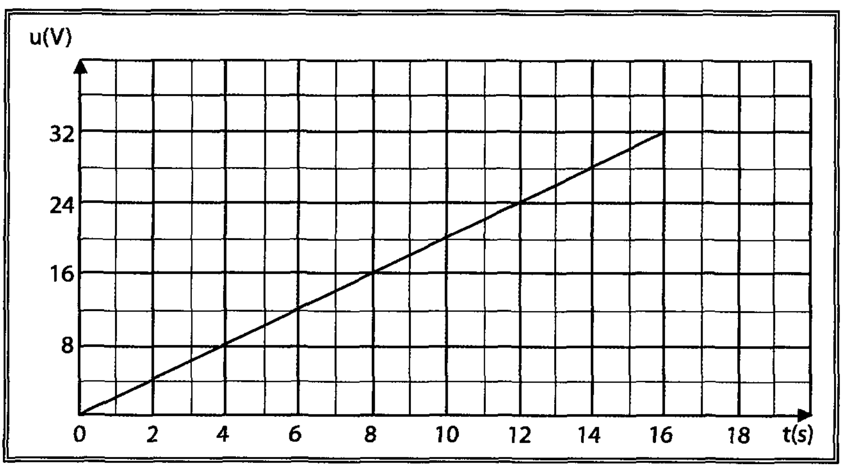
➢ Méthodes des 37% : τ temps correspondant à u_c=0,37.E.

• L'intensité du courant traversant le circuit durant la phase transitoire est $i=-\frac{E}{R}e^{\frac{-t}{\tau}}$.



• La tension aux bornes d'un condensateur ne subit pas de brusque variation, c'est une fonction continue du temps.

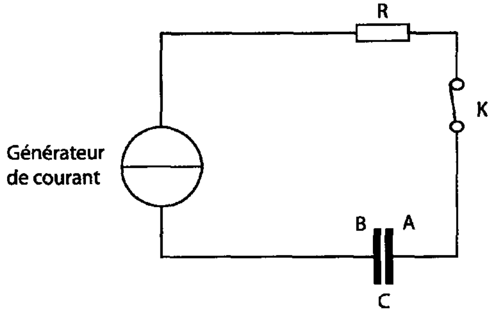
• Lors de la charge d'un condensateur par un générateur de courant, l'intensité reste constante et u_c croit linéairement au cours du temps.



Enoncés

1

On charge un condensateur à l'aide d'un générateur de courant débitant un courant d'intensité I=0.01 mA .A l'origine des dates, le condensateur est totalement déchargé, on ferme l'interrupteur K et on mesure pour différentes dates la tension u_c aux bornes du condensateur. Les résultats sont cosignés dans le tableau suivant :

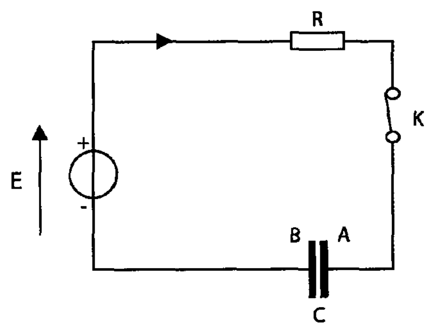


t(s)	0	1	2	4	6	8	10	12
u_c(V)	0	0,5	1	2,1	2,9	4	5	6,1

1) Tracer la courbe **u_c=f(t)**
2) Exprimer la charge q du condensateur en fonction de I et de t. en déduire l'expression de **u_c** en fonction de I, C et t.
3) Déterminer la capacité C du condensateur.
4) A la date t=10s, calculer la charge portée par chacune des armatures A et B.
5) Calculer l'énergie emmagasinée par le condensateur à la date **t=8s**
6) La valeur indiquée par le constructeur est C=21µF à 10% près. La valeur obtenue est-elle en accord avec la tolérance du constructeur ?

2

I- le montage ci-contre est formé par un générateur de tension de f.e.m **E=10V**, un résistor de résistance **$R = 100\Omega$**, un condensateur totalement déchargé de capacité C et un interrupteur K.A l'origine des temps **t=0**, en ferme l'interrupteur **K**.



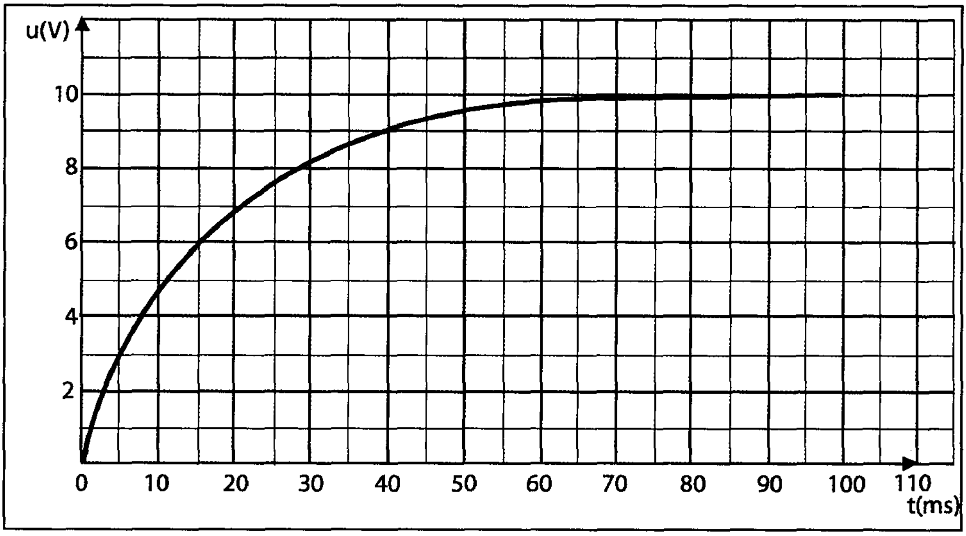
1) a- représenter par des flèches la tension u_c aux bornes du condensateur et la tension u_R aux bornes du résistor.
b- Etablir une relation entre **E, u_c** et **u_R**.
c- Déduire l'équation différentielle relative à **u_c**.
d- Sachant que la solution de l'équation différentielle est de la forme $u_c = Ae^{-\alpha t} + B$.

Déterminer **A,B** et **α** .

e- Etablir l'expression de l'intensité du courant i(t).

2) Un oscilloscope à mémoire permet de visualiser $u_c(t)$.

Le chronogramme obtenu est le suivant :



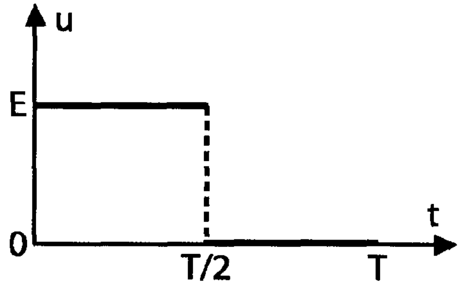
a- Expliquer pourquoi on utilise un oscilloscope à mémoire.

b- Définir puis déterminer graphiquement la constante de temps τ .

c- Déduire la valeur de la capacité C.

d- A la date **t=5 ms** déterminer, en utilisant la courbe $u_c(t)$, l'intensité qui traverse le circuit.

II- Si on ne dispose pas d'oscilloscope à mémoire on peut utiliser un GBF à masse flottante délivrant une tension en créneaux comme l'indique la figure ci-contre. La fréquence de cette tension est f=6 Hz



1) Schématiser le circuit qui comporte le GBF, le résistor et le condensateur.

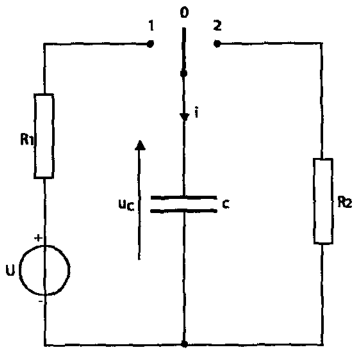
2) Représenter par des flèches les tensions $u_c(t)$ et $u_R(t)$.

3) Indiquer sur le schéma du circuit les branchements à l'oscilloscope permettant de visualiser $u_c(t)$ et $u_R(t)$.

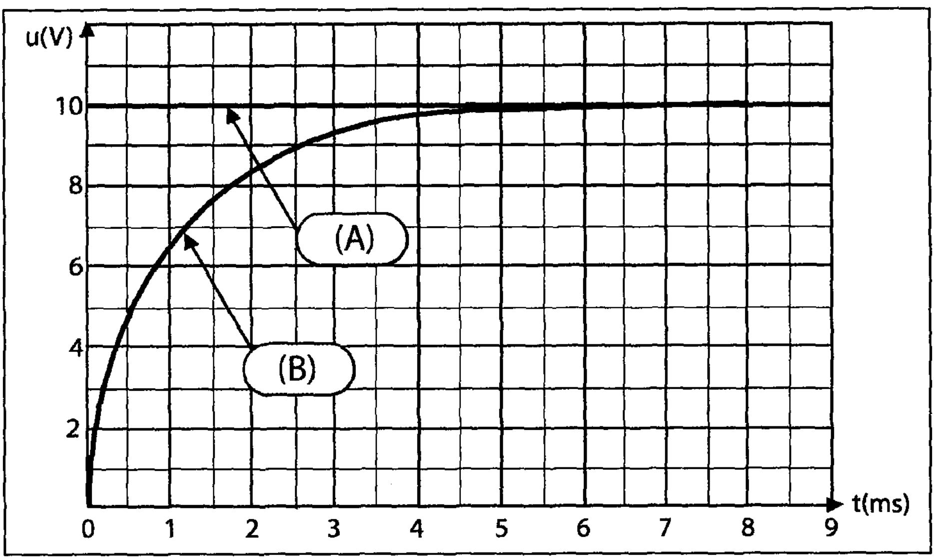
4) Sachant que lorsque **$t=5\tau$**, le condensateur est supposé complètement chargé. Montrer que, pour observer le régime permanent, la fréquence de u(t) du GBF doit être inférieure ou égale à une valeur limite **f_0** que l'on déterminera.

5) Tracer sur une demi-période de u(t), la tension $u_c(t)$ et $u_R(t)$.

3 On considère le circuit de la figure ci-dessous ; formé par :
Un générateur de f.e.m E=10V, un résistor de résistance $R_1=500\,\Omega$.
Un condensateur de capacité C et un résistor de résistance $R_2=1k\Omega$.
Un oscilloscope à mémoire permet de suivre l'évolution temporelle de deux tensions. Le condensateur est initialement déchargé.



I- A t=0 on bascule l'interrupteur à la position 1. On obtient sur l'écran de l'oscilloscope les deux courbes A et B de la figure suivante :



1) Des courbes A et B quelle est celle qui correspond à la tension aux bornes du condensateur ? Justifier.
2) Faire les branchements nécessaires à l'oscilloscope, qui permettent d'observer ces deux courbes.
3) Evaluer graphiquement la durée pour charger complètement le condensateur.

4) Quelle expérience proposer vous pour charger moins vite le condensateur ? Représenter sur la figure l'allure du graphe obtenu.
5) Etablir l'équation différentielle relative à u_c, tension aux bornes du condensateur.
6) Montrer que $U_c=E[1-e^{-t/\tau}]$ est solution de l'équation différentielle si τ correspond à une expression que l'on déterminera.
7) Calculer la valeur du rapport $\frac{u_c}{E}$ si $t=\tau$. Déterminer τ graphiquement. En déduire la valeur de la capacité du condensateur.
8) Calculer $\frac{u_c}{E}$ si $t=5\tau$. Comparer ce résultat à celui de la question 3 et conclure.
9) a- Etablir l'expression de i(t) par deux méthodes. En déduire l'allure de la courbe i(t) en précisant sa valeur initiale I_0.
b- L'allure de cette courbe pourrait être fournie par une tension. Laquelle ? Cette tension est elle observable avec le montage proposé ?
c- Refaire un schéma modifié permettant d'observer cette tension et la tension aux bornes du circuit RC, en précisant les branchements de l'oscilloscope.
10) A l'instant t=1ms déterminer par deux méthodes l'intensité du courant qui traverse le circuit.
11) Calculer l'énergie emmagasinée par le condensateur lorsqu'il est totalement chargé.

II- Le condensateur étant chargé, on bascule l'interrupteur K la position 2.
1) Etablir l'équation différentielle relative à u_c, tension aux bornes du condensateur.
2) Que devient l'expression de u_c ?
3) Indiquer l'allure de la courbe montrant l'évolution temporelle de u_c pendant la décharge.
4) Etablir l'expression de i(t).
5) Représenter l'allure de la courbe montrant l'évolution temporelle de l'intensité i(t).
6) Des deux grandeurs $u_c(t)$ et i(t), quelle est celle qui n'est pas une fonction continue du temps ?

III- Le même condensateur initialement non chargé, est chargé à présent par un générateur de courant constant de 1 mA.
A l'instant t = 0, on ferme l'interrupteur K.
1) Tracer l'allure de la courbe $u_c=f(t)$ et $i=g(t)$.
2) Déterminer l'instant t_1 auquel la tension aux bornes du condensateur atteint 10V.
3) Déterminer l'instant t_2 auquel l'énergie emmagasinée dans le condensateur est égale à 1 mJ.

4) La tension de claquage du condensateur est uc=50V, au bout de combien de temps le condensateur claque-t-il ?

4

Avec un générateur délivrant à ses bornes une *tension constante* **E=10V**, *un résistor de* résistance **R**. un condensateur de capacité **C** et un interrupteur, on réalise le montage suivant (**figure** 1) :

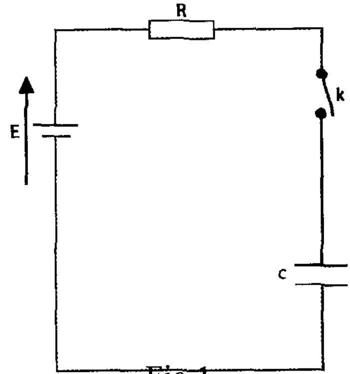


Fig 1

1) On visualise à l'aide d'un système d'acquisition relié à un ordinateur la tension aux bornes du générateur et la tension aux bornes du condensateur.

a- Expliquer pourquoi on doit utiliser un oscilloscope à mémoire ou une interface d'acquisition reliée à un ordinateur.

b- Reproduire la **figure 1**, et faire les connexions à l'oscilloscope, qui permettent cette visualisation.

2) On ferme l'interrupteur. Le système d'acquisition permet de déduire la courbe de l'évolution de la charge **q** en fonction du temps (**fig 2**)

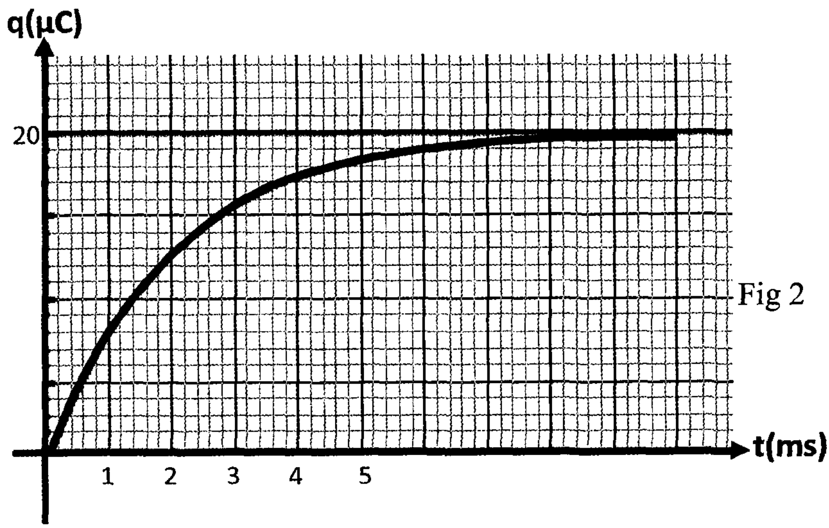


Fig 2

a- Etablir l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_c(t)$.

b- En déduire l'équation différentielle vérifiée par **q(t)**.

c- La solution de l'équation différentielle en **q(t)** est de la forme $q(t) = A(1 - e^{-\alpha t})$ ou **A** et α des constantes.

c_1 : Déterminer les constantes A et α donner leurs signification physique et leurs unités.

c_2 : Ecrire l'expression de **q(t)** en fonction de **E,R,C** et **t**.

3) a- En exploitant la courbe **q(t)** de la **figure 2**. Déterminer la charge maximale $\mathbf{Q_m}$.

b- En déduire la valeur de la capacité **C**.

4) a- Etablir l'expression de l'intensité du courant **i(t)**.

b- Montrer que l'expression de **i** à l'instant **t=0** permet de déduire graphiquement la constante du temps τ du dipôle **RC**.

c- Déterminer τ .

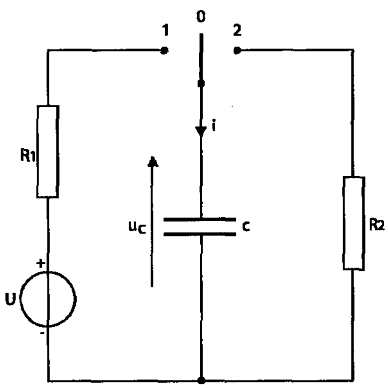
d- En déduire la valeur de la résistance **R**.

e- En exploitant la courbe **q(t)**. Montrer graphiquement que l'intensité du courant dans le circuit décroit jusqu'à s'annuler.

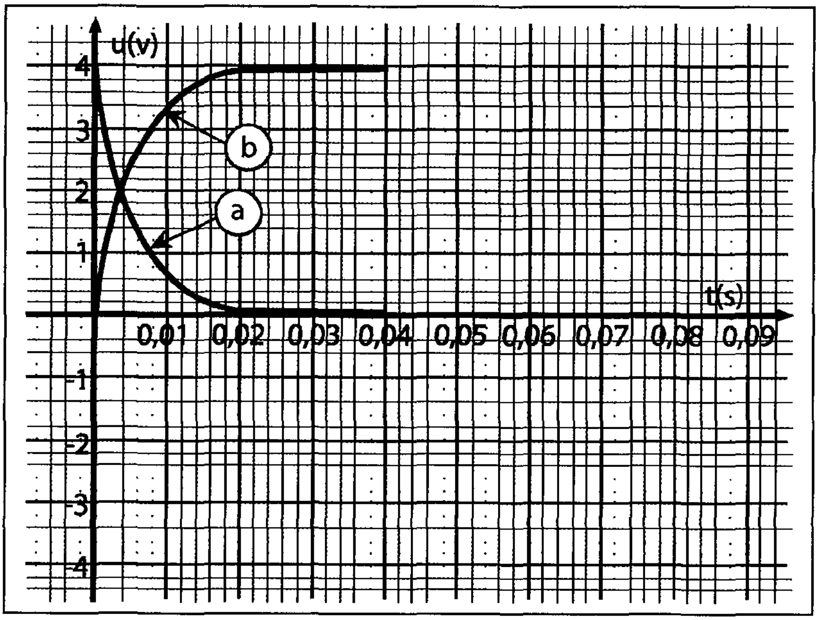
5

Le circuit électrique représenté par la figure 1 est constitué des éléments suivants :

- un générateur de tension de f.e.m E et de résistance interne nulle.
- Deux résistors de résistances $\mathbf{R_1}$ inconnue et **R2=40 Ω** .
- Un Condensateur de capacité C, initialement déchargé.
- Un commutateur K.



I- A l'instant t=0, on place le commutateur K dans la position 1. Un oscilloscope à mémoire permet d'obtenir les courbes de variation de la tension $u_c(t)$ aux bornes du condensateur et la tension $u_{R1}(t)$ aux bornes du résistor R_1.



1) a- Indiquer les connexions à l'oscilloscope qui permettent de visualiser $\mathbf{u_c(t)}$ et $\mathbf{u_R(t)}$.

b- Préciser, en le justifiant, le graphe correspondant à $\mathbf{u_{R1}(t)}$ et celui correspondant à la tension $\mathbf{u_c(t)}$.

2) a- Etablir l'équation différentielle régissant les variations de $\mathbf{u_c(t)}$.

b- Déterminer l'expression de uc(t) en fonction de **E,R$_1$,C** et **t**.

c- sachant que lorsque le régime permanent est établi, la charge électrique emmagasinée par le condensateur est $\mathbf{Q_0=4.10^{-4}C}$. calculer la capacité C du condensateur.

3) a- donner l'expression de la constante de temps τ_1 d'un dipôle RC. Montrer que τ_1 est homogène à un temps.

b- Montrer que l'équation différentielle régissant les variations de $u_{R1}(t)$ au cours du temps peut s'écrire sous la forme $\boldsymbol{\tau_1 \frac{du_{R1}}{dt} + u_{R1} = 0}$

c- la solution générale de cette équation est de la forme : $\mathbf{u_{R1}(t) = Ae^{-\alpha t}}$.

Déterminer **A** et α.

4) a- Déterminer graphiquement τ_1. Préciser la méthode utilisée.

b- Calculer la valeur de R_1.

c- Calculer l'énergie électrique emmagasinée dans le condensateur lorsque $\mathbf{u_{R1}(t)=u_c(t)}$.

II- Le condensateur est complètement chargé, on bascule le commutateur K à la position 2 à l'instant **t=0,04s** choisi comme nouvelle origine des dates **t'=0s**.

1) a- Etablir l'équation différentielle relative à $u_c(t)$.

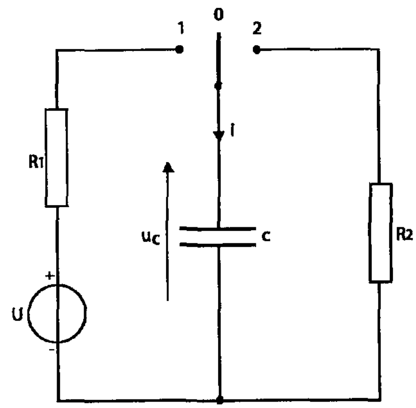
b- Vérifier que $u_c(t) = E.e^{-\frac{t}{R_2C}}$ est une solution de l'équation différentielle.

c- Déduire l'expression de $u_{R2}(t)$ au cours de la décharge.

d- calculer la valeur de la constante de temps τ_2.

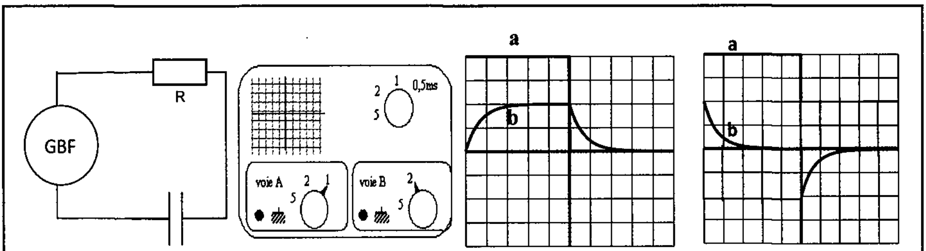
e- Compléter la figure en traçant $u_c(t)$ et $u_{R2}(t)$ tout en précisant les valeurs correspondantes à l'instant t=0.04s et à la fin de la décharge. On suppose que le condensateur est complètement déchargé après 5 τ_2

6 On considère le montage ci-dessous. Le condensateur a une capacité C=2µF, la résistance R_1 vaut $500\,k\Omega$ et la résistance R_2 vaut $1\,M\Omega$. Le générateur de tension continue a une f.e.m E de 10V.



1) Calculer la constante de temps du dipôle R_1C.
2) A l'instant t=0, on bascule l'inverseur en position 1. Déterminer à t=10s :
a- La valeur de la tension uc aux bornes du condensateur.
b- L'intensité du courant I circulant dans le circuit.
3) A l'instant t=20s, on bascule l'inverseur en position 2. Déterminer la valeur de la tension u_c aux bornes du condensateur à t=22s.

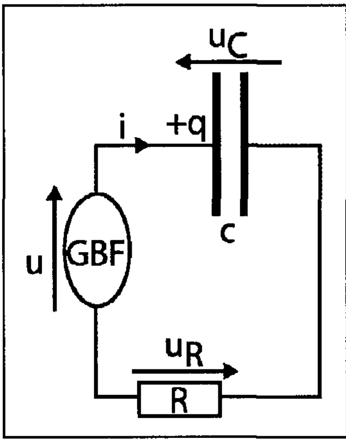
7 On réalise un circuit comprenant : un générateur basse fréquence, un résistor de résistance $R=100\,\Omega$ et un condensateur de capacité C. Le générateur délivre une tension u périodique en créneaux de fréquence f=200Hz qui vaut 4V pendant la première demi période et U=0V pendant l'autre moitié.

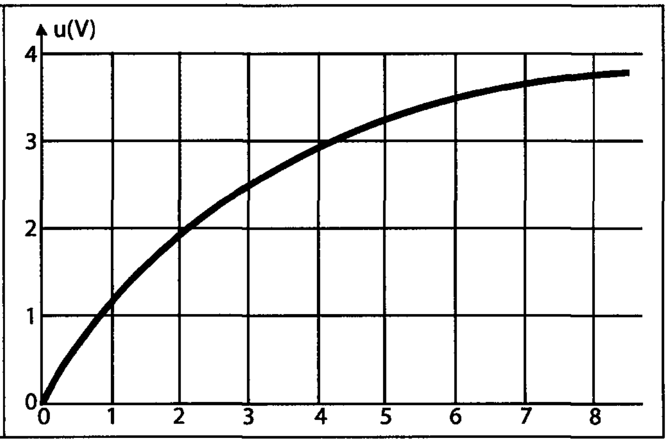


Oscillogramme 1 Oscillogramme 2

Partie A :
Etude de l'oscillogramme 1 :
L'oscillogramme a été obtenu à l'aide d'un oscilloscope dont on a représenté la façade avant. Le réglage est tel que la durée du balayage correspond à une période de la tension u. L'une des courbes correspond à la tension u imposée par le générateur, l'autre à la tension aux bornes de l'un des composants R ou C. Pour chaque voie lorsque le spot est sur la médiane horizontale, la tension est nulle.
1) Que représente la courbe visualisée sur l'entrée B ? Comment appelle t-on le phénomène observé ?
2) Reproduire le schéma du circuit et indiquer les connexions vers les entrées A et B de l'oscilloscope ainsi que celle vers la mase de l'oscilloscope.
3) Quelle est la valeur maximale de la tension aux bornes du condensateur ?
4) En justifiant votre réponse, préciser les sensibilités choisies pour la base de temps et pour la déviation verticale de chaque voie. On donnera les réponses en ms/div et en V/div.
5) La capacité C conserve la même valeur. Tracer l'allure des courbes obtenues si :
a- On augmente R (par exemple on multiplie sa valeur par 2)
b- On diminue R (par exemple on divise sa valeur par 2)
Partie B : Etude de l'oscillogramme 2 :
Le circuit reste le même. On ne modifie pas le choix des sensibilités de l'oscilloscope, mais celui-ci est branché différemment et on obtient l'oscillogramme 2.
1) Que représente la courbe visualisée par l'entrée B ?
2) Reproduire le schéma du circuit en précisant les nouvelles connexions vers l'oscilloscope.
Partie C : Détermination de la capacité C :
Le circuit est utilisé pour étudier avec précision la charge du condensateur, c'est-à-dire l'évolution de la tension u_c aux bornes condensateur (initialement déchargé) en fonction du temps lorsqu'à t=0 la tension aux bornes du générateur

passe brutalement de 0 à 4V. Les notations et conventions adoptés sont les suivantes :





1) Exprimer littéralement chacune des tensions u_R et u_C.
2) Ecrire la relation vérifiée par les tensions fléchées puis établir l'équation différentielle da la charge, c'est-à-dire la relation existant entre u_c, sa dérivée par rapport au temps et u.
3) Vérifier que la grandeur τ =RC a la dimension d'un temps.
4) L'enregistrement de u_c en fonction du temps est fourni ci-dessus.
a- Après une durée de charge égale à τ, exprimer la tension aux bornes du condensateur en fonction de E.
b- Déterminer la valeur de C.
c- Déterminer à cette date $t=\tau$ la valeur de :
i. La tension aux bornes du résistor.
ii. L'intensité du courant i qui traverse le circuit.
5) Représenter sur le même graphe la courbe $u_R(t)$.

8

I- Étude théorique d'un dipôle RC soumis à un échelon de tension.

Le montage du circuit électrique schématisé ci-dessous (figure 1) comporte :
- un générateur idéal de tension de force électromotrice E = 12,0 V ;
- un conducteur ohmique de résistance R inconnue ;
- un condensateur de capacité C = 120 µF ;
- un interrupteur K.

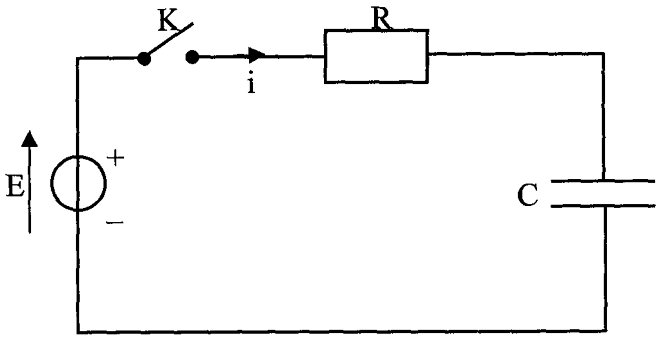
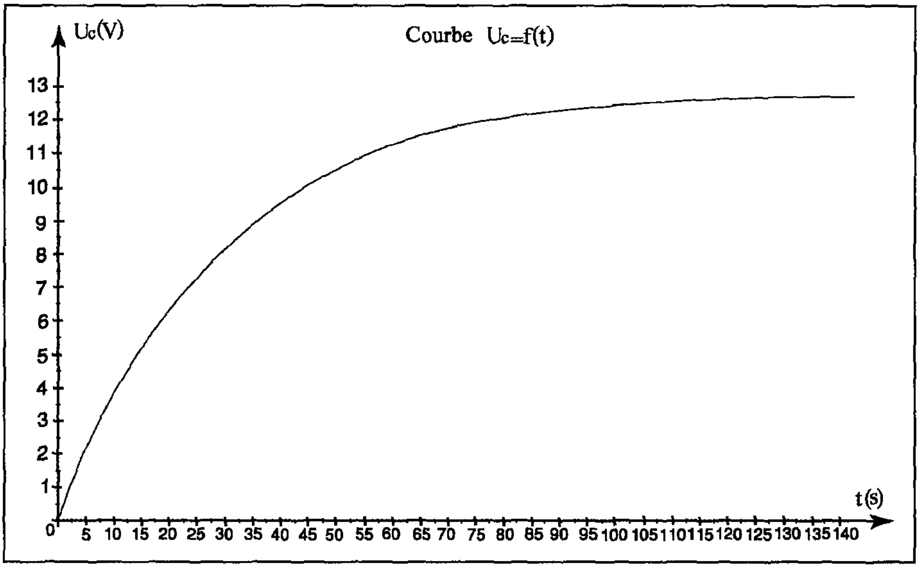


Figure 1

Le condensateur est initialement déchargé.
À la date $t = 0$, on ferme l'interrupteur K.
1) En utilisant la convention récepteur, représenter par des flèches sur la figure ci-dessus les tensions u_C aux bornes du condensateur et u_R aux bornes du conducteur ohmique.
2) Donner l'expression de u_R en fonction de i.
3) Donner l'expression de i en fonction de la charge q du condensateur.
4) Donner la relation liant q et u_C.
5) En déduire l'expression de i en fonction de la capacité C et de la tension u_C.
6) En appliquant la loi d'additivité des tensions, établir une relation entre E, u_R et u_C.
7) Établir l'équation différentielle notée (1) à laquelle obéit u_C.
8) a- Vérifier que $u_C = E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ est solution de l'équation différentielle (1), avec $\tau = RC$

b- De même, vérifier que $u_C = E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ respecte la condition initiale.
9) On s'intéresse à la constante de temps du dipôle RC : $\tau = RC$.
a- Vérifier que le produit $\tau = RC$ est bien homogène à une durée.
b- La courbe ci-dessous $u_C = f(t)$, donne la variation de u_c au cours du temps.



b_1- déterminer graphiquement la valeur de τ.
b_2- En déduire la valeur de la résistance R.

II- Application.

Au dipôle RC précédemment étudié, on associe un montage électronique qui commande l'allumage d'une lampe :
- La lampe s'allume lorsque la tension u_C aux bornes du condensateur est inférieure à une valeur limite $u_{al} = 6,0$ V ;
- La lampe s'éteint dès que la tension u_C aux bornes du condensateur est supérieure à cette valeur limite $u_{al} = 6,0$ V.

Le circuit obtenu (figure 3) est le suivant :

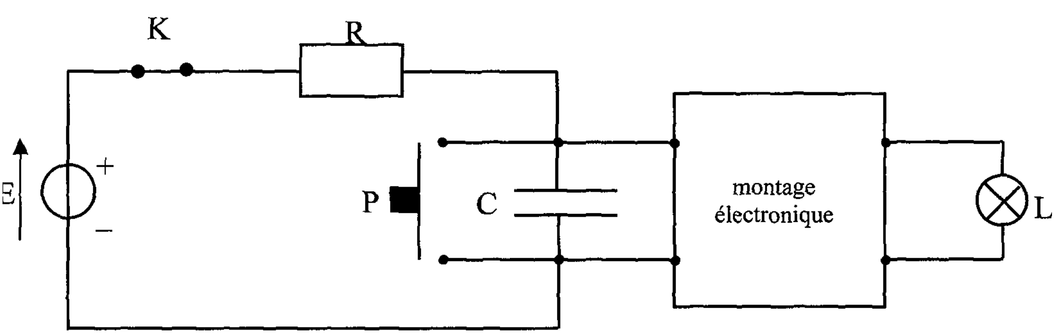


figure 3

Fonctionnement du bouton poussoir :

Lorsqu'on appuie sur le bouton poussoir, ce dernier entre en contact avec les deux bornes du condensateur et se comporte comme un fil conducteur de résistance nulle. Il provoque la décharge instantanée du condensateur.
Lorsqu'on relâche le bouton poussoir, ce dernier se comporte alors comme un interrupteur ouvert.

1) Le condensateur est initialement chargé avec une tension égale à 12 V, la lampe est éteinte. On appuie sur le bouton poussoir P.
Que devient la tension aux bornes du condensateur u_C pendant cette phase de contact ?
La lampe s'allume-t-elle ? Justifier la réponse.
2) On relâche le bouton poussoir.
a- Comment évolue qualitativement la tension aux bornes du condensateur au cours du temps ?
b- La constante de temps du dipôle RC utilisé est $\tau = 25$ s.
Comment évolue l'état de la lampe aussitôt après avoir relâché le bouton poussoir ?
c- En vous aidant de la solution de l'équation différentielle, donner l'expression littérale de la date t_{al}, à laquelle la tension aux bornes du condensateur atteint la valeur limite u_{al} en fonction de u_{al}, E et τ.
d- Calculer la valeur de t_{al} durée d'allumage de la lampe.
e- Retrouver graphiquement la valeur de t_{al} à l'aide de la courbe $u_C = f(t)$ fournie Indiquer clairement cette durée sur le graphe.

3) La tension aux bornes du générateur E étant constante, on voudrait augmenter la durée d'allumage. Quels sont les deux paramètres du circuit électrique de la figure 1 sur lesquels on peut agir ?
Préciser pour chacun d'entre eux comment ils doivent varier.

Corrigés

1

1) Voir courbe.

2) $I = \frac{q}{t} \Rightarrow q = I.t$

$u_c = \frac{q}{C} = \frac{I}{C}.t$

3) La courbe u_c=f(t) est une droite qui passe par l'origine $\Rightarrow u_c$=kt avec $k=\frac{I}{C}$;

k est la pente de la droite $k=0,5Vs^{-1}$

D'où $C=\frac{I}{k}$; AN $C=\frac{0,01\times10^{-3}}{0,5}=2.10^{-5}F$

4) $C_{const}=21\mu F \pm 10\% \Rightarrow C_{const}=(21\pm2,1)\mu F$ or $C_{exp}=2.10^{-5}F=20\mu F$.

$18,9\mu F \leq C_{exp} \leq 23,1\mu F \Rightarrow$ La valeur obtenue est bien en accord avec la tolérence du constructeur.

5) $q_A > 0$; $q_B < 0$ et $q_A = -q_B = c.u_c$

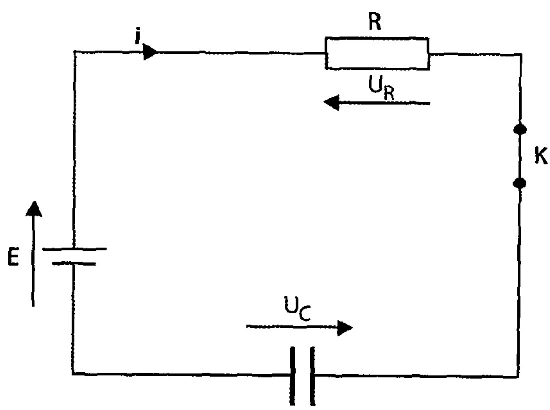
<u>AN</u> $q_A = -q_B = 10^{-4}C$.

6) $E_e=\frac{1}{2}C\,u_c^2$; AN $E_e=\frac{1}{2}\times2.10^{-5}\times4^2=1,6.10^{-4}J$

2

I.

1) a-



b- D'après la loi des mailles : $u_c+u_R-E=0$

$u_c+u_R=E$.

c- $u_R=Ri$; $i=\dfrac{dq}{dt}$ et $q=c.u_c \Rightarrow i=c.\dfrac{du_c}{dt}$

$\Rightarrow u_c+u_R=E$ devient $u_C+Ri=E$

$\Rightarrow \boxed{u_C+RC\dfrac{du_c}{dt}=E}$ équation différentielle relative à u_c.

d- $u_c=Ae^{-\alpha t}+B$; $\dfrac{du_C}{dt}=-\alpha Ae^{-\alpha t}$

à $t=0$ $u_C=A+B=0 \Rightarrow A=-B \Rightarrow u_C=A(e^{-\alpha t}-1)$

L'équation différentielle devient :

$A(e^{-\alpha t}-1)-RC\alpha Ae^{-\alpha t}=E$

$\Rightarrow Ae^{-\alpha t}\left[1-RC\alpha\right]-A=E$

Pour que cette équation différentielle soit vérifiée quelque soit t il faut que –A=E et 1- RCα

$$\Rightarrow \alpha=\frac{1}{RC}=\frac{1}{\mathcal{T}}$$

$$d'où\ \boxed{u_C=E\left(1-e^{-\frac{t}{\mathcal{T}}}\right)}$$

e- $i=\dfrac{dq}{dt}=C.\dfrac{du_C}{dt}=C\left(-\alpha Ae^{-\alpha t}\right)$ en tenant compte de A= - E et

$\alpha=\dfrac{1}{\mathcal{T}}$ avec $\mathcal{T}=RC$

$i=\dfrac{E}{R}e^{-\frac{t}{\mathcal{T}}}$

2) a- L'oscilloscope à mémoire sert à mémoriser l'oscillogramme pour le traiter alors qu'un oscilloscope analogique donne de u_C un oscillogramme (momentané) qui disparait très rapidement.

b- La constante de temps $\mathcal{T}$ est la durée au bout de laquelle un condensateur atteint 63% de sa charge maximale. Graphiquement $\mathcal{T}$ est le temps où la tangente à l'origine coupe l'asymptote horizontale $u_C=E$

soit $\mathcal{T}$= 15 ms.

c- $\mathcal{T}=RC \Rightarrow C=\dfrac{\mathcal{T}}{R}=\dfrac{15.10^{-3}}{100}=1{,}510^{-6}F$

d- $i = \frac{u_R}{R} = \frac{E - u_C}{R} = \frac{10-3}{100} = 7.10^{-2}\,A$

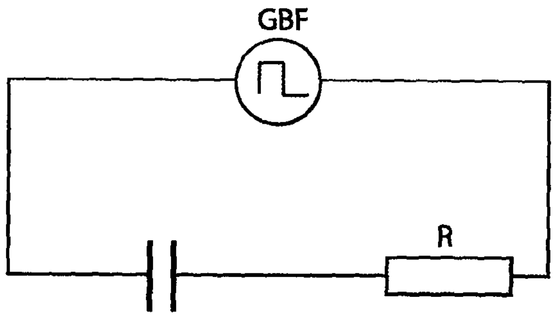
Autre méthode :

$i = c\frac{du_C}{dt} = c.p(T)$ où p(T) pente de la tengente à la courbe u_C à t=5ms

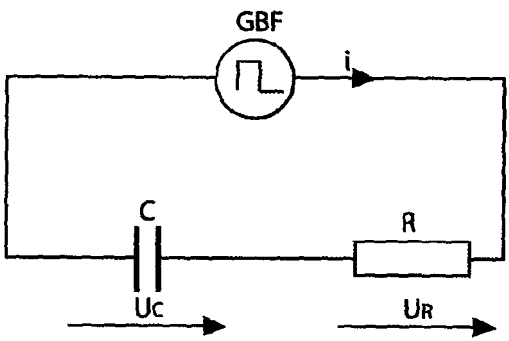
on trouve $i = 7.10^{-2}\,A$.

II.

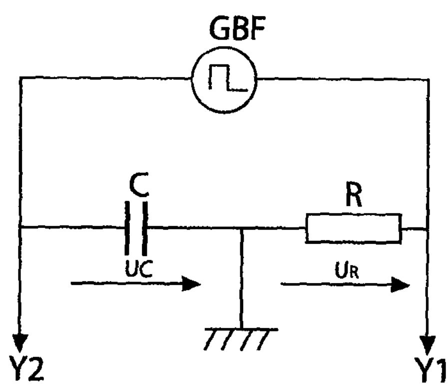
1)



2)



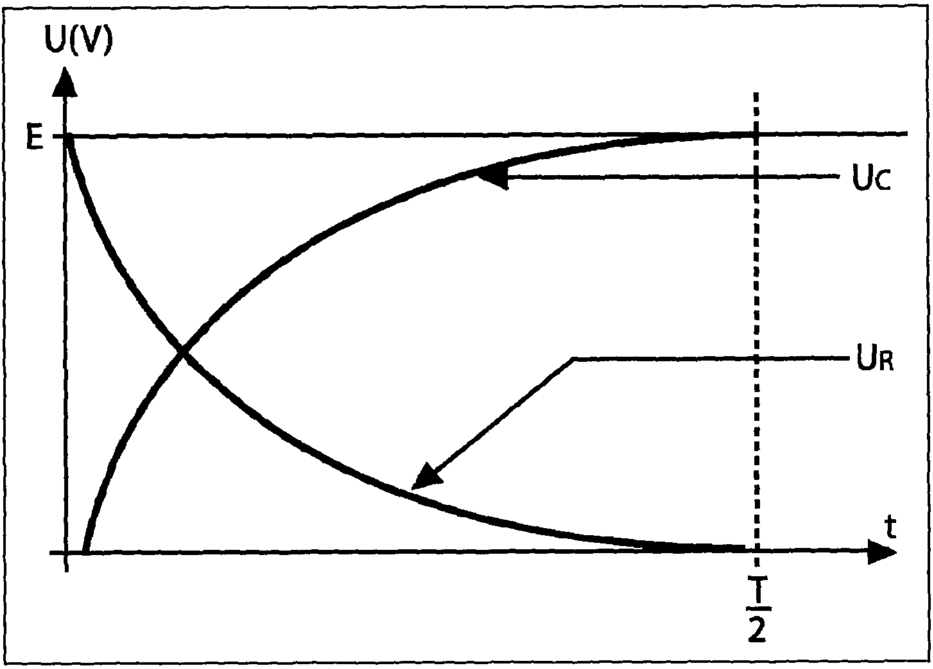
3)



Il faut procéder à l'inversion de y_2 pour pouvoir visualiser $u_C(t)$.

4) $\frac{T}{2} \geq 5\mathcal{T} \Leftrightarrow T \geq 10\tau$ soit alors $f_0 \leq \frac{1}{10\tau}$

5)



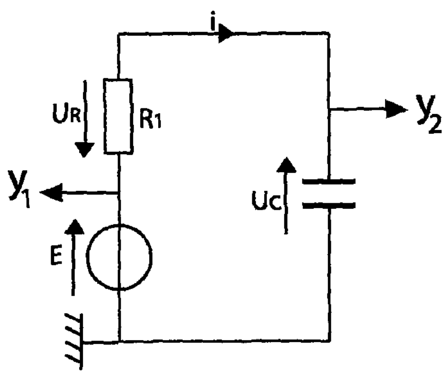
3

I.

1) Le condensateur est initialement déchargé alors, à t=0s u_C=0. D'où la courbe (B) représente U_C.

Autrement , lorsqu'on ferme K sur 1 le condensateur se charge, la tension à ses bornes croit de 0 jusqu' à atteindre E d'où (B) représente u_C.

2)



3) Lorsque le condensateur est complément chargé à E= 10V. Graphiquement : u_C= E à t=5ms

4) Pour charger moins vite le condensateur, on doit augmenter la résistance du circuit.

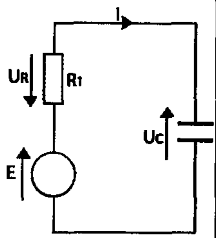
5) D'après la loi des mailles

$$u_{R_1} + u_C + E = 0$$

$$R_1 . i + u_C = E$$

$$R_1 = \frac{dq}{dt} + u_C = E$$

$$\boxed{R_1 C \frac{du_C}{dt} + u_C = E}$$



(q=C.u C)

Remarque : $R_1.i + U_C = E$

$$R_1.i + \frac{q}{C} = E$$

$$\text{or } i = \frac{dq}{dt}$$

$$\Rightarrow R_1 \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = E$$

$$\Rightarrow \boxed{R_1 C \frac{dq}{dt} + q = EC}$$

équation différentielle relative à q.

6) $u_C = E (1\text{-}e^{-\frac{t}{\tau}})$

$$\frac{du_C}{dt} = \frac{E}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$R_1 C . \frac{E}{\tau} . e^{-\frac{t}{\tau}} + E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = E$$

$$\frac{RC}{\tau} . E . e^{-\frac{t}{\tau}} + E - E . e^{-\frac{t}{\tau}} = E$$

$$E . e^{-\frac{t}{\tau}} (\frac{R_1 C}{\tau} - 1) + E = E$$

$$\frac{R_1 C}{\tau} - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{R_1 C}{\tau} = 1$$

$$\Rightarrow \boxed{RC_1 = \tau}$$

7) $\frac{u_C}{E} = 1 - e^{-\frac{t}{\tau}}$

à $t=\tau$; $\frac{u_C}{E}=1-e^{-1}=0{,}63$

$\Rightarrow u_C = 0{,}63E = 6{,}3V$

Graphiquement $\tau = 1ms$

$\Rightarrow C=\frac{\tau}{R_1}$ AN: $C = \frac{1\times10^{-3}}{500}=2.10^{-6}F = 2\mu F$

8) $\frac{u_C}{E}=1-e^{-\frac{t}{\tau}}$

Si $t=5\tau$ $\Rightarrow \frac{u_C}{E}=1-e^{-5}=0{,}99$

$\Rightarrow u_c = 0{,}99E \simeq E$

Le condensateur est complément chargé après une durée $t=5\tau = 5ms$ ce qui est en accord avec la question 3.

9) a- 1ère méthode :

$u_{R_1}+u_C=E$

$E_1.i+u_C=E$

$$i=\frac{E-u_C}{R_1}=\frac{E-E(1-e^{-\frac{t}{\tau}})}{R_1}$$

$$\boxed{i=\frac{E}{R}.e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

2ème méthode :

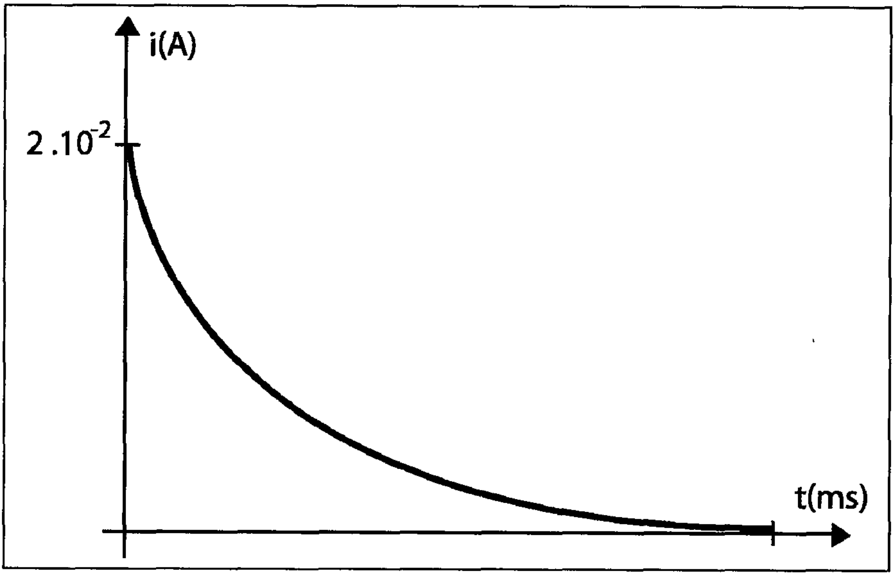
$$i=C\frac{du_C}{dt}=\frac{CE}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$i=\frac{\cancel{C}E}{R_1\cancel{C}}.e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\boxed{i=\frac{E}{R}.e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

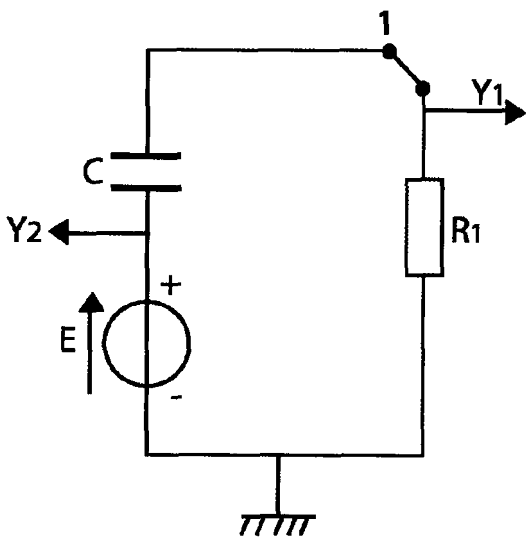
- si, $t=0$; $i=I_0=\frac{E}{R_1}=\frac{10}{500}=\boxed{2.10^{-2}A=I_0}$

- si, $t = \infty$ $i\rightarrow 0$



b- L'allure de cette courbe peut être fournie par la tension u_R car $u_R = R.i$.
Cette tension n'est pas observable avec le montage proposé à cause d'un problème de masse.

c-



10) <u>1</u>

$$i = \frac{10}{500} e^{-\frac{1}{1}} = 7,4.10^{-3}\,\mathrm{A}$$

2ème méthode :

$$i = \frac{E - u_C}{R_1} = \frac{10 - 6,3}{500} = 7,4.10^{-3}\,A$$

11) Lorsque le condensateur est totalement chargé $u_C = E$

$$E_C = \frac{1}{2}.C.u_c^2 = \frac{1}{2}.2.10^{-6}.10^2 = \boxed{10^{-4}\,J}$$

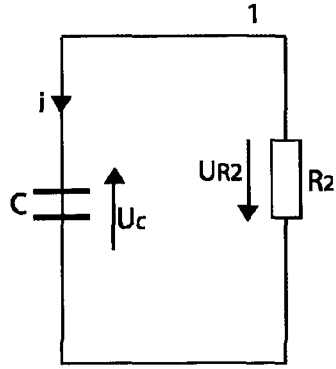
II.

1) D'après la loi des mailles

$$u_C + u_{R2} = 0 \Rightarrow u_C + R_2 i = 0$$

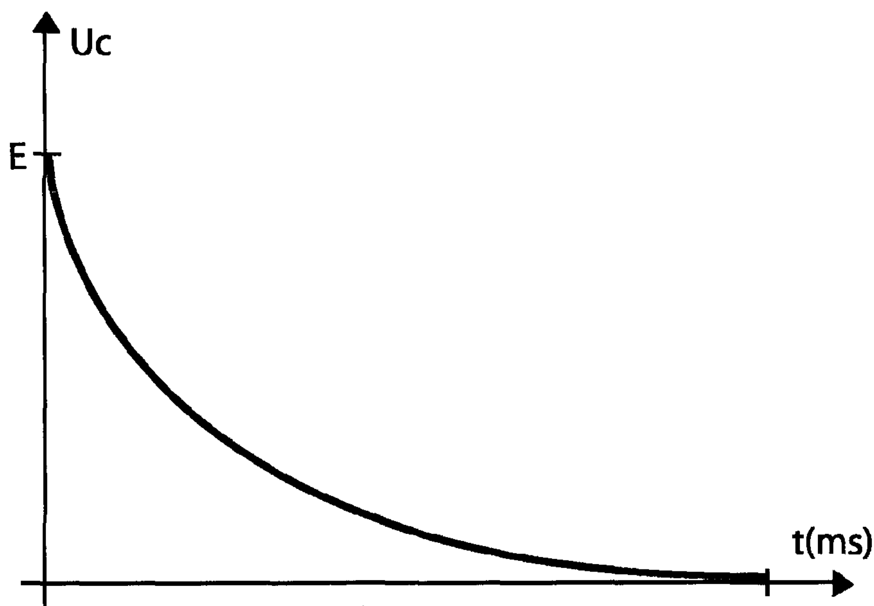
or $i = \dfrac{dq}{dt}$ et $q = C.u_C \Rightarrow i = c.\dfrac{du_C}{dt}$

$$\Rightarrow \boxed{u_C + R_2 C\frac{du_C}{dt} = 0}$$



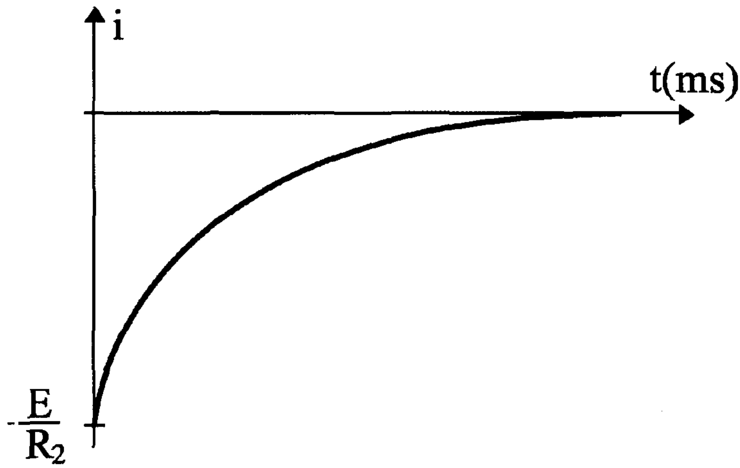
2) La solution de l'équation différentielle est : $u_C = E.e^{-\frac{t}{\tau}}$ avec $\tau = R_2C$

3)



4) $$i = \frac{u_R}{R_2} = \frac{-u_C}{R_2} = -\frac{E}{R_2}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

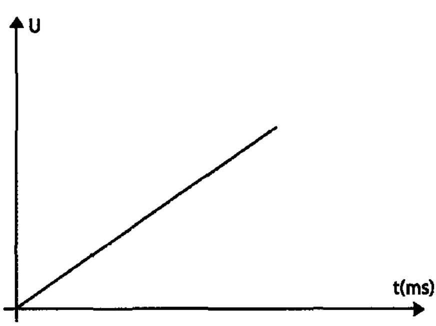
5)

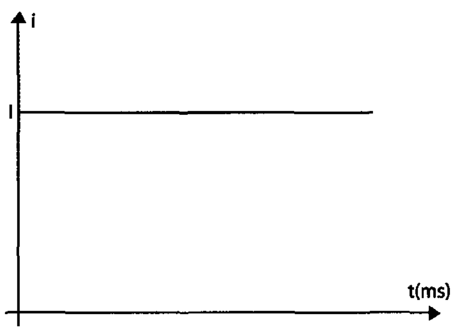


6) I (t) n'est pas une fonction continue du temps.

III.

1)





2) $u_C = \frac{q}{C} = \frac{It_1}{C} \Rightarrow t_1 = \frac{C.u_C}{I}$; $AN\ t_1 = \frac{2.10^{-6} \times 10}{10^{-3}} = 210^{-2}\,s$

3) $E_e = \frac{1}{2C}q^2 = \frac{1}{2C}I^2t_2^2 \Rightarrow t_2\sqrt{\frac{2CE_e}{I^2}}$

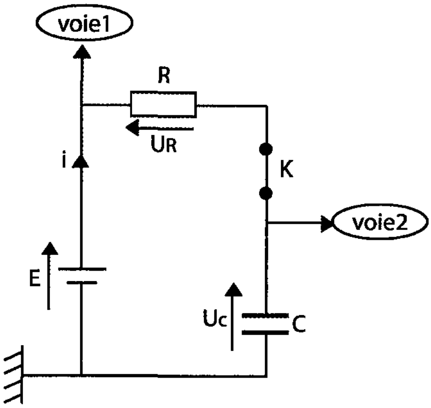
$$AN\ t_2 = \sqrt{\frac{2 \times 2.10^{-6} \times 10^{-3}}{(10^{-3})^2}} = 6,32.10^{-2}\,s$$

4

1)

a- Un oscilloscope à mémoire permet de mémoriser la courbe à fin de l'exploiter et la traiter.

b-



2)

a- La loi des mailles : $u_C + u_R - E = 0 \Rightarrow u_C + Ri = E$

Or $i = \dfrac{dq}{dt} = C.\dfrac{du_C}{dt}$

$\Rightarrow u_C + RC\dfrac{du_C}{dt} = E$

b- $q = C.u_c \Rightarrow q + RC\dfrac{dq}{dt} = C.E$

c- $q(t) = A(1 - e^{-\alpha t})$

c₁- $\dfrac{dq}{dt} = +\alpha A e^{-\alpha t}$

L'équation différentielle en q devient :

$A(1 - e^{-\alpha t}) + RC\,\alpha A\, e^{-\alpha t} = CE$

$A\, e^{-\alpha t}[RC\alpha - 1] + A = CE$

Cette équation doit être vérifiée quelque soit t

$\Rightarrow A = CE = Q_0$: charge maximale du condensateur

$\alpha = \dfrac{1}{RC} = \dfrac{1}{\tau}$: inverse de la constante de temps (s^{-1})

c_2- $q(t) = CE(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$

3) a- $Q_m = Q_0 = 20.10^{-6}C$

b- $Q_0 = CE \Rightarrow C = \dfrac{Q_0}{E} = 2.\ 10^{-6}\,F$

4) a- $i = \dfrac{dq}{dt} = \dfrac{E}{R}\ e^{-\frac{t}{\tau}}$

b- $i_0 = \left.\dfrac{dq}{dt}\right)_{t=0} = \left.\dfrac{Q_0}{\tau}\ e^{-\frac{t}{\tau}}\right)_{t=0} = \dfrac{Q_0}{\tau} =$ pente de la tangente à la courbe à t=0

$\Rightarrow \tau = \dfrac{Q_0}{p}$

c- graphiquement $p \simeq 10^{-2} A \Rightarrow \tau = \dfrac{Q_0}{p} = \dfrac{20.\ 10^{-6}}{10^{-2}} = 2.\ 10^{-3}$ s

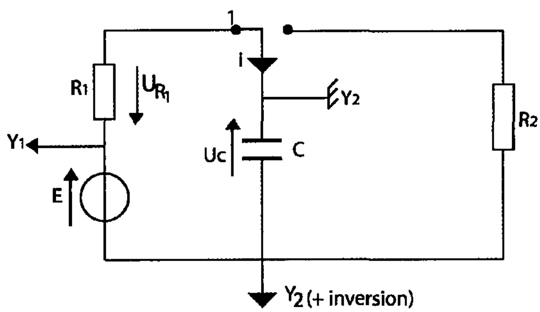
d- $\tau = RC \Rightarrow R = \dfrac{\tau}{C}$; AN $R = \dfrac{2.10^{-3}}{2.10^{-6}} = 10^3\Omega$

e- $i = \dfrac{dq}{dt} = p(T)$: pente de la tangente à la courbe. Au cours du temps la pente diminue jusqu'à s'annuler.

$\Rightarrow$ i diminue jusqu'à s'annuler.

5

I- 1) a-



b- Au cours de la charge la tension aux bornes du condensateur croit (à partir de o si le condensateur est initialement déchargé) d'où :
La courbe b représente uc (t) ; la courbe a représente $u_{R1}(t)$.

2) a- Loi des mailles : $u_C + u_{R1} - E = 0 \Rightarrow u_C + R_1 i = E$

Or $i = \dfrac{dq}{dt}$ et $q = c.u_C \Rightarrow i = c\dfrac{du_C}{dt}$

$$\Rightarrow u_C + R_1C\frac{du_C}{dt} = E$$

b- L'équation différentielle établie précédemment admet une solution de la forme $Ae^{-\alpha t} + B = u_C$

$$\frac{du_C}{dt} = -\alpha Ae^{-\alpha t}$$

L'équation différentielle devient :

$$Ae^{-\alpha t} + B - R_1C\alpha Ae^{-\alpha t} = E$$

$$\Rightarrow \mathrm{B} = \mathrm{E} \text{ et } \alpha = \frac{1}{R_1C}$$

A t=0 $u_C = 0 \Rightarrow A = -B = -E$

D'où $u_C(t) = \mathrm{E}(1 - e^{-\frac{t}{R_1C}})$

c- $U_{C\max} = E = \frac{Q_0}{C} \Rightarrow C = \frac{Q_0}{E}$

A.N $C = \frac{4.10^{-4}}{4} = 10^{-4} F$

3) a- $\tau_1 = R_1C$

$e^{-\frac{t}{R_1C}} = e^{-\frac{t}{\tau_1}}$ est sans dimension $\Rightarrow \tau_1$ a même dimension que t et par suite un temps.

b- $E = u_C + u_{R1} \Rightarrow E = \frac{q}{c} + U_{R1}$ or q= $\int idt$

$$\Rightarrow E = \frac{1}{c}\int idt + u_{R1}; or\ \mathrm{i} = \frac{U_{R1}}{R_1} \Rightarrow E = \frac{1}{R_1C}\int U_{R1}dt + u_{R1}$$

Dérivons par rapport au temps cette équation :

$$o = \frac{1}{R_1C}u_{R1} + \frac{du_{R1}}{dt} \text{ d'où } \tau_1\frac{du_{R1}}{dt} + U_{R1} = 0$$

c- $u_{R1}(t) = Ae^{-\alpha t}$; $\frac{du_{R1}}{dt} = -\alpha Ae^{-\alpha t}$

L'équation différentielle devient :

$$-\alpha A\tau_1 e^{-\alpha t} + Ae^{-\alpha t} = 0$$

$$\Leftrightarrow A_1e^{-\alpha t}(1 - \alpha\tau_1) = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{1}{\tau_1} = \frac{1}{R_1C}$$

4) a- *à* t= τ_1 on a $u_C = 0{,}63\ E = 2{,}52V$

Graphiquement $\tau_1 = 5.10^{-3}s$

b- $\tau_1 = R_1C \Rightarrow R1 = \dfrac{\tau}{C} = \dfrac{5.10^{-3}}{10^{-4}} = 50\Omega$

c- Lorsque $u_{R1} = u_C \Rightarrow u_C = 2V$

D'où $E_e = \dfrac{1}{2}C.u_C^2 = 2.10^{-4}\,J$

II- 1-a- Loi des mailles $u_C + u_{R2} = 0 \Rightarrow u_C + R_2C\dfrac{du_C}{dt} = 0$

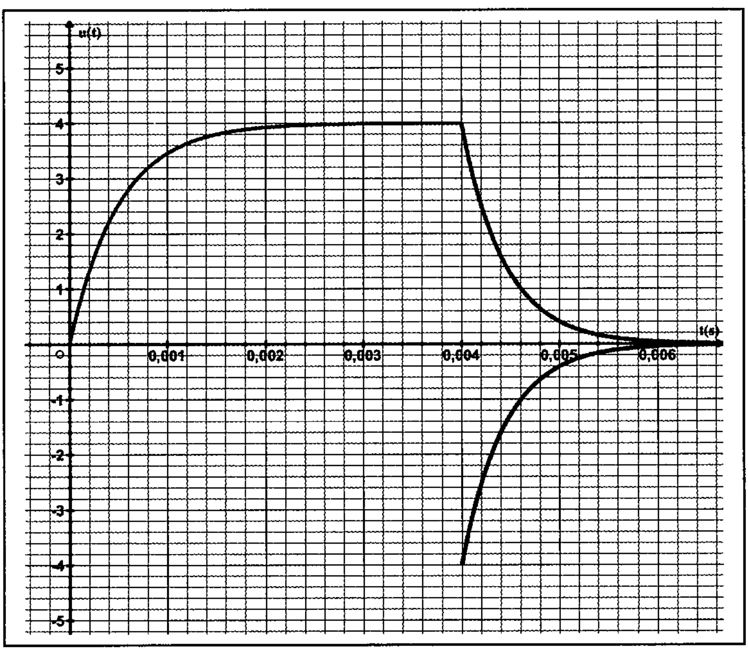
b- $u_C = Ee^{-\frac{t}{R_2C}} \Rightarrow \dfrac{duC}{dt} = -\dfrac{1}{R_2C}Ee^{-\frac{t}{R_2C}}$

L'équation différentielle devient : $Ee^{-\frac{t}{R_2C}} + R_2C\left(\dfrac{-1}{R_2C}Ee^{-\frac{t}{R_2C}}\right) = 0$

c- $u_{R2}(t) = -u_C = -Ee^{-\frac{t}{R_2C}}$

d- $\tau_2 = R_2C = 40.10^{-4} = 4ms$

e-



6

1) $\tau_1 = R_1 C = 500.10^{3} \times 2.10^{-6} = 1s$

2) a- A t=10s > 5τ le condensateur est considéré complètement chargé d'où U_C =E= 10V

b- Lorsque le condensateur est complètement chargé I= 0.

3) lorsque l'inverseur est en position 2, le condensateur se décharge.

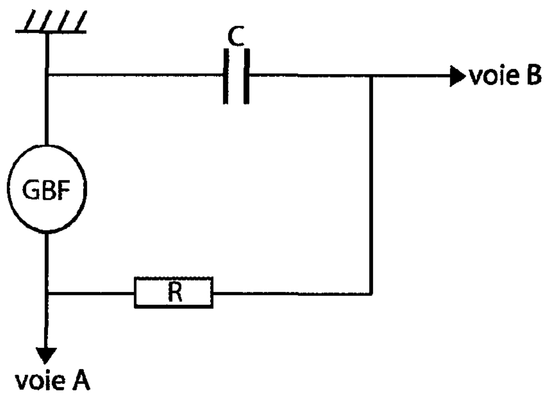
La constante de temps devient $\tau_2 = R_2 C$; $\tau_2 = 10^6 \times 2.10^{-6} = 2s$

à la date t= 22s, le condensateur a mis 2s= τ_2 en décharge d'où la tension à ses bornes est $U_C = 0{,}37\,E = 3{,}7V$.

7

Partie A :

1) La courbe visualisée sur l'entrée B représente la tension aux bornes du condensateur. Elle correspond à la charge (partie croissante) et à la décharge (partie décroissante) du condensateur.



2) Lorsque le condensateur est complètement chargé, la tension à ses bornes est maximale et elle est égale à 4V.

3) Pour la voie A : 1V/div

Pour la voie B : 2V/div

Sensibilité horizontale : 0.5ms/div, car $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{200} = 5.10^{-3}s$

Or T correspond à 10div $\Rightarrow$ 1div représente $5.10^{-4}\,s = 0{,}5ms$

4) Si on modifie la valeur de la résistance, le temps de charge et de décharge sera modifié aussi, ainsi :

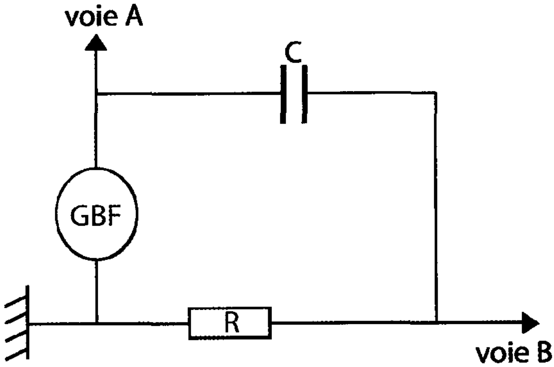
a- Lorsqu'on augmente R , la constante de $\mathcal{T}$ augmente $\mathcal{T} = RC$;
$\mathcal{T}= R'C= 2RC= 2\mathcal{T}$, le condensateur prend un temps double pour se charger ou se décharger.

b- Lorsqu'on diminue R, $\mathcal{T}$ diminue ($\mathcal{T}' = \frac{\mathcal{T}}{2}$). Le condensateur prend moins de temps pour se charger ou se décharger.

Partie B :

1) La courbe visualisée sur l'entrée B est la tension u_R aux bornes du résistor.

2)



Partie C :

1) $u_R = Ri$ et $u_C = \frac{q}{c}$

2) $u_R + u_C = u$ or $u_R = R_i$ et $i= \frac{dq}{dt} = C.\frac{du_C}{dt}$

$\Rightarrow u_C + RCdt\frac{du_C}{dt} = u$: Équation différentielle en u_C .

3) u_C et u s'expriment en V.

$\frac{du_C}{dt}$ s'exprime en v.s^{-1} d'où RC= $\mathcal{T}$ doit s'exprimer en s pour que l'équation soit homogène.

4) a- L'équation différentielle précédente admet comme solution :

* $u_C = E\,(1- e^{-\frac{t}{\tau}})$ avec E=u=4V au cours de la charge.

* $u_C = E\,e^{-\frac{t}{\tau}}$ avec E=u=4V au cours de la décharge.

Donc au cours de la charge $u_C = 0.63\,E$ à t= $\mathcal{T}$

b- à $t=\tau \Rightarrow u_C = 2{,}52V$. Graphiquement pour $u_C = 2.52V$ $t=\tau = 3ms$.

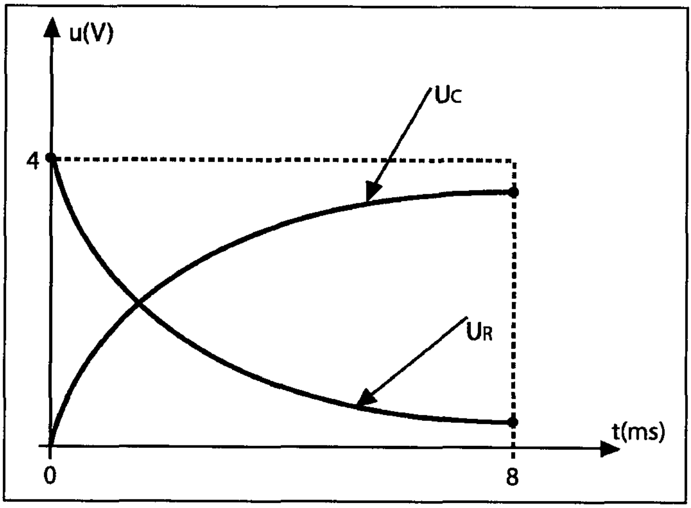
$$\tau = RC \Rightarrow C = \frac{\tau}{R} = \frac{3.10^{-3}}{100} = 30.10^{-6}F$$

c-

i) $u_R = u - u_C = 1{,}48V$

ii) $i = \frac{u_R}{R} = \frac{1.48}{100} = 1{,}48\ .10^{-2}A$

5)



Le condensateur n'est pas totalement chargé, il lui faut au minimum une durée $\Delta t \simeq 5\tau = 15ms$

8

I- Etude théorique d'un dipôle RC soumis à un échelon de tension.

1) flèches tension ci-contre

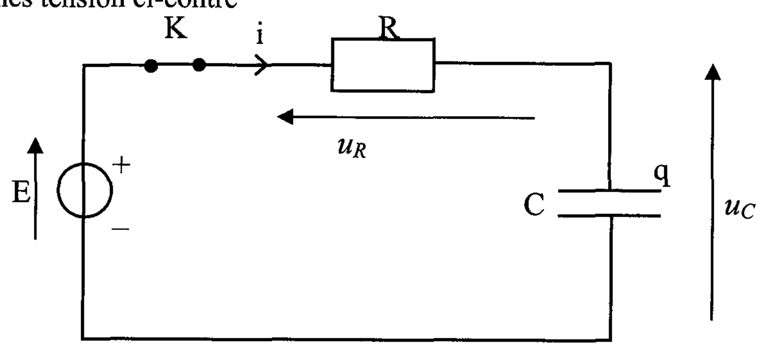


Figure 1

2) $u_R = R.i$

3) $i = \dfrac{dq}{dt}$

4) $q = C.u_C$

5) $i = \dfrac{dC.u_C}{dt}$, C étant constant il vient

$i = C.\dfrac{du_C}{dt}$

6) D'après la loi d'additivité des tensions :

$E = u_R + u_C$

7) $E = R.i + u_C$

$E = R.C.\dfrac{du_C}{dt} + u_C$

avec $\tau = R.C$, on obtient l'équation différentielle à laquelle obéit u_C :

$$E = \tau.\frac{du_C}{dt} + u_C \qquad (1)$$

8) a- $u_C = E\,(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ ou $u_C = E - E.\,e^{-\frac{t}{\tau}}$

donc $\dfrac{du_C}{dt} = \dfrac{E}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}}$

Reportons ces expressions dans l'équation différentielle (1)

$E = \tau.\dfrac{du_C}{dt} + u_C$

$E = \tau.\dfrac{E}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}} + E - E.\,e^{-\frac{t}{\tau}}$

$E = E.\,e^{-\frac{t}{\tau}} + E - E.\,e^{-\frac{t}{\tau}}$ Cette égalité est vraie, donc la solution proposée est satisfaisante.

b- La condition initiale est $u_C = 0$, le condensateur n'étant pas chargé initialement.

$u_C = E\,(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

$u_C\,(0) = E(1 - e^{-\frac{0}{\tau}}) = 0$

9) a- D'après 2) $R = \dfrac{u_R}{i}$ donc $[R] = \dfrac{[U]}{[I]}$

D'après 5) $C = i \cdot \dfrac{dt}{du_C}$ donc $[C] = [I].\dfrac{[T]}{[U]}$

$[RC] = [R].[C]$

$[RC] = \dfrac{[U]}{[I]}.[I].\dfrac{[T]}{[U]}$

$[RC] = [T]$ le produit RC est homogène à une durée.

b_1 -

$u_C(\tau) = E\,(1 - e^{-\frac{\tau}{\tau}}) = E\,(1 - e^{-1})$

$u_C(\tau) = 12{,}0 \times (1 - e^{-1})$

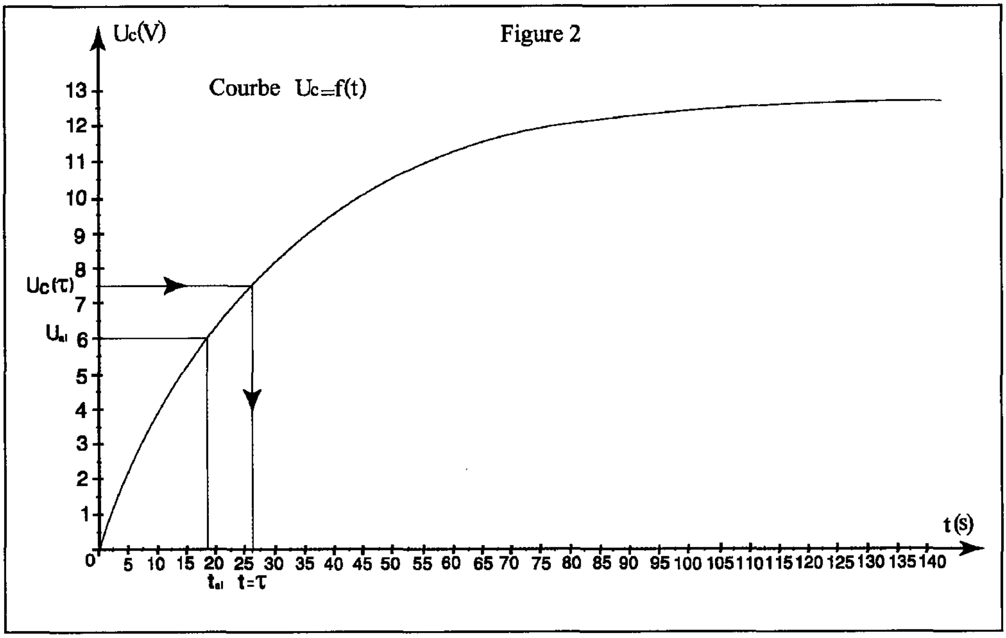
$u_C(\tau) = 7{,}59$ V

Graphiquement on trouve **τ = 27 s**

b_2-

$R = \dfrac{\tau}{C}$

$R = \dfrac{27}{120.10^{-6}} = 2{,}25.10^5\ \Omega = \mathbf{2{,}3.10^5\ \Omega}$



II- Application.

1) Pendant la phase de contact, la tension aux bornes du condensateur devient instantanément nulle. La tension u_C devient inférieure à u_{al} alors la lampe s'allume.

2) a- Lorsqu'on relâche le bouton poussoir, le condensateur se charge : u_C augmente exponentiellement de 0 V à 12 V (E).

b- La charge du condensateur n'étant pas instantanée, la lampe reste allumée pendant une certaine durée puis s'éteint dès que la tension u_C atteint la valeur u_{al}.

c- à la date $t = t_{al}$, on a $u_C = u_{al}$

$$E\left(1 - e^{-\frac{t_{al}}{\tau}}\right) = u_{al}$$

$$1 - e^{-\frac{t_{al}}{\tau}} = \frac{u_{al}}{E}$$

$$1 - \frac{u_{al}}{E} = e^{-\frac{t_{al}}{\tau}}$$

$$\ln\left(1 - \frac{u_{al}}{E}\right) = -\frac{t_{al}}{\tau}$$

$$\ln\left(\frac{E - u_{al}}{E}\right) = -\frac{t_{al}}{\tau}$$

$$\frac{t_{al}}{\tau} = -\ln\left(\frac{E - u_{al}}{E}\right)$$

or $\quad -\ln\frac{a}{b} = \ln\frac{b}{a}$

$$\frac{t_{al}}{\tau} = \ln\left(\frac{E}{E - u_{al}}\right)$$

$$t_{al} = \tau.\ \ln\left(\frac{E}{E - u_{al}}\right)$$

d- $t_{al} = 25\ln\dfrac{12}{12 - 6{,}0} = 17\text{ s}$

e- Voir graphique ci-dessus. Le point d'ordonnée u_{al} = 6,0 V a pour abscisse t = 18 s. Ce résultat est en cohérence avec le calcul précédent.

3) Pour augmenter la durée d'allumage, il faut augmenter la valeur de la constante de temps.

Or : τ = R.C. Il faut donc augmenter R ou/et C.

La Bobine – Le dipôle RL

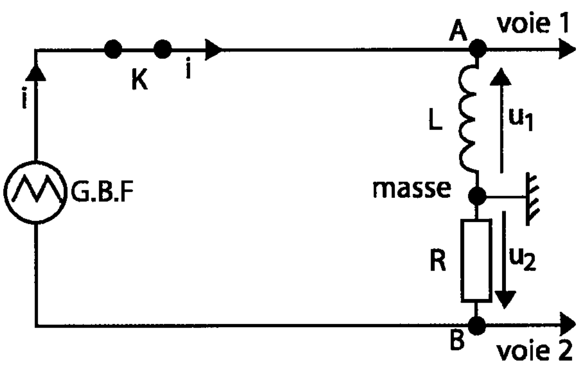
I- La bobine :

1) Induction et auto-induction électromagnétique :

- Une bobine est un dipôle constitué d'un enroulement d'un fil conducteur de faible résistance r, enrobé d'un isolant.
- Une bobine est équivalente à l'association en série d'une bobine purement inductive (de résistance nulle) et d'un conducteur ohmique de résistance r.
- Lorsqu'on approche un aimant d'une bobine, il se crée un courant induit.
  - ➢ L'aimant est appelé inducteur.
  - ➢ La bobine est appelé l'induit.
  - ➢ Le phénomène est appelé induction électromagnétique.
- Lorsqu'une bobine est traversée par un courant variable ; elle est le siège d'un courant induit. La bobine est à la fois l'inducteur et l'induit. Ce phénomène est appelé auto-induction.
- La loi de Lenz donne le sens du courant induit. Elle s'énonce de la manière suivante : Lorsqu'un circuit indéformable est soumis à un champ magnétique variable, il est le siège d'une f.é.m. induite. Celle-ci tend à faire circuler un courant induit dont l'effet est de s'opposer à la variation du champ magnétique inducteur.
- La bobine s'oppose à l'établissement ou à l'annulation (rupture) du courant.

2) Détermination de l'induction d'une bobine :

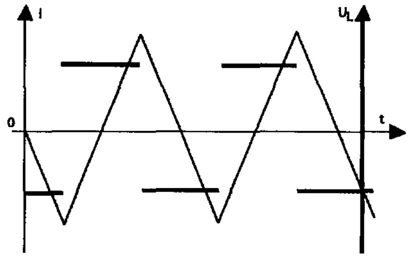
- Pour déterminer l'inductance L d'une bobine on réalise le circuit suivant :



➢ Le GBF délivre une tension périodique triangulaire.

➢ On visualise les tensions u_1 et u_2, on peut utiliser un oscilloscope ou un ordinateur munie d'une interface : La voie 1 permet de visualiser la tension de la bobine u_L et la voie 2 montre la tension $u_2=-u_R=-R.i$. on peut inverser la voie 2 pour montrer u_R. Cette voie montre au coefficient R près la variation de l'intensité i.

- L'intensité i est triangulaire de période T.



➢ Sur une demi période de 0 à $\frac{T}{2}$, la courbe est une droite :

i=a.t + b avec $\frac{di}{dt}$=a=constante. Ceci est valable quelque soit l'intervalle choisi, seul le signe de a change.

➢ La tension u_L est aussi constante sur une demi-période, on peut donc écrire : $u_L=L.\frac{di}{dt}$ avec L constante, appelée inductance de la bobine, son unité est le Henry (H) (si la résistance r de la bobine est négligeable) $L=\frac{u_L}{\frac{di}{dt}}=R\frac{u_L}{\frac{du_R}{dt}}$

Si la résistance de la bobine n'est pas négligeable, c'est une association série d'un conducteur ohmique et d'une bobine dé résistance nulle : $u_L = r.i + L\frac{di}{dt}$

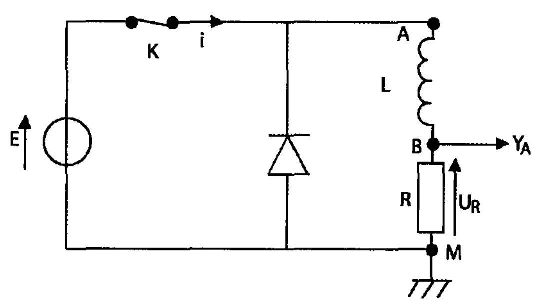
3) Energie emmagasinée par une bobine :

Une bobine traversée par un courant d'intensité i emmagasine de l'énergie magnétique $\mathbf{E_L = \frac{1}{2} L.i^2}$ avec E_L en joule (J), L en henry (H) et i en ampère (A).

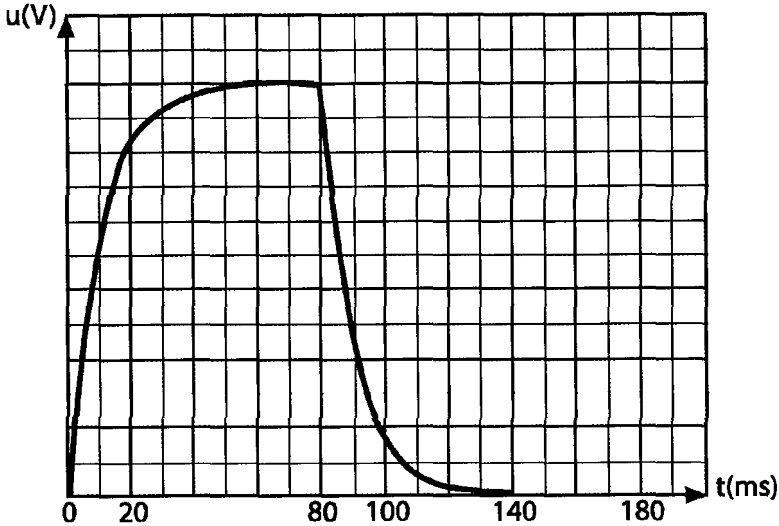
Cette énergie est temporaire. Elle s'annule lorsque le courant s'annule.

II-Etude d'un dipôle RL soumis à un échelon de tension

- Soit le montage ci-contre :
- Si on utilise un oscilloscope on visualise u_R.
- Si on utilise un ordinateur muni d'une interface on peut tracer la courbe i=f(t), ($i=\frac{U_R}{R}$).



- Lorsqu'on ferme l'interrupteur, la tension u_R et par suite l'intensité i croît progressivement (régime transitoire) de manière exponentielle jusqu'à une valeur maximale (régime permanent).



➢ Lorsqu'on ferme l'interrupteur, le courant s'installe progressivement, sans la bobine, il aurait instantanément la valeur finale.

➢ La bobine s'oppose à l'établissement du courant.

- Lorsqu'on ouvre l'interrupteur, la tension u_R et par suite l'intensité i décroît progressivement (régime transitoire) de manière exponentielle jusqu'à s'annuler (régime permanent).

➢ Lorsqu'on ouvre l'interrupteur, le courant diminue progressivement, sans la bobine, il s'annulerait instantanément.

➢ La bobine s'oppose à l'annulation du courant.

- **Conclusion :** *Une bobine s'oppose aux variations de l'intensité du courant* dans le circuit.

- **A l'établissement du courant :**

➢ **Etude de l'intensité i :**

✓Loi d'additivité : $u_R + u_L = E \Rightarrow R.i+L.\frac{di}{dt}=E$ (équation différentielle faisant intervenir i).

La solution de l'équation différentielle est $i=\frac{E}{R}(1-e^{\frac{-t}{\tau}})$ avec $\tau=\frac{L}{R}$(en s) .

➢ **Etude de la tension u_L :**

✓ $u_L=L.\frac{di}{dt}=\frac{L}{\tau}\frac{E}{R}e^{\frac{-t}{\tau}}$ avec $\tau=\frac{L}{R} \Rightarrow u_L=E.e^{\frac{-t}{\tau}}$

✓ On peut aussi utiliser la loi des tensions : $u_L+u_R=E$

$$\Rightarrow u_L=E-R\left[\frac{E}{R}(1-e^{\frac{-t}{\tau}})\right]=E.e^{\frac{-t}{\tau}}$$

$$u_L=E.e^{\frac{-t}{\tau}} \text{ avec } \tau=\frac{L}{R}$$

• A la rupture du courant :

➢ **Etude de l'intensité i :**

✓ Loi d'additivité des tensions : $u_R+u_L=0 \Rightarrow R.i+L.\frac{di}{dt}=0$ (équation différentielle faisant intervenir i).

✓ La solution de l'équation différentielle est $i=\frac{E}{R}(1-e^{\frac{-t}{\tau}})$ avec $\tau=\frac{L}{R}$(en s).

➢ **Etude de la tension u_L :**

- $u_L=L.\frac{di}{dt}=-\frac{L}{\tau}\frac{E}{R}e^{\frac{-t}{\tau}}$ avec $\tau=\frac{L}{R} \Rightarrow u_L=-E.e^{\frac{-t}{\tau}}$

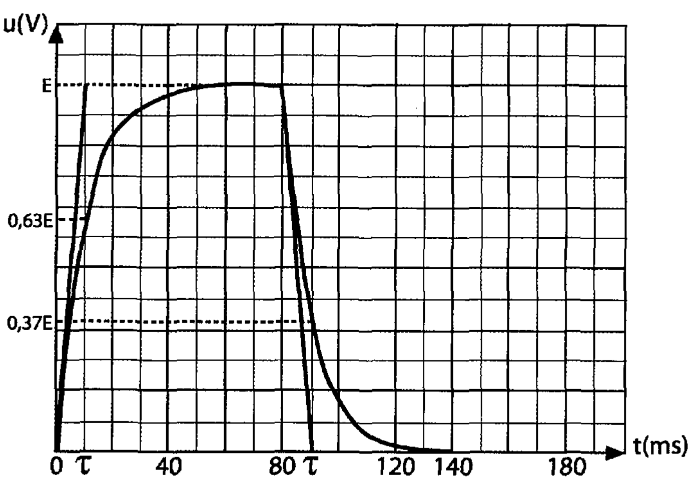
- On peut aussi utiliser la loi des tensions $u_L + u_R = 0$

$\Rightarrow u_L=-R.\frac{E}{R}e^{\frac{-t}{\tau}}=-E.e^{\frac{-t}{\tau}}$ donc $u_L=-E.e^{\frac{-t}{\tau}}$ avec $\tau=\frac{L}{R}$

❖ **Détermination graphique de la constante de temps τ :**

1ère méthode :

- Lors de l'établissement du courant (fermeture du circuit), pour trouver τ, on trace la tangente à l'origine, elle coupe l'asymptote $u_R=E$ (où $i=\frac{E}{R}$) à l'instant τ.



❖ Lors de la rupture du courant, on trace la tangente à la courbe à l'instant t_0 d'ouverture du circuit, elle coupe l'axe des abscisses à l'instant $t_0+\tau$ (on considère t_0 comme nouvelle origine)

2ème méthode :

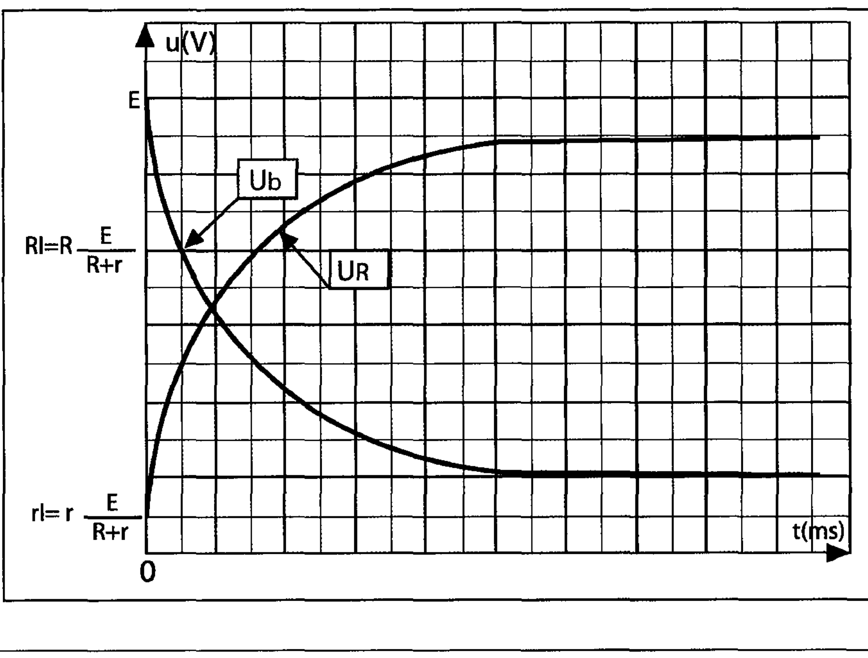
- Lors de l'établissement du courant, à l'instant τ, la tension u_R vaut 63% de sa valeur maximale E (l'intensité vaut 63% de sa valeur maximale $\frac{E}{R}$).
- Lors de la rupture du courant, à l'instant $t_0+\tau$, la tension u_R vaut 37% de sa valeur maximale E (l'intensité vaut 37% de sa valeur maximale $\frac{E}{R}$).
- L'intensité traversant une bobine ne subit pas de brusque variation, c'est une fonction continue.
- Si la bobine n'est pas purement inductive (de résistance r non nulle) alors, lors de l'établissement du courant :

➢ L'équation différentielle devient : $R_T.i+L.\frac{di}{dt}=E$ avec $R_T=R+r$

➢ La solution de l'équation différentielle est : $i=\frac{E}{R_T}e^{-t/\tau}$ avec $\tau=\frac{L}{R_T}$ (en s)

➢ La tension au bornes de la bobine : $u_b = r.i+L.\frac{di}{dt}$

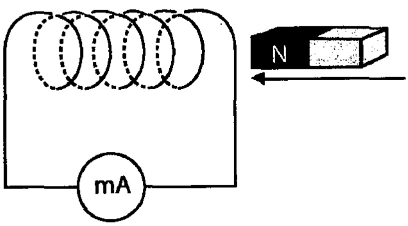
➢ Le graphe suivant représente l'allure de $u_R = f(t)$ et $u_b = g(t)$



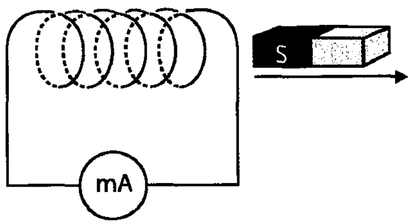
Enoncés

1

1) Enoncer la loi de Lenz.
2) Indiquer sur le schéma le sens du courant induit et la nature de la face (nord ou sud) dans les deux cas (a) et (b) lorsque l'aimant se déplace comme l'indique la flèche.



Cas (a)

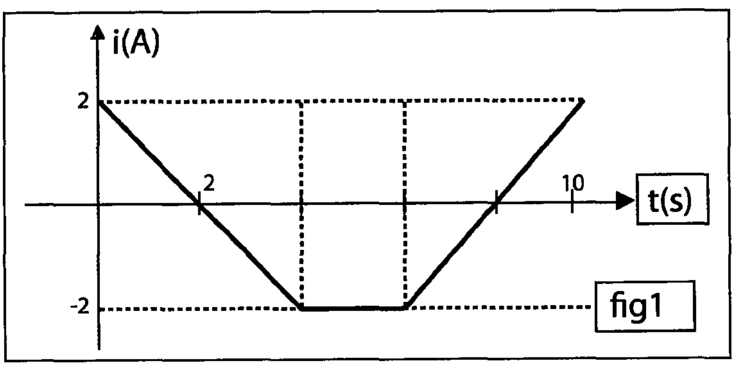


Cas (b)

3) Compléter les phrases suivantes :
   a- l'aimant est appelé ....
   b- La bobine est appelée ....
   c- Le courant qui apparait dans la bobine est appelé ....
   d- Le phénomène est appelé ....

2

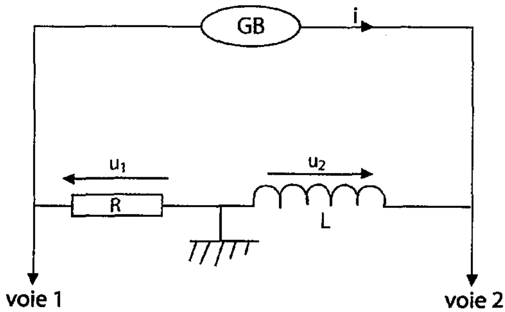
Une bobine est parcourue par un courant variable comme l'indique la figure 1.



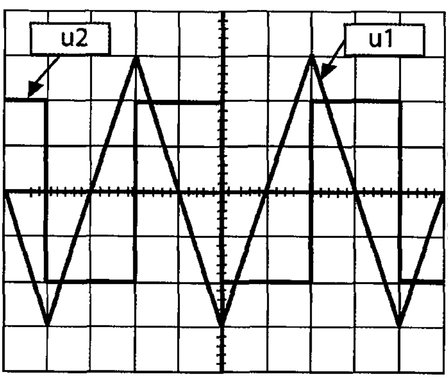
1) Déterminer l'expression de i=f(t) dans chacun des intervalles suivants : [0s ;4s],[4s ;6s] et [6s ;10s]
2) Quel phénomène apparaît dans la bobine ? justifier la réponse.

3) Déterminer l'expression de la force électromotrice induite qui apparaît dans la bobine. Sachant que son inductance **L** vaut **0,5H**.
4) Représenter e = f(t) dans les intervalles : [0s ;4s],[4s ;6s] et [6s ;10s]
5) Soient A et C les bornes de la bobine. Déterminer l'expression de la tension U_{AC} dans chacun des intervalles précédents, sachant que la résistance r de la bobine vaut **10 Ω**.
Représenter graphiquement U_{AC} = f(t) dans l'intervalle [0s ;10s]

3 Soit le circuit électrique représenté ci-dessous comportant : un G.B.F délivrant une tension triangulaire, un résistor de résistance R=6k Ω **et** une bobine purement inductive d'inductance L.



A l'aide d'un oscilloscope bi-courbe, on visualise les tensions u_1, sur la voie 1, et u_2 sur la voie 2, on obtient les oscillogrammes suivants :



Sensibilité horizontale: 0,1 ms/div
Sensibilité verticale:1V/div

1) Que représentent les tensions u_1 et u_2 ?
2) Exprimer ces tensions en fonction de **R, L** et **i**.
3) Montrer que $u_2 = -\frac{L}{R} \cdot \frac{du_1}{dt}$.
4) Déterminer la valeur de l'inductance L de la bobine.

4 On réalise le circuit électrique suivant qui comporte :

- Un générateur délivrant une tension constante E.
- Une bobine d'inductance **L=0,4** H et de résistance **r**.
- Un résistor de résistance **R**.

1) A l'instant **t = 0** on ferme l'interrupteurs et on procède à l'acquisition on obtient les courbes de la figure (**fig2**)

a- Identifier les courbes a et b.

Justifier la réponse et expliquer qualitativement l'allure de la courbe b.

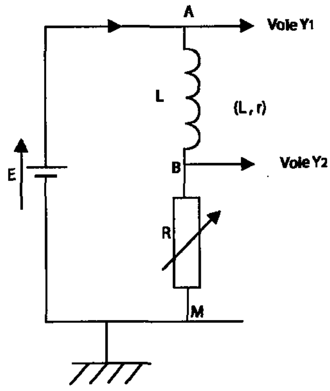


Fig 1

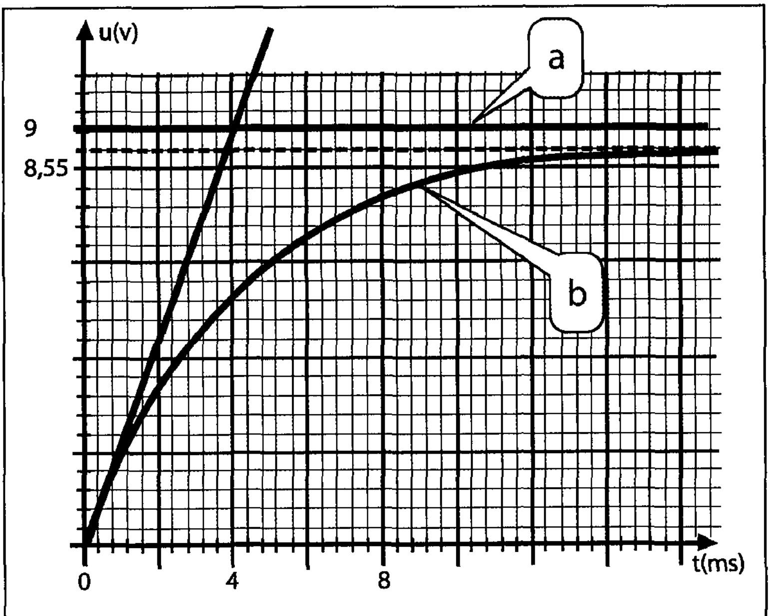


Fig 2

b- Etablir l'équation différentielle. Vérifiée par tension u_{BM} aux bornes du résistor.

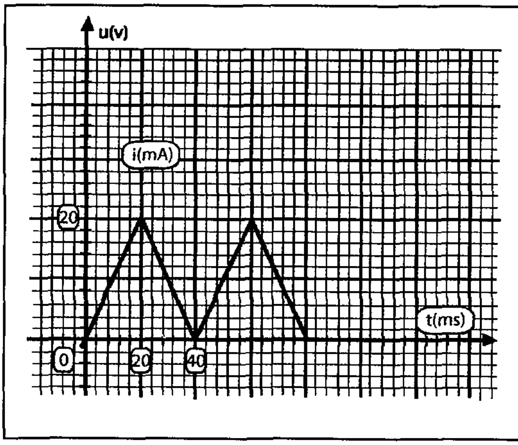
c- En appliquant la loi des mailles donner les expressions de l'intensité de courant I_0 et de la tension U_0 au bornes du résistor lorsque le régime permanent s'établit.

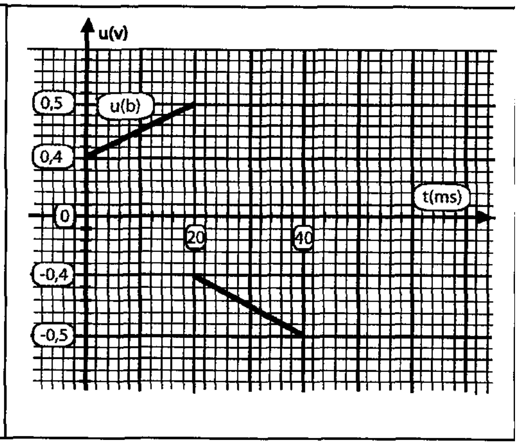
d- En exploitant les courbes.

Déterminer : **E ;** U_0 et la constante du temps τ du dipôle RL.

e- Déterminer **R** et **r**.

2) Dans cette partie la bobine est branchée aux bornes d'un **G.B.F** délivrant une tension triangulaire. Un système d'acquisition convenablement branché permet de tracer les courbes **i=f(t)** et **U_b= g(t)** avec U_b : tension aux bornes de la bobine.



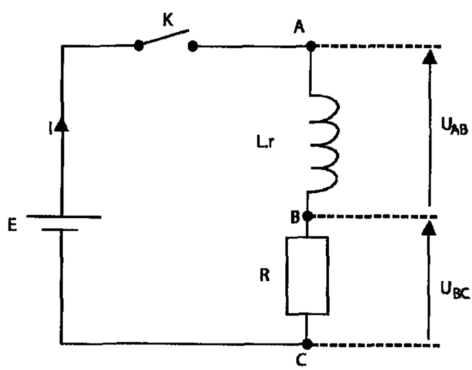


a- En exploitant les **2 courbes** sur l'intervalle [0 ;20ms], retrouver la valeur de l'inductance **L**.

b- Représenter la courbe **e=f(t)** sur [0 ;40ms].

5

On considère, ci-dessous, un circuit électrique composé d'un générateur de tension continue de f.e.m E, d'une bobine d'inductance L et de résistance r, d'un interrupteur K et d'un conducteur ohmique de résistance R=35 Ω.



1) Etablir l'équation différentielle relative à l'intensité i du courant au cours de son établissement.

2) Cette équation différentielle admet une solution de la forme : $i=Ae^{(-\alpha t)}+B$. Déterminer les expressions littérales de :

a- A, B et α.

b- $u_{AB}(t)$ et $u_{BC}(t)$.

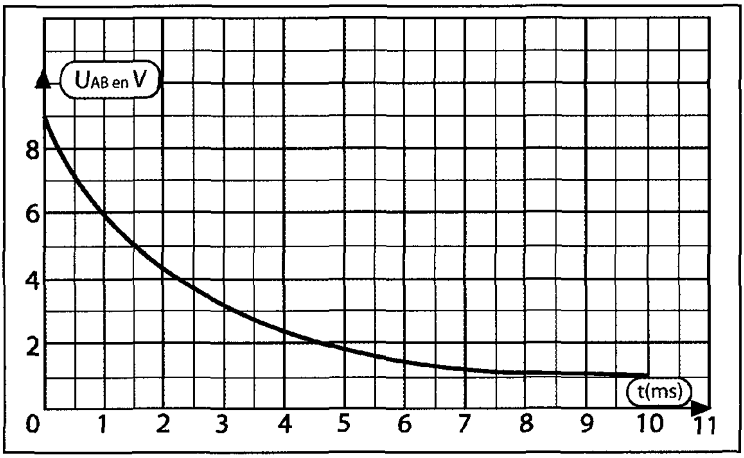
3) En régime permanent, en déduire l'expression de :

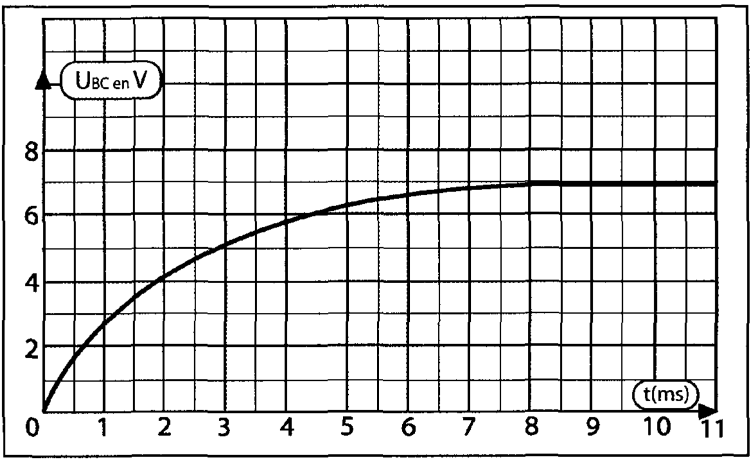
a- L'intensité I du courant.

b- u_{AB} et de u_{BC}.

4) Un dispositif approprié permet de suivre les valeurs des tensions u_{AB} et u_{BC} au cours du temps.

La fermeture de l'interrupteur est prise comme origine des temps. On obtient les courbes ci-contre :





a- calculer I, r et E.

b- Calculer la constante de temps τ et en déduire L.

5) On reprend la même expérience en remplaçant la bobine par une autre purement inductive de même inductance que la précédente. Tracer sur le même graphe les allures des courbes $u_{AB}(t)$ et $u_{BC}(t)$.

6

Un circuit électrique comporte, en série : un générateur de tension de f.e.m E, un résistor de résistance R_0, un interrupteur K et une bobine d'inductance L et de résistance r.

A t=0 on ferme K et à l'aide d'un oscilloscope à mémoire branché comme

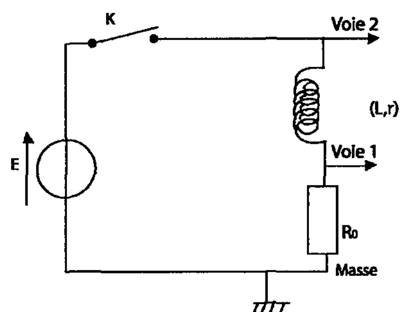


Fig 1

l'indique la figure 1. On obtient les oscillogrammes de la figure 2.

1) a- Quelles sont les tensions visualisées sur les voies (1) et (2) de l'oscilloscope.

b- Identifier les courbes (a) et (b).

c- Quelle est la tension qui permet de suivre l'évolution de l'intensité i(t) du courant dans le circuit ?

2) Etablir l'équation différentielle à laquelle obéit i(t).

3) a- vérifier que $i(t) = I_0(1 - e^{-t/\tau})$ test une solution de cette équation différentielle.

b- Déterminer graphiquement la constante de temps τ de ce circuit.

c- Sachant que $I_0 = 0{,}4A$, déterminer la valeur de R_0 puis celle de r.

d- En déduire la valeur de l'inductance L de la bobine.

4) a- Etablir l'expression de la tension $u_0(t)$ aux bornes de la bobine en fonction du temps.

b- tracer sur l'allure de $u_b(t)$.

5) Calculer l'énergie emmagasinée par la bobine lorsque le régime permanent s'établit.

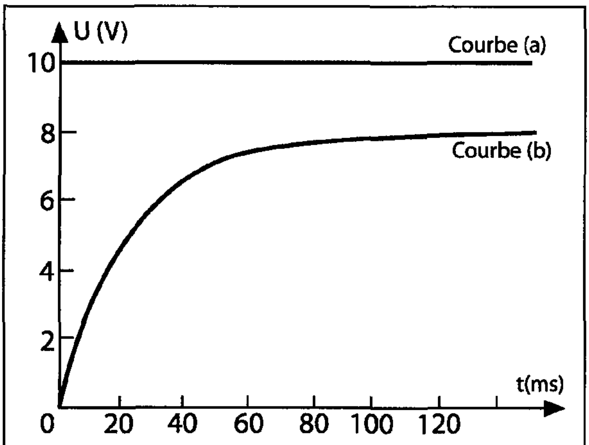
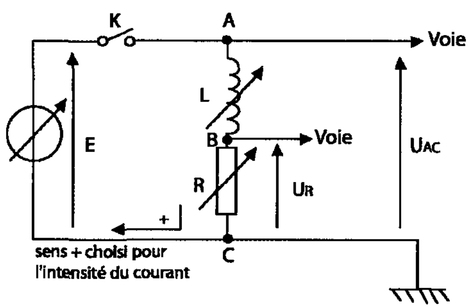


Figure 2

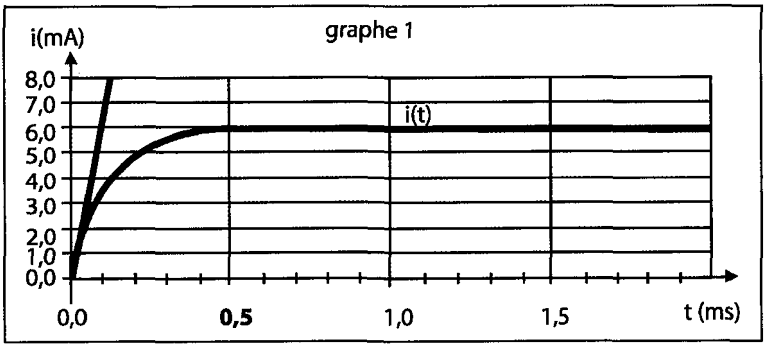
7

On se propose d'étudier l'établissement du courant dans un dipôle comportant une bobine et un conducteur ohmique lorsque celui-ci est soumis à un échelon de tension de valeur E.



Le conducteur ohmique a une résistance R. La bobine sans noyau

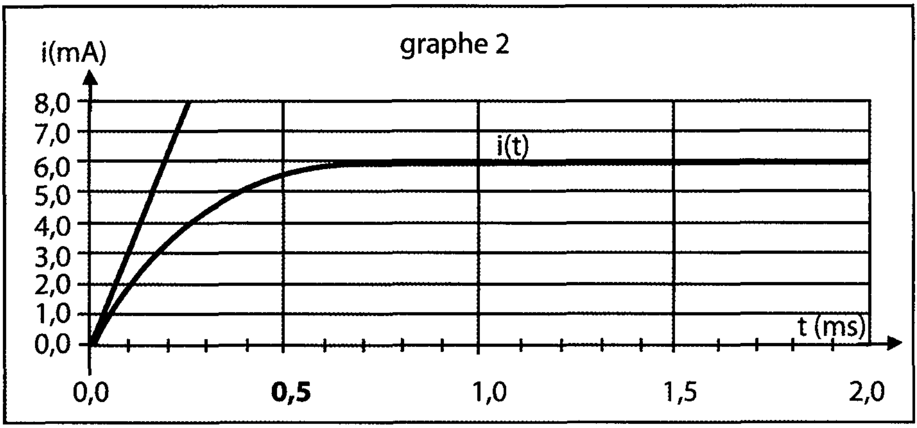
de fer doux, a une inductance L, sa résistance r est négligeable devant R.
Les valeurs de E, R, L sont réglables. On dispose d'un système d'acquisition de données et d'un logiciel adapté pour le traitement des données.
On réalise le montage ci-contre :
Partie A : On réalise une première expérience (expérience A) pour laquelle les réglages sont les suivants :
$L = 0{,}10H$; $R = 1{,}0k\Omega$; $E = 6{,}0V$.
A l'instant de date t = 0s, on ferme l'interrupteur K.
1) On veut suivre l'évolution de l'intensité i du courant en fonction du temps. Quelle tension doit-on enregistrer et quelle opération doit-on demander au logiciel pour réaliser cette observation ? justifier la réponse.
2) On obtient le graphe suivant (la tangente à la courbe au point origine est tracée) :

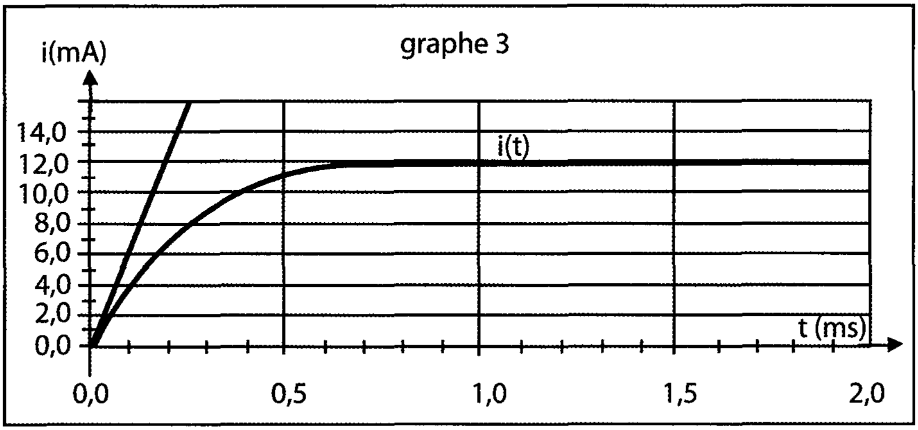


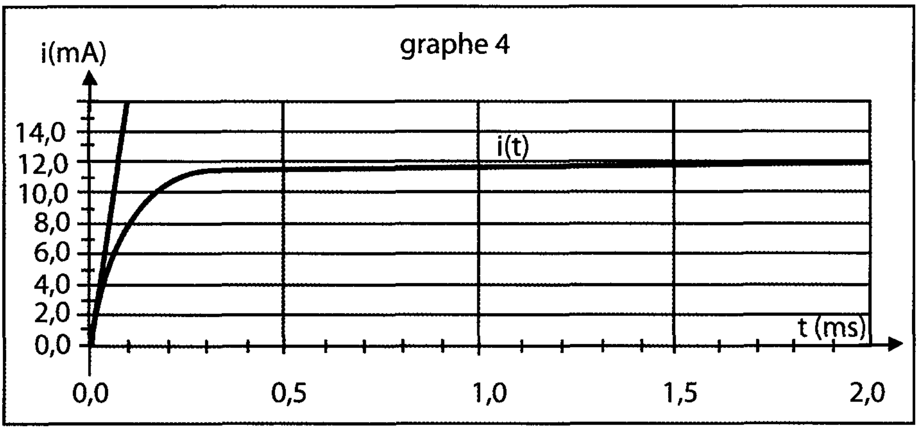
a- Déterminer graphiquement la valeur I de l'intensité du courant en régime permanent en explicitant la démarche.
b- Déterminer graphiquement la constante de temps τ du dipôle RL étudié en explicitant la démarche.
c- Cette valeur correspond-elle à celle attendue théoriquement ? Justifier la réponse.
3) Etude analytique.
a- Etablir l'équation différentielle vérifiée par l'intensité du courant i(t).
b- En déduire l'expression de l'intensité I du courant en régime permanent. Calculer sa valeur.
Partie B : Influence de différents paramètres.
Afin d'étudier l'influence de différents paramètres. On réalise trois autres expériences en modifiant chaque fois l'un de ces paramètres. Le tableau suivant récapitule les valeurs données à E, R et L lors des quatre acquisitions.

	E(V)	R(kΩ)	L(H)
Expérience A	6,0	1,0	0,10
Expérience B	12,0	1,0	0,10
Expérience C	6,0	0,50	0,10
Expérience D	6,0	1,0	0,20

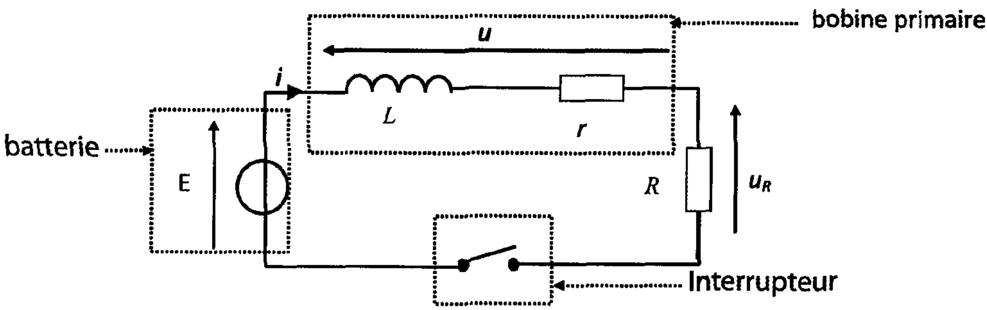
Associer chacun des graphes (2), (3), (4) à une expérience en justifiant précisément chaque choix.







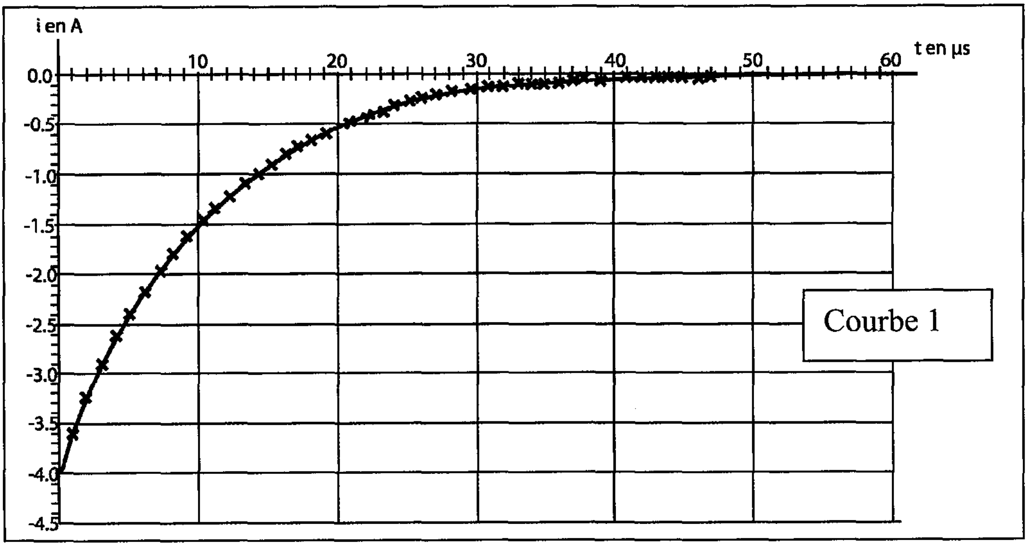
8 Pour permettre l'allumage des bougies d'une voiture, une étincelle est créée au niveau des bougies. La formation de cette étincelle est liée à l'ouverture, puis à la fermeture d'un circuit comprenant notamment une bobine.
Un courant électrique circule dans un circuit comprenant la batterie de la voiture, la bobine appelée bobine primaire et un interrupteur électronique.
On considérera que la batterie de la voiture délivre une tension continue qui vaut $E = 12$ V.
La bobine primaire est caractérisée par une inductance L et une résistance interne $r = 0{,}50\Omega$.
Le schéma simplifié du principe est donné ci-après où R représente la résistance des autres éléments du circuit. On prendra $R = 2{,}5\Omega$.

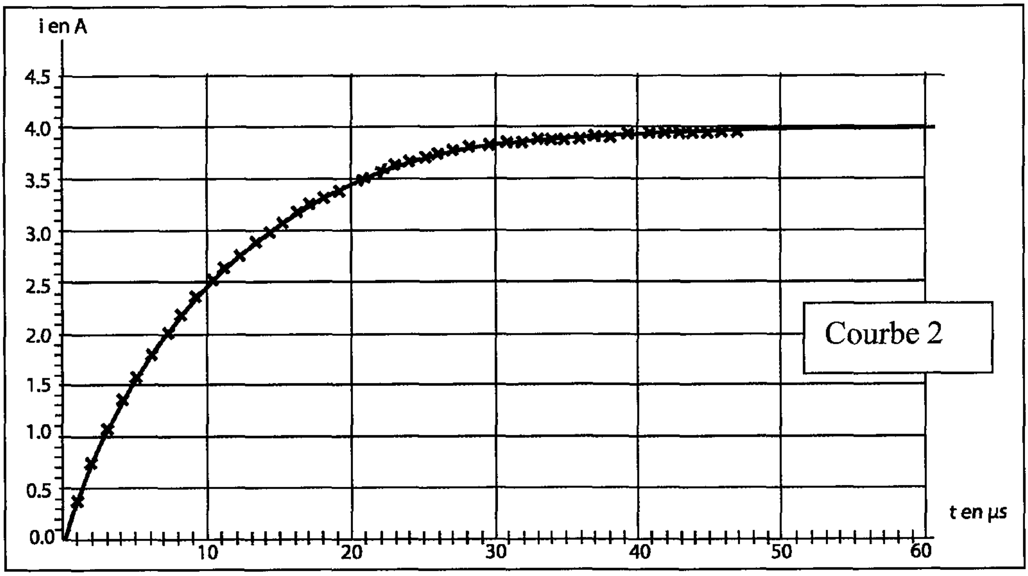


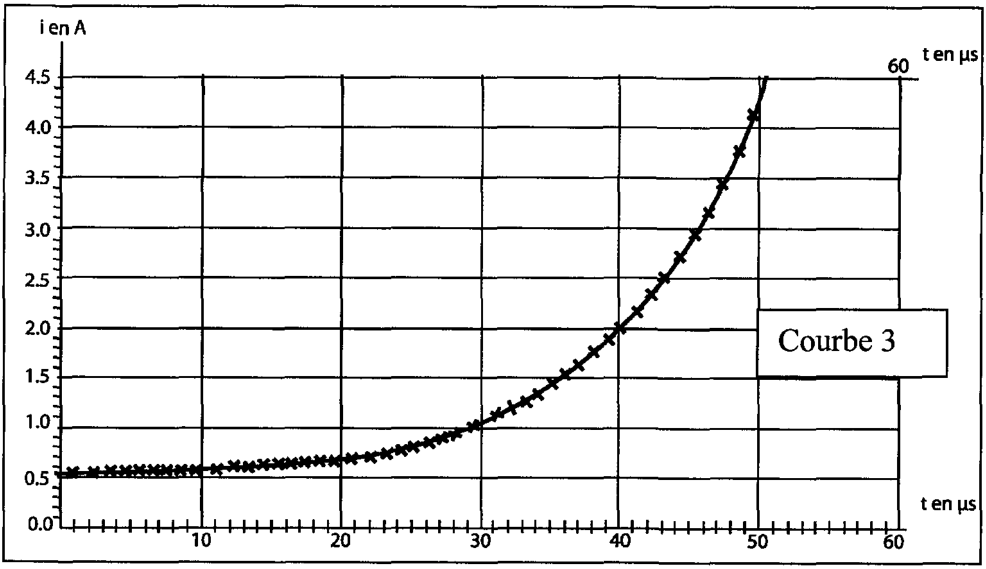
I- Expérience 1 : L'interrupteur est fermé

À $t = 0$, le courant ne circule pas dans le circuit. Puis l'interrupteur est fermé.

1) Donner l'expression de la tension u aux bornes de la bobine primaire en fonction de r, L et i.
2) Montrer que l'équation différentielle régissant l'évolution de i est : $L.\frac{di}{dt} + Ki = E$ où K est une constante dont on donnera l'expression en fonction des paramètres du circuit.
3) Une solution de l'équation différentielle peut s'écrire $i = A\times\left(1 - e^{-Bt}\right)$ où A et B sont deux constantes positives non nulles.
a- En utilisant l'équation différentielle, montrer que $A = \frac{E}{K}$ et que $B = \frac{K}{L}$.
b- Calculer la valeur de A. Préciser son unité.
4) Parmi les courbes 1, 2 et 3 données ci-dessous, indiquer, en justifiant, celle qui peut représenter i.


i en A
t en µs
0.0
-0.5
-1.0
-1.5
-2.0
-2.5
-3.0
-3.5
-4.0
-4.5
10
20
30
40
50
60
Courbe 1


i en A
t en µs
4.5
4.0
3.5
3.0
2.5
2.0
1.5
1.0
0.5
0.0
10
20
30
40
50
60
Courbe 2



5) Déterminer graphiquement la valeur de la constante de temps τ du circuit à partir de la courbe choisie.

6) Donner l'expression littérale de la constante de temps τ en fonction des paramètres du circuit.

7) En déduire la valeur de l'inductance L de la bobine primaire.

8) Donner l'expression littérale de l'énergie W_L emmagasinée dans la bobine primaire.

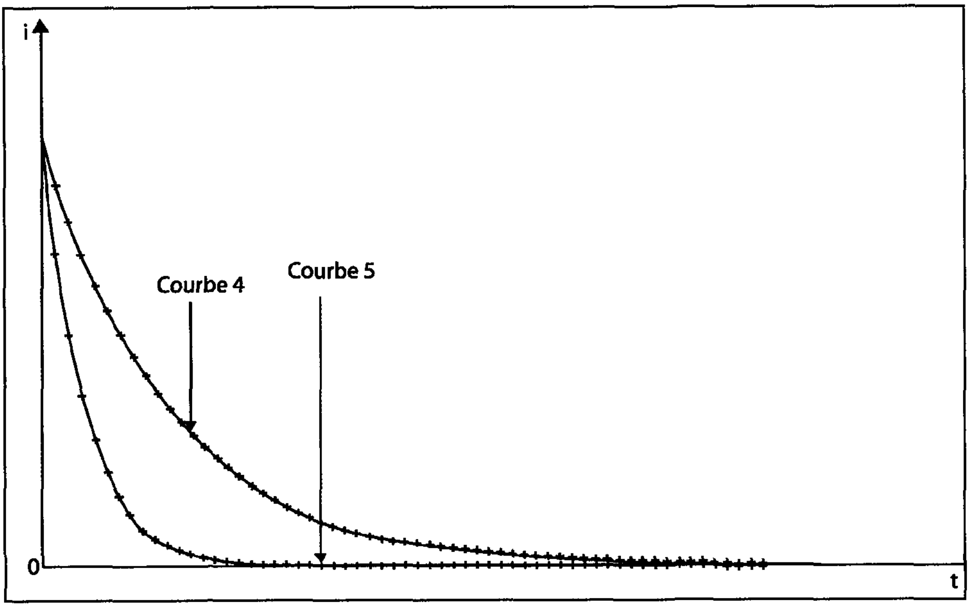
9) Calculer l'énergie maximale emmagasinée dans la bobine primaire à l'aide de la courbe choisie dans la question 4.

II- Expérience 2 : Étude de la formation de l'étincelle

Après la phase précédente, on modifie le circuit pour que l'intensité du courant diminue.

1) En modifiant les paramètres du circuit, on peut obtenir différentes allures de l'intensité du courant circulant dans la bobine. Deux courbes représentant l'allure de cette intensité sont proposées ci-dessous. Le coefficient directeur de la tangente à l'origine est représenté par $\left|\dfrac{\Delta i}{\Delta t}\right|$.

A quelle courbe correspond la valeur de $\left|\dfrac{\Delta i}{\Delta t}\right|$ à $t = 0$ la plus élevée ?



2) Cette bobine primaire est associée à une bobine secondaire, placée dans un autre circuit. Ce circuit, que l'on n'étudiera pas, comprend les bougies de l'allumage. La bobine secondaire est choisie de telle sorte que la tension u_2 à ses bornes soit proportionnelle à $\left|\frac{\Delta i}{\Delta t}\right|$ à $t = 0$. L'étincelle au niveau de la bougie apparaît si la tension u_2 est suffisamment importante. Indiquer quelle courbe permettrait d'obtenir plus facilement une étincelle au niveau des bougies.

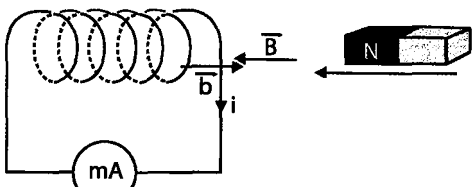
Corrigés

1

1) Lorsqu'un circuit indéformable est soumis à un champ magnétique variable, il est le siège d'une f.e.m induite. Celle-ci tend à faire circuler un courant induit dont l'effet est de s'opposer à la variation du champ magnétique inducteur.

2) **cas (a)** : $\vec{B}$ augmente, il crée un courant induit dans la bobine qui va s'opposer à cette augmentation ($\vec{b}$ opposé à $\vec{B}$).
En appliquant l'une des règles connues on obtient le sens du courant induit.

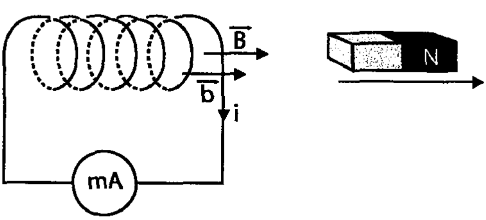
- La face en face de l'aimant est une face nord.



Cas (a)

cas (b) : $\vec{B}$ (inducteur) diminue, il crée un courant induit dans la bobine qui va s'opposer à cette diminution ($\vec{b}$ a même sens que $\vec{B}$)

- La face et le sens du courant restent les mêmes.



Cas (b)

3)

a- L'aimant est appelé inducteur.
b- La bobine est appelée l'induit.
c- Le courant qui apparaît dans la bobine est appelé courant induit.
d- Le phénomène est appelé induction électromagnétique.

2

1) • $t \in [0,4s]$

i= at + b (droite affine)

b= 2A (ordonnée à l'origine à t=0)

$$a=\frac{2-(-2)}{0-4}=-1A.s^{-1}$$

$\boxed{i= -t + 2}$

• $t \in [4,6s]$

$\boxed{i= -2A}$

• $t \in [6,10s]$

i = at + b

$$a=\frac{2-(-2)}{10-6}=1A.s^{-1}$$

A t=10s

b= i – at = 2 – 10 = -8A

$\boxed{i= t-8}$

2) La bobine est parcourue par un courant variable il se crée en son centre un champ magnétique variable qui va à son tour créer un courant induit dans la bobine.

La bobine joue à la fois le rôle de l'inducteur et de l'induit. C'est le phénomène d'auto-induction.

3) $e = -L\dfrac{di}{dt}$

• $t \in [0,4s]$

$$e=-L\frac{d(-t+2)}{dt}=L=\boxed{0,5V=e}$$

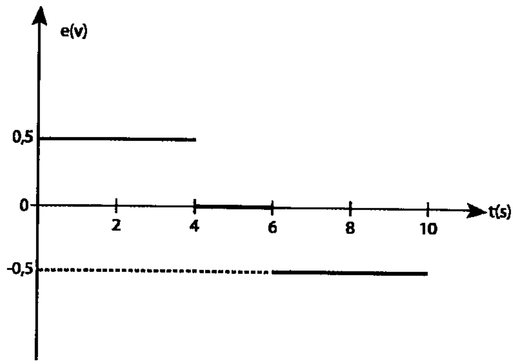
• $t \in [4,6s]$

$$e=-L\frac{d(-2)}{dt}=0$$

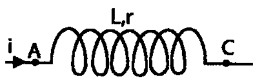
• $t \in [6,10s]$

$$e= -L\frac{d}{dt}(t-8)= -L= \boxed{-0,5V=e}$$

4)



5) $U_{AC} = ri - e$



Rappel

$$U_b = ri - e$$
$$= ri + L\frac{di}{dt}$$

- $t \in [0{,}4s]$

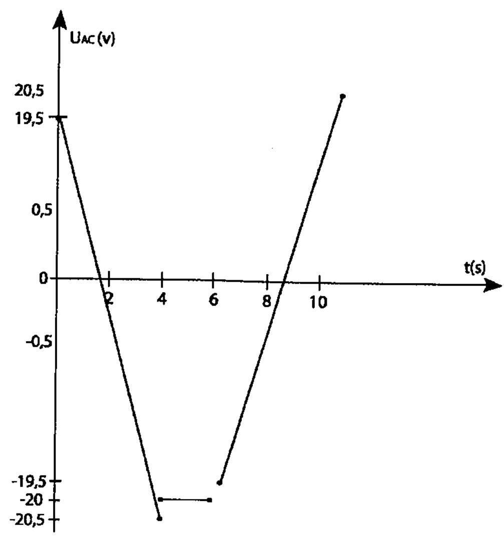
$u_{AC(bob)} = 10(-t+2) - 0{,}5$
$= -10t + 20 - 0{,}5$
$= -10t + 19{,}5$

- $t \in [4{,}6s]$

$u_{AC} = ri - e$
$= 10 \times (-2) - 0$
$= -20V$

- $t \in [6{,}10s]$

$U_{AC} = ri - e$
$= r(t-8) - e$
$= 10t - 80 + 0{,}5$
$= 10t - 79{,}5$



3

1) u_1 est la tension visualisée sur la voie 1 : c'est la tension aux bornes du résistor.

u_2 est la tension visualisée sur la voie 2 : c'est la tension aux bornes de la bobine.

2) $u_1 = -u_R = -R.i$

$u_2 = u_L = L\dfrac{di}{dt}$

3) $u_2 = L\dfrac{di}{dt}$ or $i = -\dfrac{u_1}{R} \Rightarrow \dfrac{di}{dt} = -\dfrac{1}{R}\dfrac{du_1}{dt}$.

$\Rightarrow u_2 = -\dfrac{L}{R}\dfrac{du_1}{dt}$

4) En prenant l'un des intervalles par exemple : [0 ; 0,1ms] $u_2 = 2V$ et $u_1 = at$

avec $a = \dfrac{-3}{0{,}1.10^{-3}} = -3.10^4 V.s^{-1}$.

$L = -\dfrac{R.u_2}{\frac{du_1}{dt}} = -\dfrac{R}{a}.u_2$; AN $L = \dfrac{-6.10^3}{-3.10^4} \times 2 = 0{,}4H$

4

1- a- La courbe (a) représente $u_{AM} = E$ car E est constante. La courbe (b) représente $u_{BM}(t) = u_R$.

On sait que $u_R = Ri$, la bobine retarde l'établissement du courant dans le circuit.

b- Loi des mailles : $u_b + u_R - E = 0$ or $u_b = ri + L\dfrac{di}{dt}$

$\Rightarrow Ri + ri + L\dfrac{di}{dt} = E$; $i = \dfrac{U_R}{R}$

$\Rightarrow \dfrac{R+r}{R}U_R + \dfrac{L}{R}\dfrac{dU_R}{dt} = E$

c- $U_{BM} = Ri$

un régime permanant $i = I_0 = \dfrac{E}{R+r}$

et $U_{BM} = U_o = RI_0 = \dfrac{RE}{R+r}$

d- $E = 9v$; $U_0 = 8{,}55$ V

$\mathcal{T} = 4ms$

e- $\mathcal{T} = \dfrac{L}{R+r} \Rightarrow R + r = \dfrac{L}{\mathcal{T}} = \dfrac{0{,}4}{4.10^{-3}} = 100\Omega$

$\dfrac{E}{U_0} = \dfrac{(R+r)I_0}{RI_0} \Rightarrow R = \dfrac{(R+r)U_0}{E}$

AN $R = \dfrac{100 \times 8,55}{9} = 95\Omega$

$r = 100 - R = 5\Omega$

2- a $t \in [0, 20ms]$

$i = at$ avec $a = \dfrac{20.10^{-3}}{20.10^{-3}} = 1.$

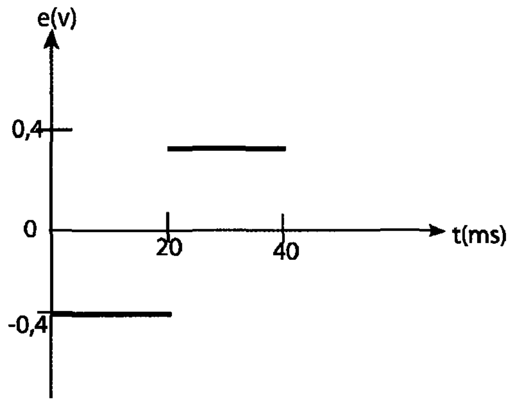
D'où $i = t$

$u_b = ri + L\dfrac{di}{dt} = rt + L$

$L = u_b - rt$; a t= 0 u_b=0,4 d'où L=0,4H

b- $e = -L\dfrac{di}{dt}$ = - L =0,4 v pour $t \in [0; 20ms]$

$e = -L\dfrac{di}{dt} = L = 0,4$v pour $t \in [20ms; 40ms]$



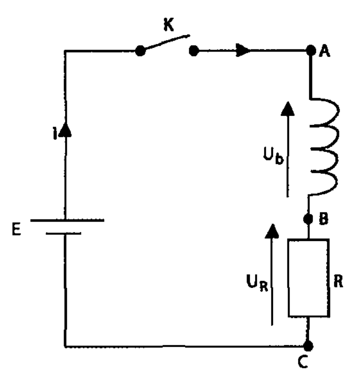
5

1) D'après la loi des mailles :

$u_b + u_R - E = 0$

$L\dfrac{di}{dt} + ri + Ri = E$

$L\dfrac{di}{dt} + i(R+r) = E$



$$\boxed{\frac{di}{dt}+\frac{(R+r)}{L}i=\frac{E}{L}}$$ Equation différentielle relative à i.

2) a- $i=A\,e^{(-\alpha t)}+B$

$$\frac{di}{dt}=-\alpha Ae^{-\alpha t}$$

$$-\alpha Ae^{-\alpha t}+\frac{R+r}{L}(Ae^{-\alpha t}+B)=\frac{E}{L}$$

$$Ae^{-\alpha t}(-\alpha+\frac{R+r}{L})+\frac{R+r}{L}B-\frac{E}{2}=0$$

$$-\alpha+\frac{R+r}{L}=0 \text{ et } \frac{R+r}{L}B-\frac{E}{L}=0$$

$$\boxed{\alpha=\frac{R+r}{L}} \text{ et } \boxed{B=\frac{E}{R+r}}$$

$$i=Ae^{-(\frac{R+r}{L})t}+\frac{E}{R+r}$$

A t=0

i=0

$$Ae^{0}+\frac{E}{R+r}=0 \Rightarrow A=\frac{-E}{R+r}$$

$$\text{sig } i=\frac{E}{R+r}(1-e^{-\frac{R+r}{L}t})$$

b- $u_b(t)=L\frac{di}{dt}+ri$

$$=\cancel{L}\times(\frac{\cancel{R+r}}{L}\times\frac{E}{\cancel{R+r}})+r\times\frac{E}{R+r}(1-e^{\frac{-R+r}{L}t})$$

$$\boxed{u_b(t)=E.e^{\frac{-t}{\tau}}+rI_0(1-e^{\frac{-t}{\tau}})}$$

$$u_R(t)=R.i$$

$$=R.\frac{E}{R+r}(1-e^{\frac{-t}{\tau}})$$

$$\boxed{u_R(t)=RI_0(1-e^{\frac{-t}{\tau}})}$$

3) a- En régime permanant : i= cte d'où , l'équation différentielle donne :

$$\boxed{i=I=\frac{E}{R+r}=I_0}$$

b- $u_b(t)$ à $t=\infty$.

$$u_b(t)=Ee^{\frac{-t}{\tau}}+rI_0(1-e^{\frac{-t}{\tau}})$$

$$=0+rI_0\times 1=\boxed{rI_0=u_b}$$

$$u_R(t)=RI_0(1-e^{\frac{-t}{\tau}})$$

$$=RI_0\times 1=\boxed{RI_0=u_R}$$

4) a- on a $u_R=RI_0$

$$I_0=\frac{U_R}{R}\quad AN\quad I_0=\frac{7}{35}=0{,}2A$$

On a $u_b=rI_0$.

$$r=\frac{u_b}{I_0}=\frac{2}{0{,}2}=10\Omega$$

$$E=U_b+U_R=2+7=9V$$

$$B=U_R=R_i=RI_0\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

à t=T

$$\Rightarrow U_R=0{,}63U_{R\ \max}=4{,}41V$$

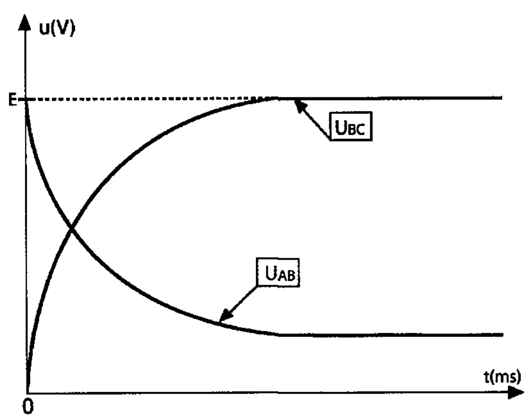
graphiquement $\mathcal{T}$

$$\tau=\frac{L}{R+r}\quad AN\quad L=\tau(R+r)$$

$$=2.10^{-3}(35+10)$$

$$=2.10^{-3}\times 45=90.10^{-3}$$

$$\boxed{L=0{,}09H}$$



5) lorsque la bobine devient purement inductive r = 0

$$\Rightarrow u_b=L\frac{di}{dt}\Rightarrow \text{en régime permanent } u_b=0.$$

$u_R = RI_0$ avec $I_0 = \frac{E}{R} \Rightarrow u_R = E$

La constante de temps τ augmente $\tau = \frac{L}{R}$

6

1) a- Sur la voie 1, on visualise la tension u_{R0}.
Sur la voie 2, on visualise la tension aux bornes du générateur u=E.
b- E=cte alors la courbe (a) représente E.
La courbe (b) représente u_{R0} car à t=0, i=0 alors $u_{R0}=0$
c- La tension qui permet de suivre l'évolution de l'intensité i(t) du courant dans le circuit est u_R car u_{R0} et i sont proportionnelles.
2) Loi des mailles :

$$u_{R0} + u_b - E = 0$$

$$R_0 i + ri + L\frac{di}{dt} = E$$

$$i(R_0 + r) + L\frac{di}{dt} = E$$

$$i + \frac{L}{R}\frac{di}{dt} = \frac{E}{R} \text{ avec } (R = R_0 + r)$$

3) a- $i = I_0(1 - e^{\frac{-t}{\tau}})$

$$\frac{di}{dt} = \frac{I_0}{\tau}e^{\frac{-t}{\tau}}$$

$$I_0(1 - e^{\frac{-t}{\tau}}) + \frac{L}{R} \times \frac{I_0}{\tau}e^{\frac{-t}{\tau}} = \frac{E}{R}$$

$$I_0 - I_0 e^{\frac{-t}{\tau}} + \frac{L}{R} \times \frac{I_0}{\tau}e^{\frac{-t}{\tau}} = \frac{E}{R}$$

$$I_0 e^{\frac{-t}{\tau}}(-1 + \frac{L}{R} \times \frac{1}{\tau}) + I_0 = \frac{E}{R}$$

$$I_0 = \frac{E}{R} \text{ et } -1 + \frac{L}{R} \times \frac{1}{\tau} = 0 \Rightarrow \tau = \frac{L}{R}$$

b- à $t = \tau \Rightarrow u_{R_0} = 0.63 u_{R_0 max} = 0,63 \times 8 = 5,04V$

graphiquement, $\boxed{\tau = 20m.s}$

c- $u_{R_0 max} = R_0 I_0$

$R_0=\frac{uR_{0max}}{I_0}$ AN $R_0=\frac{8}{0,4}=\boxed{20\Omega=R_0}$

On a, $I_0=\frac{E}{R_0+r}$

$I_0(R_0+r)=E$

$I_0R_0+I_0r=E$

$r=\frac{E-I_0R_0}{I_0}=\frac{E}{I_0}-R_0$

AN $r=\frac{10}{0,4}-20\Rightarrow r=5\Omega$

d- $\tau=\frac{L}{R}=\frac{L}{R_0+r}$

$(R_0+r)\tau=L$ AN $L=(20+5)\times20\times10^{-3}=\boxed{0,5=L}$

4) a- $uR_0=R_0i$

$u_{R_0}=R_0I_0(1-e^{\frac{-t}{\tau}})$

$u_b=ri+L\frac{di}{dt}$

$u_b=E-u_{R_0}=\boxed{E-R_0I_0(1-e^{\frac{-t}{\tau}})=u_b}$

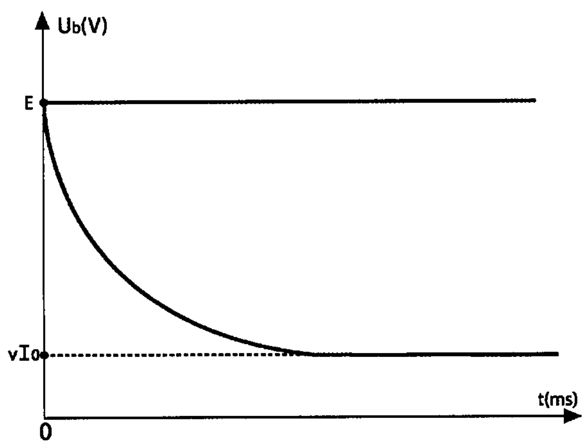
à t=0 $u_b=E$

à $t=\infty$ $u_b=r.I_0$

$u_b=E-\frac{R_0E}{R_0+r}=\frac{(R_0+r)E-R_0}{R_0+r}$

$=r\frac{E}{R_0+r}$

$\boxed{=r.I_0}$



5) $E_m=\frac{1}{2}L.i^2$

Au régime permanent $i=I_0=0,4A$.

$E_m = \frac{1}{2} \times 0,5 \times (0,4)^2$

$E_m = 0,04 = 4.10^{-2} J$

7

Partie A :

1) On doit enregistrer la tension $u_{BC} = u_R$ car, u_R et i sont proportionnelles (u_R=Ri) puis, on demande au logicielle de tracer $\frac{u_R}{R} = i(t)$.

2) a- Lorsque le régime permanent s'établit l'intensité du courant devient constante donc, I=6mA.

b- L'intersection de la tangente à l'origine avec l'asymptote horizontale i=I=6mA se fait à $t = \tau = 0,1 ms$

c- $\tau_{th} = \frac{L}{R}$.

AN $\tau_{th} = \frac{0,1}{10^3} = 0,1.10^{-3} s = 0,1 ms$

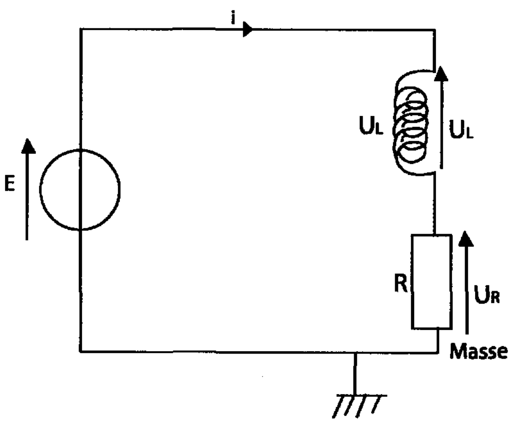
3) a-

La loi des mailles :

$u_R + u_L - E = 0$

$R_i + L\frac{di}{dt} = E$

$\boxed{i + \frac{L}{R}\frac{di}{dt} = \frac{E}{R}}$



b- au régime permanent i=cte $\Rightarrow \frac{di}{dt} = 0$ l'équation différentielle.

$i = I = \frac{E}{R}$ AN $I = \frac{6}{10^3} = 6.10^{-3} A = 6mA$

Partie B :

Exp B :

$\tau_C = \frac{L}{R} = 0,1.10^{-3} s = 0,1 ms$

$I_B = \frac{E}{R} = \frac{12}{10^3} = 12.10^{-3} A = 12mA$

D'où l'éxp B $\rightarrow$ graphe 4

Exp C :

$$\tau_C = \frac{L}{R} = \frac{0,1}{0,5.10^3} = 0,2.10^{-3}\text{s}=0,2\text{ms}$$

$$I_C = \frac{E}{R} = \frac{6}{0,510^3} = 12.10^{-3}\text{A} = 12\text{mA}$$

D'où l'éxp C $\rightarrow$ graphe 3

Exp D :

$$\tau_D = \frac{L}{R} = \frac{0,2}{10^3} = 0,2.10^{-3}\text{s}=0,2\text{ms}$$

$$I_D = \frac{E}{R} = \frac{6}{10^3} = 6.10^{-3}\text{A} = 6\text{mA}$$

D'où l'éxp C $\rightarrow$ graphe 2

8

I-

1) Tension aux bornes de la bobine : $u(t) = L.\frac{di}{dt} + r.i$

2) La loi d'additivité des tensions conduit à $E = u_{\text{inter}} + u_R + u$

L'interrupteur étant fermé : $u_{\text{inter}} = 0$; de plus $u_R = R.i$ (loi d'Ohm en convention récepteur)

Donc $E = R.i + L.\frac{di}{dt} + r.i$ ce qui donne : $\boxed{\mathbf{E = L.\frac{di}{dt} + K.i}}$ avec $\mathbf{K = R + r}$ la résistance totale du circuit

3) a- Si $i = A \times (1 - e^{-Bt})$ alors $\frac{di}{dt} = A.B\, e^{-Bt}$

On reporte dans l'équation différentielle : $E = L.A.B\, e^{-Bt} + K.(A \times (1 - e^{-Bt}))$

$E = L.A.B\, e^{-Bt} + KA - KA\, e^{-Bt}$

En séparant les constantes $A.e^{-Bt}.(LB - K) = E - K.A$
Cette équation doit être valable à chaque instant donc nécessairement : $LB - K = 0$ et $E - KA = 0$

On obtient les coefficients : $\boxed{\mathbf{B} = \frac{K}{L}}$ et $\boxed{\mathbf{A} = \frac{E}{K}}$

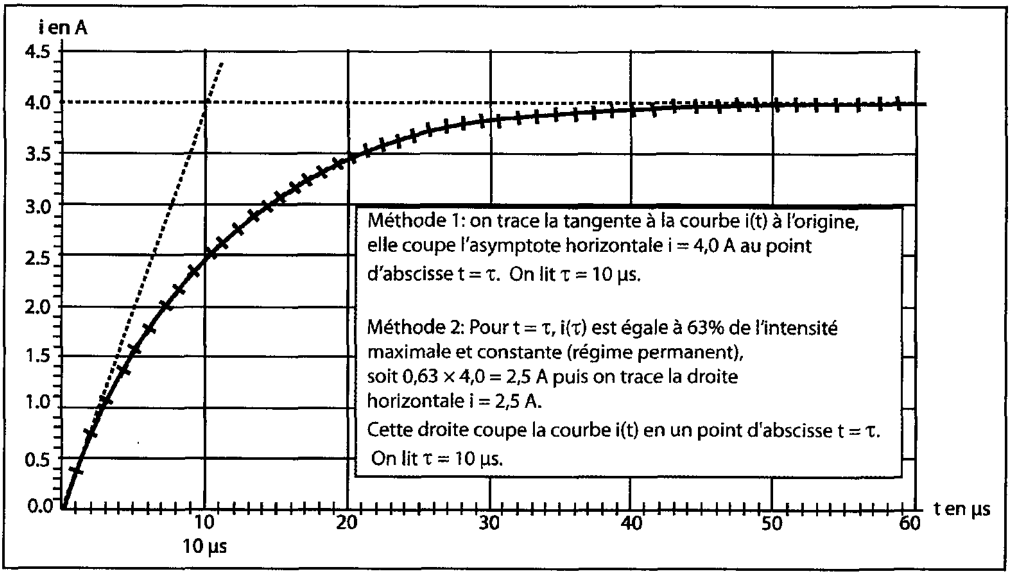
b- $A = \frac{E}{K} = \frac{E}{R+r}$ analyse dimensionnelle : $[A] = \frac{[U]}{[R]}$, d'après la loi d'ohm

$[A] = [I]$, A s'exprime en ampères. $\mathbf{A} = \frac{12}{(2,5+0,50)} = \mathbf{4,0\ A}$

4) Une solution de l'équation différentielle est $i = A \times (1 - e^{-Bt})$.
à t = 0 s, alors $i(0) = A(1 - e^{-B\times 0}) = A.(1 - 1) = 0$: on élimine la courbe 1 pour laquelle $i(0) = -4,0$ A.
Pour $t \rightarrow \infty$, alors $i \rightarrow A$ donc i tend vers 4,0 A : on élimine la courbe 3 pour laquelle i atteint une valeur supérieure

Seule la courbe 2 peut représenter *i*.

5)



6) La constante de temps du circuit est : $\boxed{\tau = \dfrac{L}{R+r}}$

7) $L = \tau \,.\, (R+r)$

$L = 10.10^{-6} \times (2{,}5 + 0{,}50)$ **$L = 3{,}0.10^{-5}$ H**

8) L'énergie emmagasinée dans la bobine primaire est $\boxed{\mathbf{W_L = \frac{1}{2}\,.L.}\boldsymbol{i^2}}$

9) L'énergie maximale est emmagasinée quand l'intensité est maximale, soit $I_{max} = 4{,}0$ A

$W_{L,\,max} = \frac{1}{2} \times 3{,}0.10^{-5} \times 4{,}0^2 = \mathbf{2{,}4.10^{-4}\ J}$

II-

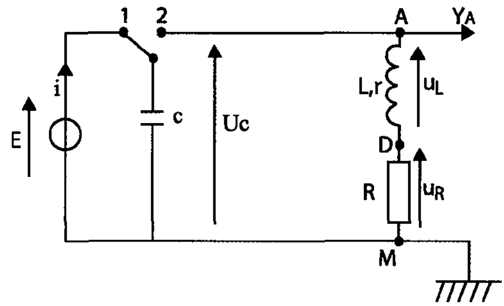
1) Le coefficient directeur $\dfrac{\Delta i}{\Delta t}$ de la tangente T_5, à l'origine, de la courbe 5 est plus petit (« plus négatif ») que celui de la tangente T_4 à l'origine de la courbe 4.

Par contre, le terme $\left|\dfrac{\Delta i}{\Delta t}\right|$ à t= 0 s est plus grand pour la courbe 5 que pour la courbe4.

2) Comme u_2 est proportionnelle à $\left|\dfrac{\Delta i}{\Delta t}\right|$ à t = 0 , et que u_2 doit être la plus élevée possible, la courbe 5 représente l'évolution de *i*(t) qui doit être choisie pour obtenir une étincelle au niveau des bougies.

Oscillations libres dans un circuit RLC série

I- Les oscillations libres amorties:



• Le montage ci-contre permet l'étude des oscillations libre amorties :

• La tension u_c prend alternativement des valeurs négatives et des valeurs positives. Elle oscille.

• Comme $q=c.u_c$ donc la charge oscille aussi.

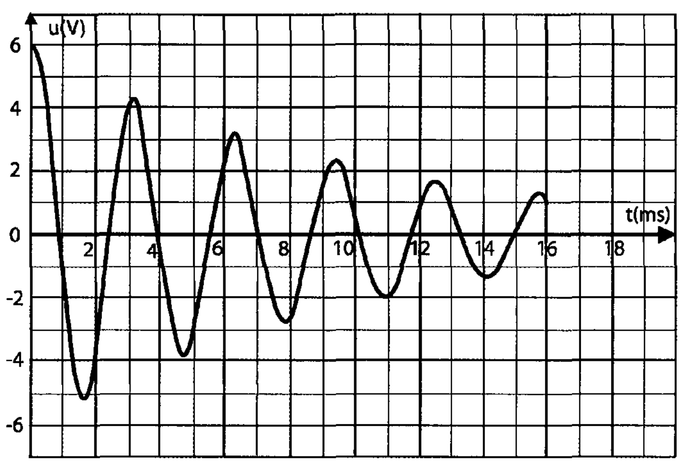
• La tension u_R est aussi oscillante. Donc l'intensité du courant i qui circule dans le circuit est oscillante.

• Au cours du temps l'amplitude des oscillations (valeur maximale à partir de 0) diminue : les oscillations sont dites **amorties.**

La tension u_C subit des oscillations **libres amorties** dont la valeur maximale décroît et intervient à intervalles de temps égaux : on dit que le régime des oscillations est **pseudopériodique**.

• La pseudopériode T est la durée entre 2 valeurs maximales successives ou entre deux passages par zéro dans le même sens. Elle est constante.

• Si on diminue la valeur de l'inductance L on constate que la période T diminue.



• Les oscillations résultent :

➢ De la tendance du condensateur à se décharger spontanément lorsqu'il est chargé.

➢ Des retards à la variation de l'intensité du courant électrique, introduit par la bobine.

➢ La diminution de l'amplitude des oscillations est due à la diminution de l'énergie qui est perdue par effet joule dans le résistor.

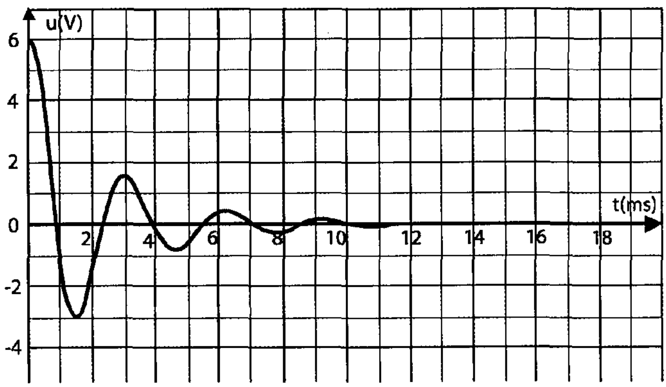
• Ainsi : un circuit RL série fermé sur un condensateur initialement chargé peut être le siège d'oscillations électriques amorties. De telles oscillations qui s'effectuent d'elles mêmes sans intervention de l'extérieur sont dites libres.

• Les oscillations libres amorties sont des oscillations pseudopériodiques de pseudopériode T.

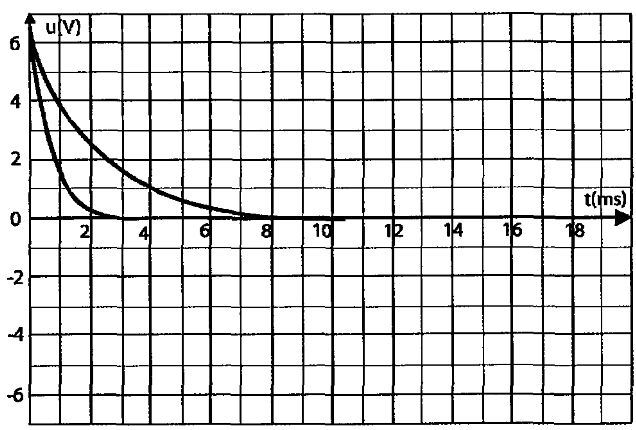
Remarque : on peut remplacer le générateur de tension continue par un GBF délivrant une tension en créneaux de fréquence N si on n'a pas ni oscilloscope numérique, ni un ordinateur muni d'une interface.

Influence de l'amortissement:

- Si on augmente la valeur de R, l'amortissement est plus grand, le nombre d'oscillation diminue.



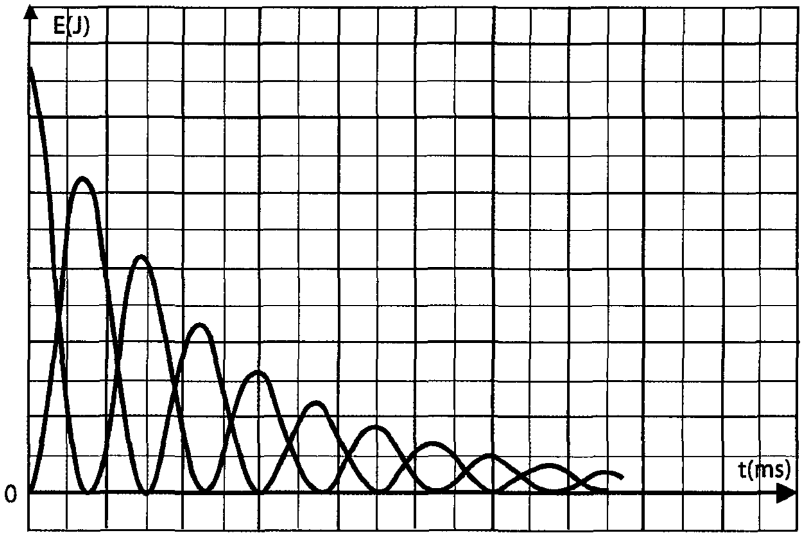
- Pour des grandes valeurs de R, le régime devient apériodique, il n'y a plus d'oscillations.



Forme et transfert de l'énergie.

- Energie emmagasinée par la bobine : $E_L = \frac{1}{2} L.i^2$
- Energie emmagasinée par le condensateur : $E_C = \frac{1}{2} C.u_C^2$
- Energie totale : $E = E_L + E_C = \frac{1}{2} L.i^2 + \frac{1}{2} C.u_C^2$
- On peut ainsi grâce à l'ordinateur tracer les courbes E_L, E_C en fonction du temps.
  - ➢ L'énergie totale décroît en fonction du temps, elle se dissipe par effet joule dans le conducteur ohmique.
  - ➢ En régime pseudopériodique, la décharge est oscillante, il y a transfert d'énergie du condensateur vers la bobine et réciproquement de façon alternative.

En régime apériodique, il y a seulement transfert du condensateur vers la bobine lors de la décharge.

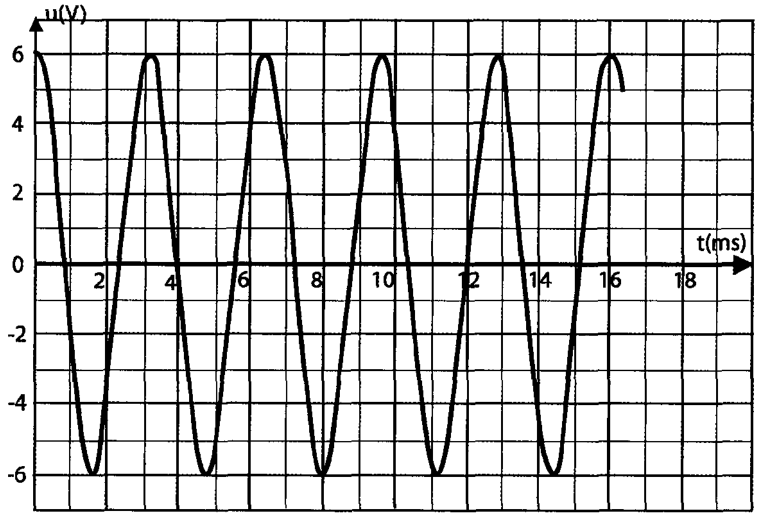


- L'équation différentielle faisant intervenir la charge q du condensateur est : $L\frac{d^2q}{dt^2} + R.\frac{dq}{dt} + \frac{q}{c} = 0$
- Energie totale : $E = E_L + E_C = \frac{1}{2} L.i^2 + \frac{1}{2} C.u_C^2$.

- $\frac{dE}{dt} = -Ri^2 < 0 \Rightarrow E$ diminue au cours du temps ce qui entraine la diminution de l'amplitude des oscillations.

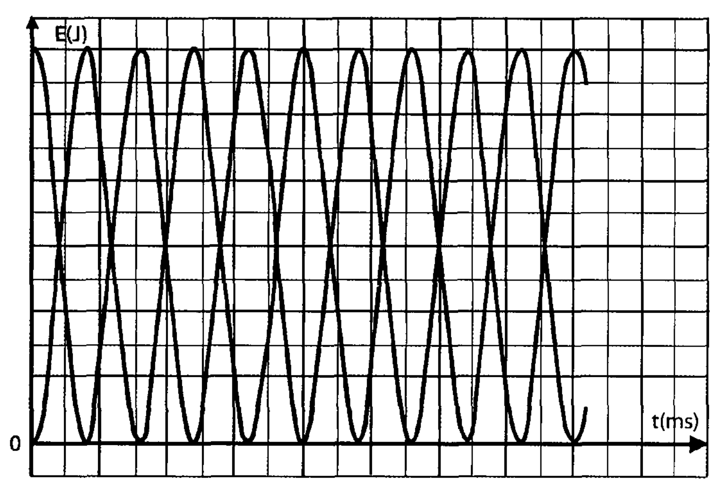
II- Les oscillations libres non amorties:

- Lorsque la résistance totale du circuit est nulle alors les oscillations deviennent sinusoïdales. Il n'y a plus diminution de l'amplitude.



- La période des oscillations dépend de l'inductance L et de la capacité C du condensateur. Elle est appelée période propre et on la note souvent T_0.

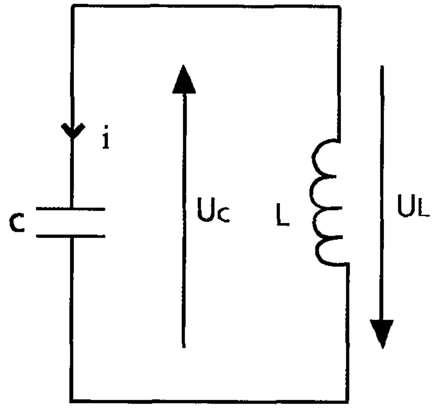
- L'énergie totale reste constante, elle se conserve. Il y a transfert continuel entre la bobine et le condensateur.



Etude théorique des oscillations d'un circuit série LC :

a- Equation différentielle

- Loi des mailles :



$$u_L+u_C=0 \Rightarrow L.\frac{di}{dt}+u_C=0$$

$$\text{Or } i=\frac{dq}{dt} \text{ et } q=C.u_C \Rightarrow i=C.\frac{du_C}{dt}$$

$$\Rightarrow L.C.\frac{d^2u_C}{dt^2}+u_C=0 \text{ ou } \frac{d^2u_C}{dt^2}+\frac{1}{LC}u_C=0$$

- On peut aussi écrire une équation différentielle pour q.

$$\frac{d^2q}{dt^2}+\frac{1}{LC}q=0$$

- La solution de l'équation différentielle est de la forme :

  $u_C=U_m.\sin(\omega_0.t+\varphi)$; U_m , ω_0 et φ étant des constantes à déterminer.

➢ $\frac{du_C}{dt}=\omega_0.U_m.\cos(\omega_0 t+\varphi)$

➢ $\frac{d^2u_C}{dt^2}=-\omega_0^2.U_m.\sin(\omega_0 t+\varphi)$

➢ L'équation différentielle devient :

$$\frac{d^2u_C}{dt^2}+\frac{1}{LC}u_C=(-\omega_0^2+\frac{1}{LC}).U_m.\sin(\omega_0 t+\varphi)=0$$

➢ Relation valable pour tout t. Il faut donc :

$-\omega_0^2+\frac{1}{LC}=0 \Rightarrow \omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}$; ω_0 est appelée pulsation propre des oscillations électriques, elle s'exprime en $rad.s^{-1}$.

➢ On utilise les conditions initiales pour déterminer U_m et φ :

✓ A t=0s , $u_C=U_m.\sin(\varphi)$; φ est appelé phase à l'origine. Souvent $u_C=U_m$, $\varphi=\frac{\pi}{2}$.

✓ La fonction sinus varie entre -1 et 1, U_m est donc la valeur maximale, appelée amplitude de u_C.U_m=E.

- ✓ On appelle T_0, la période propre des oscillations électriques : $T_0=\frac{2\pi}{\omega_0}=2\pi\sqrt{LC}$. T_0 s'exprime en s.
- ✓ Dans un régime pseudopériodique, la pseudopériode est légèrement supérieure à T_0.
- ✓ La fréquence propre N_0 (ou f_0) : $N_0=\frac{1}{T_0}=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

- La charge q est $q=C.u_C=C.U_m.\sin(\omega_0 t+\varphi)$
- L'intensité du courant traversant le circuit est $i=\frac{dq}{dt}$

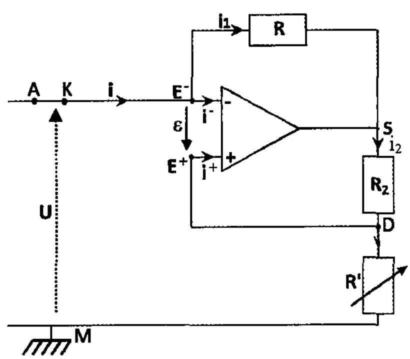
$\Rightarrow i=C.U_m.\omega_0\sin(\omega_0 t+\varphi)=I_m.\sin(\omega_0.t+\varphi)$ avec $I_m=C.U_m.\omega_0$

b- <u>Conservation d'énergie</u> :

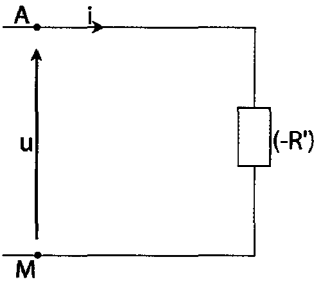
- Energie totale : $E = E_L + E_C = \frac{1}{2}Li^2+\frac{1}{2}C.u_C^2$
- $\frac{dE}{dt}=0 \Rightarrow$ E se conserve au cours du temps ce qui entraine une amplitude

des oscillations constante.

III- Entretien des oscillations d'un circuit RLC série :



- ❖ Le dispositif d'entretien des oscillations est le suivant :
- ❖ Le dipôle AM est un dipôle à résistance négative.
- ❖ On montre que **u = - R'.i**
  - ➢ Dans la maille $MAE^- E^+DM$: $u = R'i' - \varepsilon$ (1)
  - ➢ Dans la maille $DS E^- E^+D$: $R_2i_2 + R_1i_1 + \varepsilon = 0$ (2)
  - ➢ Au nœud E^- : $i = i_1 + i^-$ (3)
  - ➢ Au noeud D : $i_2 = i' + i^+$ (4)
  - ➢ L'amplificateur opérationnel utilisé étant supposé idéal, on a : $\varepsilon = 0, i^+ = i^- = 0$.
  - ➢ $R_1 = R_2$.Les équations (1), (2), (3) et (4) donnent **: u = - R'.i**
- ❖ Par conséquent, le montage de l'amplificateur opérationnel est équivalent à un dipôle AM caractérisé par une résistance négative (-R').
- ❖ Un dipôle à résistance négative joue le rôle de générateur mais non autonome.
- ❖ L'équation différentielle devient :

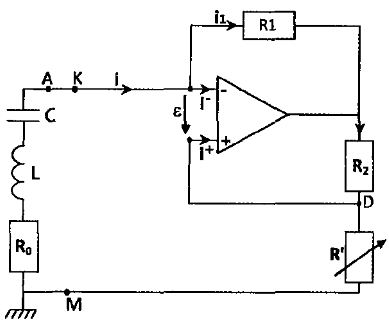


$$\frac{q}{c}+L\frac{di}{dt}+ri+R_0i-R'i=0$$

Ou $\frac{q}{c}+L\frac{di}{dt}+R_ti=0$ avec $R_t=(R_0+r-R')$

❖ $\frac{dE}{dt}=-R_ti^2$ ainsi :

- Si R'< $R=R_0+r$, on a Rt > 0. Par suite, $\frac{dE}{dt}<0$, ce qui signifie que l'énergie apportée par le dipôle à résistance négative ne suffit pas pour compenser les pertes par effet Joule dues à R_t. la tension uc reste nulle.
- Si R' = R, la résistance totale R_t devient nulle, alors $\frac{dE}{dt}=0$, ce qui signifie que l'énergie totale E du système ne diminue plus, elle reste constante : l'énergie apportée par le dipôle à résistance négative compense exactement les dissipations d'énergie en énergie thermique, des oscillations quasi-sinusoïdales, d'amplitude d'abord très faible, puis croit pendant un temps variable qui peut atteindre la seconde, puis elle se stabilise : c'est l'accrochage des oscillations.



Une fois accrochées les oscillations sont entretenues, la fréquence des oscillations est égale à la fréquence propre $\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ de l'oscillateur. Le dipôle RLC est dit en auto-oscillations. Mais, dans la pratique, on n'a le régime entretenu qu'à R' légèrement supérieure à (Ro + r).

- Si R' devient trop élevée, les oscillations subsistent, mais leur allure sinusoïdale se trouve perturbée.

Enoncés

1

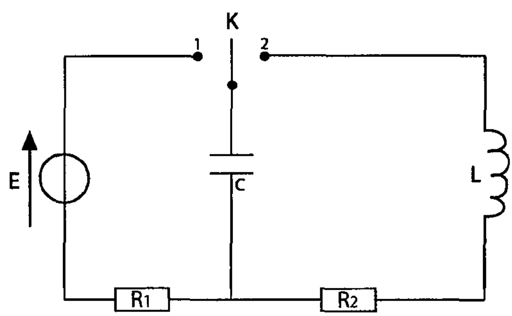
1) Expliquer les termes suivants :
a- Oscillations libres.
b- Oscillations amorties
2) Répondre par vrai ou faux et corriger les propositions fausses :
a- L'énergie emmagasinée dans un dipôle RLC en régime d'auto-oscillation reste constante.

b- La période propre des oscillations d'un circuit LC est $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{C}}$.

c- Dans un dipôle RLC en régime d'oscillations libres, lorsque la tension aux bornes du condensateur est extrémale, l'énergie emmagasinée dans la bobine (magnétique) est croissante.
d- L'énergie d'un dipôle LC est nulle aux instants ou la charge du condensateur est nulle.

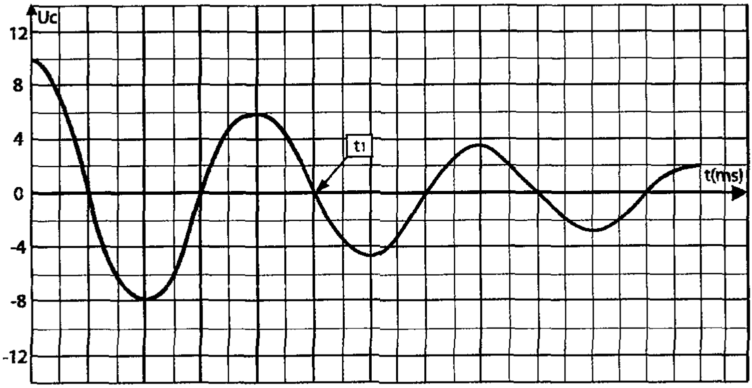
2

On considère le circuit électrique constitué par un générateur de tension de f.e.m E=10V et de résistance interne négligeable, un condensateur de capacité C=5µF, une bobine d'inductance L et de résistance négligeable, deux résistors de résistance respectives R_1 et R_2 et un commutateur K. L'ensemble est associé comme l'indique la figure ci-contre :



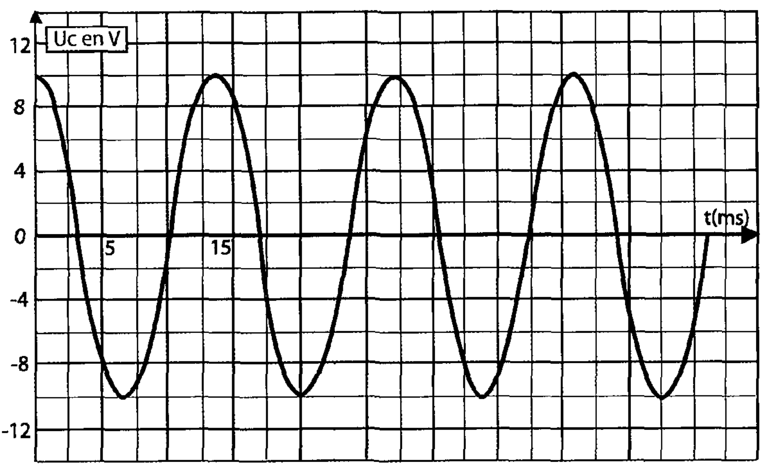
Les parties **I, II** et **III** sont indépendantes
I- On ferme le commutateur sur la position 1.
1) Quel phénomène physique se produit au niveau du condensateur ? le décrire brièvement.
2) Calculer la charge du condensateur lorsque celui-ci est totalement chargé.
3) En déduire l'énergie emmagasinée par le condensateur.

II- Le condensateur étant chargé, on bascule, à l'origine des dates t=0, le commutateur sur la position 2. Un oscilloscope à mémoire permet de visualiser la tension u_C aux bornes du condensateur. Voir la figure ci-dessous.



1) De quel régime d'oscillation s'agit-il ?
2) Etablir l'équation différentielle relative à la tension u_C. En déduire celle relative à q.
3) a- Montrer que l'énergie électromagnétique du circuit (R_2 , L et C) diminue au cours du temps. A quoi est due cette diminution ?
b- En déduire une justification de l'allure de la courbe obtenue.
c- Déterminer la variation de l'énergie au cours de la première pseudo-période.
d- Quelle est la forme de l'énergie emmagasinée dans le circuit à l'instant $\mathbf{t_1}$? Indiquer comment calculer sa valeur.
3) Donner l'allure de u_C=f(t) si on remplace R'_2 par une résistance R_2 très grande. Nommer le régime obtenu.

III- On enlève le résistor R_2, on recharge le condensateur et on ferme le commutateur dans la position 2. La nouvelle courbe de la variation de u_C en fonction du temps est donnée par le graphe ci-dessous :



1)
a- Etablir l'équation différentielle relative à u_C aux bornes du condensateur.
b- Sachant que la solution de cette équation différentielle est une fonction de la forme : $u_C(t)=U_{max}\sin(\omega_0 t+\varphi)$, déterminer la valeur maximale U_{max}, la pulsation propre ω_0 et la phase initiale φ.
c- En déduire l'expression en fonction du temps de :
c-1- la charge q du condensateur.
c-2- l'intensité i du courant circulant dans le circuit.
c-3- tracer sur le même graphe la courbe i(t).
d- Déterminer la valeur de l'inductance L de la bobine.
2)
a- Etablir les expressions, en fonction du temps, des énergies E_e emmagasinée par le condensateur et E_m emmagasinée dans la bobine.
b- Montrer que l'énergie électromagnétique totale E_{em} se conserve et calculer sa valeur.
3) Représenter sur le même graphe E_m, E_{em} et E_e
a- En fonction de q.
b- En fonction de q^2.

3

I- Le circuit électrique suivant de la (**fig1**) permet l'étude expérimentale des oscillations libres d'un circuit électrique d'une bobine purement inductive d'inductance L=0.01H et d'un condensateur de capacité C.

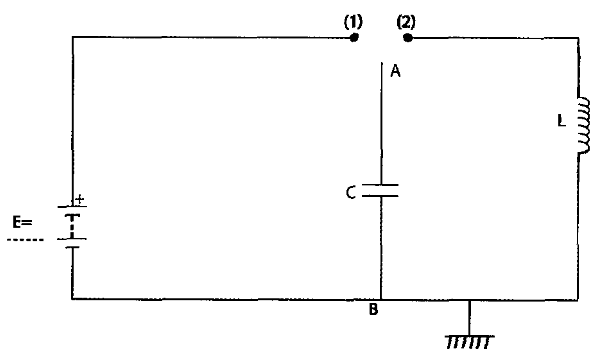


Fig 1

Lorsqu'on place le commutateur sur la position (1), le condensateur se charge. L'armature A prend la charge Q. Exprimer la charge Q du condensateur et l'énergie emmagasinée Ee en fonction de C et E.
II- Le commutateur est basculé à la position (2) à un instant pris comme origine des dates.
1) Etablir l'équation différentielle reliant q à sa dérivée seconde, où q est la charge de l'armature A.

2) En déduire que $\frac{d^2U_{AB}}{dt^2}+\omega_0^2 u_{AB}=0$.

3) Vérifier que $u_{AB}(t)=U_m\sin(\omega_0 t+\varphi)$ est une solution de l'équation différentielle précédente.

4) La courbe (1) de la (**fig2**) donne la représentation graphique de l'énergie E_L emmagasinée par la bobine en fonction de u^2_{AB}.

a- Justifier théoriquement l'allure de cette courbe en établissant l'expression de E_L en fonction u^2_{AB}.

b- Déterminer, à partir de la courbe, la valeur de la capacité Cdu condensateur.

c- Ecrire alors les expressions de q(t) et de $u_{AB}(t)$.

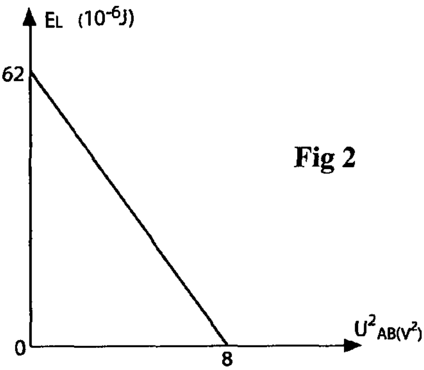


Fig 2

III- On insère dans le circuit précédent un résistor de résistance variable. (fig 3). On charge le condensateur puis on place le commutateur sur la position 2.

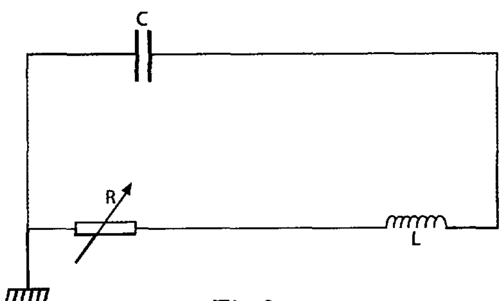
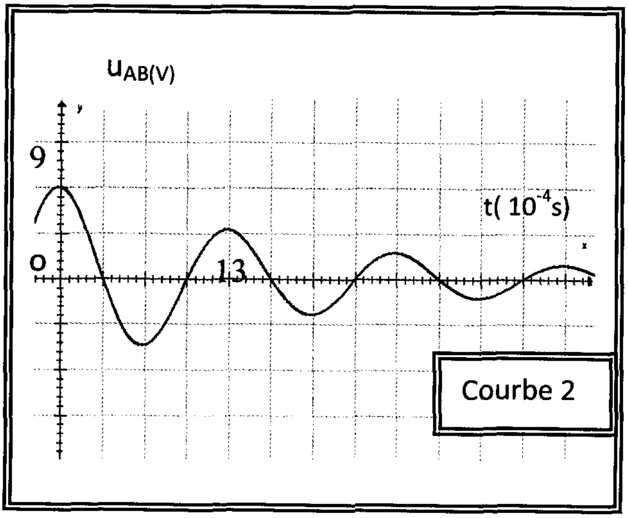


Fig 3

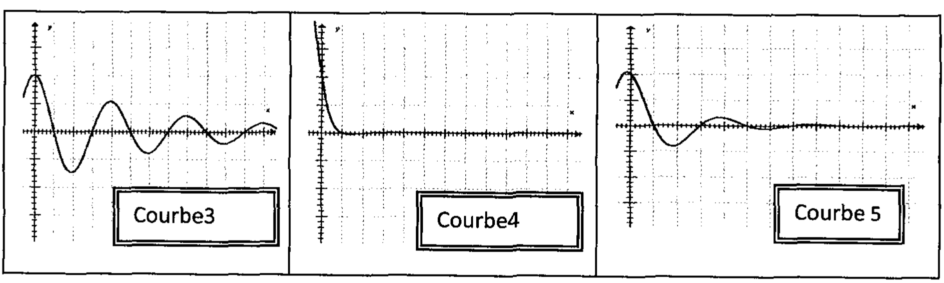
Un ordinateur muni d'une carte d'acquisition permet de visualiser la tension $u_{AB}(t)$ lorsque le commutateur est sur la position (2) (voir courbe 2).



1) Etablir l'équation différentielle reliant q, dq et $\frac{d^2q}{dt^2}$.
2) Déterminer à partir de la courbe la pseudo-période T et la comparer à la période propre T_0 de l'oscillateur.
3) Montrer que l'énergie totale de l'oscillateur diminue au cours du temps.
4) Calculer cette diminution de l'énergie au cours de la première pseudo-période.

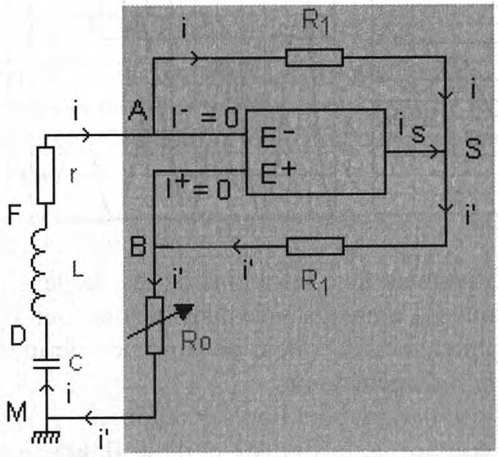
5) Sachant que l'équation différentielle s'écrit $\frac{d^2q}{dt^2}+1000\frac{dq}{dt}+25.10^8q=0$.

Déduire la valeur R de la résistance du résistor.
6) Les courbes 3, 4 et 5 sont obtenues respectivement pour des valeurs R_1, R_2 et R_3 de la résistance du résistor.



a- Comparer R_1, R_2 et R_3 en justifiant la réponse.
b- Qu'appelle-t-on ces régimes ?

IV- Le circuit précédent RLC, série, est inséré aux bornes du dipôle AM comme l'indique le schéma ci - dessous :



L'amplificateur est supposé idéal.

1) Montrer que $u_{AM} = - R_0 i$. Qu'appelle –t –on ce dipôle ? Quel est son utilité ?

2) Que devient l'équation différentielle relative à q ?

3) Que deviennent les oscillations aux bornes du condensateur lorsque $R_0 = R$?

4) En réalité les oscillations ne prennent naissance que si $R_0 > R$. expliquer pourquoi ?

4

I- On réalise l'étude expérimentale d'un circuit constitué par :

- Un condensateur de capacité **C=0,5µF** chargé par un générateur de f.e.m **E** et de résistance négligeable.

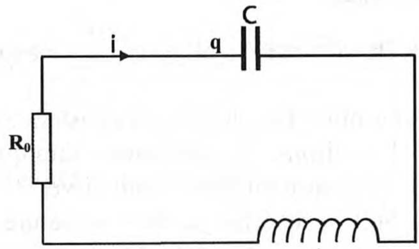
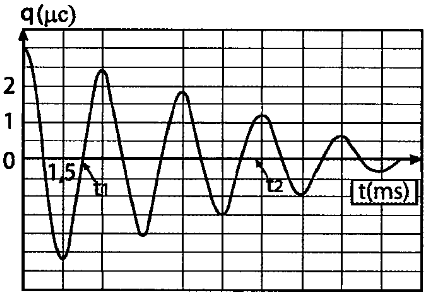
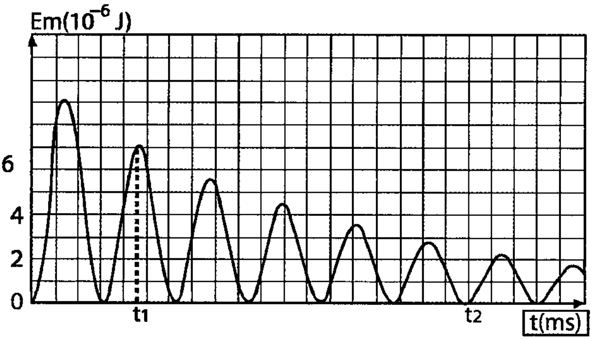


Figure 1

- Une bobine d'inductance **L=0,5H** et de résistance interne **r**.
- Un conducteur ohmique de résistance $\mathbf{R_0=100\,\Omega}$. A l'aide d'un système d'acquisition, on réalise les enregistrements représentés sur les **figures 2** et **3** qui





correspondent respectivement aux variations de la charge **q** du condensateur et de l'énergie magnétique $\mathbf{E_m}$ emmagasinée dans la bobine en fonction du temps.

1) Déterminer graphiquement la valeur de la pseudo-période T des oscillations et la valeur de la f.e.m E du générateur.

2) Montrer que les oscillations sont libres et amorties.

3) En utilisant les courbes de la **figure2** et de la **figure3** compléter le tableau suivant tout en expliquant et en calculant les énergies électrique $\mathbf{E_e}$, magnétique $\mathbf{E_m}$ et totale $\mathbf{E_{em}}$.

temps / **Energie**	$\mathbf{t_1=2,25ms}$	$\mathbf{t_2=9ms}$
$\mathbf{E_e}$	$\mathbf{E_{1e}}$=	$\mathbf{E_{2e}}$=
$\mathbf{E_m}$	$\mathbf{E_{1m}}$=	$\mathbf{E_{2m}}$=
$\mathbf{E_{em}}$	$\mathbf{E_1}$=	$\mathbf{E_2}$=

4) A partir du tableau précédent, justifier la conservation ou la non conservation de l'énergie électromagnétique du circuit. Quel phénomène physique explique ces résultats ?

5) On admettra la relation : $\dfrac{E_2}{E_1}=\exp\left[-\dfrac{(R_0+r)}{L}.(t_2-t_1)\right]$

Déterminer la valeur de la résistance interne **r** de la bobine.

II- On élimine le conducteur ohmique de résistance $\mathbf{R_0}$ et on remplace la bobine par une autre purement inductive.

1) Soit **q** la charge de l'armature **A** du condensateur à un instant **t** (t>0)
Etablir l'équation différentielle qui régit les variations de la charge **q** au cours du temps.

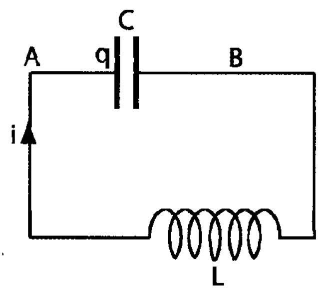


Figure 1

2) a- Vérifier que $\mathbf{q(t) = Q_m sin(\omega_0 t + \varphi)}$ est une solution de l'équation différentielle.

b- Déterminer la valeur qu'il faut donner à l'inductance L de la bobine pour que la période propre de l'oscillateur soit $T_0=4.10^{-3}$s.

c- Que représentent Q_m et φ ?

3) Etablir l'expression de $\mathbf{I_m}$ en fonction de $\boldsymbol{\omega_0}$ et $\mathbf{Q_m}$.

4) a- Etablir en fonction du temps les expressions des énergies $\mathbf{E_e}$ et $\mathbf{E_m}$ respectivement aux bornes du condensateur et aux bornes de la bobine.

b- A l'aide du système d'acquisition on enregistre les énergies $\mathbf{E_e}$ et $\mathbf{E_m}$ on obtient les courbes suivantes :

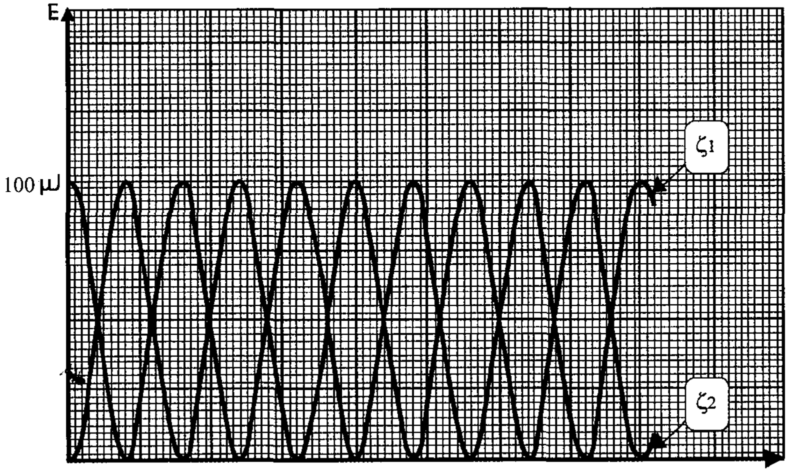


Figure 2

b_1- Attribuer chacune des deux courbes à l'énergie correspondante.

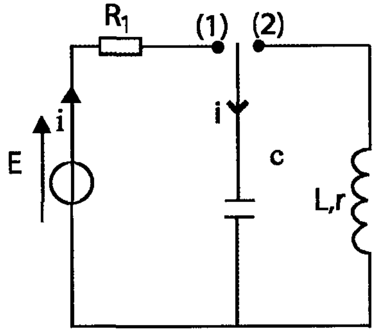
b_2- Exprimer la période des oscillations des énergies en fonction de la période propre de l'oscillation. Calculer sa valeur.

b_3- Déterminer la valeur de la fem **E'** du générateur, de la charge $\mathbf{Q_m}$ et de l'intensité $\mathbf{I_m}$.

b_4- Ecrire les expressions de q(t) et de i(t)

b_5- Montrer que $q^2+\frac{i^2}{\omega_0^2}=Q_m^2$. Donner l'allure de la courbe : $\mathbf{q^2=f(i^2)}$.

5 On réalise le circuit correspondant au schéma ci-contre. Le condensateur de capacité C est préalablement chargé à l'aide d'un générateur idéal de tension continue (interrupteur en position 1) il se charge ensuite (interrupteur en positions 2) à travers un circuit comportant une



bobine d'inductance L et de résistance r. La résistance $R_1=200\,\Omega$.

<u>PARTIE 1</u> : Etude de la charge du condensateur

Un dispositif d'acquisition relié à un ordinateur permet de suivre l'évolution au cours du temps de la tension uc aux bornes du condensateur lors de sa charge (interrupteur en position 1) (voir figure 1).

1) Déterminer la tension délivrée par le générateur.

2) Déterminer, par deux méthodes, la constante de temps τ. En déduire la capacité du condensateur.

3) Sur la courbe, indiquer le régime permanent et le régime transitoire.

4) Représenter l'allure de la courbe i=f(t) en indiquant la valeur de l'intensité à t=0.

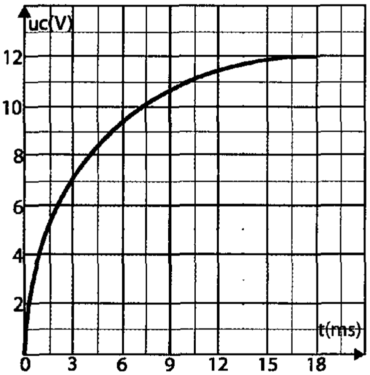


Figure 1

5) Etablir l'équation différentielle relative à u_C.

6) Vérifier que $u_c=E.(1-e^{\frac{-t}{\tau}})$ est solution de cette équation différentielle.

7) A l'aide du logiciel on trace la courbe $\frac{du_c}{dt}=f(u_c)$ (voir figure 2).

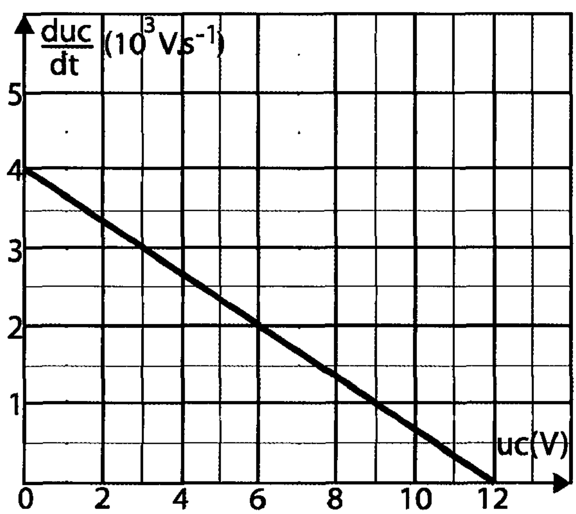


Figure 2

a- Justifier théoriquement l'allure de la courbe.

b- Retrouver les avaleurs de τ , C et la tension délivrée par le générateur.

8) Calculer l'énergie emmagasinée dans le condensateur à t=16ms

PARTIE 2 : Etude de la décharge du condensateur

Le dispositif d'acquisition relié à l'ordinateur permet de suivre l'évolution au cours du temps de la tension uc aux bornes du condensateur et de l'intensité i du courant pendant la décharge (interrupteur en position 2) (voir figure 3).

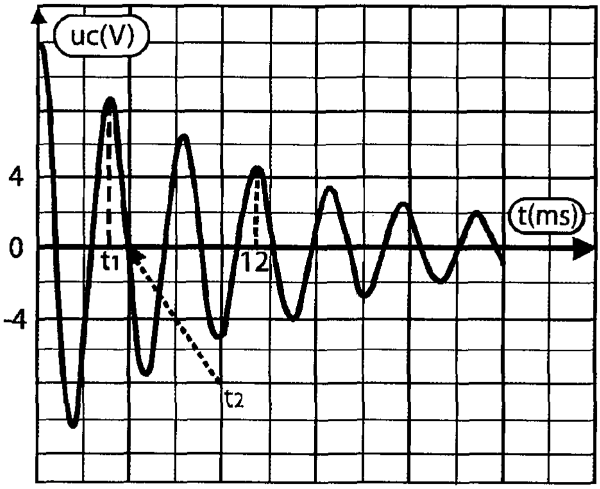


Figure 3

1) Parmi les propositions ci-dessous, choisir celles qui conviennent pour qualifier le régime de l'oscillateur étudié.

Oscillations forcées	Oscillations amorties
Régime apériodique	Régime critique
Oscillations pseudopériodiques	Oscillations non amortie
Oscillations libres	Oscillations périodique

2) Etablir la relation entre l'intensité du courant i et la tension u_c aux bornes du condensateur en respectant les conventions indiquées sur le schéma.

3) Entre les instants t_1 et t_2, le condensateur se charge-t-il ou se décharge-t-il ? justifier.

4) A partir de la figure 2, trouver la valeur de i et les signes des armatures aux instants t_1 et t_2, ainsi que le sens réel de circulation du courant entre t_1 et t_2.

5) Déterminer la valeur de la pseudopériode T des oscillations.

6) L'équation différentielle de l'oscillateur électrique étudié, admettant $u_c(t)$ pour solution, s'écrit : $\frac{d^2u_c}{dt^2}+A\frac{du_c}{dt}+B\,u_c=0$

a- Identifier A et B.
b- Déterminer la résistance r et l'inductance L de la bobine sachant que A=444 SI et B=2,47.10^6 SI.
7) Montrer que l'énergie totale de l'oscillatteur diminue. Calculer la diminution de l'énergie entre t_1 et t_2.

PARTIE 3 : Cas particulier :

On suppose maintenant que la résistance du circuit est nulle. Dans ces conditions, la tension u_c aux bornes du condensateur est de la forme $u_c(t)=U_m\sin(\omega_0 t+\varphi)$; ω_0 est la pulsation propre de l'oscillateur.

1) Déterminer la valeur de ω_0. En déduire celle de la période propre T_0.

2) Trouver l'expression de l'intensité maximale I_m du courant qui traverse le circuit en fonction de ω_0, U_m, C. Calculer sa valeur.

3) Trouver une relation entre i, ω_0, U_m, C et u_c.

4) Etablir, en fonction de ω_0, U_m, C, φ et t les expressions de :

a- L'énergie électrique emmagasinée dans le condensateur.
b- L'énergie magnétique emmagasinée dans la bobine.
c- Montrer que, dans ce cas, l'énergie totale est conservée. Calculer sa valeur.

Corrigés

1

1) a- Oscillations libres se font sans intervention d'un excitateur.

b- Oscillations amorties : oscillations au cours desquelles l'amplitude diminue.

2)

a- Faux, l'énergie diminue par effet joule dans le résistor.

b- Faux, $T_0=2\pi\sqrt{LC}$

c- Faux, lorsque u_c est extrémale $\Rightarrow E_e$ est maximale alors E_m est nulle.

d- Faux, l'énergie d'un dipôle LC reste constante (non nulle).

2

I- 1) Lorsqu'on ferme le commutateur sur la position 1 ; le condensateur se charge.

Des électrons parviennent à l'armature B qui se charge négativement et poussent par influence les électrons de l'armature A qui se charge alors, positivement. La tension u_c croit de O jusqu'à atteindre E.

1) $Q=C.u_C=C.E$

AN $q=10.10^{-6}\times 10$

$q=10^{-4}C$

2) $E_C=\frac{1}{2}.C.u_c^2$ AN $E_C=\frac{1}{2}.10.10^{-6}.10^2=0{,}5.10^{-3}=\boxed{5.10^{-4}J}$

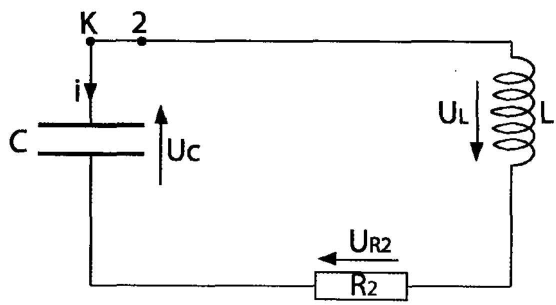
II-

1) Il s'agit d'un régime pseudopériodique car il y a des oscillations avec diminution de l'amplitude.

2) D'après la loi des mailles :

$$u_c+u_L+u_{R_2}=0$$

$$u_c+R_2i+L\frac{di}{dt}=0$$



$$i=\frac{dq}{dt} \text{ et } q=C.u_C \rightarrow i=C\frac{du_C}{dt}$$

$$\boxed{u_C+R_2C\frac{du_C}{dt}+LC\frac{d^2u_C}{dt^2}=0}$$

$$\Rightarrow q+R_2C\frac{dq}{dt}+LC\frac{d^2q}{dt^2}=0$$

3)

a- $E_{em}=E_e+E_m$

$$=\frac{1}{2}Cu_C^2+\frac{1}{2}L.i^2$$

$$\frac{dE_{em}}{dt}=\cancel{\frac{1}{2}}C(\cancel{2}u_C\frac{du_C}{dt})+\cancel{\frac{1}{2}}L(\cancel{2}i\frac{di}{dt})$$

$$\frac{dEem}{dt}=u_C.i+Li\frac{di}{dt}=i(\underbrace{u_C+L\frac{di}{dt}}_{-R_2i\text{(d'après l'équation diff)}})$$

$$\frac{dE_{em}}{dt}=-R_2i^2<0$$

$\Rightarrow E_{em}$ diminue au cours du temps.

Ceci est due à la résistance du circuit qui dissipe l'énergie par effet Joule.

b- La diminution de l'énergie de l'oscillateur entraine une diminution de l'amplitude des oscillations.

c- A $t=0 \Rightarrow u_c=u_{c1max}=10V \Rightarrow i=0$

$$E_{em1}=\frac{1}{2}Cu_{C1max}^2$$

A $t=T \Rightarrow u_c=u_{C2max}=6V \Rightarrow i=0.$

$$E_{em2}=\frac{1}{2}Cu_{C2max}^2$$

$$\Delta E_{em}=E_{em_2}-E_{em_1}=\frac{1}{2}\left[u_{C_2max}^2-u_{C_1max}^2\right]$$

$$AN\ \ \Delta E_{em}=\frac{1}{2}.10.10^{-6}(6^2-10^2)$$

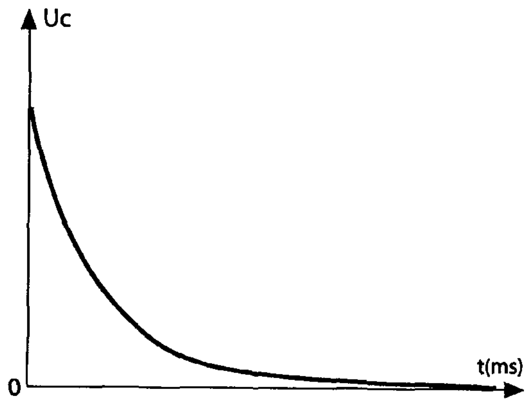
$$\Delta E_{em}=-3{,}2.10^{-4}J$$

d- A l'instant t_1 : $u_c=0 \Rightarrow |i|$ est maximale= I_{max}. donc, toute l'énergie emmagasinée dans le circuit est sous forme magnétique. $i=C.\frac{du_C}{dt}$

graphiquement : $i=C.P(T)$ avec $p(T)$: pente de la tangente à la courbe à la date t_1.

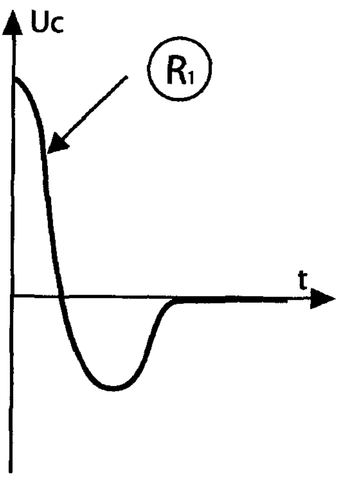
$$E_{em}=\frac{1}{2}L.i^2=\frac{1}{2}L.(C.p(T))^2$$

4)

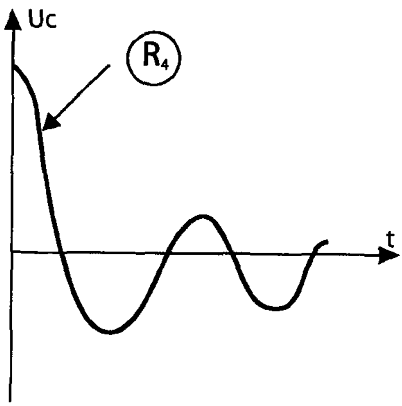


C'est un régime apériodique.

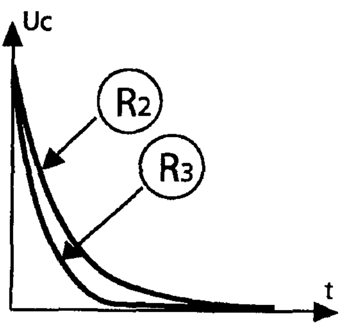
Rq :



Pseudopériodique



Pseudopériodique



Apériodique

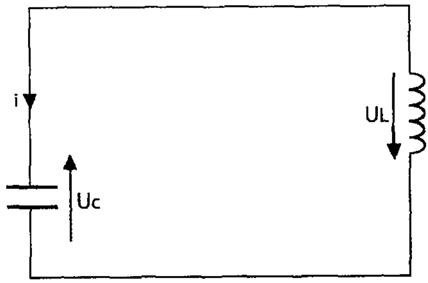
$R_2 > R_3 > R_1 > R_4$

(Plus la résistance augmente plus le nombre d'oscillations diminue)

III-

1) a-

La loi des mailles :



$u_C + u_L = 0$

$u_C + L\dfrac{di}{dt} = 0$

$u_C + LC\dfrac{d^2u_C}{dt^2} = 0$

$\Rightarrow \boxed{u_C + LC\dfrac{d^2u_C}{dt^2} = 0} \Rightarrow \boxed{q + LC\dfrac{d^2q}{dt^2} = 0}$

b- $u_C(t) = U_{C_{max}}\sin(\omega_0 t + \varphi)$

$\omega_0 = \dfrac{2\pi}{T_0}$ d'après le graphe.

$1{,}5T_0 = 20.10^{-3}$s

$1{,}5T_0 = 20.10^{-3}$

$T_0 = \dfrac{30.10^{-3}}{2{,}25} = 13{,}33.10^{-3}$s

$\omega_0 = \dfrac{2\pi}{13{,}33.10^{-3}} = 150\pi$ rad.s^{-1}

$u_{C_{max}} = 10$V.

A t=0 $u_C = \cancel{u_{C_{max}}}\sin\varphi = \cancel{u_{C_{max}}}$

$\sin\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = \dfrac{\pi}{2}$ rad.

d'où $\boxed{U_C(t) = 10\sin(150\pi t + \dfrac{\pi}{2})}$

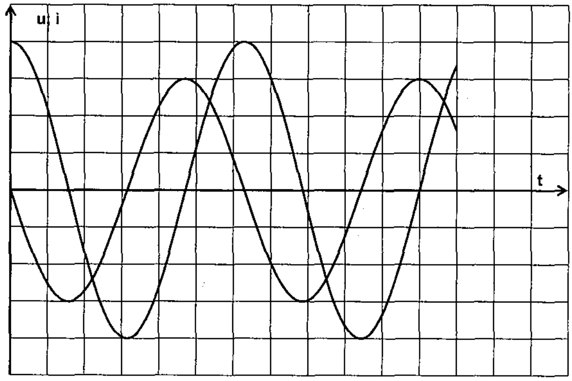
c- c_1. $q(t) = C.u_C(t)$

$q(t) = 10^{-4}\sin(150\pi t + \dfrac{\pi}{2})$

c_2. $i(t) = \dfrac{dq}{dt} = \boxed{4{,}7.10^{-2}\cos(150\pi t + \dfrac{\pi}{2}) = i(t)}$

$\boxed{i(t)=4,7.10^{-2}\sin(150\pi t+\pi)}$

c_3



$\varphi i-\varphi u_c=\pi-\frac{\pi}{2}=+\frac{\pi}{2}$ $\Rightarrow$ i(t) est en quadrature avance de phase par rapport à $u_C(t)$

d- $\omega^2_0=\frac{1}{LC}$; $T_0=2\pi\sqrt{LC}$ $\Leftrightarrow$ $L=\frac{1}{C\omega_0^2}$

AN: $L=\frac{1}{10.10^{-6}(150\pi)^2}\Rightarrow\boxed{L=0,45H}$

2) a- $E_e=\frac{1}{2}Cu_C{}^2$

$=\frac{1}{2}Cu_{C_{max}}{}^2\sin^2(\omega_0t+\varphi)$ or $\boxed{\sin^2 x=\frac{1-\cos 2x}{2}}$

$=\frac{1}{2}C.u_{C_{max}}{}^2\left[1-\frac{\cos(2\omega_0t+2\varphi)}{2}\right]$

$\boxed{E_e=\frac{1}{4}Cu_{C_{max}}{}^2[1-\cos(2\omega_0t+2\varphi)]}$

$E_m=\frac{1}{2}L.i^2$; $i(t)=\frac{dq}{dt}=C\omega_0u^2_{c_{max}}\cos(\omega_0t+\varphi)$

$i(t)=I_m\cos(\omega_0t+\varphi)$ avec $\boxed{I_m=C\omega_0u_{cmax}=\omega_0Q_{max}}$

$E_m=\frac{1}{2}LI^2_m\cos^2(\omega_0t+\varphi)$

or $\boxed{\cos^2 x = \dfrac{1+\cos 2x}{2}}$

$$\boxed{E_m = \frac{1}{4} L I_m^2 \left[1+\cos(2\omega_0 t + 2\varphi)\right]}$$

b- $E_{em} = \dfrac{1}{2} C.u_C^2 + \dfrac{1}{2} L i^2$

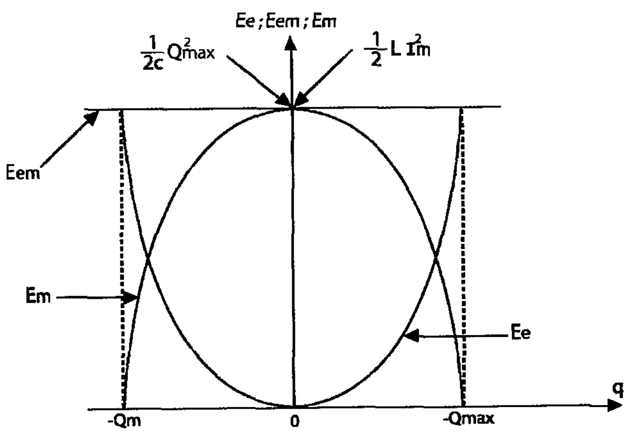
$$\frac{dE_{em}}{dt} = \frac{1}{2} C(2u_C \frac{du_C}{dt}) + \frac{1}{2} L(2i \frac{di}{dt})$$

$$= i(\underbrace{u_C + L\frac{di}{dt}}_{0\text{ (d'après l'éq.diff)}})$$

$\dfrac{dE_{em}}{dt} = 0 \Rightarrow E_{em} = cte \Rightarrow$ L'énergie se conserve.

$$E_{em} = \frac{1}{2} C.U_{C_{max}}^2 = 5.10^{-4} J$$

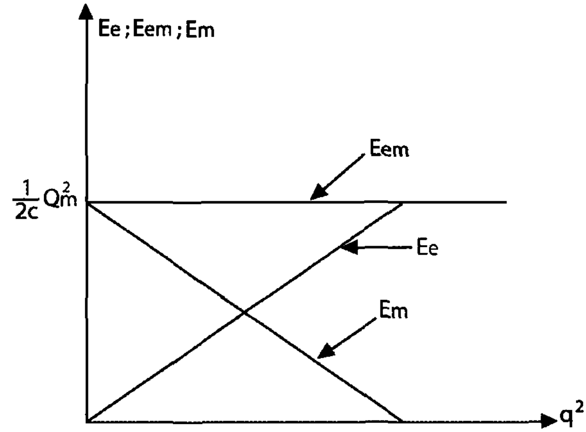
3) a- $E_e = \dfrac{1}{2} C.u_C^2 = \dfrac{1}{2C} q^2 ; E_m = E_{em} - E_e = E_{em} - \dfrac{1}{2C} q^2$



$E_e = \dfrac{1}{2C} q^2$ de la forme $a.x^2$

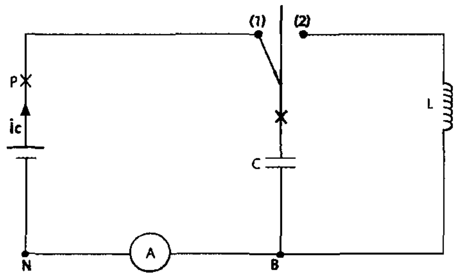
$E_m = E_{em} - E_e = E_{em} - \dfrac{1}{2C} q^2$ de la forme $a'x^2+b$.

b-



3

I/ Commutateur à la position ① :



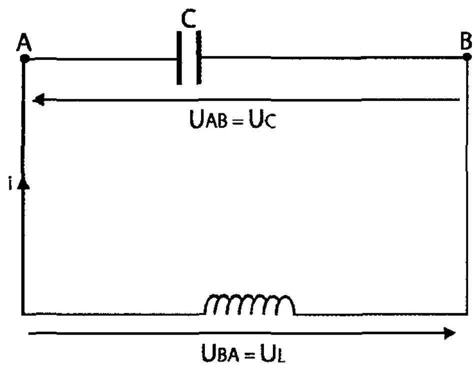
$Q_{max}=Q_0=CU_{C_{max}}=C\times E$

$E_e=\frac{1}{2}\frac{Q_0{}^2}{C}=\frac{1}{2}Cu^2_{max}=\frac{1}{2}CE^2$

II/ 1) $q=q_A$

La loi des mailles

$u_{AB}+u_{BA}=0$



$\frac{q_A}{C}-e=0 \qquad \begin{cases} e=-L\frac{di}{dt} \\ i=\frac{dq}{dt} \\ \frac{di}{dt}=\frac{d^2q}{dt^2} \end{cases}$

$\frac{q}{C}+\frac{d^2q}{dt^2}L=0$

$\frac{d^2q}{dt^2}+\frac{1}{LC}q=0$ de la forme $\frac{d^2q}{dt^2}+\omega_0{}^2q=0$

2) $q=Cu$

$$\frac{d^2}{dt^2}(Cu)+\frac{1}{LC}Cu=0$$

$$C\left[\frac{d^2u}{dt^2}+\frac{1}{LC}u\right]=0$$

$$C \neq 0$$

$$\Rightarrow \frac{d^2u_{AB}}{dt^2}+\frac{1}{LC}u_{AB}=0 \ (2)$$

3) $u = u_m \sin(\omega_0 t+\varphi)$

$$\frac{du}{dt}=\omega_0 u_m \sin(\omega_0 t+\varphi)$$

$$\frac{d^2u}{dt^2} = -\omega_0^2 u_m \sin(\omega_0 t+\varphi) = -\omega_0^2 u$$

② $\Rightarrow$ $-\omega_0{}^2u+\omega_0{}^2u=0$ avec $\frac{1}{LC}=\omega_0{}^2$

$u(t)=U_m\sin(\omega_0 t+\varphi)$ est bien une solution de (2)

4) a- $E_{em} = E_L+E_e=\frac{1}{2}Cu_{max}{}^2=\frac{1}{2}\frac{Q_m{}^2}{C}$

$i=0 \Rightarrow q=Q_{max}$ et $U=U_{max}$

$$E_{em}=\frac{1}{2}\frac{Q^2{}_m}{C}=\frac{1}{2}Cu_{max}{}^2=\frac{1}{2}CE^2$$

$$E_{em}=E_L+E_e$$

$$E_L=E_{em} - E_e$$

$$E_L=\frac{1}{2}CE^2-\frac{1}{2}Cu_{AB}^2$$

$$E_L = -\frac{1}{2}Cu_{AB}^2+\frac{1}{2}CE^2$$

E_L est de la forme ax^2+b avec donc c'est une droite affine

$$a=-\frac{1}{2}C \text{ et } b=\frac{1}{2}CE^2$$

$$E_L = a\,u_{AB}^2+b$$

b- a= pente $= -\frac{1}{2}C$

$$a = \frac{E_2 - E_1}{u^2_{AB} - u^2_{AB_1}} = \frac{0-162.10^{-6}}{81-0} = -2.10^{-6} J.V^{-2}$$

$C = -2a = -2\,(-2).10^{-6} = 4.10^{-6}\,F$

$U_{AB_{max}} = E \Rightarrow U^2_{AB_{max}} = E^2 = 81 \Rightarrow E = 9V$ ou bien

$$b = \frac{1}{2}CE^2 \Rightarrow E = \sqrt{\frac{2b}{C}} = \sqrt{\frac{2\times162.10^{-6}}{4.10\text{-}6}} = 9V$$

c.

$$q(t) = Q_{max}\sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} = \sqrt{\frac{1}{0,01\times4.10^{-6}}} = 5.10^3 rad.s^{-1}$$

$Q_m = Q_m = CE = C(U_C)_{max} = 4.10^{-6}\times9 = 36.10^{-6}C$

à t=0, $q_0 = Q_0 = Q_m$

$$q_0 = Q_m\sin\varphi = Q_m \Rightarrow \sin\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}\,rad$$

$$q(t) = 36.10^{-6}\sin(5.10^3 t + \frac{\pi}{2})$$

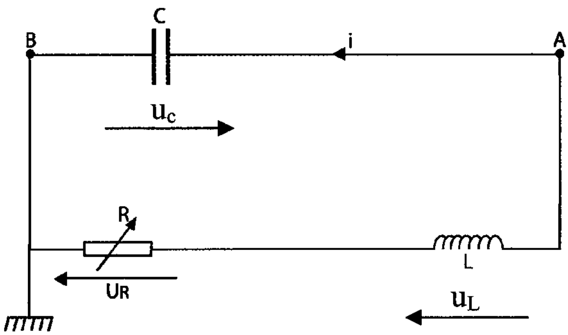
$*u = U_{max}\sin(\omega_0 t + \varphi_C)$ $\qquad \varphi_{U_C} = \varphi_q$

q(t) et u_C (t) sont en phase.

$$U_{C_{max}} = \frac{Q_0}{C} = E = 9V$$

$$u_C(t) = 9\sin(5.10^3 t + \frac{\pi}{2})$$

III-



1) $u_C + u_L + u_R = 0$

$$\frac{q}{c} + L\frac{di}{dt} + Ri = 0$$

$$L\frac{d^2q}{dt^2} + R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0$$

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{dq}{dt} + \omega_0{}^2 q = 0$$

2) le régime est pseudo-périodique la pseudo-période $T = 13.10^{-4}$ s

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC} = 2\pi\sqrt{10^{-2} \times 4.10^{-6}} = 4\pi.10^{-4}s = 12{,}56.10^{-4}s$$

T est légèrement supérieur à T_0

3) $E_{em} = \frac{1}{2}Li^2 + \frac{q^2}{C}$

$$\frac{dE_{em}}{dt} = Lii' + \frac{qq'}{C}$$

$$= i\left[L\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C}\right]$$

D'après l'équation différentielle $L\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C} = -Ri$ d'où $\frac{dE_{em}}{dt} = -Ri^2$

$\frac{dEem}{dt} < 0 \Rightarrow$ diminution de $E_{em} \Rightarrow$ (énergie thermique dissipée par effet Joule.)

4) $E_{em} = \frac{1}{2}Li^2 + \frac{1}{2}Cu_{AB}^2$ si $|u_{AB}|$ est max alors $i = 0$ et inversement

$$E_{em} = \frac{1}{2}LI^2_{max} = \frac{1}{2}Cu^2_{AB\,max} = \frac{1}{2}\frac{Q^2_{max}}{C}$$

à t=0, $E_0 = \frac{1}{2}CU^2_{AB_{max}} = \frac{1}{2}CE^2 = \frac{1}{2}4.10^{-6} \times 81 = 162.10^{-6}J$

à t=T, $E_1 = \frac{1}{2}CU^2_{AB_{max}} = \frac{1}{2}4.10^{-6}(4{,}7)^2 = 44{,}18.10^{-6}J$

$\Delta E = E_1 - E_0 = (44{,}18 - 162).10^{-6}J = -117{,}82\ .\ 10^{-6}J$

5) $\frac{d^2q}{dt^2} + 1000\frac{dq}{dt} + 25.10^6 q = 0$

$\frac{R}{L} = 1000 \Rightarrow R = 1000L = 1000 \times 0{,}01 = 10\Omega$

6) a- *Plus R est grande plus le nombre d'oscillations est petit $\Rightarrow R_2 > R_3 > R_1$

b- courbes 3 et 5 régimes pseudopériodiques

courbe 4 : régime apériodique.

IV- 1) $u_{AM} = R_0 i'$

$u_{AS} + u_{SB} = 0 \Leftrightarrow R_1 i + R_1 i' = 0$ ce qui donne $i' = -i$

D'où $U_{AM} = -R_0 i$

C'est un dipôle à résistance négative. Il permet l'entretien des oscillations.

2) L'équation différentielle relative à q devient :

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q + \left(R - R_0\right)\frac{dq}{dt} = 0$$

3) lorsque $R = R_0$ l'équation différentielle devient $\dfrac{d^2q}{dt^2} + \dfrac{1}{LC}q = 0$:

C'est l'équation différentielle d'un oscillateur libre non amorti.

4) les oscillations ne prennent naissance que si $R_0 > R$ ce qui entraine $\dfrac{dE}{dt} = \left(R_0 - R\right)i^2 > 0$. Cet apport d'énergie entraine l'accrochage des oscillations.

4

I/ 1) $T = 3\text{m.s} = 3.10^{-3}$ s (courbe q)

$Q_{max} = CU_{C_{max}} = CE$

$$E = \frac{Q_{max}}{C} = \frac{3.10^{-6}}{0,5.10^{-6}} = 6V$$

2) Les oscillations sont libres car le circuit n'est pas soumis à un excitateur. Elles sont dites amorties car il y'a diminution de l'amplitude au cours des oscillations.

3) $E_e = \frac{1}{2}CU_C{}^2 = \frac{1}{2C}q^2$

$E_m = \frac{1}{2}Li^2$;

$E_{em} = E_e + E_m$

à $t_1 = 2,25$ms	à $t_2 = 9$ms

$E_{1e}=0$	$E_{2e}=\frac{1}{2\times0,5.10^{-6}}(1,2.10^{-6})^2=1,44.10^{-6}J$
$E_{1m}=7.10^{-6}J$	$E_{2m}=0$
$E_{1em}=7.10^{-6}J$	$E_{2em}=1,44.10^{-6}J$

4) $E_2 \rangle E_1 \Rightarrow$ l'énergie électromagnétique diminue ; ceci est dû à la résistance du circuit qui dissipe l'énergie par effet Joule.

5) $\frac{E_2}{E_1}=e^{-(\frac{R_0+r}{L})(t_2-t_1)}$

$$Ln\left(\frac{E_2}{E_1}\right)=-\left(\frac{R_0+r}{L}\right)(t_2-t_1)$$

$$\frac{-L}{t_2-t_1}\times Ln\left(\frac{E_2}{E_1}\right)=R_0+r$$

$$r = -R_0-\frac{L}{t_2-t_1}.Ln\left(\frac{E_2}{E_1}\right)$$

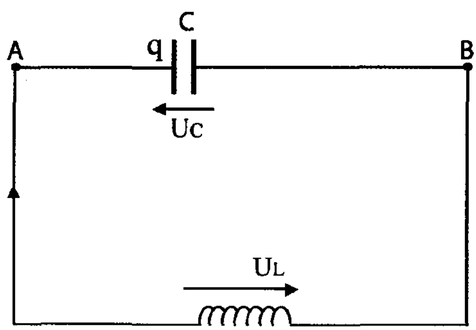
AN $\quad r=-100-\frac{0,5}{(9.10^{-3}-2,25.10^{-3})}Ln\left(\frac{1,44.10^{-6}}{7.10^{-6}}\right)$

$r=17\Omega$

II-

1) Loi des mailles :

$u_C+u_L=0$



$\frac{q}{C}+L\frac{di}{dt}=0$ or $i=\frac{dq}{dt}$

$\frac{q}{c}+L\frac{d^2q}{dt^2}=0$

$$\frac{d^2q}{dt^2}+\frac{1}{LC}q=0$$

Posons $\omega_0{}^2=\dfrac{1}{LC}$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{d^2q}{dt^2}+\omega_0{}^2q=0}$$

2) a- $q(t)=Q_m\sin(\omega_0t+\varphi)$

$$\frac{dq}{dt}=\omega_0Q_m\cos(\omega_0t+\varphi)$$

$$\frac{d^2q}{dt^2}=-\omega_0{}^2Q_m\sin(\omega_0t+\varphi)$$

$\dfrac{d^2q}{dt^2}=-\omega_0{}^2q \Rightarrow \boxed{\dfrac{d^2q}{dt^2}+\omega_0{}^2q=0}$ d'où q(t)= $Qm\sin\left(\omega_0t+\varphi\right)$ est une solution de l'équation différentielle.

b- $\omega_0=\dfrac{2\pi}{T_0}=\dfrac{1}{\sqrt{LC}}$

$$\Rightarrow \boxed{T_0=2\pi\sqrt{LC}}$$

T_0 est appelée : période propre de l'oscillateur (dépend des caractéristiques de l'oscillateur).

$T_0{}^2=4\pi^2LC$

$\Rightarrow L=\dfrac{T_0{}^2}{4\pi^2LC}$ AN $L=\dfrac{(4.10^{-3})^2}{40\times0{,}5.10^{-6}}=0{,}8H$

c- Q_m : la charge maximale du condensateur.

φ : la phase initiale de la charge q.

3) $i=\dfrac{dq}{dt}=\omega_0Q_m\cos(\omega_0t+\varphi)$ (d'après 2)a-)

$i = I_m\cos(\omega_0t+\varphi)$

$I_m=\omega_0Q_m$

4) a- $E_e=\dfrac{1}{2C}q^2=\dfrac{1}{2C}Q_m{}^2\sin^2(\omega_0t+\varphi)$

Or $\sin^2x=\dfrac{1-\cos^2x}{2}$

$$\Rightarrow \boxed{E_e=\frac{1}{4C}Q_m^{\ 2}\left[1-\cos\left(2\omega_0t+2\varphi\right)\right]}$$

$$E_m=\frac{1}{2}Li^2=\frac{1}{2}LI_m^{\ 2}\cos^2(\omega_0t+\varphi)$$

Or $\cos^2x=\dfrac{1+\cos2x}{2}$

$$\Rightarrow \boxed{E_m=\frac{1}{4}LI_m^{\ 2}\left[1+\cos(2\omega_0t+2\varphi)\right]}$$

b- b_1- A t=0, le condensateur est complètement chargé, son énergie est alors maximale d'où, ζ_1 représente E_e et ζ_2 représente E_m.

b_2 - $\omega=2\omega_0$

$$\frac{2\pi}{T}=2.\frac{2\pi}{T_0}$$

$$\boxed{T=\frac{T_0}{2}}$$

AN $T=\dfrac{4.10^{-3}}{2}=2.10^{-3}s$

b_3- $E_{e_{max}}=\dfrac{1}{2}CE'^2=\dfrac{1}{2C}Q_{max}^{\ 2}$

$$\Rightarrow Q_m=\sqrt{2CE_{e_{max}}}$$

AN $Q_m=\sqrt{(2\times0,5\times10^{-6}\times100\times10^{-6})}=\boxed{Q_m=10^{-5}C}$

$E'=\dfrac{Q_{max}}{C}$ AN $E'=\dfrac{10^{-6}}{0,5\times10^{-6}}=\boxed{E'=20V}$

$I_m=\omega_0Q_m=\dfrac{2\pi}{T_0}Q_m$ AN $I_m=\dfrac{2\pi}{4.10^{-3}}.10^{-5}=\boxed{1,57.10^{-2}A}$

b_4- $q(t)=Q_m\sin(\omega_0t+\varphi)$

$$\omega_0=\frac{2\pi}{T_0}=\frac{2\pi}{4.10^{-3}}=500\pi rad.s^{-1}$$

A t=0 $q(0)=Q_m\sin\varphi$

$$\Rightarrow \sin\varphi=\frac{q_0}{Q_m}=1$$

$\Rightarrow \varphi=\frac{\pi}{2}\text{rad}$

D'où $\boxed{q(t)=10^{-5}\sin(500\pi t+\frac{\pi}{2})}$

Autrement :

$E_e=\frac{1}{2C}Q_m{}^2[1-\cos(2\omega_0 t+2\varphi)]$

A t=0 $E_e=\frac{1}{4\cancel{C}}\cancel{Q}_m{}^2[1-\cos 2\varphi]=\frac{1}{2\cancel{C}}\cancel{Q}_m{}^2$

$1-\cos 2\varphi=2 \Leftrightarrow \cos 2\varphi=-1 \Rightarrow 2\varphi=\pi \Rightarrow \boxed{\varphi=\frac{\pi}{2}}$

$i(t)=I_m\cos(\omega_0 t+\varphi)$

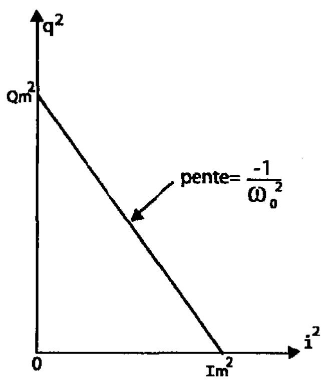
$i(t)=1{,}57.10^{-2}\cos(500\pi t+\frac{\pi}{2})$

b5/ $q^2=Q_m{}^2\sin^2(\omega_0 t+\varphi) \Rightarrow \frac{q^2}{Q_m{}^2}=\sin^2(\omega_0 t+\varphi)$ (1)

$i^2=\omega_0{}^2 Q_m{}^2\cos^2(\omega_0 t+\varphi) \Rightarrow \frac{i^2}{\omega_0{}^2 Q_m{}^2}=\cos^2(\omega_0 t+\varphi)$ (2)

(1)+(2) $\Rightarrow \frac{q^2}{Q_m{}^2}+\frac{i^2}{\omega_0{}^2 Q_m{}^2}=1$

$\boxed{q^2+\frac{i^2}{\omega_0{}^2}=Q_m{}^2}$



$q^2=Q_m{}^2-\frac{1}{\omega_0^2}i^2$

= q^2 est de la forme ax^2+b

Avec $\begin{cases} a=\frac{-1}{\omega_0{}^2} \\ b=Q_m{}^2 \end{cases}$

A t=0 $Q_m{}^2$= ordonnée à l'origine.

5

PARTIE1 :

1) lorsque le condensateur est complètement chargé, U_C=E=12V

2) 1ère méthode m'thode des 63% :

A $t=\tau \rightarrow U_C = 0{,}63E = 0{,}63\times12 = 7{,}56V \Rightarrow \tau=3ms$

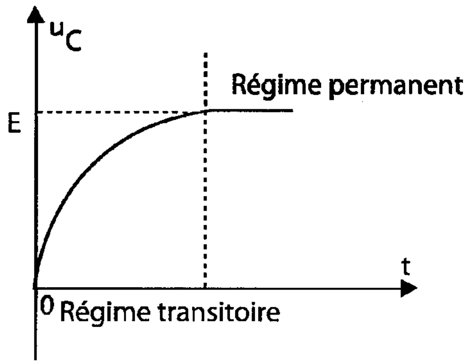
2ème méthode : méthode de la tangente à l'origine

L'intersection de la tangente à l'origine avec l'asymptote à la courbe.

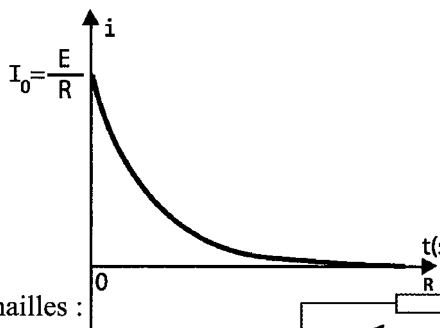
$U_C = E$ se fait à $t=\tau$. Graphiquement $\tau=3ms$

$$\tau=RC \Rightarrow C=\frac{\tau}{R}=\frac{3.10^{-3}}{200}=1{,}5.10^{-5}F=15\mu F$$

3)



4)



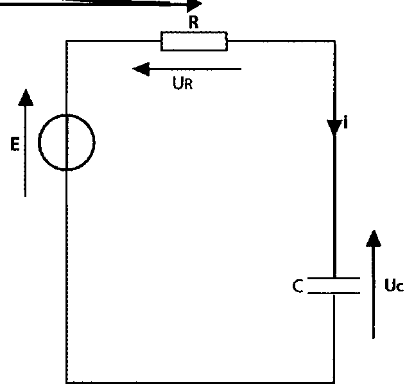
5) Loi des mailles :

$u_C + u_R - E = 0$

$u_C + u_R = E$

$u_C + R_1\frac{dq}{dt} = E$

$u_C + R_1 C\frac{du_C}{dt} = E$



6) $\dfrac{du_C}{dt}=\dfrac{d(E-Ee^{-\frac{t}{\tau}})}{dt}=\dfrac{1}{\tau}Ee^{-\frac{t}{\tau}}=\dfrac{E}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$

$E-Ee^{-\frac{t}{\tau}}+\cancel{RC}.\dfrac{E}{\cancel{RC}}e^{-\frac{t}{\tau}}=E-\cancel{Ee^{-\frac{t}{\tau}}}+\cancel{Ee^{-\frac{t}{\tau}}}=E$

7) a- $RC\dfrac{du_C}{dt}=E-u_C$

$\dfrac{du_C}{dt}=\dfrac{E}{\tau}-\dfrac{u_C}{\tau}=au_C+b$

donc $\dfrac{du_C}{dt}$ est une fonction affine décroissante.

b- $a=-\dfrac{1}{\tau} \Rightarrow a=\dfrac{4.10^3}{0-12}=\dfrac{-4}{12}.10^3 s^{-1}$

$a=-\dfrac{1}{\tau}\Rightarrow \tau=-\dfrac{1}{a}=-\dfrac{1}{\frac{-4}{12}.10^3}=\dfrac{12}{4.10^3}s^{-1}=3.10^{-3}s$

$\tau=RC\Rightarrow C=\dfrac{\tau}{R}=\dfrac{3.10^{-3}}{200}=15.10^{-6}F$

$b=\dfrac{E}{\tau}\Rightarrow E=b\times\tau=4.10^3.3.10^{-3}=12V$

RQ :

$u_C=E\Rightarrow\dfrac{du_C}{dt}=\dfrac{E}{\tau}-\dfrac{U_C}{\tau}=0$ lorsque $U_C=E\Rightarrow\dfrac{duc}{dt}=0$ ce qui donne graphiquement $E=12V$

8) A t=16 ms $E_C=\dfrac{1}{2}CU_C{}^2=\dfrac{1}{2}C(12)^2=\dfrac{1}{2}\times15.10^{-6}\times(12)^2=1,08.10^{-3}J$

PARTIE 2 :

1) Oscillations pseudo-périodiques
Oscillations libres
Oscillations amorties

2) $i=\dfrac{dq}{dt}=C\dfrac{du_C}{dt}$

3) U_C décroit alors le condensateur se décharge.

4)

t	q	$i=\dfrac{dq}{dt}=C\dfrac{dU_C}{dt}$ i

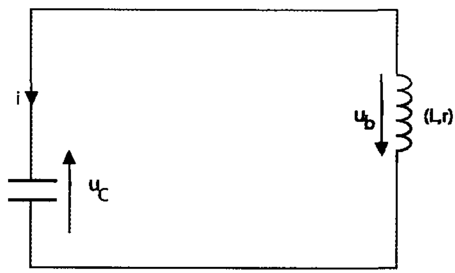
t_1	$U_{C_{max}} > 0$ / $q_A > 0$ / $q_B < 0$	$i = 0$
t_2	$U_C = 0$ / $q_A = 0$ / $q_B = 0$	$i = CP(T) = C \times$ pente de tangente à la courbe. $i = 15.10^{-6}(1,14.10^{4})$ $= -0,17A$

$$u_C \searrow \text{ donc } \frac{du_C}{dt} < 0 \rightarrow C\frac{du_C}{dt} = i < 0$$

Le courant circule dans le sens inverse du sens indiqué dans le schéma.

5) $3T = 12.10^{-3}s \Rightarrow T = 4ms$

6) a-



$$u_C + u_B = 0$$

$$u_C + L\frac{di}{dt} + ri = 0$$

$$u_C + L\frac{d^2q}{dt^2} + r\frac{dq}{dt} = 0$$

$$u_C + LC\frac{d^2u_C}{dt^2} + rC\frac{du_C}{dt} = 0$$

$$\frac{1}{C}u_C + L\frac{d^2u_C}{dt^2} + r\frac{du_C}{dt} = 0$$

$$\frac{1}{CL}u_C + \frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{1}{L}r\frac{du_C}{dt} = 0$$

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{r}{L}\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC}u_C = 0$$

$$A = \frac{r}{L} \qquad B = \frac{1}{LC}$$

b- $$B=\frac{1}{LC}\Leftrightarrow CL=\frac{1}{B}\Rightarrow L=\frac{1}{BC}$$

$$L=\frac{1}{BC}=\frac{1}{2,47.10^{6}.15.10^{-6}}=\frac{1}{37,05}=2,7.10^{-2}\,H$$

$$A=\frac{r}{L}\Rightarrow r=AL\Rightarrow r=2,7.10^{-2}\times 444=12\Omega$$

7) $$\frac{dE_t}{dt}=\frac{d\left(\frac{1}{2}C.u_C^2+\frac{1}{2}L.i^2\right)}{dt}$$

$$=\frac{1}{\cancel{2}}.\cancel{2}.C.u_C.\frac{du_c}{dt}+\frac{1}{\cancel{2}}.\cancel{2}.L.i.\frac{di}{dt}$$

$$=C.u_C.\frac{du_c}{dt}+L.i.\frac{di}{dt}$$

$$=i\left[u_C+L\frac{di}{dt}\right]=-r\,i^2<0$$

⇨ L'énergie totale diminue au cours de temps.

$\Delta E_T=E_{T_2}-E_{T_1}$ à $t=t_2 \Rightarrow U_C=0$

$$\Delta E=\left(\frac{1}{2}C.u_C^2+\frac{1}{2}L.i^2\right)_{t_2}-\left(\frac{1}{2}C.u_C^2+\frac{1}{2}L.i^2\right)_{t_1}$$

$$\Delta E=\frac{1}{2}L.i^2-\frac{1}{2}C.u_C^2$$

$$\Delta E=\frac{1}{2}\times 2,7.10^{-2}\times(0,17)^2-\frac{1}{2}\times 15.10^{-6}\times 9^2$$

$$\Delta E=3,9.10^{-4}-6,075.10^{-4}=-2,17.10^{-4}\,J$$

PARTIE 3 :

1) $$\omega_0=\frac{1}{\sqrt{L.C}}=1571\ rad.s^{-1}$$

$$T_0=2\pi\sqrt{L.C}=4.10^{-3}\ s$$

2) $I_m=\omega_0 Q_m=\omega_0 C.U_m$

AN : $I_m=0,28$ A

3) $u_c(t)=U_m\sin(\omega_0 t+\varphi)$

$$\frac{u_C}{U_m}=\sin(\omega_0 t+\varphi)\quad ①$$

$$\frac{i}{C\omega_0 U_m} = \cos(\omega_0 t + \varphi) \quad ②$$

① ² + ② ² donnent : $\dfrac{u_C^2}{U_m^2} + \dfrac{i^2}{C^2\omega_0^2 U_m^2} = 1$

$$u_C^2 + \frac{i^2}{C^2\omega_0^2} = U_m^2$$

4) a- $E_e = \dfrac{1}{2}\, C\, u_C^2 = \dfrac{1}{2} C\, U_m^2 \,\sin^2(\omega_0 t + \varphi) = \dfrac{1}{4} C\, U_m^2 \left[1 - \cos(2\omega_0 t + 2\varphi)\right]$

b- $E_m = \dfrac{1}{2}\, L\, i^2 = \dfrac{1}{2}\, L\, C^2\, U_m^2\, \omega_0^2\, \cos^2(\omega_0 t + \varphi)$

$$E_m = \frac{1}{4} C\, U_m^2 \left[1 - \cos(2\omega_0 t + 2\varphi)\right]$$

c- $E_{em} = E_m + E_m = \dfrac{1}{2}\, C\, U_m^2$

Comme $C = C^{te}$ et $U_m = C^{te}$ => $E = C^{te}$

$$E_{em} = \frac{1}{2} 15.10^{-6} \times 12^2 = 1{,}08.10^{-3}\,\mathrm{J}$$

D'où l'énergie électromagnétique se conserve.

Oscillations électriques forcées

• Lorsque nous appliquons aux bornes d'un dipôle RLC une tension sinusoïdale, il est le siège d'oscillations électriques de fréquence imposée par le GBF. Cette fréquence n'est pas nécessairement la même que la fréquence propre du dipôle RLC : de telles oscillations sont dites forcées.

• Le GBF est appelé excitateur, le dipôle RLC est appelé résonateur.

• L'équation différentielle qui régit l'intensité du courant dans le circuit est :

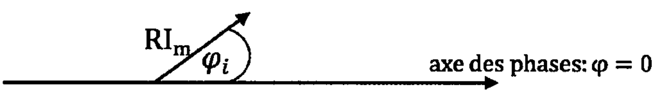
$Ri + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int i dt = U_m \sin\left(\omega t + \varphi_u\right)$; souvent on prendra $\varphi_u = 0$

• Cette équation différentielle admet une solution de la forme $i(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi_e)$

• Pour déterminer les expressions de I_m et $\varphi = \varphi c - \varphi\mu$ on utilise la construction de Fresnel

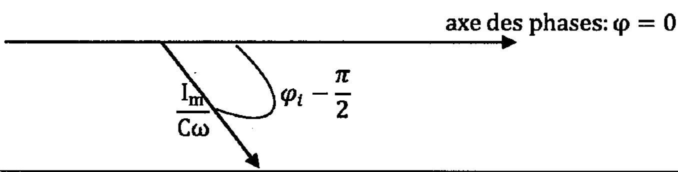
➢ A toute fonction sinusoïdale y = a.sin(ωt + φ) on associe un vecteur tournant caractérisé par son module $\|\vec{V}\| = a$ et son angle polaire φ ; $\vec{V}\begin{cases} R\,I_m \\ \varphi \end{cases}$

➢ A la fonction $Ri = RI_m \sin(\omega t + \varphi_i)$ on associe $\vec{V}_1\begin{cases} R\,I_m \\ \varphi_i \end{cases}$

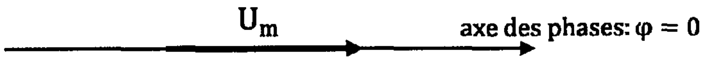


➢ A la fonction $L\frac{di}{dt} = L\omega I_m \sin\left(\omega t + \varphi_i + \frac{\pi}{2}\right)$ on associe $\vec{V}_2\begin{cases} L\omega I_m \\ \varphi_i + \frac{\pi}{2} \end{cases}$

➢ A la fonction $\frac{1}{C}\int i dt = \frac{I_m}{C\omega}\sin(\omega t + \varphi_i - \frac{\pi}{2})$ on associe $\vec{V}_3\begin{cases} \frac{I_m}{C\omega} \\ \varphi_i - \frac{\pi}{2} \end{cases}$

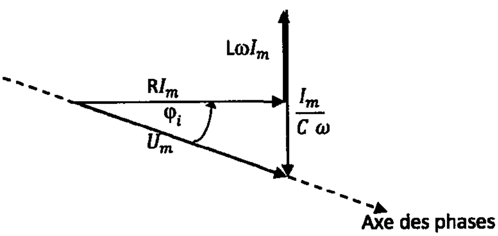


- A la fonction $U_m \sin(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2})$ on associe $\vec{V}\begin{cases} U_m \\ \varphi_u = 0 \end{cases}$



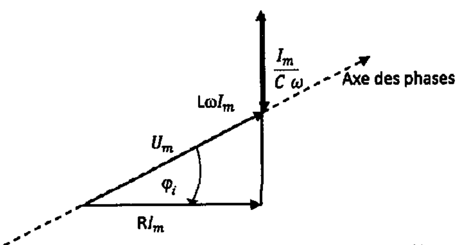
- $\vec{V} = \vec{V_1} + \vec{V_2} + \vec{V_3}$
- En comparant $L\omega I_m$ et $\frac{I_m}{C\omega}$ on obtient les trois constructions de Fresnel

✓ $L\omega I_m < \frac{I_m}{C\omega} \Leftrightarrow \omega < \omega_0$



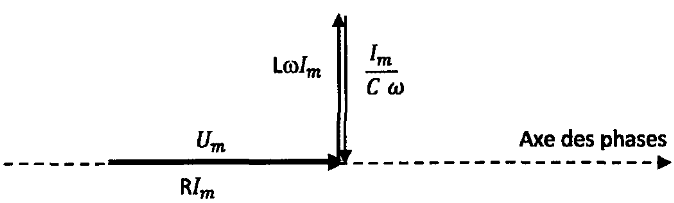
- $\varphi_i - \varphi_u < \frac{\pi}{2}$
- i(t) est en avance de phase par rapport à u(t)
- le circuit est capacitif

✓ $L\omega I_m > \frac{I_m}{C\omega} \Leftrightarrow \omega > \omega_0$



- $\varphi_i - \varphi_u < 0$
- i(t) est en retard de phase par rapport à u(t)
- le circuit est inductif

✓ $L\omega I_m = \frac{I_m}{C\omega} \Leftrightarrow \omega = \omega_0$



- $\varphi_i - \varphi_u = 0$
- i(t) et u(t) sont en phase
- le circuit est résistif

- L'amplitude $\mathbf{I_m}$ de l'intensité du courant et sa phase initiale dépendent de la fréquence de l'excitateur et des grandeurs électriques R, L et C du résonateur.

➢ $I_m = \dfrac{U_m}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \dfrac{1}{C\omega})^2}}$

➢ $tg\varphi = \dfrac{\dfrac{1}{C\omega} - L\omega}{R}$, ou $\varphi = \varphi_i - \varphi_u$ est le déphasage entre l'intensité du courant et la tension excitatrice.

➢ Selon le signe de $(L\omega - \dfrac{1}{C\omega})$ ou du déphasage φ l'oscillateur électrique peut être inductif, capacitif ou résistif :

✓ Si $(L\omega - \dfrac{1}{C\omega}) > 0 \Rightarrow \varphi = \varphi_i - \varphi_u < 0$ le circuit est inductif : l'intensité du courant est en retard de phase par rapport à la tension excitatrice.

✓ Si $\left(L\omega - \dfrac{1}{C\omega}\right) < 0 \Rightarrow \varphi = \varphi_i - \varphi_u > 0$ le circuit est capacitif : l'intensité du courant est en avance de phase par rapport à la tension excitatrice.

✓ Si $\left(L\omega - \dfrac{1}{C\omega}\right) = 0 \Rightarrow \varphi_i - \varphi_u = 0$ le circuit est résistif : l'intensité du courant est en phase avec à la tension excitatrice.

➢ $Z = \dfrac{U}{I}$ est appelée impédance du circuit RLC ; $\sqrt{R^2 + (L\omega - \dfrac{1}{C\omega})^2} = Z$

➢ Pour chaque dipôle on peut définir une impédance :

✓ Cas du condensateur : $Z_C = \dfrac{1}{C\omega}$ d'où $U_C = Z_C.I = \dfrac{I}{C\omega}$

✓ Cas de la bobine $Z_B = \sqrt{r^2 + (L\omega)^2}$ d'où

$U_B = Z_B.I = \sqrt{r^2 + (L\omega)^2}.I$

✓ Si la résistance interne de la bobine est nulle alors

$Z_B = Z_L = L\omega$

- L'amplitude $\mathbf{I_m}$ de l'intensité du courant passe par une valeur maximale $\mathbf{I_{m0}}$ lorsque la fréquence N imposée est égale à la fréquence propre N_0 du résonateur : ce phénomène est appelé résonance d'intensité.

➢ A la résonance d'intensité :

✓ $N = N_0 \Rightarrow \omega = \omega_0 \Rightarrow L\omega = \dfrac{1}{C\omega}$

- ✓ $Z = R$
- ✓ $I_{m0} = \dfrac{U_m}{R}$
- ✓ $\varphi = \varphi_i - \varphi_u = 0$

- ❖ La fréquence de résonance est indépendante de la résistance du dipôle RLC.
- ❖ I_{m0} diminue lorsque la résistance du dipôle RLC augmente.
- ❖ Au voisinage de la résonance, la tension efficace aux bornes du condensateur ou de la bobine peut être beaucoup plus grande que celle délivrée par le GBF. C'est le phénomène de surtention.
- ❖ A la résonance d'intensité le coefficient de surtension $Q = \dfrac{U_C}{U}$

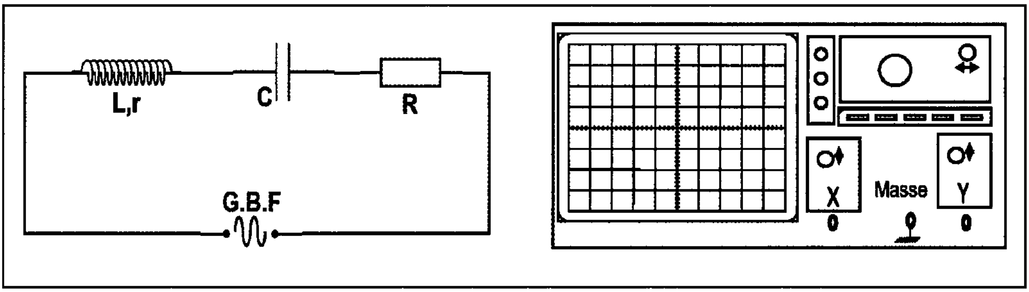
➢ $Q = \dfrac{1}{C\omega_0 R} = \dfrac{L\omega_0}{R}$

- ❖ La puissance moyenne P d'un circuit RLC série est la valeur moyenne prise par sa puissance instantanée p(t) durant une période : $P = UI\cos\varphi = RI^2$.
  - ➢ A la résonance d'intensité correspond une résonance de puissance
  - ➢ $\cos\varphi$ est appelé facteur de puissance

Enoncés

1 On considère un circuit électrique série constitué par un G.B.F délivrant une tension sinusoïdale $u(t) = U_m \sin(2\pi Nt)$, un condensateur de capacité C, un résistor de résistance $R = 80\Omega$ et une bobine d'inductance L et résistance interne r. Un oscilloscope bi courbe permet de visualiser les tensions u (t) et u_R (t).

1) Faire les connexions nécessaires sur l'oscilloscope à fin de visualiser u(t) et u_R (t) respectivement sur les voies X et Y.



2) Préciser l'excitateur et le résonateur.

3) Pourquoi le circuit RLC est dit en oscillations forcées.

4) Etablir l'équation différentielle relative à l'intensité i du courant.

5) a- Faire la construction de Fresnel pour les valeurs particulières de la fréquence N du GBF. Préciser pour chacun des cas précédents, l'état électrique du circuit.

b- Exprimer I_m et $tg(\varphi_i - \varphi_u)$ en fonction de L, C, ω, R, r et U_m.

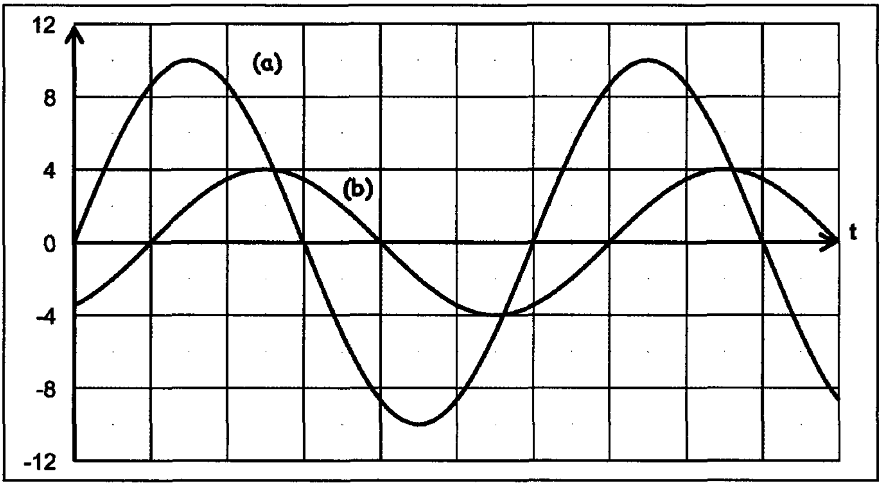
c- Déterminer l'expression de l'impédance Z du dipôle RLC.

d- Représenter l'allure de $I_m = f(N)$ pour deux valeurs de R ($R_1 > R_2$).

e- Que devient l'expression de Z, $(\varphi_i - \varphi_u)$ et I_m lorsque $N = N_0$?

6) On fixe la fréquence du G.B.F à la valeur $N_1 = 348{,}43\text{Hz}$.

Sur la figure suivante, on donne les oscillogrammes observés sur l'oscilloscope.



a- Montrer que l'oscillogramme **(a)** représente u (t).

b- Déterminer le déphasage $\Delta\varphi = \varphi_i - \varphi_u$. En déduire s'il s'agit d'un circuit capacitif, résistif ou inductif.

c- Déterminer les valeurs des tensions maximales U_m et U_{Rm}.

d- Calculer les valeurs de l'intensité maximale I_m du courant et de l'impédance Z_1 du circuit.

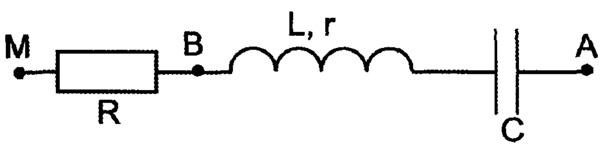
e- Ecrire u(t) et i(t).

f- Sachant que $U_{cm} = 2{,}28V$.

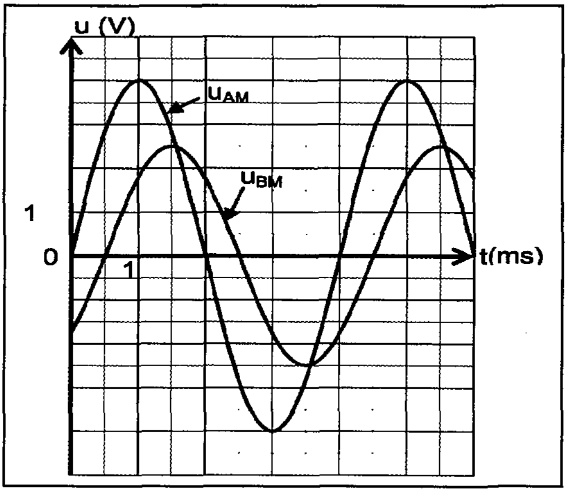
f₁- Faire la construction de Fresnel avec l'échelle : **1cm** $\longmapsto$ **1V.**

f₂- En déduire les valeurs de la résistance interne r de la bobine, son inductance L et la capacité C du condensateur.

2 On considère un circuit électrique AM constitué d'une résistance R= 200Ω, d'une bobine de résistance interne r et d'inductance L et d'un condensateur de capacité C = 2μF.

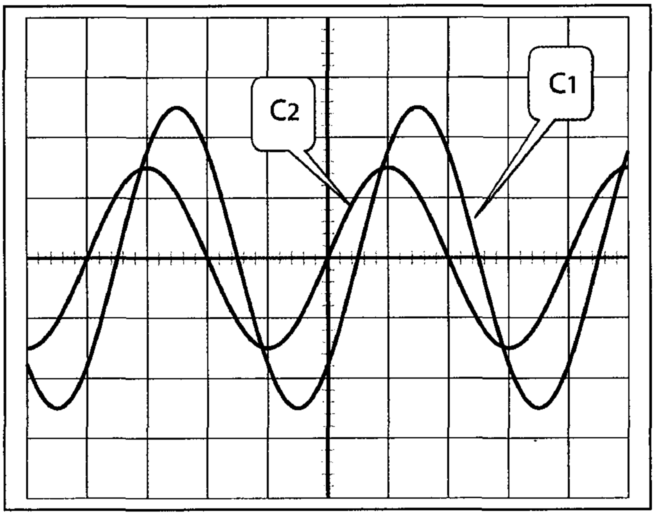


On applique entre A et M une tension $\mathbf{u_{AM}(t)}$ sinusoïdale de fréquence **N**. Un oscilloscope bicourbe donne les oscillogrammes de la figure ci- contre.



1) a- Déterminer la période **T** et la fréquence **N** de la tension excitatrice $\mathbf{u_{AM}(t)}$.
b- Trouver le déphasage entre l'intensité du courant qui traverse le circuit électrique **i(t)** et la tension excitatrice $\mathbf{u_{AM}(t)}$. En déduire s'il s'agit d'un circuit capacitif, résistif ou inductif.
2) a- Trouver les expressions de la tension $\mathbf{u_{AM}(t)}$ et de l'intensité **i(t)**.
b- Calculer l'impédance électrique du circuit **AM**.
c- Calculer les valeurs de **r** et **L**.
3) a- Pour quelle valeur $\mathbf{N_1}$ de la fréquence l'intensité efficace est- elle maximale ? Calculer alors sa valeur.
b- déterminer la puissance reçue par le circuit AM.
c- Calculer le coefficient de surtension Q.

3 Un circuit électrique est formé par un résistor de résistance $\mathbf{R = 50\Omega}$, une bobine d'inductance **L** et de résistance **r** et un condensateur de capacité $\mathbf{C = 4\mu F}$.
L'ensemble est alimenté par un générateur basse fréquence délivrant une tension $u(t) = U_m \sin\omega t$.
Un oscilloscope bicourbe permet de visualiser les tensions u (t) et la tension u_C (t) aux bornes du condensateur pour une valeur $\mathbf{N_1}$ de la fréquence du générateur.
Les oscillogrammes sont donnés par le graphe suivant :



Balayage vertical:
5V/div
Balayage horizontal:
1ms/div

1) Montrer que la courbe $\mathbf{C_1}$ représente $u_C(t)$.
2)
a- A partir du graphe, déterminer la fréquence $\mathbf{N_1}$ et le déphasage entre u (t) et u_C (t).
b- Montrer que $\varphi_i - \varphi_u = \frac{\pi}{4}$. Le circuit est-il inductif ou capacitif ?
3) Calculer l'intensité maximale $\mathbf{I_{1m}}$ qui traverse le circuit ainsi que son impédance $\mathbf{Z_1}$.
4) Déterminer les valeurs de la résistance **r** et de l'inductance **L** de la bobine.
5) Ecrire u(t), $u_C(t)$, i(t) et $u_b(t)$.
6) En faisant varier la fréquence **N** du générateur, on constate que pour une valeur $\mathbf{N = N_2}$, les deux courbes u(t) et $u_C(t)$ deviennent en quadrature de phase.
a- Montrer que le circuit est le siège de la résonance d'intensité.
b- Calculer la fréquence $\mathbf{N_2}$, l'intensité maximale $\mathbf{I_{2m}}$ qui traverse le circuit, la puissance moyenne absorbée par le circuit, ainsi que le facteur de surtension **Q**.
c- Ecrire u(t), $u_C(t)$, i(t) et $u_b(t)$.

4

On considère un dipôle électriques comportant une bobine d'inductance **L** et de résistance interne **r** , un condensateur de capacité **C = 10µF** et un résistor de résistance **R = 100 Ω** . Ce dipôle est alimenté par un G.B.F qui délivre une tension sinusoïdale $\mathbf{u(t) = 10\sqrt{2}\ \sin(\omega t)}$, (u en volt).
1) On se propose de visualiser sur l'écran d'un oscilloscope bicourbe sur la voie (A) la tension $u_R(t)$ et sur la voie (B) la tension u(t).
a- Faire le schéma du montage qui convient et représenter les connexions avec l'oscilloscope

b- Indiquer par des flèches les tensions aux bornes des différents dipôles.

2) a- Etablir l'équation différentielle régissant les variations de **i(t).**

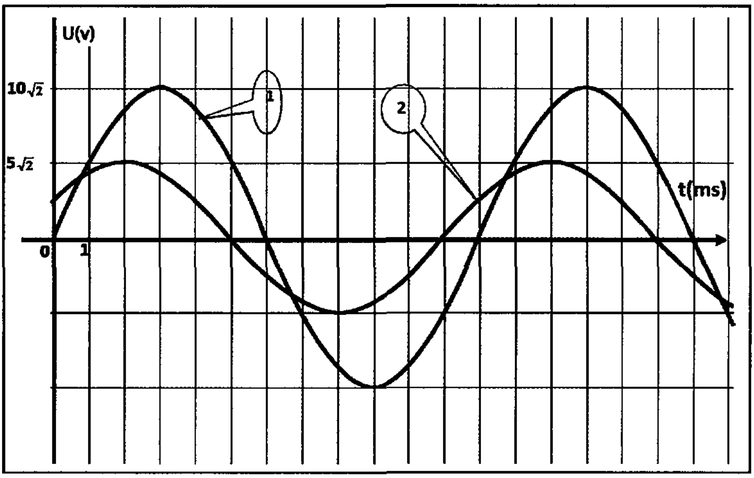
b- Cette équation admet comme solution $\mathbf{i(t) = I\sqrt{2}\,\sin(\omega t + \varphi_i)}$ **.**

A l'aide de la construction de Fresnel, déterminer en fonctions des données :

α) L'expression de l'intensité efficace **I** du courant.

β) L'expression de $\mathbf{tg}(\varphi_i - \varphi_u)$.

3) La fréquence du GBF étant $\mathbf{N_1}$. La figure suivante représente l'oscillogramme obtenu muni de deux axes.



a- Justifier que la courbe (1) correspond à u (t).

b- Donner alors l'expression de u (t).

4) a- Déterminer le déphasage $(\varphi_i - \varphi_u)$, entre u(t) et u_R (t). Le circuit est-il capacitif ou inductif ? Justifier.

b- Déduire l'expression de i (t).

5) a- Calculer pour $\mathbf{N= N_1}$, I 'impédance **Z** du circuit.

b- Déterminer la résistance **r** et l'inductance **L** de la bobine.

6) A partir de $\mathbf{N_1}$ on varie la fréquence du G.B.F ; on constante que le décalage horaire entre **u (t) et** $\mathbf{u_R}$ **(t)** diminue et que pour une valeur $\mathbf{N = N_2}$, $\mathbf{U_{R\,m}}$ est maximale.

a- Dans quel état se trouve le circuit.

b- Calculer $\mathbf{N_2}$.

5 Un oscillateur électrique est constitué des dipôles suivants associés en série :

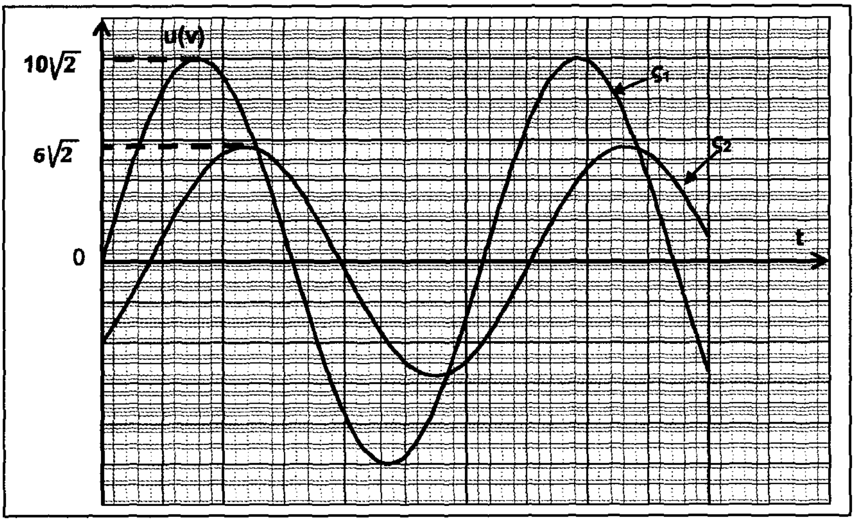
Un résistor de résistance **R=24 Ω** une bobine d'inductance **L= 0,8 H** et de résistance interne r un condensateur de capacité C .l'ensemble est alimenté par un générateur basse fréquence délivrant une tension sinusoïdale $u(t) = U_m \sin 2\pi Nt$ tel que $U_m =$ 10 V et de fréquence N est réglable.

L'intensité instantanée de courant est $i(t) = I\sqrt{2}\,\sin(2\pi Nt + \varphi_i)$

Un oscilloscope permet de visualiser les tensions u (t) sur la voie (Y_1) et u_R (t) sur la voie (Y_2)

1) Représenter le circuit et faire les branchements nécessaires à l'oscilloscope

2) Quand la fréquence **N** est ajustée à la valeur **202 Hz** on observe sur l'écran de l'oscilloscope les deux courbes suivantes :

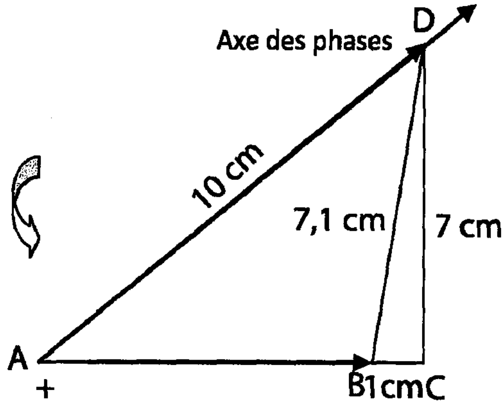


a- Montrer que la courbe ς_1 correspond à u (t). Le circuit est-il inductif, capacitif ou résistif ?

b- Déterminer les valeurs de I et φ_i.

3) Etablir l'équation différentielle relative à i (t).

4) La construction de Fresnel correspondante à la fréquence N = 202 Hz est donnée par la figure ci-contre ou l'échelle adoptée est 1 cm = $\sqrt{2}$ V et les vecteurs $\overrightarrow{AD}$ est associé à u (t) ; $\overrightarrow{AB}$ est associé à u_R (t) ; $\overrightarrow{BD}$ est associé à l'ensemble de la tension aux bornes de {bobine, condensateur}



- Déduire de cette construction de Fresnel la valeur de r et celle de la capacité C.

5) On agit sur la fréquence N du GBF tout en gardant U_m constante de manière à rendre u(t) et u_R (t) en phases.

a- Montrer que le circuit est le siège de la résonance d'intensité.

b- Préciser en le justifiant si l'on doit augmenter ou diminuer la valeur de N pour atteindre cet objectif. Calculer la valeur de la fréquence à la résonance d'intensité.

c- Ecrie dans ce cas u(t) , $u_R(t)$, $u_C(t)$ et $u_B(t)$.

6 Un générateur de basse fréquence **(GBF)**, délivrant une tension sinusoïdale_ $\mathbf{u(t) = U\sqrt{2}\ sin\ (2\ \pi Nt + \varphi_u)}$, de valeur efficace **U** constante et de fréquence **N** réglable, alimente un circuit électrique comportant les dipôles suivants , montés en série :

- un condensateur de capacité **C= 31,25 µF**.
- un résistor de résistance **R = 25 Ω**.
- une bobine d'inductance **L** et de résistance propre **r**.

1) Pour une fréquence **N** = $\mathbf{N_0}$ de la tension d'alimentation on obtient sur l'écran de l'oscilloscope les deux courbes **(I)** et **(II)** de la **figure -1-** ci-dessous correspondant aux tensions **u(t)** et $\mathbf{u_R(t)}$.

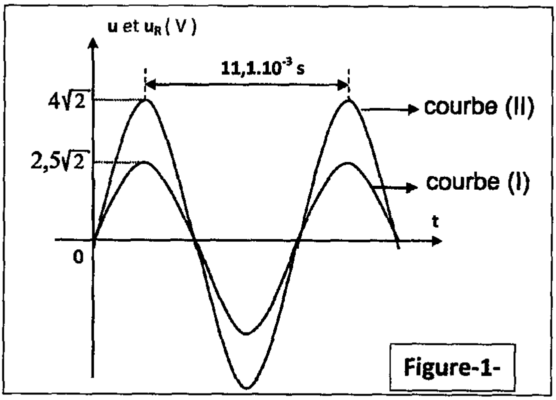


Figure-1-

a- Indiquer en le justifiant, laquelle des deux courbes **(I)** et **(II)** représente la tension **u(t)**. $\sqrt{2}$

b- Quelle grandeur électrique, autre que la tension $\mathbf{u_R(t)}$, peut être déterminée à partir de l'autre courbe ? Justifier.

c- Préciser, en le justifiant l'état d'oscillation du circuit.

d- Déterminer :

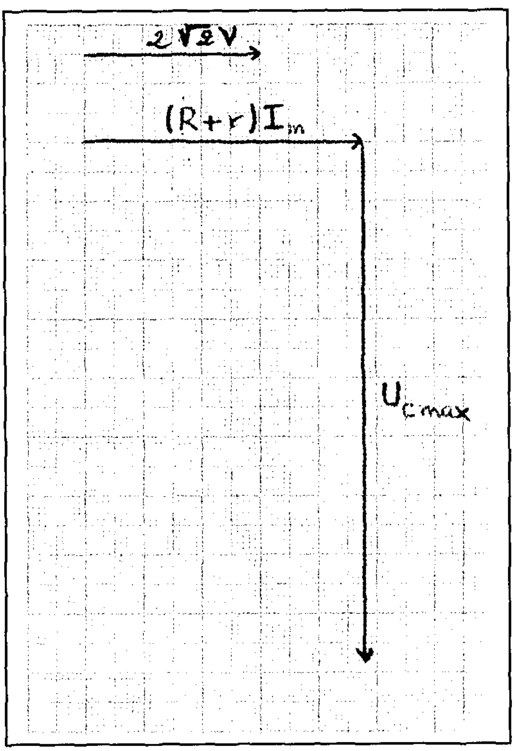
- les valeurs efficaces **U** et **I** de la tension **u(t)** et de l'intensité du courant $\mathbf{i(t) = I\sqrt{2}\ \sin(2\pi Nt + \varphi_i)}$
- la fréquence $\mathbf{N_0}$ de la tension **u(t)**.

e- Montrer qu'à la résonance d'intensité on a : $\mathbf{r = R\ (\frac{U}{U_R} - 1)}$. Calculer la valeur de **L** et **r**.

2) l'équation différentielle reliant i(t), sa dérivé première $\frac{di(t)}{dt}$ et sa primitive $\int i(t)dt$ s'écrit : $\mathbf{(R+r)\ i(t)} + \mathbf{L}\,\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C}\int i(t)dt = \mathbf{u(t)}$

Pour une fréquence $\underline{\mathbf{N_1 < N_0}}$, nous avons tracé la construction de Fresnel incomplète **figure-2**

a- Compléter cette construction en traçant, dans l'ordre suivant et selon l'échelle indiquée, les vecteurs de Fresnel représentant **u(t)** et $\mathbf{L}\ \frac{di(t)}{dt}$.



b- En déduire à partir de cette construction:
- la valeur maximale I_m de l'intensité du courant.
- le déphasage $\Delta\varphi = \varphi_i - \varphi_u$ de l'intensité du courant **i(t)** par rapport à **u(t)**.
- la valeur de la fréquence N_1.

c- Calculer la puissance moyenne consommée par le circuit.

7 Un générateur de basse fréquence **(GBF)**, délivrant une tension sinusoïdale $u(t) = 30 \sin(2\pi N t)$, de valeur efficace **U** constante et de fréquence **N** réglable, alimente un circuit électrique comportant les dipôles suivants, montés en série :

- un condensateur de capacité **C**.
- un résistor de résistance $R = 32\ \Omega$.
- une bobine d'inductance **L** et de résistance propre **r**.

1) Pour une fréquence **N** de la tension d'alimentation on obtient sur l'écran de l'oscilloscope les deux courbes de la **figure -1-** correspondant aux tensions **u(t)** et la tension instantanée $u_b(t)$ aux bornes de la bobine.

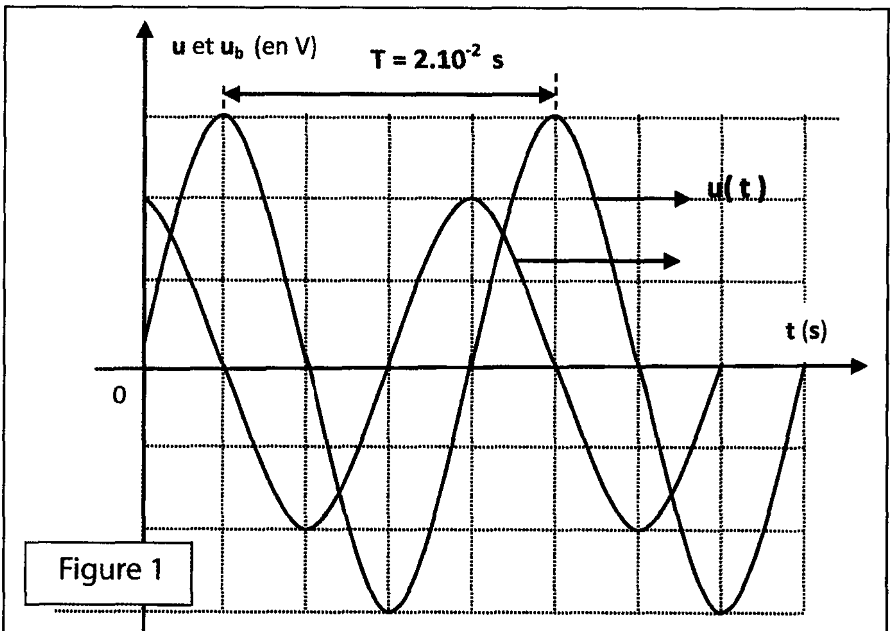


Figure 1

a- Déterminer le déphasage $\Delta\varphi = \varphi_{ub} - \varphi_u$ de la tension $u_b(t)$ par rapport à **u(t)**.

b- Déterminer les valeurs maximales U_{bm} de la tension $u_b(t)$ sachant que la sensibilité verticale est la même sur les deux entrées et égale à : **10 V/ div.**

- Donner l'expression de $\mathbf{u_b(t)}$

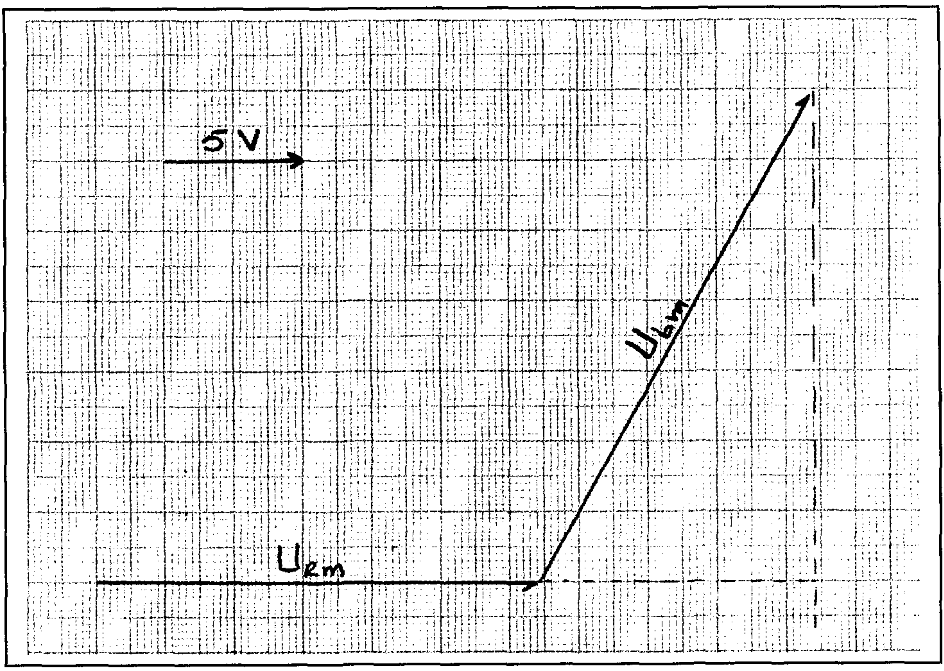
2) L'équation différentielle reliant i(t),sa dérivé première $\frac{di(t)}{dt}$ et sa primitive $\int i(t)dt$ s'écrit : **R** i(t) + **r** i(t) + **L** $\frac{di(t)}{dt}$ + $\frac{1}{C}\int i(t)dt$ = u(t) Nous avons tracé la construction de Fresnel incomplète relative aux valeurs maximales des tensions

a- Tracer les vecteurs de Fresnel relatives aux tensions **r** i(t) et **L** $\frac{di(t)}{dt}$

- Déterminer à partir de cette construction:
- la valeur maximale $\mathbf{I_m}$ de l'intensité du courant **i(t).**
- la résistance **r** de la bobine.
- l'inductance **L** de la bobine.
- le déphasage ($\varphi_{ub} - \varphi_i$) entre la tension $\mathbf{u_b(t)}$ l'intensité **i(t).**

b- Montre que **i(t)** est en avance de phase de $\frac{\pi}{6}$ sur la tension **u(t)**. En déduire la nature du circuit.

c- Compléter la construction en traçant, dans l'ordre suivant et selon l'échelle indiquée, les vecteurs de Fresnel représentant **u(t)** et $\frac{1}{C}\int i(t)dt$.



- Déduire la valeur de **C**.

3) Pour une fréquence N_0, la puissance moyenne consommée prend une valeur maximale P_0

a - Préciser, en le justifiant l'état d'oscillation du circuit.

b- Calculer N_0, I_0 puis P_0.

c - Donner les expressions de **i (t)** et u_c **(t)**.

d- Calculer le coefficient de surtension du circuit.

8

On considère le circuit électrique série constitué par un **G.B.F** délivrant une tension sinusoïdale $u(t) = U_m \sin(wt+\varphi_u)$, un condensateur de capacité $C=20\mu F$, un résistor de résistance $R = 25\Omega$ et une bobine d'inductance **L** et résistance interne **r**.

On désire observer à l'aide d'un oscilloscope bi courbe les tensions **u (t) et u_R (t).**

1) a- Parmi les montages suivants indiquer celui qui permet cette visualisation.

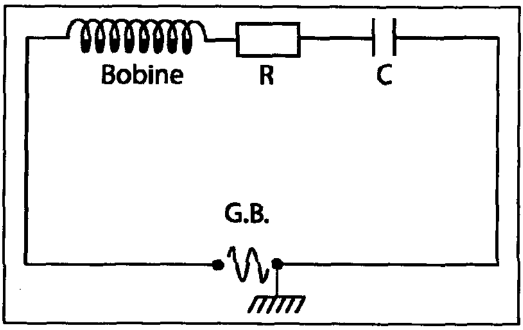


Figure 1

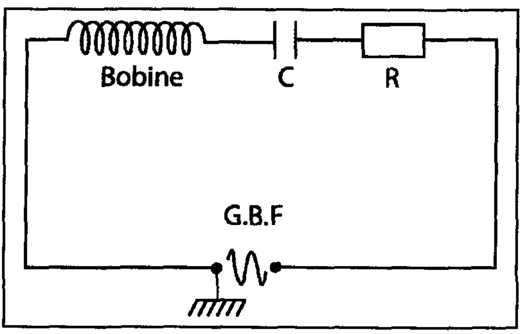


Figure 2

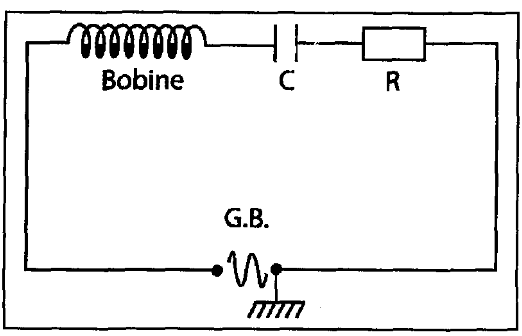
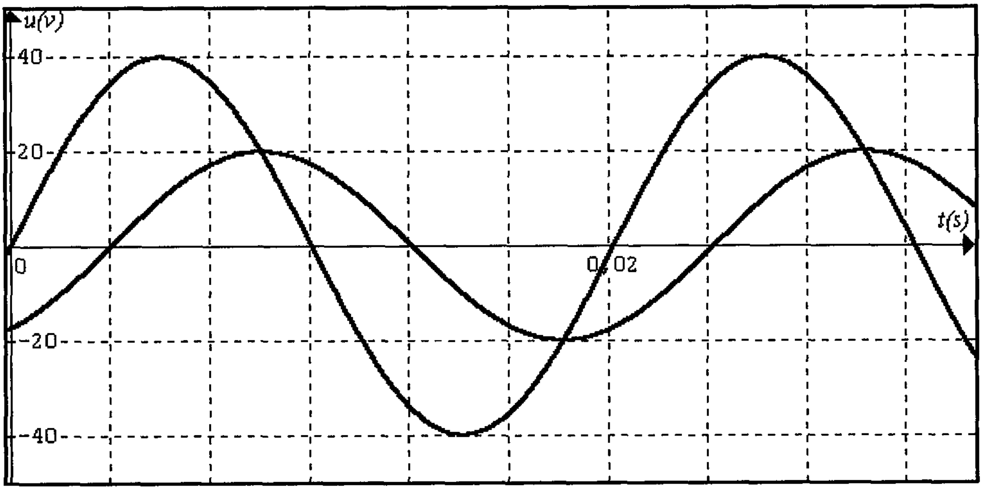


Figure 3

b- faire les connexions nécessaires à l'oscilloscope. à fin de visualiser **u(t) et u_R(t)** respectivement sur les voies 1 et 2 en utilisant la même sensibilité verticale.

2) On fixe la fréquence du **G.B.F** à la valeur **N_1.**

Sur la figure suivante, on donne les oscillogrammes observés sur l'oscilloscope, muni de deux axes.



A partir de l'oscillogramme déterminer :

a- La pulsation ω_1 de la tension **u_{AB} (t).**

b- Le déphasage **entre u_{AB}(t) et i (t)**, en déduire la nature du circuit

3) Etablir les expressions de **u_{AB} (t)** et de **i (t)**

4) Calculer l'impédance **Z** du dipôle AB

5) Etablir l'équation différentielle régissant les oscillations de **i (t)**

6) a- Faire la construction de Fresnel, relative aux valeurs maximales en utilisant l'échelle : 1cm ⟶ 10V

b- déduire les valeurs **U_{Bmax}** (tension maximale aux bornes de la bobine), de **r** et de **L**.

c- Déterminer l'expression de la tension aux bornes de l'ensemble bobine-condensateur.

7) Calculer la puissance moyenne consommée par le circuit. Préciser sous quelle forme apparait cette puissance

8) a- On fait varier la fréquence du GBF, on remarque que pour une valeur **N_2** de la fréquence, l'intensité efficace atteint son maximum **I_0**.

Déterminer l'expression de **N_2** en fonction de **L et C** puis calculer sa valeur.

b- Calculer **I_0**.

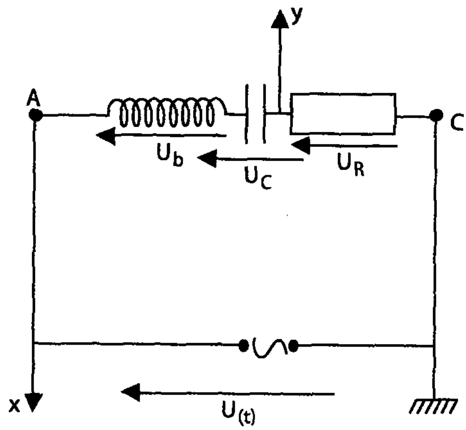
c- **c_1**- Etablir l'expression de l'intensité instantanée **i (t)**

c_2- Calculer la tension maximale aux bornes du condensateur, la comparer à celle aux bornes du **GBF** et conclure.

Corrigés

1

1)



2) L'excitateur est le GBF
Le résonateur : Le circuit RLC
3) Le circuit RLC est soumis à une tension excitatrice qui impose la fréquence des oscillations. D'où les oscillations sont dites forcées.
4)

Loi des mailles : $U_R + U_b + U_C - u(t) = 0$

$$\Rightarrow \mathrm{Ri} + \mathrm{ri} + \mathrm{L}\frac{\mathrm{di}}{\mathrm{dt}} + \frac{\mathrm{q}}{\mathrm{c}} = \mathrm{u}$$

$$\text{or ri} = \frac{\mathrm{dq}}{\mathrm{dt}} \Rightarrow \mathrm{q} = \int \mathrm{i}\,\mathrm{dt}$$

$$\boxed{(\mathrm{R}+\mathrm{r})\mathrm{i} + \mathrm{L}\frac{\mathrm{di}}{\mathrm{dt}} + \frac{1}{\mathrm{C}}\int \mathrm{idt} = \mathrm{u(t)}}$$

5) a- sol° : $i(\mathrm{t}) = \mathrm{I_m}\sin(\omega \mathrm{t} + \varphi_i)$

$$(\mathrm{R+r})\mathrm{i} = (\mathrm{R+r})\mathrm{I_m}\sin(\omega \mathrm{t} + \varphi_i) \rightarrow \overrightarrow{V_1}\begin{vmatrix}(\mathrm{R+r})\mathrm{I_m} \\ \varphi_i\end{vmatrix}$$

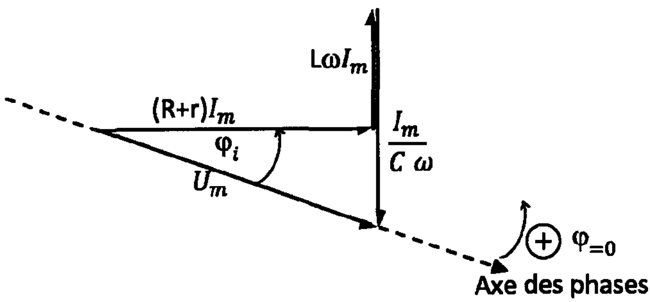
$$\mathrm{L}\frac{\mathrm{di}}{\mathrm{dt}} = \mathrm{L}\omega\mathrm{I_m}\sin(\omega \mathrm{t} + \varphi_i + \frac{\pi}{2}) \rightarrow \overrightarrow{V_2}\begin{vmatrix}\mathrm{L}\omega\mathrm{I_m} \\ \varphi_i + \frac{\pi}{2}\end{vmatrix}$$

$$\frac{1}{C}\int i dt = \frac{I_m}{C\omega}\sin(\omega t+\varphi_i-\frac{\pi}{2}) \rightarrow \overrightarrow{V_3}\left|\begin{array}{l}\frac{I_m}{C\omega}\\ \varphi_i-\frac{\pi}{2}\end{array}\right.$$

$$u(t)=U_{\grave{u}}\sin(\omega t) \rightarrow \vec{V}\left|\begin{array}{l}U_m\\ 0\end{array}\right.$$

$$\vec{V}=\vec{V_1}+\vec{V_2}+\vec{V_3}$$

<u>1^er cas</u> : $L\omega<\frac{1}{C\omega} \Leftrightarrow \omega^2<\frac{1}{LC}=\omega_0^{\,2} \Leftrightarrow \omega<\omega_0 \Leftrightarrow N<N_0$

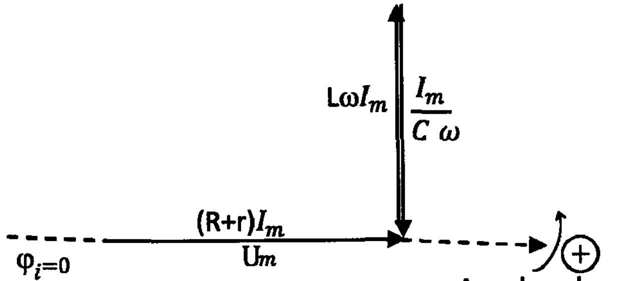


$$0<\varphi i<\frac{\pi}{2}$$

$i(t)$ est en avance de phase par rapport à u(t)

$\frac{1}{C\omega}>L\omega \Rightarrow$ *circuit* capacitif

<u>2^ème cas</u> : $L\omega=\frac{1}{C\omega} \Leftrightarrow \omega^2=\frac{1}{LC}=\omega_0^{\,2} \Leftrightarrow \omega=\omega_0 \Leftrightarrow N=N_0$

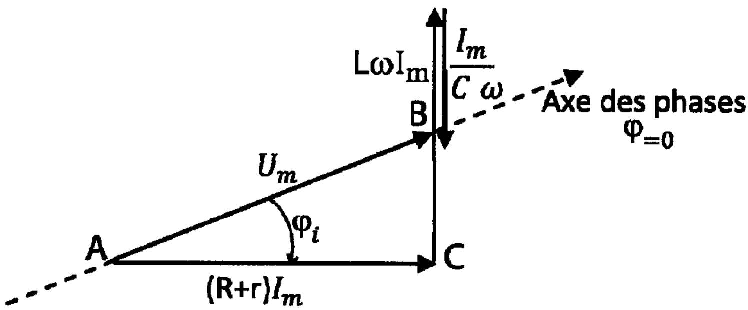


$\varphi_i=0$

i(t) et u(t) est en phase

$\frac{1}{C\omega} = L\omega \Rightarrow$ *circuit résistif*

3ème cas : $L\omega > \frac{1}{C\omega} \Leftrightarrow \omega^2 > \frac{1}{LC} = \omega_0{}^2 \Leftrightarrow \omega > \omega_0 \Leftrightarrow N > N_0$



$-\frac{\pi}{2} < \varphi_i < 0$

I(t) en retard de phase par rapport à u(t)

circuit inductif $\Leftrightarrow \frac{1}{C\omega} < L\omega$

b- Dans le triangle ABC :

$$U_m^2 = [(R+r)I_m]^2 + \left[\frac{I_m}{C\omega} - L\omega I_m\right]^2$$

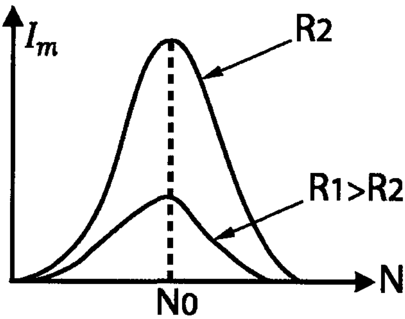
$$= I_m{}^2[(R+r)^2 + (\frac{1}{C\omega} - L\omega)^2]$$

$$I_m{}^2 = \frac{U_m{}^2}{(R+r)^2 + (\frac{1}{C\omega} - L\omega)^2}$$

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{(R+r)^2 + (\frac{1}{C\omega} - L\omega)^2}}$$

$$tg(\varphi_i - \varphi_u) = \frac{\frac{1}{c\omega} - L\omega}{R+r}$$

c- $Z = \frac{Um}{\text{Im}} = \sqrt{(R+r)^2 + \left(\frac{1}{C\omega} - L\omega\right)^2}$



6) a- $N = N_0 \Leftrightarrow \omega = \omega_0$

$\Leftrightarrow L\omega - \frac{1}{C\omega} = 0$

$\Rightarrow Z = R + r$

$I_m = \frac{U_m}{Z} = \frac{U_m}{R+r}$

$\Rightarrow \varphi_i - \varphi_u = 0$

$U_m = ZI_m$

$U_{R_{\max}} = RI_{\max}$

$Z > R \Rightarrow U_{\max} > U_{R_{\max}}$ d'où la courbe qui a l'amplitude la plus grande représente u(t).

Donc la courbe (a) représente U(t).

b- $T \to 6$ *carreaux*

$\Delta t \to 1$ carreau

$\frac{\Delta t}{T} = \frac{1}{6}$

$|\Delta\varphi| = \omega\Delta t = \frac{2\pi}{T}.\frac{T}{6} = \frac{\pi}{3} rad$

$u(t)$ Atteint son maximum avant $u_R(t)$ alors $u(t)$ est en avance de phase par rapport à $u_R(t)$ et par suite à i(t).

$\Rightarrow \varphi_i - \varphi_u = -\dfrac{\pi}{3}$

Le circuit est inductif.

c- $U_m = 10V$

$U_{R_{max}} = 4V$

d- $I_{max} = \dfrac{U_{R_{max}}}{R}$

AN $I_{max} = \dfrac{4}{80} = 5.10^{-2} A$

$Z_1 = \dfrac{U_m}{I_m}$ AN $Z_1 = \dfrac{10}{5.10^{-2}} = 200\Omega$

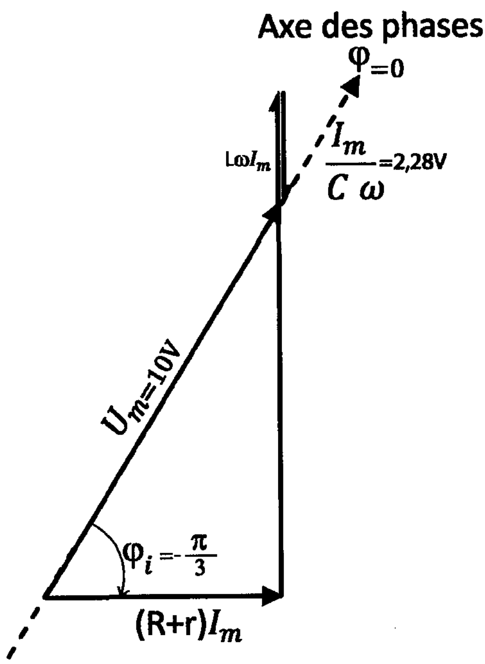
e/ $u(t) = U_{max}\sin(2\pi N t)$

$= 10\sin(2189,25t)$

$i(t) = I_m \sin(2\pi N t + \varphi_i)$

$= 5.10^{-2}\sin(2189,25t - \dfrac{\pi}{3})$

f- f_1*



f₂* $I_m = 5.10^{-2} A$

$\omega = 2189,25 rad.s^{-1}$

$(R+r)I_m = 5V \Rightarrow r = \frac{5}{I_m} - R = \frac{5}{5.10^{-2}} - 80 = 20\Omega$

$\frac{I_m}{C\omega} = 2,28V \Rightarrow C = \frac{I_m}{2,28 \times \omega} = 10^{-5} F$

$L\omega I_m = 11V \Rightarrow L = \frac{11}{\omega I_m} = 0,1H$

2

1) a- T=$4.10^{-3} s$

N=$\frac{1}{T} = 250Hz$

b- $|\Delta\varphi| = \omega\Delta t = \frac{2\pi}{T}.\frac{T}{8} = \frac{\pi}{4} rad$

$$\boxed{\begin{array}{l} T \to 8C \\ \Delta t \to 1C \\ \frac{\Delta t}{T} \to \frac{1}{8} \\ \Delta t = \frac{T}{8} \end{array}}$$

u_{AB} (t) est en avance de phase par rapport à i(t)

$\Rightarrow \varphi_u - \varphi_i = \frac{\pi}{4} rad$

2) a- $u_{AM}(t) = U_m \sin(\omega t + \varphi_u)$

$U_m = 4V$

$\omega = 2\pi N = 500\pi rad.s^{-1}$

φ_u ?

A t=0 $U_{AM} = 0 \Rightarrow U_m \sin\varphi_u = 0$

$\sin\varphi_u = 0 \Rightarrow \varphi_u = 0$ ou $\varphi_u = \pi$

Or à t=0 la courbe est croissante $\Rightarrow \cos\varphi_u > 0 \Rightarrow \varphi_u = 0$

$u_{AM}(t) = 40\sin(500\pi t)$

$$i(t)=I_m\sin(\omega t+\varphi_i)$$

$$I_m=\frac{U_{R_m}}{R}=\frac{2,5}{200}=1,25.10^{-2}A$$

φ_i ?

$$\varphi_u-\varphi_i=\frac{\pi}{4} \text{ or } \varphi_u=0\Rightarrow\varphi_i=-\frac{\pi}{4}rad$$

$$d'où\ \boxed{i(t)=1,25.10^{-2}\sin(500\pi t-\frac{\pi}{4})}$$

b- $Z=\dfrac{U_m}{I_m}=\dfrac{4}{1,25.10^{-2}}=320\Omega$

c- $\cos(\varphi_i-\varphi_u)=\dfrac{(R+r)}{Z}$

$$r=Z\cos\Delta\varphi-R$$

$$=320\cos\frac{\pi}{4}-200$$

$$r=26,27\Omega$$

$$\boxed{tg(\varphi_i-\varphi_u)=\frac{\frac{1}{C\omega}-L\omega}{R+r}}$$

$$\frac{1}{C\omega}-L\omega=(R+r)tg(\varphi_i-\varphi_u)$$

$$L\omega=\frac{1}{C\omega}-(R+r)tg(\varphi_i-\varphi_u)$$

$$\boxed{L=\frac{1}{C\omega^2}-\frac{(R+r)}{\omega}tg(\varphi_i-\varphi_u)}$$

AN $L=\dfrac{1}{(2.10^{-6})(500\pi)^2}-\left(\dfrac{200+26,27}{500\pi}\right)tg\left(\dfrac{-\pi}{4}\right)$

$$L=0,347H$$

3) a- $I_m=\dfrac{U_m}{Z}$; $I_{eff}=\dfrac{U_{eff}}{Z}$; I_{eff} est maximale $\Rightarrow$ Z est minimale

$Z=\sqrt{(R+r)^2+(\dfrac{1}{C\omega}-L\omega)^2}\Rightarrow\dfrac{1}{C\omega}-L\omega=0\Rightarrow\omega=\omega_0\Leftrightarrow N=N_0=\dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}=191Hz$

b- $P=(R+r)I^2$ avec $I_{eff}=\dfrac{U_{eff}}{R+r}=\dfrac{4}{\sqrt{2}(200+26,27)}=1,25.10^{-2}A$

AN $P=(200+26,27)\times(1,25.10^{-2})^2=3,54.10^{-2}W$

c- $Q=\dfrac{U_{Cm}}{U_m}=\dfrac{1}{C\omega_0(R+r)}$

AN $Q=\dfrac{1}{2.10^{-6}\times2\pi\times191\times226,27}=1,84$

3

1) $U_C(t)$ est toujours en retard de phase par rapport à $u(t)$ d'où la courbe C_1 représente $u_C(t)$.

2) a- $T_1=4m.s$

$$N_1=\frac{1}{T}=250Hz$$

$$\varphi_u-\varphi_{u_c}=\omega\Delta t=\frac{2\pi}{T}.\frac{T}{8}=\frac{\pi}{4}rad$$

b- $u_R=(t)=Ri=RI_m\sin(\omega t+\varphi_i)$

$$U_C(t)=\frac{1}{C}\int idt=\frac{I_m}{C\omega}\sin(\omega t+\underbrace{\varphi_i-\frac{\pi}{2}}_{\varphi_{u_c}})$$

$$\varphi_{u_C}=\varphi_i-\frac{\pi}{2}\Rightarrow\varphi_{u_C}-\varphi_i=-\frac{\pi}{2}$$

$$\varphi_u-\varphi_{uc}=\frac{\pi}{4}$$

$$\varphi_U-\varphi_i=-\frac{\pi}{4}\Rightarrow\varphi_i-\varphi_u=\frac{\pi}{4}$$

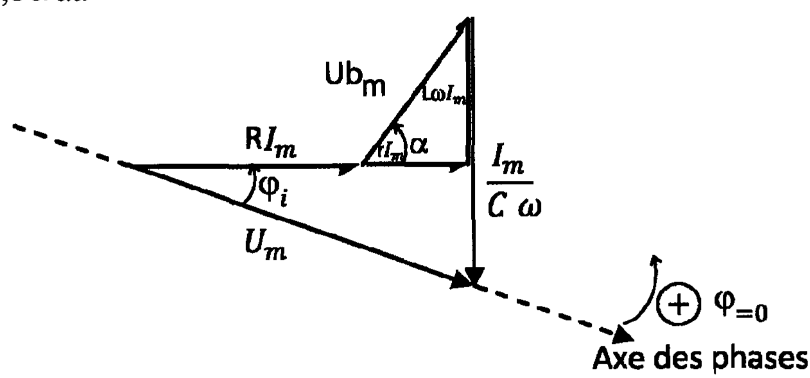
$i(t)$ est en avance de phase par rapport u(t) alors le circuit est capacitif

3) $U_{C_m}=\dfrac{I_{1_m}}{C\omega}\Rightarrow I_{1_m}=U_{C_m}C\omega$

AN $I_{1_m}=12,5\times4.10^{-6}\times500\pi=7,85.10^{-2}A$

$$Z_1=\frac{U_m}{I_{1_m}}=\frac{7,5}{7,85.10^{-2}}=95,54\Omega$$

$$4)\cos(\varphi_i-\varphi_u)=\frac{R+r}{Z}$$
$$\Rightarrow r=Z\cos\Delta\varphi-R$$
$$r=Z\cos\frac{\pi}{4}-50$$
$$r=17,55\Omega$$
$$tg(\varphi_i-\varphi_u)=\frac{\dfrac{1}{C\omega}-L\omega}{R+r}$$
$$\Rightarrow L=\frac{1}{C\omega^2}-\left(\frac{R+r}{\omega}\right)tg(\varphi_i-\varphi_u)$$
$$L=5,83.10^{-2}\,H$$
$$u(t)=u_m\sin(\omega t+\underbrace{\varphi_u}_{0})$$
$$\boxed{u(t)=7,5\sin(500\pi t)}$$
$$u_C(t)=U_{C_m}\sin(\omega t+\varphi_{u_c})$$
$$\boxed{u_C(t)=12,5\sin(500\pi t-\frac{\pi}{4})}$$
$$i(t)=I_m\sin(\omega t+\varphi_i)$$
$$i(t)=7,85.10^{-2}\sin(500\pi t+\frac{\pi}{4})$$
$u_b(t)=U_{b_m}\sin(\omega t+\varphi_b)$ avec $U_{b_m}=\sqrt{r^2+(L\omega)^2}I_m=7,32V$
$$\varphi_b=\varphi_i+\alpha$$
$$tg\alpha=\frac{L\omega}{r}=5,22$$
$$\Rightarrow\alpha=1,38rad$$



$\varphi_b = 2{,}16 rad$

d'où $u_b(t) = 7{,}32\sin(500\pi t + 2{,}16)$

6) a- $\varphi_u - \varphi_{u_c} = \frac{\pi}{2}$

$\varphi_{u_c} = \varphi_i - \frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow \varphi_u - (\varphi_i - \frac{\pi}{2}) = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \varphi_u - \varphi_i = 0$

$\Rightarrow u(t)$ *et* i(t) sont en phase : c'est la résonance d'intensité

b- $N_2 = N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 329 Hz$

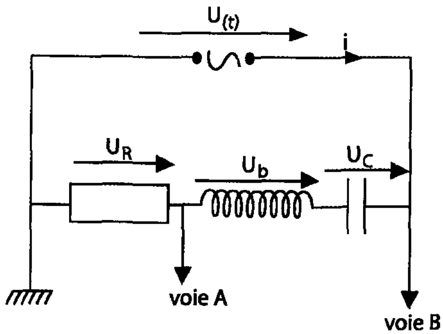
$I_{2m} = \frac{U_{C_m}}{R+r} = \frac{7{,}5}{17{,}55+50} = 11{,}1.10^{-2} A$

$Q = \frac{U_{C_m}}{U_m} = \frac{L\omega_0}{R+r} = \frac{5{,}83.10^{-2} \times 2\pi \times 329}{50+17{,}55} = 1{,}78$

$P = (R+r)I_{2eff}^2 = (50+17{,}55)\left(\frac{11{,}1.10^{-2}}{\sqrt{2}}\right)^2 = 4{,}16.10^{-3} w$

4

1) a-

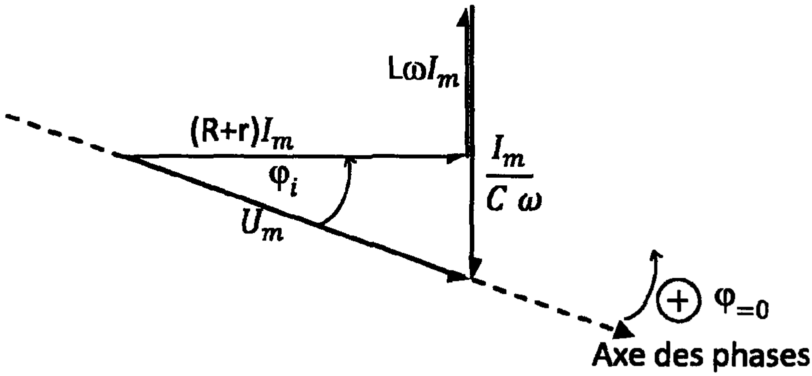


b- voir schéma

2) a- Loi des mailles : $u_R + u_b + u_C - u = 0$

$(R+r)i + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int idt = u(t)$

b-



$$\alpha * U_m{}^2 = (R+r)^2 I_m{}^2 + (L\omega I_m - \frac{I_m}{C\omega})^2$$
$$= I_m{}^2\left[(R+r)^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2\right]$$

D'où $\mathrm{I}_m = \dfrac{U_m}{\sqrt{(R+r)^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}}$

D'où $I = \dfrac{u}{\sqrt{(R+r)^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}$

$$\beta * \quad tg(\varphi_i - \varphi_u) = \frac{\frac{1}{C\omega} - L\omega}{R+r}$$

3- a-

$$\left.\begin{array}{l} U_m = ZI_m \\ U_{R_m} = RI_m \end{array}\right\} Z > R \Rightarrow U_m > U_{R_m}$$

⇒La courbe qui a l'amplitude la plus grande représente u(t). d'où (1) représente u(t).

b- u(t)=$10\sqrt{2}\sin(\omega t)$ avec $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$ et T=$12.10^{-3}s$

$u(t) = 10\sqrt{2}\sin(523,6t)$

4) a- $\varphi_i - \varphi_u = \omega.\Delta t = \frac{2\pi}{T}.\frac{T}{12} = \frac{\pi}{6} rad$

i(t) est en avance de phase par rapport à u(t) $\Rightarrow$ Le circuit est capacitif.

b- $I_m = \frac{U_{R_m}}{2} = \frac{5\sqrt{2}}{100} = 5\sqrt{2}.10^{-2} A$

d'où $i(t) = 5\sqrt{2}.10^{-2} \sin(523,6t + \frac{\pi}{6})$

5) a- $Z = \frac{U_m}{I_m} = \frac{10\sqrt{2}}{5\sqrt{2}.10^{-2}} = 200\Omega$

b- $\cos\Delta\varphi = \frac{R+r}{Z} \Rightarrow r = Z\cos\Delta\varphi - R = 73,2\Omega$

$$tg(\varphi_i - \varphi_u) = \frac{\frac{1}{C\omega} - L\omega}{R+r} \Rightarrow L = -\frac{R+r}{\omega} tg(\varphi_i - \varphi_u) + \frac{1}{C\omega^2}$$

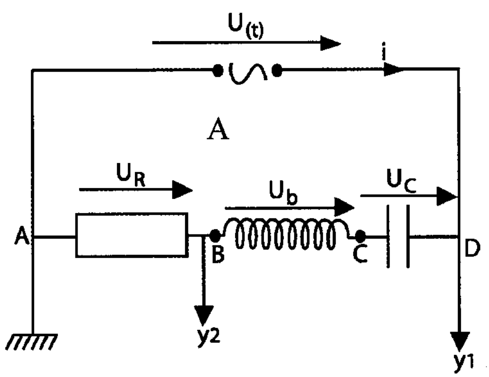
AN L=0,17H

6)a- U_{R_m} est maximale $\Rightarrow I_m$ est maximale : c'est la résonance d'intensité.

b- $N_2 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = N_0 = 122Hz$

5

1)



2) a- $U_m = ZI_m$ avec $Z=\sqrt{(R+r)^2 + (\frac{1}{C\omega} - L\omega)^2}$

$U_{R_m} = RI_m$

$Z > R \Rightarrow U_n > U_{R_n}$

$\Rightarrow$ La courbe qui a l'amplitude la plus grande représente la tension u(t). u(t) est en avance de phase par rapport à u_R(t).
Donc par rapport à i(t) alors le circuit est inductif.

b- $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{U_{R_m}}{\sqrt{2}R} = \frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times 24} = 0,25A = I$

$\varphi_u - \varphi_i = \omega\Delta t = \frac{2\pi}{T}\times\frac{T}{8}$

$T \to 6,4cm$

$\Delta t \to 0,8cm$

$\frac{\Delta t}{T} = \frac{0,8}{6,4} = \frac{1}{8}$

$\varphi_u - \varphi_i = \frac{\pi}{4} rad$

$or\ \varphi_u = 0 \Rightarrow \boxed{\varphi_i = -\frac{\pi}{4} rad}$

3) Loi des mailles :

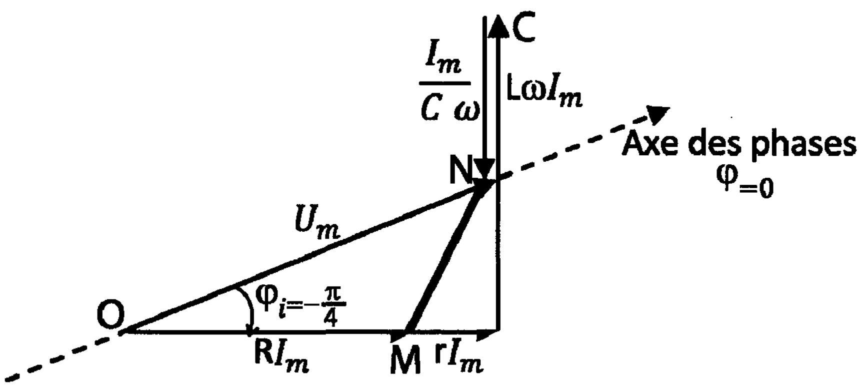
$u_R + u_b + u_C - u = 0$

$Ri + ri + L\frac{di}{dt} + \frac{q}{C} = u$

$or\ i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow q = \int idt$

$$\boxed{(R+r)i + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int idt = u(t)}$$

4)



$$rI_m = \sqrt{2}V \Leftrightarrow r = \frac{\sqrt{2}}{I_m} = \frac{\sqrt{2}}{I\sqrt{2}}$$

AN r=4Ω

Rq: $\cos\Delta\varphi = \frac{(R+r)}{U_m} I_m \Rightarrow r = \frac{U_m}{I_m}\cos\Delta\varphi - R$

$$r = \frac{10\sqrt{2}}{0,25\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - 24 = 4\Omega$$

$$tg(\varphi_i - \varphi_u) = \frac{\frac{1}{C\omega} - L\omega}{R+r} = -1$$

$$\frac{1}{C\omega} - L\omega = -(R+r)$$

$$\frac{1}{C\omega} = L\omega - (R+r)$$

$$\Rightarrow C = \frac{1}{\omega(L\omega - (R+r))} \quad \text{AN} \quad C = \frac{1}{2\pi \times 202(0,8 \times 2\pi \times 202 - 28)}$$

$$C = 7,98.10^{-7} F$$

5) a- u(t) et u_R(t) sont en phase $\Rightarrow$ u et i sont en phase alors le circuit est le siège de la résonance d'intensité.

b- Le circuit est inductif $\Leftrightarrow L\omega > \frac{1}{C\omega} \Leftrightarrow \omega > \omega_0 \Leftrightarrow N > N_0$

a la résonance d'intensité $L\omega = \frac{1}{C\omega} \Leftrightarrow N = N_0$

d'où on doit diminuer la fréquence N jusqu'à atteindre N_0.

$$N = N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 199 Hz$$

c- $u(t) = 10\sqrt{2}\sin(398\pi t)$

$$u_R(t) = Ri(t) = RI_m \sin(\omega t + \varphi_i)$$

$$I_m = \frac{10\sqrt{2}}{28} = 0,5A$$

$$u_R(t) = 12,12\sin(398\pi t)$$

$$u_C(t)=\frac{1}{C}\int i dt=\frac{I_m}{C\omega}\sin(2\pi Nt+\varphi_i-\frac{\pi}{2})$$

$$u_C(t)=50\sin(398\pi t-\frac{\pi}{2})$$

$$u_b(t)=U_{bm}\sin(\omega t+\varphi_b)$$

$$U_{bm}=Z_bI_m=\sqrt{r^2+(L\omega)^2I_m}$$

6

1) a- $U_m=ZI_m$ avec $Z=\sqrt{(R+r)^2+(\frac{1}{C\omega}-L\omega)^2}$

$U_{Rm}=RI_m$

$Z>R$ alors $U_m>U_{Rm}$

$d'où$ la courbe (II) représente u(t)

b- On peut déterminer i(t) à partir de $U_R(t)$ car $i(t)=\frac{U_R(t)}{R}$

c- U et i sont en phase donc le circuit est le siège de la résonance d'intensité.

d- $U=\frac{U_m}{\sqrt{2}}=\frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=4V$

$$I=\frac{I_m}{\sqrt{2}}=\frac{U_{Rm}}{\sqrt{2}R}=\frac{2,5\sqrt{2}}{25\sqrt{2}}=0,1A$$

$T_0=11,1.10^{-3}s$

$$N_0=\frac{1}{T_0}=\frac{1}{11,1.10^{-3}}=90,09Hz$$

e- $U=ZI$ avec $Z=R+r$

$U_R=RI$

$$\frac{U}{U_R}=\frac{R+r}{R}=1+\frac{r}{R}$$

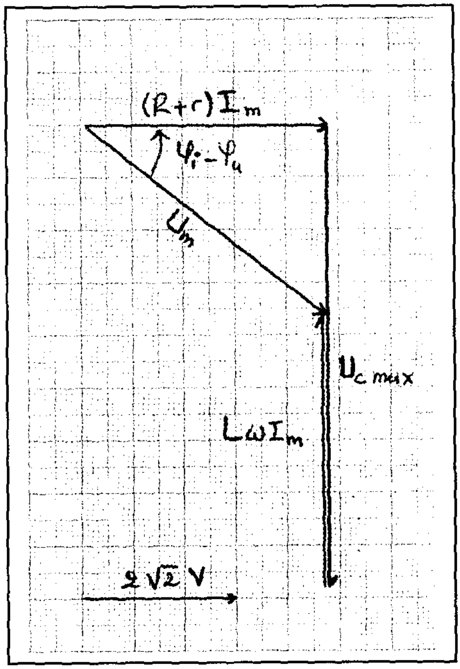
$$\frac{r}{R}=\frac{U}{U_R}-1\Rightarrow r=R(\frac{U}{U_R}-1)$$

$$r=25(\frac{4}{2,5}-1)=15\Omega$$

$$N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \Leftrightarrow N_0{}^2 = \frac{1}{4\pi^2 LC}$$

$$\Rightarrow L = \frac{1}{4\pi N_0{}^2 C} = 0{,}1H$$

2) a-



b- $(R+r)I_m = \dfrac{4{,}8 \times 2\sqrt{2}}{3}$

$$\Rightarrow I_m = \frac{4{,}8 \times 2\sqrt{2}}{3(25+15)} = 1{,}13.10^{-1} A = 8\sqrt{2}.10^{-2} A$$

$$\cos(\varphi_i - \varphi_u) = \frac{4{,}8}{6} = 0{,}8$$

$$\varphi_i - \varphi_u = 0{,}64 rad$$

$$\frac{I_m}{C\omega} = \frac{8{,}8 \times 2\sqrt{2}}{3}$$

$$\omega = \frac{3 I_m}{C \times 8{,}8 \times 2\sqrt{2}} = 2\pi N_1$$

$$N_1 = \frac{3I_m}{2C\pi \times 8,8 \times 2\sqrt{2}} = \frac{3 \times 8\sqrt{2}.10^{-2}}{31,25.10^{-6} \times 2\pi \times 8,8 \times 2\sqrt{2}}$$

$$N_1 = 69,44 Hz$$

c- $P = UI\cos\Delta\varphi$

$P = (R+r)I^2$

$= 40 \times (8.10^{-2})^2 = 0,256W$

7

1) a- $U_{bm} = 20V$

$$u_b(t) = U_{bm}\sin(\omega t + \varphi_{ub})$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2.10^{-2}} = \pi.10^{-2}\,rad.s^{-1} = 100\pi\,rad.s^{-1}$$

$$\varphi_{ub} = \frac{\pi}{2}rad \text{ car } \varphi_u = 0$$

$$u_b(t) = 20\sin(100\pi t + \frac{\pi}{2})$$

2) a- $*U_{Rm} = 6,4 \times 2,5 \rightarrow \frac{U_{Rm}}{R} = 0,5A = I_m$

$*rI_m = 4 \times 2,5 \rightarrow r = \frac{4 \times 2,5}{0,5} = 20\Omega$

$*L\omega I_m = 7 \times 2,5 \rightarrow L = \frac{7 \times 2,5}{I_m.\omega} = \frac{7 \times 2,5}{0,5 \times 100\pi} = 1,11.10^{-1}H$

$\rightarrow L = 0,11H$

$$\cos(\varphi_{ub} - \varphi_i) = \frac{rI_m}{U_m} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$\rightarrow \varphi_{ub} - \varphi_i = \frac{\pi}{3}rad$$

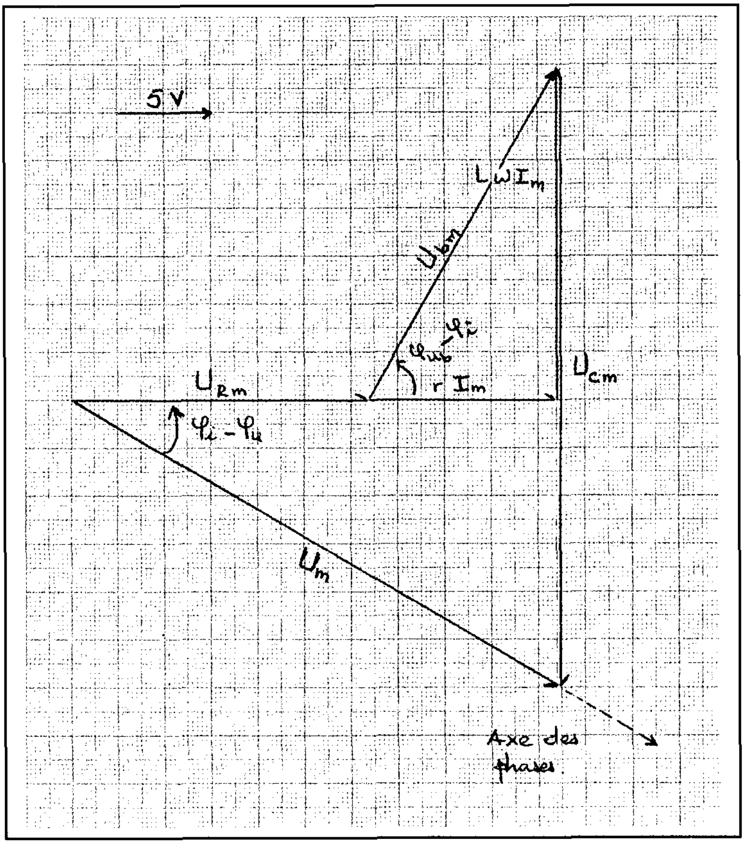
b- $\varphi_{ub} = \frac{\pi}{3} + \varphi_i$ or $\varphi_{ub} - \varphi_i = \frac{\pi}{3}rad$

$$\frac{\pi}{3} + \varphi_i - \varphi_u = \frac{\pi}{3}$$

$$\varphi_i - \varphi_u = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6}rad$$

i(t) est en avance de phase par rapport à u(t) alors le circuit est capacitif.

c- $\frac{I_m}{C\omega} = 13\times 2,5 \Rightarrow C = \frac{I_m}{13\times 2,5\times\omega} \simeq 5.10^{-5} F$



3) a- $P = (R+r)I^2$ donc P est maximale.

$\Rightarrow$ I est maximale donc c'est la résonance d'intensité.

b- * $N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{0,11\times 5.10^{-5}}} = 67,86 Hz$

* $I_0 = \frac{I_{0m}}{\sqrt{2}} = \frac{U_m}{\sqrt{2}(R+r)} = \frac{30}{\sqrt{2}(32+20)} = 0,41A$

* $P_0 = (R+r)I_0 = (32+20)(0,41)^2 = 8,47w$

c- * $i(t) = I\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi_i)$

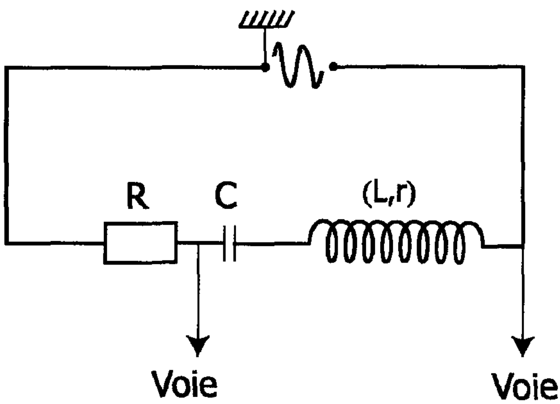
* $i(t) = 0,41\sqrt{2}\sin(135,72\pi t);\quad \varphi_i = 0$

$$*U_C(t)=\frac{I_m}{C\omega}\sin(\omega t+\varphi_i-\frac{\pi}{2})=85,44\sin(135,72\pi t-\frac{\pi}{2})$$

$$*Q=\frac{U_{cm}}{U_m}=\frac{85,44}{30}=2,85$$

8

1) a et b-



2) a- $\omega_1=\frac{2\pi}{\pi_1}=\frac{2\pi}{0,02}=100\pi \text{ rads}^{-1}$

b- $\varphi_i=\varphi_{u_R}$

$\Delta\varphi=\varphi_u-\varphi_i=\varphi_u-\varphi_{u_R}$

$=\omega_1.\Delta t=\frac{2\pi}{T_1}\times\frac{T_1}{6}=\frac{\pi}{3}\text{rad}$

$\varphi_u-\varphi_i>0\Rightarrow u(t)$ u(t) en avance de phase sur i(t) ⇨le circuit est <u>inductif</u>.

3) $u(t)=U_m\sin(\omega_1 t+\varphi_u)$

- à $t=0$ $u=0\Rightarrow U_m\sin\varphi_u=0\Rightarrow\varphi_u=0$ ou $\varphi_u=\pi$

Or $u(t)$ est croissante *à* $t=0\Rightarrow\left(\frac{du}{dt}\right)_{t=0}>0$

$\Rightarrow U_m\omega_1\cos\varphi_u>0 \quad \Rightarrow\cos\varphi_u>0$

$\Rightarrow\varphi_u=0 \quad rad$

- $U_m=40V$

$$\Rightarrow u(t) = 40\sin(100\pi t)$$

- $i(t) = I_m \sin(\omega_1 t + \varphi_i)$
- $\text{Im} = \dfrac{(U_R)\max}{R} = \dfrac{20}{25} = 0{,}8A$

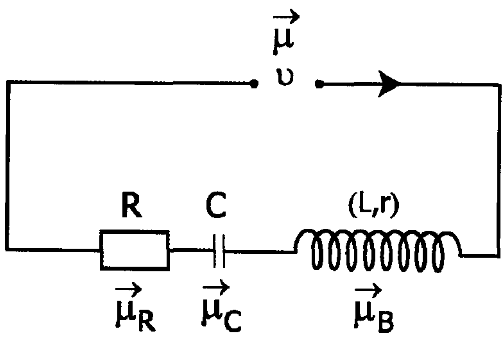
$$\varphi_u - \varphi_i = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \varphi_i = \varphi_u - \frac{\pi}{3} = 0 - \frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow \varphi_i = -\frac{\pi}{3} rad$$

$$\boxed{i(t) = 0{,}8\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{3}\right)}$$

4) $Z = \dfrac{U_m}{I_m} = \dfrac{40}{0{,}8} = 50\Omega$

5)



La loi des mailles

$$U_R + U_C + U_B - U = 0$$

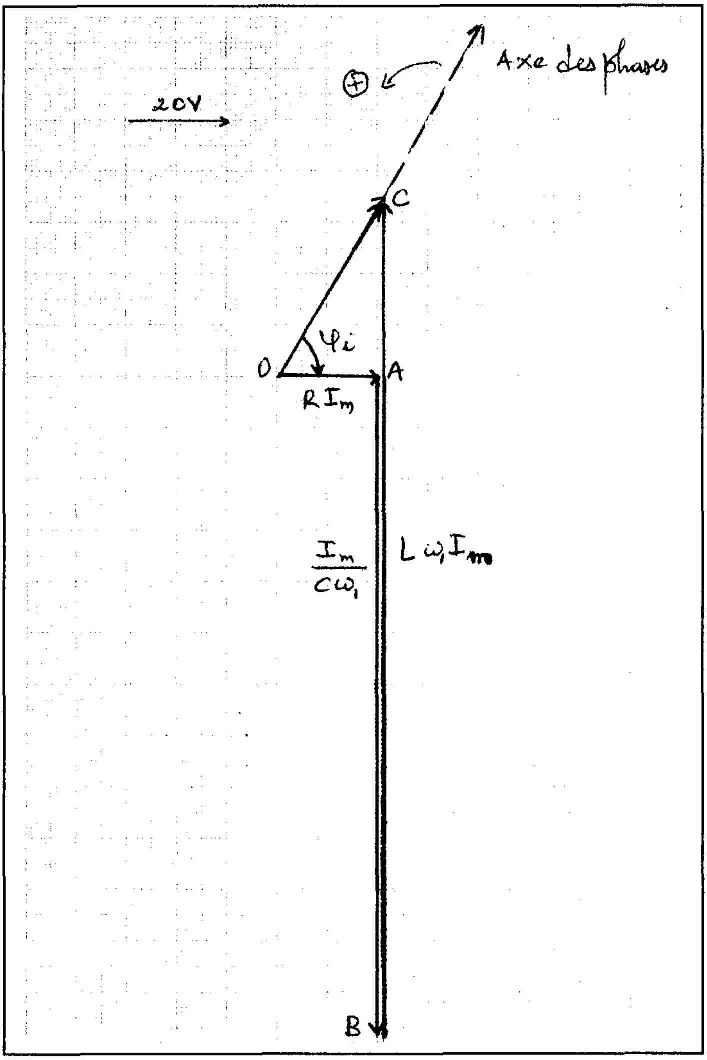
$$Ri + L\frac{di}{dt} + ri + \frac{1}{C}\int idt = u$$

6) a- $U_{R\max} = 20v \longrightarrow \left\|\overrightarrow{OA}\right\| = 2cm$

$$U_m = 40v \longrightarrow \left\|\overrightarrow{OC}\right\| = 4cm$$

$\varphi_u = 0$ $\qquad \varphi_i = -\dfrac{\pi}{3} rad = \varphi_{u_R}$

$$U_{c\max} = \frac{I_m}{c\omega_1} = 127{,}38V \longrightarrow \left\|\overrightarrow{AB}\right\| = 2{,}7cm$$



b- $BC \simeq 16,2cm \Rightarrow LI_m\omega_1 \simeq 162V$

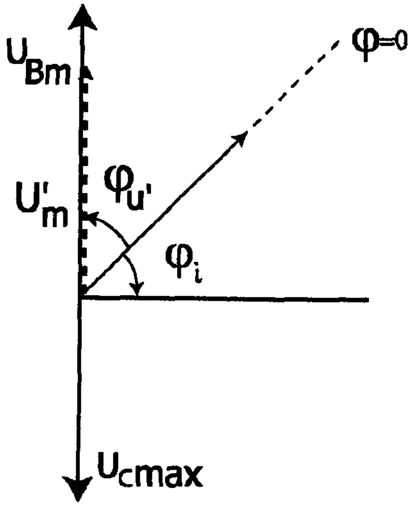
$\Rightarrow \boxed{U_{B\max} = 162V}$

$$\Rightarrow L = \frac{U_{B\max}}{I_m\omega_1} = \frac{162}{0,8\times 100\pi} \simeq 0,645H$$

ON correspond a

Or $(R+r)I_m = RI_m \Rightarrow r = 0\Omega$

c- Soit u' la tension aux bornes de l'ensemble bobine condensateur.



d- $u' = u_B + u_C$

$$u' = U'_m \sin(\omega_1 t + \varphi_{u'})$$

$$U'_m = U_{Bm} - U_{cm}$$

$$= 162 - 127$$

$$U'_m = 35V$$

$$\varphi_{u'} = \frac{\pi}{2} - |\varphi_i| = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} rad$$

$$\Rightarrow \boxed{u'(t) = 35\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)}$$

7) $P_m = UI\cos\Delta\varphi = \dfrac{U_m \times I_m}{2} \times \cos\dfrac{\pi}{3}$

$$= \frac{40 \times 0,8}{2} \times 0,5 = 8$$

$$P_m = 8w$$

8) a- I est maximale ⇨Z est minimale

$$\Rightarrow L\omega_2 - \frac{1}{C\omega_2} = 0 \Rightarrow \omega_2 = \frac{1}{LC}$$

$$\Rightarrow N_2 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 44,52Hz$$

b- $I_0 = \dfrac{U}{R} = \dfrac{U_m}{\sqrt{2}R} = \dfrac{40}{25\sqrt{2}} = 1,13A$

c- c1 $i = I_m \sin(\omega_2 t + \varphi_i)$

résonance d'intensité $\varphi_i = \varphi_u = 0$

$\Rightarrow i(t) = 1,13\sqrt{2}\sin(279,58t)$

c2- $U_{c\max} = \dfrac{I_0\sqrt{2}}{C\omega_2} = 285,75V$

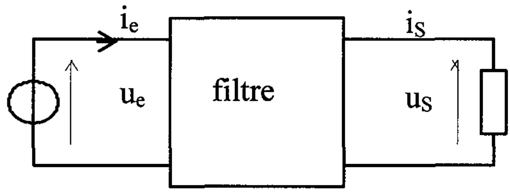
$U_{c\max} > U_m$ il y a une surtension.

Les Filtres électriques

1- Généralités :

- Un *filtre* électronique est un *quadripôle* linéaire qui ne transmet que les signaux dont la fréquence est dans un domaine bien précis, les autres sont éliminées

u_e : tension d'entrée
u_s : tension de sortie
i_e : courant d'entrée
i_s : courant de sortie



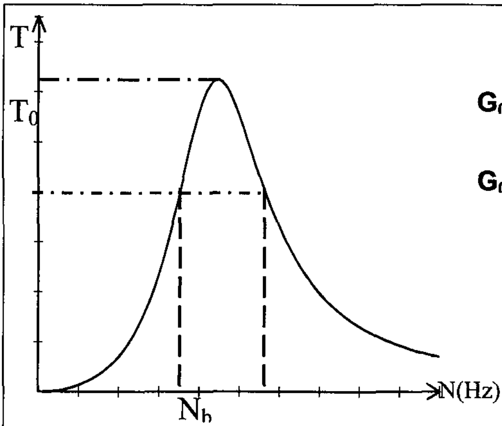
- Le filtrage est une opération de tri des signaux électriques selon leurs fréquences.
- On appelle fonction de transfert ou transmittance d'un filtre et on la note T le rapport $\frac{U_{sm}}{U_{sm}}$.

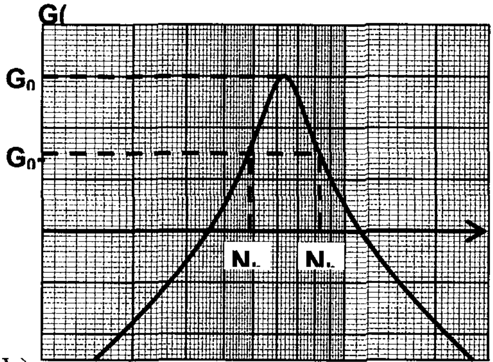
$T = \frac{U_{sm}}{U_{sm}}$ (T est sans unité) .

- On définit aussi pour un filtre une grandeur caractéristique notée G appelé gain lié à T par la relation $G = 20\log T$ (**G** s'exprime en décibel (**dB**))

➢ G est une grandeur algébrique ;

- Si T >1 alors G > 0 : le filtrage s'accompagne d'une amplification d'amplitude.
- Si T < 1 ; G < 0 : le filtrage s'accompagne d'une atténuation d'amplitude.
- On appelle courbe de réponse d'un filtre la courbe de variation T = f(N) ou G = f(N)
- Généralement, le domaine dans lequel le filtre doit agir étant assez important, on utilise pour les fréquences une échelle logarithmique. Ce choix permet de condenser les résultats mais aussi de ne laisser aucun domaine dans l'oubli, ce qu'une échelle linéaire ne permettrait pas (on parle ainsi de courbe tracée dans un quadrillage semi logarithmique





➢ La transmittance passe par un maximum T_0 qui lui correspond un gain maximal G_0 .

➢ Le filtre est passant (signal d'entrée transmis en sortie) lorsque sa transmittance est $T \geq \frac{T0}{\sqrt{2}}$ donc lorsque son gain $G \geq G_0 - 3$ dB

- On appelle bande passante d'un filtre l'intervalle de fréquences $[N_b , N_h]$ pour lequel on a $T \geq \frac{T0}{\sqrt{2}}$ donc lorsque $G \geq G_0 - 3$ dB

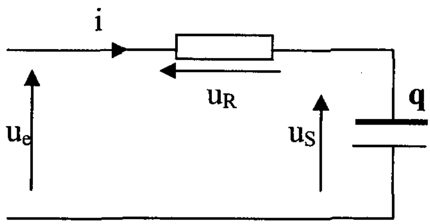
➢ N_h et N_b sont appelées les fréquences de coupure haute et basse du filtre.

➢ La largeur de la bande passante est donnée par la différence $N_h - N_b$ des fréquences de coupures. $(N_h > N_b)$

➢ Plus la bande passante est étroite plus le filtre est dit sélectif

2- Exemples de filtres :

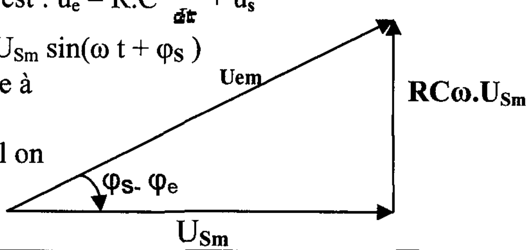
a- Filtre passe bas passif :



- Un filtre passif n'est formé que de dipôles passifs
- Un filtre passe bas passif est un circuit RC
- La tension de sortie us du filtre est toujours en retard de phase par rapport à la tension d'entrée.
- L'équation différentielle du filtre est : $u_e = R.C \frac{du_s}{dt} + u_s$

avec $u_e = U_{em} \sin(\omega t + \varphi_e)$ et $u_S = U_{Sm} \sin(\omega t + \varphi_S)$

- La construction de Fresnel relative à cette équation différentielle est :
- D'après la construction de Fresnel on



peut écrire $U_{Sm} = \dfrac{Uem}{\sqrt{1+(RC\,\omega)^2}}$

- La transmittance du filtre est

$$T = \frac{U_{Sm}}{U_m} = \frac{1}{\sqrt{1+(RC\,\omega)^2}}$$

➢ La transmittance maximale T_0=1

➢ La transmittance du filtre T < 1 pour toute valeur de ω

- Le gain du filtre est G = 20 log T =

$$G = 20\log\frac{1}{\sqrt{1+(RC\,\omega)^2}} = -20\log\sqrt{1+(RC\omega)^2}$$

➢ $G = -10\log[1+(RC\omega)^2]$

➢ On constate que G < 0 pour toute valeur de ω

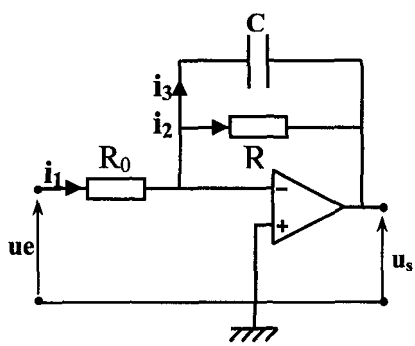
- Les fréquences pour lesquelles le filtre est passant sont tel que $G \gtrsim -3$ dB

➢ $-10\log[1+(Rc\omega)^2] \geq -3$

➢ $1+(Rc\omega)^2 \leq 10^{0.3} = 2$ donc $Rc\omega \leq 1$ d'ou $N \lesssim \dfrac{1}{2\pi RC}$

➢ $Nc = \frac{1}{2\pi RC}$ est la fréquence de coupure du filtre

➢ La bande passante du filtre est $[0 ; \dfrac{1}{2\pi RC}]$



b- Filtre passe bas actif :

- Un filtre actif contient au moins un élément actif.

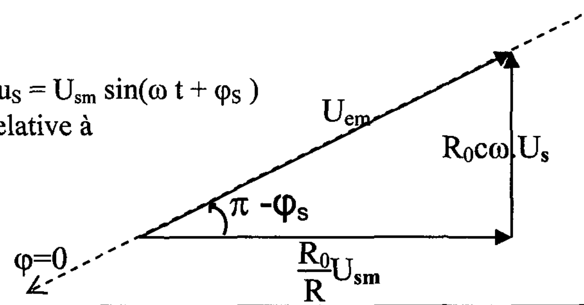
- l'équation différentielle en us relative au filtre s'écrit :

$$-u_e = \frac{R_0}{R}.u_S + R_0.C\frac{du_S}{dt}$$

avec $u_e = U_{em}\sin(\omega t + \varphi_e)$ et $u_S = U_{sm}\sin(\omega t + \varphi_S)$

- La construction de Fresnel relative à

- cette équation différentielle



- La tension maximale U_{sm} s'écrit $U_{Sm} = \dfrac{U_m}{\dfrac{R_0}{R}.\sqrt{1+(R.C.\omega)^2}}$

- La transmittance du filtre est

$$T = \frac{U_{sm}}{U_{em}} = \frac{\dfrac{R}{R_0}}{\sqrt{1+(R.C.\omega)^2}} = \frac{T_0}{\sqrt{1+(R.C.\omega)^2}}$$

➢ La valeur maximale de la transmittance est $T_0 = \dfrac{R}{R_0}$

- Le gain du filtre est $G = 20\log T = G_0 - 10.\log[1+(RC\omega)^2]$

avec $G_0 = 20.\log T_0 = 20 \log \dfrac{R}{R_0}$: gain maximal du filtre.

- Remarque :

- Si $R > R_0$ alors $T_0 > 1$ et $G_0 > 0$. Le signal filtré est amplifié.
- Si $R = R_0$ alors $T_0 = 1$ et $G_0 = 0$.
- Si $R < R_0$ alors $T_0 < 1$ et $G_0 < 0$ .Le signal filtré est atténué.

- La bande passante du filtre est telle que : $G \geq G_0 - 3$ dB

➢ $G_0 - 10.\log[1+(RC\omega)^2] \geq G_0 - 3$ dB
➢ $-10 \log [1+(Rc\omega)^2] \geq -3$
➢ $1+(Rc\omega)^2 \leq 10^{0.3} = 2$ donc $Rc\omega \leq 1$ d'ou $N \leq \dfrac{1}{2\pi RC}$
➢ $Nc = \dfrac{1}{2\pi RC}$ est la fréquence de coupure du filtre

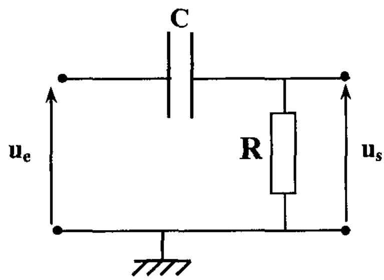
➢ La bande passante du filtre est $[0 \,;\, \dfrac{1}{2\pi RC}]$

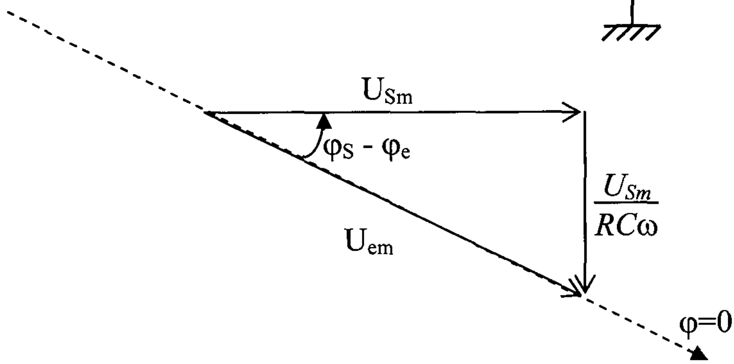
Remarque :

$N_C = \dfrac{1}{2.\pi.R.C}$ alors $R = \dfrac{1}{2.\pi.N_c C} = Z_C$. Donc à la fréquence de coupure on à pour les 2 filtres passif et actif $R = Z_C$: c'est donc la fréquence à laquelle les impédances du résistor et du condensateur sont égales

c- Filtre passe haut passif :

- Le filtre n'est formé que de dipôles passifs
- Un filtre passe haut passif est un circuit CR.
- La tension de sortie us du filtre est toujours en avance de phase par rapport à la tension d'entrée.
- L'équation différentielle relative à us s'écrit





$u_e = \dfrac{1}{RC}\int u_s dt + u_s$ avec $u_e = U_{em}\sin(\omega t + \varphi_e)$ et $u_S = U_{sm}\sin(\omega t + \varphi_S)$

- La construction de Fresnel relative à cette équation différentielle
- La tension maximale s'écrit: $\boxed{U_{Sm} = \dfrac{U_m}{\sqrt{1+\dfrac{1}{(RC\omega)^2}}}}$

La transmittance du filtre est $T = \dfrac{U_{sm}}{U_{sm}}$ ce qui donne $T = \dfrac{1}{\sqrt{1+\dfrac{1}{(RC\omega)^2}}}$

- La transmittance maximale $T_0 = 1$
- La transmittance du filtre $T < 1$ pour toute valeur de ω

- Le gain du filtre est

$$G = 20\log T = 20\log\frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{(RC\omega)^2}}} = -10\log\left[1+\frac{1}{(RC\omega)^2}\right]$$

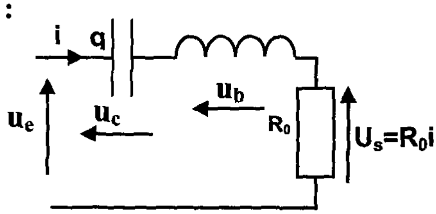
- ➢ On constate que $G < 0$ pour toute valeur de ω
- Les fréquences pour lesquelles le filtre est passant sont tel que $G \geq -3$ dB
- ➢ $-10\log[1+\frac{1}{(RCw)^2}] \geq -3 \Rightarrow \log[1+\frac{1}{(RCw)^2}] \leq 0{,}3 \Rightarrow [1+\frac{1}{(RCw)^2}] \leq 10^{0.3} = 2$

$(RC\omega)^2 \geq 1 \Rightarrow RC\omega \geq 1 \Rightarrow N \geq \frac{1}{2pRC} = N_c$

fréquence de coupure basse

- ➢ La bande passante du filtre est $\left[\frac{1}{2\pi RC};\infty\right[$

d- Filtre passe bande :



- L'équation différentielle relative à us s'écrit :

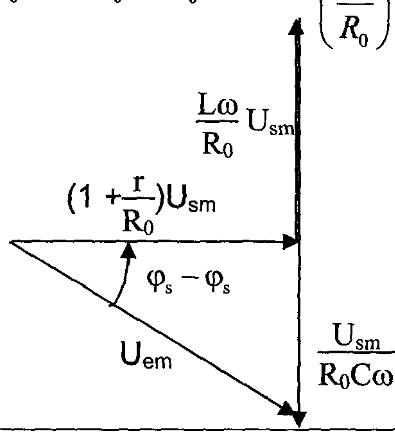
$$u_e = (1+\frac{r}{R_0})\, u_s + \frac{L}{R_0}\frac{du_s}{dt} + \frac{1}{CR_0}\int u_s.dt$$

avec $u_e = U_{em}\sin(\omega t + \varphi_e)$ et $u_s = U_{sm}\sin(\omega t + \varphi_s)$

- La construction de Fresnel relative à cette équation différentielle
- Pour $R=R_0 + r$:

$$\left(\frac{U_{sm}}{U_{em}}\right)^2 = \frac{1}{(\frac{R}{R_0})^2 + (\frac{Lw}{R_0} - \frac{1}{R_0Cw})^2} = \frac{1}{\left(\frac{R}{R_0}\right)^2\left[1+\left(\frac{L\omega}{R}-\frac{1}{RC\omega}\right)^2\right]}$$

$\frac{L\omega}{R}$



- La transmittance T du filtre est

$$T = \frac{\frac{R_0}{R}}{\sqrt{1 + (\frac{Lw}{R} - \frac{1}{RCw})^2}} = \frac{T_0}{\sqrt{1 + (\frac{Lw}{R} - \frac{1}{RCw})^2}} \text{ avec } T_0 = \frac{R_0}{R}.$$

- Remarque :

➢ $U_{sm} = R_0 I_m \Rightarrow U_{sm0} = R_0 I_{m0}$ (Obtenue à la résonance d'intensité)

➢ $U_{sm0} = R_0 \frac{U_{em}}{R} = \frac{R_0}{R} U_{em} \Rightarrow T_0 = \frac{U_{sm0}}{U_m} = \frac{R_0}{R}$

➢ $T_0 \leq 1$ ($T_0 = 1$ si $R = R_0$ c'est-à-dire $r = 0$)

➢ T_0 est obtenue pour $N = N_0$

- Le gain du filtre est $G = 20\log T = 20\log \frac{T_0}{\sqrt{1 + (\frac{Lw}{R} - \frac{1}{RCw})^2}}$

$$G = 20\log T_0 - 10\log[1 + (\frac{L\omega}{R} - \frac{1}{RC\omega})^2].$$

Remarque :

Si on pose $x = \frac{\omega}{\omega_0} = \frac{N}{N_0}$ et $Q = \frac{L\omega_0}{R} = \frac{1}{RC\omega_0}$: facteur de surtension à la résonance ; alors on peut écrire :

➢ $T = \frac{T_0}{\sqrt{1+Q^2(x - \frac{1}{x})^2}}$

➢ $G = 20.\log T = 20.\log \frac{T_0}{\sqrt{1+Q^2(x - \frac{1}{x})^2}}$

- La bande passante est telle que $G \geq G_0 - 3dB$

➢ $20.\log \frac{T_0}{\sqrt{1+Q^2(x - \frac{1}{x})^2}} \geq G_0 - 3dB$ or $G_0 = 20.\log T_0$

d'ou $\log[1 + Q^2(x - \frac{1}{x})^2] \leq 0,3$

➢ Ce qui donne $(x - \frac{1}{x})^2 \leq \frac{1}{Q^2} \Leftrightarrow -\frac{1}{Q} \leq x - \frac{1}{x} \leq \frac{1}{Q}$

➢ La résolution de l'inéquation $-\frac{1}{Q} \leq x - \frac{1}{x}$ qui s'écrit : $x^2 + \frac{x}{Q} - 1 \geq 0$ donne $x \geq \frac{1}{2Q}[-1 + \sqrt{1+4Q^2}] = x_b$

➢ La résolution de l'inéquation $x - \frac{1}{x} \leq \frac{1}{Q}$ qui s'écrit : $x^2 - \frac{x}{Q} - 1 \leq 0$ donne $x \leq \frac{1}{2Q}[1 + \sqrt{1+4Q^2}] = x_h$

➢ On a ainsi $x_b \leq x \leq x_h$

➢ En tenant compte de $x = \frac{\omega}{\omega_0} = \frac{N}{N_0} \Leftrightarrow N = N_0 . x \Leftrightarrow N_b \leq N \leq N_h$

avec $N_b = \frac{N_0}{2Q}[-1+\sqrt{1+4Q^2}]$ fréquence de coupure basse

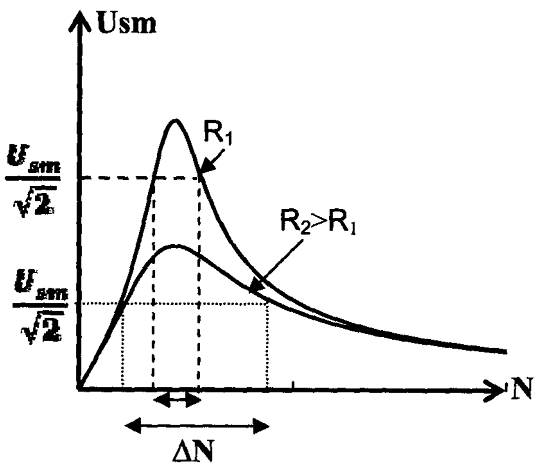
et $N_h = \frac{N_0}{2Q}[1+\sqrt{1+4Q^2}]$ fréquence de coupure haute

➢ La largeur de la bande passante du filtre est est $\Delta N = N_h - N_b = \frac{N_0}{Q}$

➢ Q est appelé aussi facteur de qualité .Il renseigne sur la sélectivité du filtre. Un filtre n'est sélectif que si Q est nettement supérieur à 1.

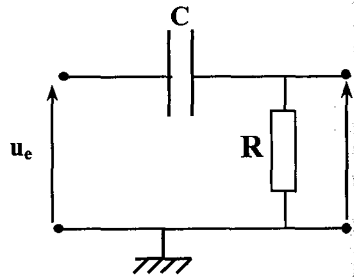
➢ Un filtre passe bande est d'autant sélectif que ΔN est plus petite devant N_0, donc que $\frac{N_0}{\Delta N}$ est grand.

➢ La qualité d'un filtre augmente avec ce rapport, elle est d'autant meilleure que $\frac{Lw_0}{R}$ est grand et R est faible.



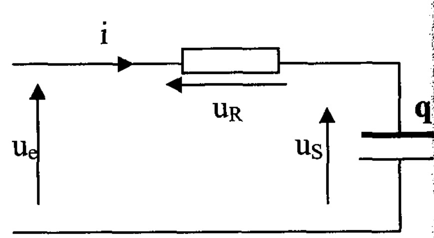
Enoncés

1 On applique à l'entrée d'un filtre, constitué d'un résistor de résistance $R = 300\Omega$ et d'un condensateur de capacité C inconnue, (Voir figure ci-contre), une tension sinusoïdale $u_e(t) = 4\sin(2\pi Nt)$.



1) a- En appliquant la loi des mailles, déterminer l'équation différentielle régissant l'évolution de la tension de sortie $u_S(t)$.
b- En déduire l'expression de la tension de sortie $u_S(t)$.
2) a- En utilisant la construction de Fresnel, déterminer les expressions de la transmittance T et du gain G du filtre.
b- Montrer que :
b_1- Quelque soit la fréquence N de la tension d'entrée ue(t), la transmittance $T \leq 1$ et $G \leq 0$.
b_2- Aux hautes fréquences (N tend vers l'infini), T= 1 et G = 0 dB.
b_3- Déduire la nature de ce filtre.
c- Déterminer l'expression du déphasage entre les deux tensions ue(t) et us(t). Laquelle des deux grandeurs et toujours en avance de phase par rapport à l'autre.
3) a- Montrer que l'expression de la fréquence de coupure de ce filtre est $N_c = \dfrac{1}{2\pi RC}$.
b- Sachant que N_c =1180Hz. Calculer la valeur de la capacité C du condensateur.
c- En déduire la largeur de la bande passante de ce filtre.

2 On applique à l'entrée d'un filtre, constitué d'un résistor de résistance $R = 500\Omega$ et d'un condensateur de capacité C inconnue, (Voir figure ci-contre), une tension sinusoïdale $u_e(t) = U_{em}\sin(2\pi Nt)$.



1) a- En appliquant la loi des mailles, déterminer l'équation différentielle régissant l'évolution de la tension de sortie $u_S(t)$.
b- En déduire l'expression de la tension de sortie $u_S(t)$.

2) a- En utilisant la construction de Fresnel, déterminer les expressions de la transmittance T et du gain G du filtre.

b- Montrer que :

b_1- Quelque soit la fréquence N de la tension d'entrée ue(t), la transmittance $T \leq 1$ et $G \leq 0$.

b_2- Aux basses fréquences (N tend vers 0), T= 1 et G = 0 dB.

b_3- Déduire la nature de ce filtre.

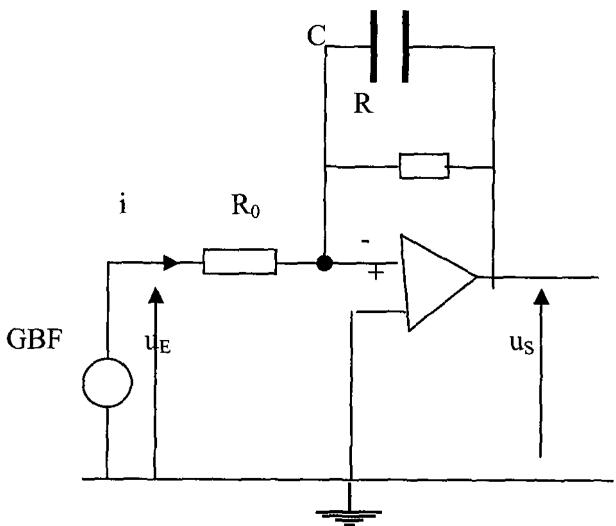
c- déterminer l'expression du déphasage entre les deux tensions ue(t) et us(t). Laquelle des deux grandeurs et toujours en avance de phase par rapport à l'autre.

3) a- Montrer que l'expression de la fréquence de coupure de ce filtre est $N_c = \dfrac{1}{2\pi RC}$.

b- Sachant que N_c = 860Hz. Calculer la valeur de la capacité C du condensateur.

c- En déduire la largeur de la bande passante de ce filtre.

3 On considère le circuit suivant formé par : un résistor de résistance R=300Ω ; un condensateur de capacité C= 0,45 μF ; Un amplificateur opérationnel supposé idéal et un résistor de résistance R_0=100Ω. (Voir figure ci dessous)



On applique à l'entré de ce filtre une tension sinusoïdale $u_e(t)= U_{em}.\sin(2\pi Nt)$.

1) L'équation différentielle régissant l'évolution de la tension de sortie $u_S(t)$ est la suivante :

$\dfrac{R_0}{R} u_s(t) + R_0 C \dfrac{d}{dt} u_s(t) = -u_e(t)$ qui admet une solution de la forme

$u_s(t) = U_{sm} \sin(\omega t + \varphi_s)$

a- Faire la construction de Fresnel correspondante.

b- Déterminer les expressions de la transmittance T et du gain G du filtre.

2) a- Déterminer la valeur maximale T_0 de la transmittance.

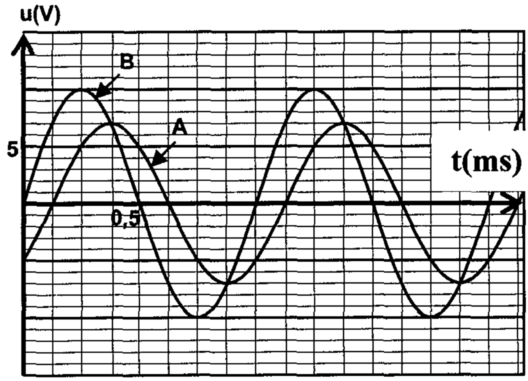
b- Le signal du filtre est-il amplifié ou atténué ? justifier.

3) a- Montrer qu'il s'agit d'un filtre passe bas actif ? Justifier la réponse.

b- En déduire la largeur de sa bande passante.

4

On considère un filtre passe bas passif formé par un résistor de résistance $R=300\Omega$ et un condensateur de capacité C. On applique à l'entrée de ce filtre un signal $u_e(t)=U_{em}\sin\omega t$, le signal de sortie obtenu est noté $u_s(t)$. Un oscilloscope convenablement branché permet d'obtenir les chronogrammes A et B , correspondant à $u_e(t)$ et $u_s(t)$, de la figure ci-contre :



1- Faire le schéma du montage.

2- Laquelle des deux courbes correspond à $u_e(t)$.

3- Ecrire les expressions de $u_e(t)$ et $u_s(t)$.

4- Calculer la transmittance T du filtre. En déduire le gain de ce filtre.

5- a- Rappeler les expressions de la transmittance et du gain du filtre en fonction de N, R et C.

b- En déduire l'expression de la fréquence de coupure, N_c, de ce filtre.

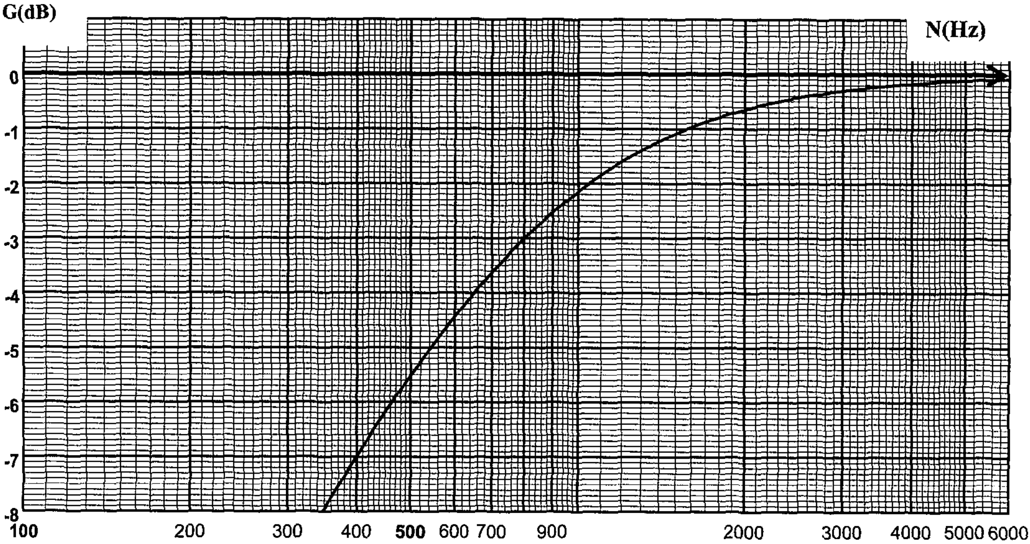
c- Calculer la valeur du gain du filtre pour $N=N_c$.

d- Déterminer alors la valeur de la capacité C du condensateur.

6- pour une fréquence N = 500 Hz, dire en le justifiant si le signal est transmis ou non ?

5

La caractéristique G = f(N) d'un filtre, formé à partir d'un résistor et



d'un condensateur, est donnée par la figure ci-dessous.

En examinant la caractéristique déterminer :

1- La nature du filtre. Faire le schéma du montage.

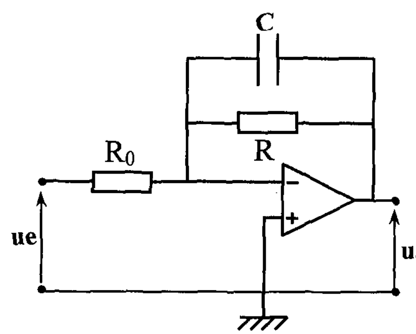
2- La fréquence de coupure du filtre

3- La valeur de la résistance R du résistor, sachant que la capacité $C = 0{,}5\mu F$.

4- Ecrire $u_s(t)$ lorsque le gain du filtre est G= - 2dB, sachant que la tension d'entrée $u_e(t) = 6.\sin(\omega t)$

6

On considère le filtre formé par le montage de la figure ci contre : L'amplificateur opérationnel est supposé idéal.



On applique à son entrée une tension $ue(t) = U_{em} \sin(\omega t)$,avec U_{em}= constante = 2V.

La tension de sortie est :

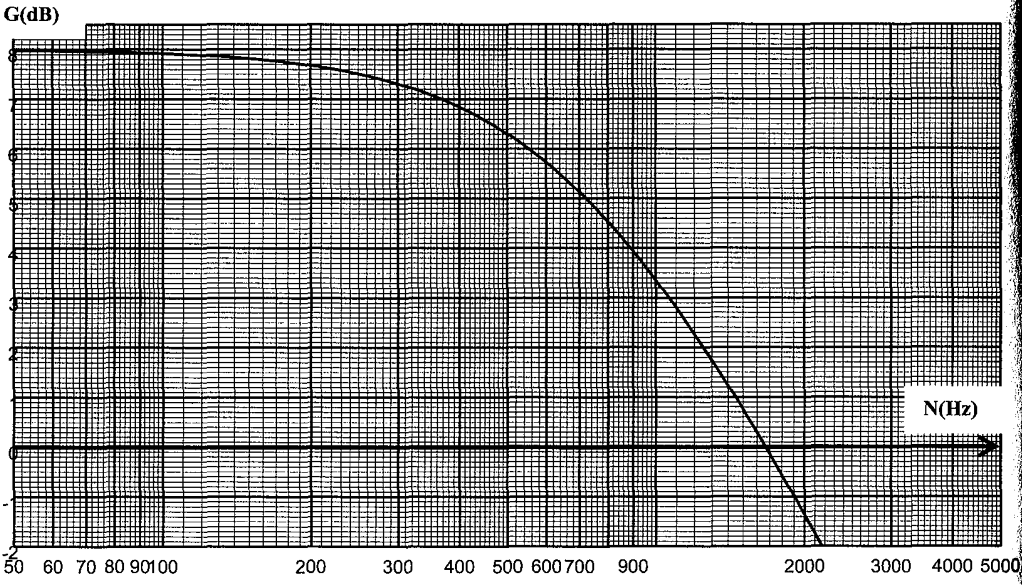
$us(t) = U_{sm} \sin(\omega t + \varphi s)$

1- En appliquant la loi des mailles, déterminer l'équation différentielle régissant l'évolution de la tension de sortie $u_S(t)$.

2- En utilisant la construction de Fresnel, déterminer les expressions de la transmittance T et du gain G du filtre.

3- Etudier le comportement de ce filtre pour les faibles et les hautes fréquences. En déduire la nature du filtre.

4- La courbe de réponse G = f(N) est donnée ci-dessous :



En examinant la caractéristique déterminer :

a- La nature du filtre.

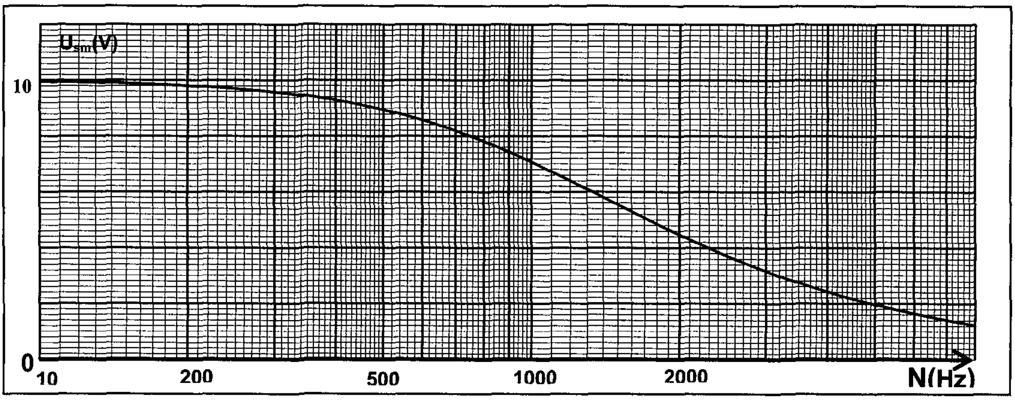
b- R sachant que $R_0 = 160\Omega$.

c- La fréquence de coupure du filtre et sa bande passante.

d- La capacité C du condensateur.

7 On considère le filtre de la figure ci-contre ou R est un résistor de résistance **R= 300Ω** et C un condensateur de capacité C. On applique à l'entrée un signal $u(t) = U_{em}\sin(2\pi Nt)$ avec $\mathbf{U_{em} = 10V}$. Le signal de sortie obtenu est noté $u_S(t)$.

On fait varier la fréquence de la tension d'entrée et on mesure la valeur maximale de la tension de sortie. Les résultats ont permis de tracer la courbe suivante :



1- Préciser, en le justifiant la nature du filtre.

2- Déterminer, à partir du graphe :

a- La valeur maximale T_0 de la fonction de transfert (transmittance) du filtre.

b- La valeur de la fréquence de coupure N_C du filtre.

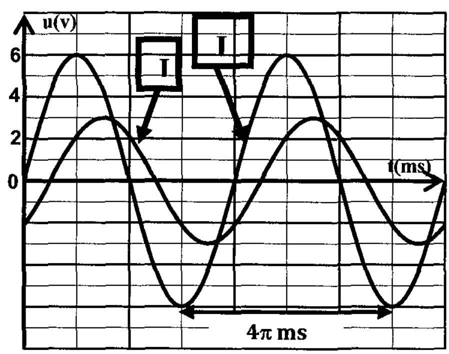
3- On permute le condensateur et le résistor et on applique à l'entrée de ce filtre la tension $u(t) = U_{em}\sin(2\pi Nt)$ avec $\mathbf{U_{em} = 10V}$.

a- Représenter l'allure approximative de la courbe U_{sm} en fonction de N.

b- Tracer, sur le meme graphe l'allure des courbes G=f(N) des deux filtre en précisant la fréquence de coupure de chaque filtre.

8 Un générateur basse fréquence (GBF), délivrant une tension sinusoïdale $u(t) = U_m\sin(2\pi Nt)$, d'amplitude U_m constante et de fréquence N réglable, alimente un circuit électrique comportant les dipôles suivants, montés en série:

- un condensateur de capacité C.
- une bobine d'inductance L = 0,4H et de résistance r
- Un résistor de résistance $R_0 = 50\Omega$



Partie A : Dans une première expérience on fixe la fréquence du GBF à la valeur $\mathbf{N_1}$, on observe alors sur l'écran de l'oscilloscope, les chronogrammes de la figure ci contre correspondant aux tensions u(t) et $u_s(t)$.

1- Laquelle des courbes représente u(t) ?

2- Déterminer :

a- La fréquence N de la tension u(t).

b- Les expressions de u(t) et de $u_s(t)$.

c- La valeur maximale de l'intensité du courant.

d- L'impédance Z du circuit.

e- Calculer la transmittance et le gain du filtre

3- En déduire les valeurs de la capacité C du condensateur ainsi que la résistance r de la bobine.

Partie B :

1- Etablir l'équation différentielle relative à us.

2- Faire la construction de Fresnel et en déduire :

a- L'expression de la transmittance T

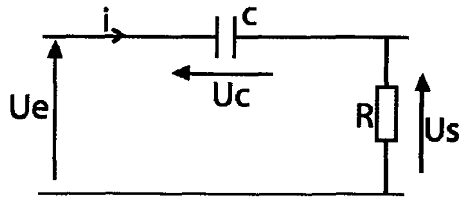
b- L'expression du gain du filtre

c- Les fréquences de coupure de ce filtre, le facteur de qualité et la bande passante de ce filtre.

Corrigés

1

1-a



D'après la loi des mailles $-u_e + u_c + u_R = 0$

$$u_c = \frac{q}{c} = \frac{1}{c}\int i dt$$

$$i = \frac{u_R}{R} = \frac{u_s}{R} \rightarrow u_c = \frac{1}{RC}\int u_s dt$$

L'équation ① devient :

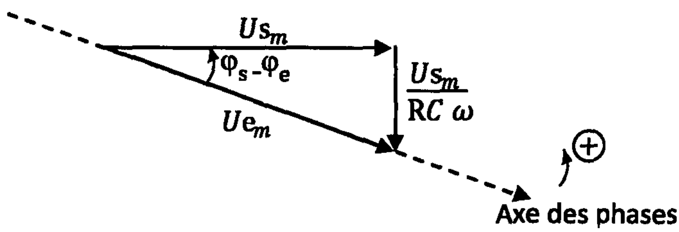
$u_s + \frac{1}{RC}\int u_s dt = u_e$: C'est l'équation différentielle relative à u_s.

b- Comme $u_e = U_{em} \quad \sin \omega t$ alors $u_s(t) = U_{Sm}\sin(\omega t + \varphi_s)$

2) a- La construction de Fresnel relative à l'équation précédente est

Cherchons

u_{sm}



$$u_{Sm}^2 + \left(\frac{u_{Sm}}{Rcw}\right)^2 = u_{em}^2$$

$$u_{Sm}^2\left[1 + \left(\frac{1}{Rcw}\right)^2\right] = u_m^2$$

$$U_{Sm} = \frac{U_{em}}{\sqrt{1+\left(\frac{1}{Rcw}\right)^2}}$$

$$T = \frac{U_{Sm}}{U_{em}} = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{1}{Rcw}\right)^2}}$$

$$G = 20 \log T = 20 \log \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{1}{Rcw}\right)^2}}$$

$$G = -10 \ \log \left[1+\left(\frac{1}{Rcw}\right)^2\right]$$

b

b_1- $T = \dfrac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{1}{Rcw}\right)^2}}$ or $\sqrt{1+\left(\frac{1}{Rwc}\right)^2} > 1 \ \forall \omega$

Par suite $\forall \ N \quad T \leq 1$

$G = 20 \log T \leq 0$

b_2- si $N \to \infty$ alors $\omega \to \infty$ par suite $\sqrt{1+\left(\frac{1}{Rcw}\right)^2}$ tend vers 1

d'où T tend vers $1 (T = 1)$

$G = 20 \log 1 = 0 dB$

b_3- D'après ce qui précède ce filtre atténue le signal pour les faibles fréquences.

(En effet lorsque N tend vers 0 T tend 0) et transmet le signal pour les hautes fréquences donc il s'agit d'un filtre passe haut.

c- En revenant à la construction de Fresnel on peut écrire $tg(\varphi_S - \varphi_e) = \dfrac{U_{Sm}}{RcwU_{Sm}} = \dfrac{1}{Rcw}$

Ainsi :

- Lorsque N tend vers $0 \Rightarrow \omega$ tend vers 0 alors $tg(\varphi_S - \varphi_e)$ tend vers $\infty \Rightarrow \varphi_S - \varphi_e \to \dfrac{\overline{u}}{2}$
- Lorsque N tend vers $\infty \Rightarrow \omega$ tend vers ∞ alors $tg(\varphi_S - \varphi_e)$ tend vers $0 < \varphi_S - \varphi_e \to 0$

En conclusion $\forall \omega \quad 0 < \varphi_S - \varphi_e < \dfrac{\pi}{2} \Rightarrow u_S(t)$ est toujours en avance de phase par rapport à $u_e(t)$.

3- a- La fréquence de coupure du filtre est obtenue lorsque $G = G_0 - 3dB$ avec $G_0 = 0$

$$\Rightarrow -10\log\left[1+\left(\frac{1}{Rcw}\right)^2\right] = -3$$

$$\Leftrightarrow \log\left[1+\left(\frac{1}{Rcw}\right)^2\right] = 0{,}3 \Rightarrow 1+\left(\frac{1}{Rcw}\right)^2 = 10^{0{,}3} = 2 \Rightarrow \left(\frac{1}{Rcw}\right)^2 = 1 \Rightarrow \frac{1}{Rcw} = 1 \Rightarrow \omega = \frac{1}{Rc}$$

Or $\quad \omega = 2\pi N_c \Rightarrow N_c = \dfrac{1}{2\pi Rc}$

b- $N_e = \dfrac{1}{2\pi RC} \Rightarrow C = \dfrac{1}{2\pi RN_c}$

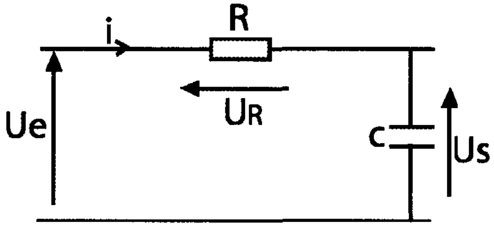
<u>AN</u> $\quad C = \dfrac{1}{2\pi \times 300 \times 1180} = 4{,}5.10^{-7}\,F$

c- Ce filtre est passe haut, sa bande passante est telle que $N \in [1180Hz, \infty[$.

2

1 –

a- D'après la loi des mailles



$u_s + u_R - u_e = 0$ ①

Avec $u_S = \dfrac{q}{c} \Rightarrow q = C.u_s$

$u_R = Ri = R\dfrac{dq}{dt} = RC\dfrac{du_s}{dt}$

L'équation ① devient $u_s + RC\dfrac{dus}{dt} = u_e$: c'est l'équation différentielle relative à u_s

b- Comme $u_e(t) = U_{em}\sin(2\bar{u}Nt)$ alors $u_s(t) = U_{sm}\sin(2\bar{u}Nt + \varphi_s)$.

2-

a- La construction de Fresnel relative à l'équation différentielle précédente est :

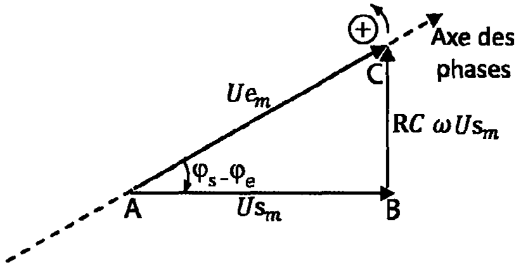
Cherchons U_{sm}

En appliquant Pythagore
Au triangle ABC

$$U_{em}^2 = U_{sm}^2 + \left(Rc\omega U_{Sm}\right)^2$$

$$\Rightarrow U_{em}^2 = U_{sm}^2\left[1+\left(Rc\omega\right)^2\right]$$

D'où $U_{sm} = \dfrac{U_{em}}{\sqrt{1+\left(Rc\omega\right)^2}}$



La transmit tance du filtre est $T = \dfrac{U_{sm}}{U_{em}} = \dfrac{1}{\sqrt{1+\left(Rc\omega\right)^2}}$, le gain du filtre est $G = 20\log T = 20\log\dfrac{1}{\sqrt{1+\left(Rc\omega\right)^2}}$.

$$G = -20\log\left(\sqrt{1+\left(Rc\omega\right)^2}\right) = -10\log\left[1+\left(Rc\omega\right)^2\right]$$

b-

b1- $\sqrt{1+\left(Rc\omega\right)^2} \geq 1 \quad \forall\omega \Rightarrow T \leq 1$ et $G \leq 0$

b2 - Lorsque N tend vers $0 \Rightarrow \omega$ tend vers $0 \Rightarrow$
$\sqrt{1+\left(Rc\omega\right)^2} = 1 \Rightarrow T = 1$ *et* $G = 0$

b 3 – Ce filtre laisse passer les fréquences faibles et attenue le signal de haute fréquence (puisque Lorsque $\omega \to \infty \Rightarrow \sqrt{1+\left(Rcw\right)^2} \to \infty$ et $T \to 0$) d'où il s'agit d'un filtre passe bas passif (il est formé de dipôles passifs).

c-D'après la construction de Fresnel :

$$tg\left(\varphi_s - \varphi_e\right) = -\frac{RC\omega U_{sm}}{U_{sm}} = -RC\omega < 0 \quad \forall\omega$$

$\Rightarrow u_e(t)$ est toujours en avance de phase par rapport à $u_s(t)$

Remarque :

Pour $\omega \to 0 \Rightarrow tg\left(\varphi_s - \varphi_e\right) \to 0 \Rightarrow \varphi_s - \varphi_e \to 0$

Pour $\omega \to \infty \Rightarrow tg\left(\varphi_s - \varphi_e\right) \to -\infty \Rightarrow \varphi_s - \varphi_e \to -\dfrac{\pi}{2}$

D'où $-\dfrac{\pi}{2} < \varphi_s - \varphi_e < 0$

3- a. La fréquence de coupure du filtre est obtenue pour $G = G_0 - 3dB$ avec $G_0 = 0$

D'où $-10\log\left[1+(Rc\omega)^2\right] = -3 \Rightarrow$

$\log\left[1+(Rc\omega)^2\right] = 0,3$ soit $1+(Rc\omega)^2 = 2$

Ce qui donne $(Rc\omega)^2 = 1$ d'où $\omega_c = \dfrac{1}{Rc}$

Or comme $\omega_c = 2\overline{u}N_c \Rightarrow N_c = \dfrac{\omega c}{2\overline{u}} = \dfrac{1}{2\overline{u}Rc}$

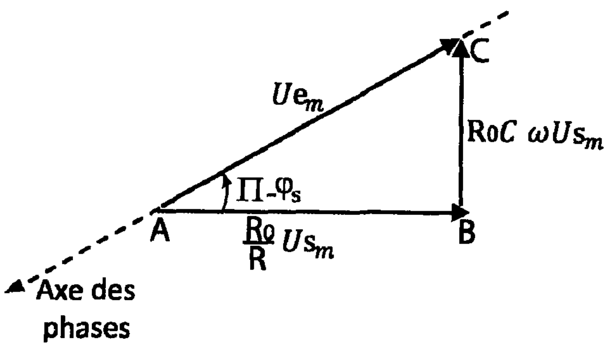
b- $N_C = \dfrac{1}{2\overline{u}Rc} \Rightarrow C = \dfrac{1}{2\overline{u}RN_c} = 3,7.10^{-7}F$

c- La largueur de la bande passante de ce filtre est $N \in [0, N_C]$ soit $N \in [0, 860Hz]$

3

1-

a-



b- $T = \dfrac{U_{sm}}{U_{em}}$

Cherchons U_{sm} ?

Dans le triangle $ABC : U_{em}^2 = \left(\dfrac{R_0}{R}U_{sm}\right)^2 + (Roc\omega U_{sm})^2$

$\Rightarrow U_{em}^2 = U_{sm}^2\left[\left(\dfrac{R_0}{R}\right)^2 + (R_0C\omega)^2\right]$

$$U_{sm} = \frac{U_{em}}{\sqrt{\left(\frac{Ro}{R}\right)^2 + (RoC\omega)^2}} = \frac{\frac{R}{Ro}.U_{em}}{\sqrt{1+(RC\omega)^2}}$$

D'où $T = \dfrac{\frac{R}{Ro}}{\sqrt{1+(RC\omega)^2}}$

Le gain du filtre est $G = 20\log T$

$$G = 20\log\frac{R}{Ro} - 10\log\left[1+(Rc\omega)^2\right]$$

2- a.

$$T = \frac{\frac{R}{Ro}}{\sqrt{1+(Rcw)^2}}$$

$T_{max} = T_0 + \dfrac{R}{Ro}$ (Obtenue pour $\omega = 0$)

b- $T_0 + \dfrac{300}{100} = 3 > 1 \Rightarrow$ le signal est amplifié.

3- Pour $\omega \to 0$ $T \to T_0 = 3$

Pour $\omega \to \infty$ $T \to 0$

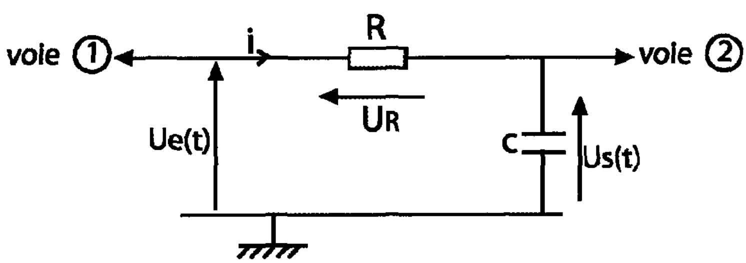
Ce filtre laisse passer le signal de faible fréquence et l'attenue pour les hautes fréquences, il s'agit d'un filtre passe bas actif car il comporte un élément actif qui est l'AO.

a. La largueur de la bande passante de ce filtre est $[0, N_c]$ avec

$$N_c = \frac{1}{2\bar{u}RC} = \frac{1}{2\bar{u}\,300\times 0,45.10^{-6}} = 1179Hz$$

4

1-



2- Pour un filtre passe pas passif $u_e = (t)$ est toujours en avance de phase par rapport à $u_s = (t)$ d'où la courbe B correspond à $u_e = (t)$. La courbe A représente $u_s = (t)$.

3- $u_e(t) = U_{em}\sin(2\bar{u}Nt)$. D'après les chronogrammes $U_{em} = 10V$ et $N = \frac{1}{T} + \frac{1}{10^{-3}} = 10^3\ Hz$

D'où $u_e = (t) = 10\sin(210^3\pi t)$

* $\varphi_e - \varphi_s = \omega.St = \frac{2\pi}{T} + \frac{T}{8} = \frac{\pi}{4} rad.\ or\ \varphi_e = 0 \Rightarrow \varphi_s = -\frac{\pi}{4} rad$

$U_{sm} = 7V$ ce qui permet d'écrire

$$U_s(t) = 7\sin\left(210^3\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$$

4- $T = \frac{U_{sm}}{U_{em}} = \frac{7}{10} = 0,7$

$G = 20\log T = -3dB$

5- a. La transmit tance T d'un filtre passe bas passif est :

$$T = \frac{U_{sm}}{U_{em}} = \frac{1}{\sqrt{1+(Rc\omega)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+(2\bar{u}RCN)}}$$

Le gain $G = 20\log T = -10\log\left[1+(Rc\omega)^2\right]$

$$G = -10\log\left[1+(2\bar{u}RCN)^2\right]$$

La fréquence de coupure de ce filtre est obtenue pour $G = G_0 - 3dB$

Or $G_0 = 0 \Rightarrow -10\log\left[1+(2\bar{u}RCN_c)^2\right] = -3$

D'où $N_c = \frac{1}{2\bar{u}RN_c}$

c- Pour $N = N_C \Rightarrow G = -3dB$

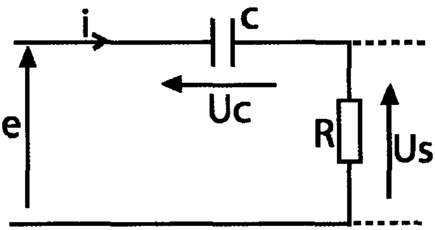
d-Pour $G = -3dB$ on a $N = N_c = 10^3 Hz$

$\Rightarrow N_c = \frac{1}{2\bar{u}RN_c} = 5,31.10^{-7} F$

6-Ce filtre est passe bas passif, il laisse passer le signal pour toute fréquence $N \le N_c$ or comme $N = 500Hz < N_c = 10^3 Hz$ d'où le signal est transmis.

5

1- le gain du filtre augmente avec la fréquence donc il s'agit d'un filtre passe haut le schéma est :



2-La fréquence de coupure du filtre est obtenue lorsque $G = G_0 - 3dB$.

D'après le graphe $G = G_0 - 3dB$.

D'après le graphe $G_0 = 0$ et $N_c \simeq 800Hz$

3- $\Rightarrow N_c = \dfrac{1}{2\overline{u}RN_c} \Rightarrow R = \dfrac{1}{2\overline{u}CN_c}$

AN $R = \dfrac{1}{2\overline{u}.0,5.10^{-16} \times 800} \simeq 398\Omega$

4- Pour $G = -2dB \qquad N = 1000Hz$

$G = 20\log T = 20\log \dfrac{U_{sm}}{U_{em}} \Rightarrow$

$\log \dfrac{U_{sm}}{U_{em}} = -0,1 \Rightarrow U_{sm} = 10^{-0,1} \times U_{em} = 4,77V$

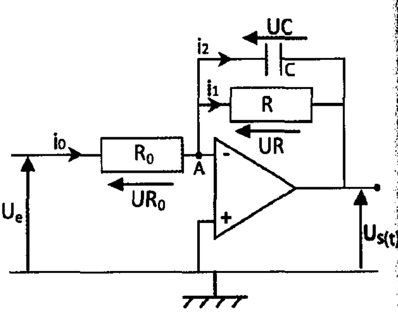
$tg(\varphi_s - \varphi_e) = \dfrac{1}{2\overline{u}RN} = 0,8 \Rightarrow \varphi_s - \varphi_e = 0,67rad$

Or $\varphi_e = 0 \Rightarrow \varphi_s = 0,67rad$

D'où $u_s(t) = 4,77\sin(2000\pi t + 0,67)$

6

1- l'AO est idéal $\Rightarrow i^- = i^+ = 0$



Et $\varepsilon = 0$

Au nœud $A : i_0 = i_1 + i_2$

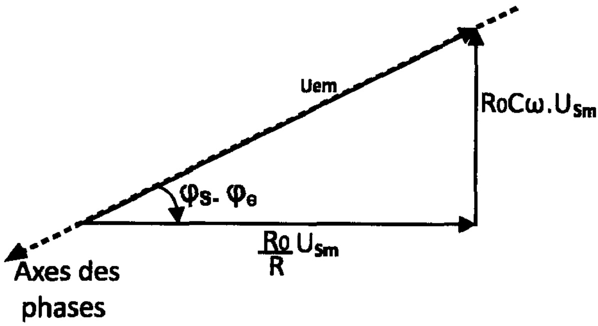
Or $i_2 = \dfrac{dq}{dt} = c.\dfrac{du_e}{dt}$ $or\ u_e = -u_s\ d'où\ i_2 = -c.\dfrac{du_s}{dt}$

$i_1 = \dfrac{u_R}{R}\ or\ u_R = -u_s \Rightarrow i_1 = -\dfrac{u_s}{R}$

$$i_0 = \frac{u_{Ro}}{R_O} \text{ or } u_{R0} = u_e \Rightarrow i_0 = \frac{u_e}{R_0}$$

D'où $d'où\ \frac{u_e}{R_0} = -c\ \frac{du_s}{dt} - \frac{u_s}{R} \Rightarrow -u_e = CR_0 \frac{du_s}{dt} + \frac{R_0}{R} u_s$: c'est l'équation différentielle en u_s.

2-



$$U_{Cm}{}^2 = \left(\frac{R_0}{R} U_{Sm}\right)^2 + \left(R_0 C\omega U_{sm}\right)^2 = U_{sm}\left[\left(\frac{R_0}{R}\right)^2 + \left(R_0 C\omega\right)^2\right]$$

$$\frac{u_{sm}}{u_{em}} = T = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{Ro}{R}\right)^2 + \left(R0c\omega\right)^2}} = \frac{\frac{R}{Ro}}{\sqrt{1+\left(Rc\omega\right)^2}}$$

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1+\left(Rc\omega\right)^2}} \quad avec\ T_0 = \frac{R}{R_0}$$

Le gain du filtre $G = 20\log\ T$

$$G = 20\log\frac{T_0}{\sqrt{1+\left(Rc\omega\right)^2}} \Rightarrow G = 20\log T_0 - 10\log\left[1+\left(Rc\omega\right)^2\right]$$

$$G = G_0 - 10\log\left[1+\left(Rc\omega\right)^2\right] \quad avec\ G_0 = 20\log T_0$$

Pour les failles fréquences $RC\omega \rightarrow 0 \Rightarrow T \rightarrow T_0$

Pour les hautes fréquences $RC\omega \rightarrow \infty \Rightarrow T \rightarrow 0$

D'où il s'agit d'un filtre passe bas actif.

4-

a- $G_0 > 0 \Rightarrow$ ce filtre amplifié le signal ceci ne peut être obtenue qu'avec un filtre actif encore G diminue avec la fréquence d'où il s'agit d'un filtre passe bas actif.

b- Comme $G_0 > 0 \Rightarrow T_0 > 1$ $d'où$ $R > R_0$

D'après la courbe $G_0 = 8 = 20\log T_0$

$$\Rightarrow \log T_0 = 0,4 \Rightarrow T_0 = 10^{0,4} = \frac{R}{R_0} \Rightarrow R = R_0.10^{04} = 401,9\Omega$$

e- Pour $G = G_0 - 3dB = 5dB$ on trouve $N_c \simeq 700Hz$.

La bande passante du filtre est $[0, 700Hz]$

d- La fréquence de coupure du filtre est :

$$N_C = \frac{1}{2\overline{u}RC} \Rightarrow C = \frac{1}{2\overline{u}N_cR} = \frac{1}{2\overline{u} \times 700 \times 401,9}$$

$C = 5,66.10^{-7}F$

7

1- U_{sm} Diminue en fonction de la fréquence, il s'agit d'un filtre passe bas passif (circuit RC).

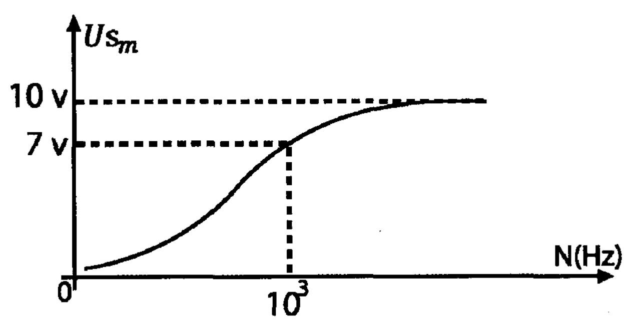
2- a- $T_0 = \frac{U_{Sm0}}{U_{em}} = 1$

b- Pour $N = N_e \Rightarrow T = \frac{T_0}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

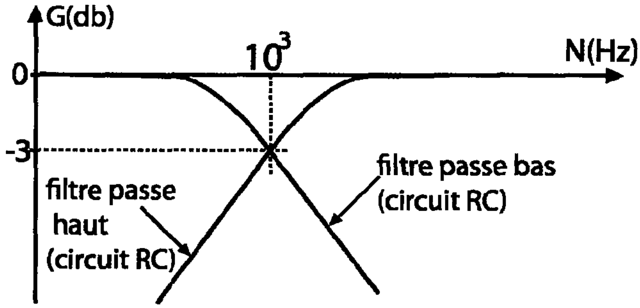
Or $T = \frac{U_{sm}}{U_{em}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow U_{sm} = \frac{U_{em}}{\sqrt{2}} = 7,07V$

D'où pour $U_{sm} = 7,07V$ on a $N_c \simeq 1000Hz$

3- a-



b-



8

Partie A :

1- $u_s = u_R \; = R_i$

$U_m = Z \; I_m$

$U_{km} = R I_m$

Or $Z > R \Rightarrow U_m > U_{Rm} \Rightarrow$ la courbe II qui a l'amplitude. La plus grande représente $u(t)$ et représente $u_s(t)$.

Remarque : on peut remarquer aussi que $\varphi_e = 0 \Rightarrow$ la courbe qui débute de 0 vers le haut est $u(t)$.

2- a- $N = \dfrac{1}{T} = \dfrac{1}{4\pi.10^{-3}} = 79{,}57 Hz$

b- $u(t) = 6\sin(500t)$; $\omega = 2\overline{u}N = 500 rad.s^{-1}$

$u_s(t) = U_{sm}\sin(\omega t + \varphi_s)$

$U_{Sm} = 3V$; $\varphi_e - \varphi_S = \omega.\Delta t = \dfrac{2\pi}{T} + \dfrac{T}{8} = \dfrac{\pi}{4} rad$

Or $\varphi_e = 0 \Rightarrow \varphi_s = -\dfrac{\pi}{4} rad$

D'où $u_s(t) = 3\sin\left(500t - \dfrac{\pi}{4}\right)$

c- $\mathrm{I_m} = \dfrac{U_{sm}}{R_0} = \dfrac{3}{50} = 6.10^{-2} A$

d- $Z = \dfrac{U_m}{I_m} = \dfrac{6}{6.10^{-2}} = 100\Omega$

e- $T = \frac{U_{sm}}{U_{em}} = \frac{3}{6} = 0,5$

$G = 20\log T = -6dB$

3- $\cos\Delta\varphi = \frac{R0+r}{Z} \Rightarrow r = Z\cos\Delta\varphi - R_0 = 20\Omega$

• $tg(\varphi_i - \varphi_e) = \frac{\frac{1}{c\omega} - L\omega}{R_0 + r}$ Or $\varphi_i = \varphi_s = -\varphi_4$ et $\varphi_e = 0$

$\Rightarrow \frac{1}{c\omega} = (R_0 + r)tg(\varphi_s) + L\omega$

$$C = \frac{1}{500\left[0,4\times 500 + 70tg\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right]} = 15,38.10^{-6}F$$

Partie B :

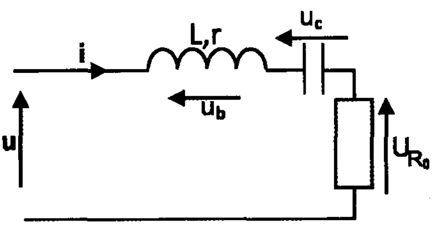
En appliquant la loi des mailles on peut écrire

$u - u_b - u_e - u_{Ro} = 0$

$ri + L\frac{di}{dt} + \frac{q}{c} + Roi = u$

$or \quad q = \int idt \quad et \quad i = \frac{U_{Ro}}{R_o} = \frac{U_s}{R_o}$

$\Rightarrow \left(\frac{Ro+r}{Ro}\right)u_s + \frac{L}{Ro}\frac{dus}{dt} + \frac{1}{R_oC}\int u_s dt = u(t)$



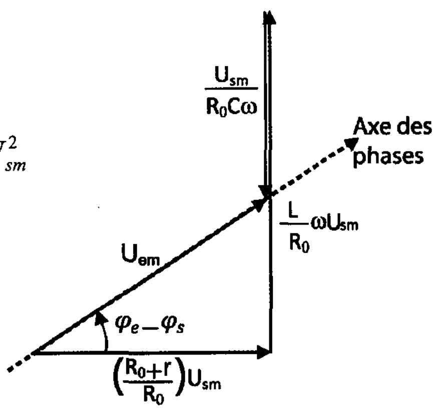
2-a. Pour une fréquence $N > N_0$

(Figure)

$$U_m^2 = \left[\left(\frac{R_o + r}{R_o}\right)U_{sm}\right]^2 + \left[\frac{L\omega}{R_o} - \frac{1}{R_oc\omega}\right]^2 U_{sm}^2$$

$$U_m^2 = \left[\left(\frac{R}{R_O}\right)^2 + \left(\frac{L\omega}{R_0} - \frac{1}{R_oc\omega}\right)^2\right]U_{sm}^2$$

Avec $R = R_O + r$



$$\frac{U_{sm}}{U_m}=\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{R}{R_O}\right)^2+\left(\frac{L\omega}{R_0}-\frac{1}{R_0c\omega}\right)^2}}=\frac{Ro}{R}\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{L\omega}{R}-\frac{1}{Rc\omega}\right)^2}}$$

Si on passe $Q=\frac{L\omega_0}{R}=\frac{1}{Rc\omega_0}$ et $x=\frac{\omega}{\omega_0}=\frac{N}{N_o}$

$$\omega_o=\frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{et} \quad T_O=\frac{R_o}{R}$$

Alors $T=\frac{T_O}{\sqrt{1+Q^2\left(x-\frac{1}{x}\right)^2}}$

b- $G=20\log T=20\log\frac{T_O}{\sqrt{1+Q^2\left(x-\frac{1}{x}\right)^2}}$

c- La bande passante du filtre est telle que $G\geq G_0-3dB$

Avec $G_0=20\log T_0$

D'où $20\log\frac{T_0}{\sqrt{1+Q^2\left(x-\frac{1}{x}\right)^2}}\geq G_0-3dB$

$$\Leftrightarrow -10\log\left[1+Q^2\left(x-\frac{1}{x}\right)^2\right]\geq -3$$

$$\log\left[1+Q^2\left(x-\frac{1}{x}\right)^2\right]\leq\frac{3}{10}=0,3$$

$$\Leftrightarrow\left[1+Q^2\left(x-\frac{1}{x}\right)^2\right]\leq 10^{0,3}=2$$

$$\Leftrightarrow Q^2\left(x-\frac{1}{x}\right)^2\leq 1\Leftrightarrow\left(x-\frac{1}{x}\right)^2\leq\frac{1}{Q^2}$$

D'or $-\frac{1}{Q}\leq x-\frac{1}{x}\leq\frac{1}{Q}$

- La résolution de l'inéquation

$x-\frac{1}{x}\geq -\frac{1}{Q}$ Donne $x^2+\frac{x}{Q}-1\geq 0$

Pour $x^2+\frac{x}{Q}-1=0$ on a $\Delta=\frac{1}{Q^2}+4=\frac{4Q^2+1}{Q^2}$

$$x_1=\frac{-\frac{1}{Q}-\sqrt{\frac{1}{Q^2}+4}}{2}<0 \quad \text{à rejeter}$$

$$x'_1=\frac{-\frac{1}{Q}+\sqrt{\frac{4Q^2+1}{Q^2}}}{2}=\frac{-1+\sqrt{4Q^2+1}}{2Q}=\frac{N_b}{N_o}$$

D'où $x\geq \frac{1}{2Q}\left[-1+\sqrt{4Q^2+1}\right]=\frac{N_b}{N_o}=x'_1$

Ce qui donne $N_b=N_o x=\frac{N_o}{2Q}\left[-1+\sqrt{4Q^2+1}\right]$

• L a résolution de l'inéquation $x-\frac{1}{x}\leq \frac{1}{Q}$

Donne $x^2-\frac{x}{Q}-1\leq 0$

Pour $x^2-\frac{x}{Q}-1=0$ $\Delta=\frac{1}{Q^2}+4=\frac{4Q^2+1}{Q^2}$

$$x'_2=\frac{+\frac{1}{Q}-\sqrt{\frac{4Q^2+1}{Q^2}}}{2}<0 \quad \text{à rejeter}$$

$$x_2=\frac{\frac{1}{Q}+\sqrt{\frac{4Q^2+1}{Q^2}}}{2}=\frac{1}{2Q}\left[1+\sqrt{4Q^2+1}\right]=\frac{N_h}{N_0}$$

Ce qui donne $N_h=\frac{N_0}{2Q}\left[1+\sqrt{4Q^2+1}\right]$

Et $x\leq \frac{1}{2Q}\left[1+\sqrt{4Q^2+1}\right]=x_2$

Comme $x'_1\leq x\leq x_2 \Leftrightarrow N_b\leq N\leq N_h$

En conclusion les fréquences de coupures sont :

$$N_b = \frac{N_0}{2Q}\left[-1+\sqrt{4Q^2+1}\right]$$

$$N_h = \frac{N_0}{2Q}\left[+1+\sqrt{4Q^2+1}\right]$$

La bande passante du filtre est $N \in [N_b ; N_h]$

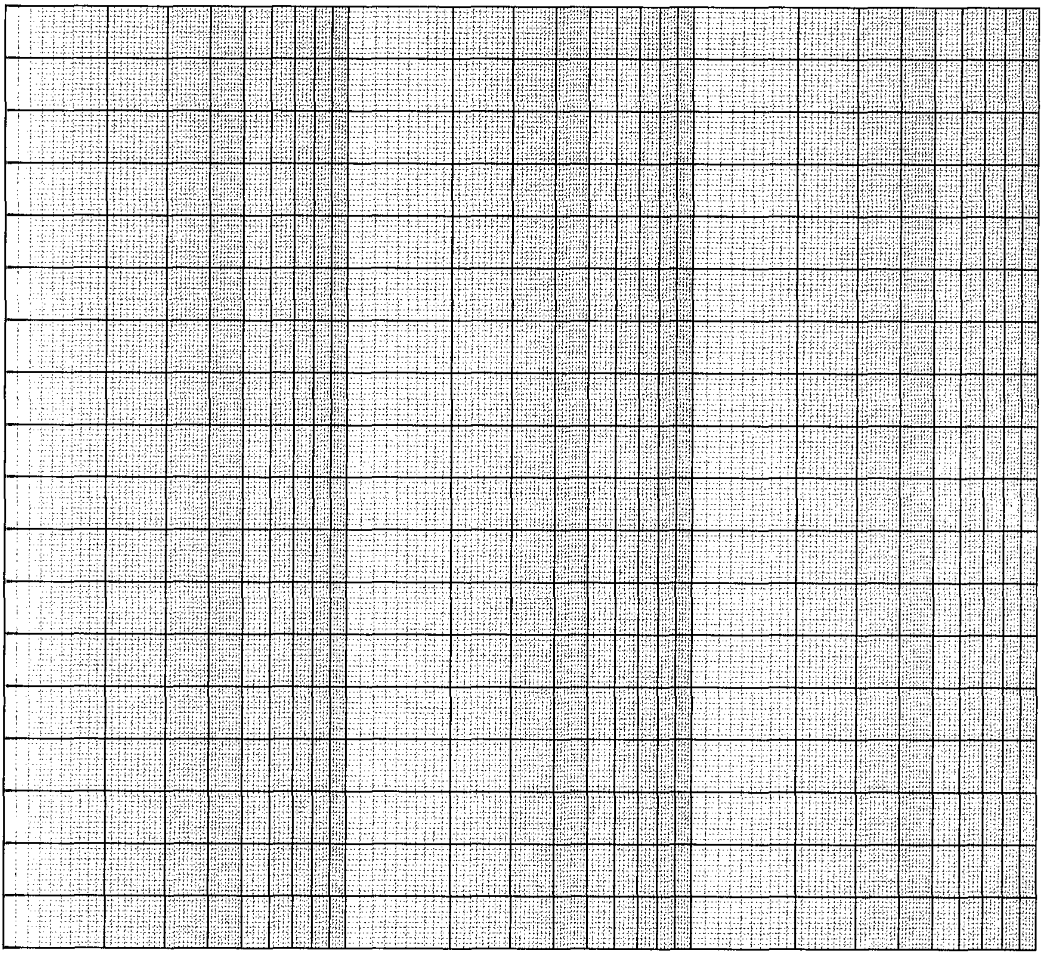
$$N_0 = \frac{1}{2\overline{u}\sqrt{LC}} = 64Hz$$

$$Q = \frac{L\omega_0}{R} = 2,3$$

Ce qui donne $N_b = 51,6Hz$

$N_h = 79,4Hz$

La largeur de la bande passante est $\Delta N = N_h - N_b = 27,8Hz$



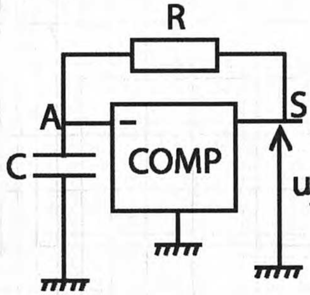
Production des signaux périodiques non sinusoïdaux

• On appelle multivibrateur, tout circuit électronique qui génère un signal périodique caractérisé par des transitions d'un niveau haut à un niveau bas et vice versa, à une fréquence déterminée par le circuit.

• Le multivibrateur astable : est un circuit électronique qui génère un signal périodique oscillant entre deux états instables ce qui justifie l'appellation oscillateur astable.il engendre les basculements de manière autonome c'est-à-dire sans circuit de commande

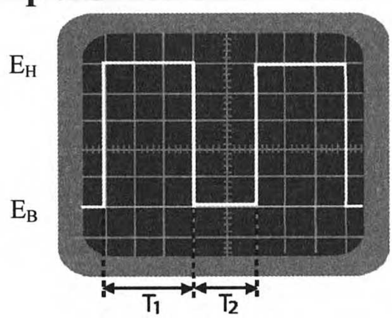
• Un multivibrateur est constitué de :

- un comparateur inverseur à deux seuils
- un circuit RC (réservoir d'énergie) : système utilisé pour le faire évoluer.
- une tension d'alimentation.



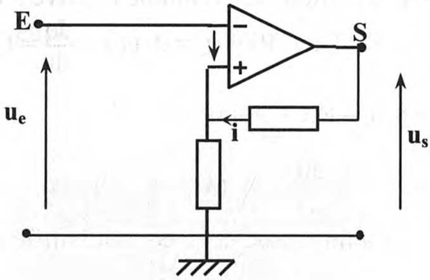
• Un multivibrateur est caractérisé par :

- un niveau haut : E_H et un niveau bas: E_B
- une période $T=T_1+T_2$ avec T_1 est la durée du niveau haut et T_2 est la durée du niveau bas.
- un rapport cyclique $\delta = \frac{T_1}{T}$



• Multivibrateur astable à amplificateur opérationnel

➢ **Le montage comparateur :** Dans ce cas le comparateur est un A.O à réaction positive dont le schéma est ci contre.



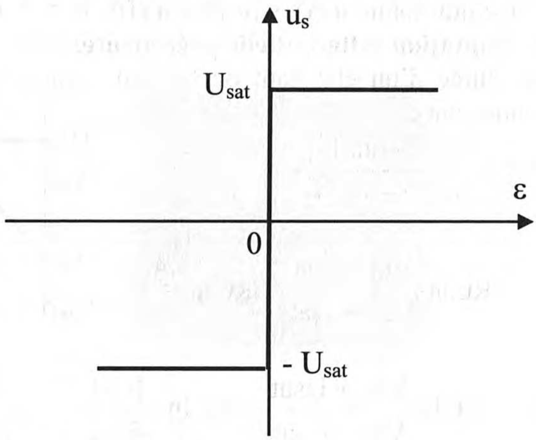
- La loi des mailles appliquée à la maille d'entrée donne : $u_e + \varepsilon - R_1.i = 0$

- La loi des mailles appliquée à la maille de sortie donne : $u_s = (R_1 + R_2).i$ donc $i = \dfrac{u_S}{R_1 + R_2}$

- En remplaçant i dans la première équation on obtient : $\varepsilon = \dfrac{R_1}{R_1+R_2}.u_s - u_e = \beta\, u_s - u_e$

avec $\beta = \dfrac{R_1}{R_1+R_2}$.

- Ainsi d'après la caractéristique de transfert d'un amplificateur opérationnel idéal :



Quand $\varepsilon > 0$, $u_S = + U_{sat}$. L'Amplificateur Opérationnel reste donc dans cet état tant que $\beta\, U_{sat} - u_e > 0$ càd $u_e < \beta\, U_{sat}$.

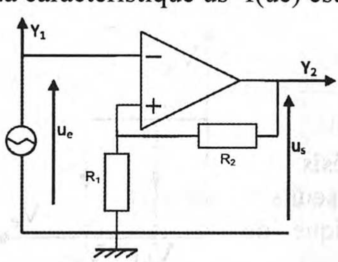
✓ Quand $\varepsilon < 0$, $u_S = -U_{sat}$. L'Amplificateur Opérationnel reste donc dans cet état tant que $-\beta\, U_{sat} - u_e < 0$ càd $u_e > -\beta\, U_{sat}$

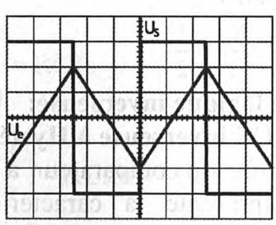
✓ Conclusion:

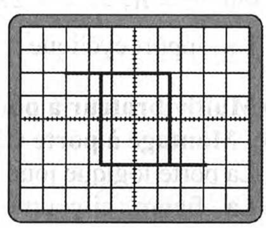
* u_s passe de $+ U_{sat}$ à $- U_{sat}$ quand u_e atteint, en augmentant une valeur seuil notée $\mathbf{U_{HB}}$ ou $\mathbf{V_{b2} = \beta\, U_{sat}}$ et appelée : Seuil supérieur de basculement.

* u_s passe de $- U_{sat}$ à $+ U_{sat}$ quand u_e atteint, en décroissant une valeur seuil notée $\mathbf{U_{BH}}$ ou $\mathbf{V_{b1} = -\beta\, U_{sat}}$ et appelée : Seuil inférieur de basculement.

La caractéristique us=f(ue) est obtenue en passant au mode XY.

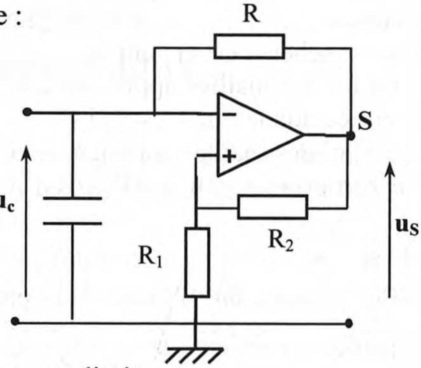






➢ **Le montage multivibrateur :** au montage comparateur on ajoute le dipôle RC

- L'équation différentielle relative à u_c s'écrie :



$$u_s - Ri - u_c = 0 \text{ et } i = \frac{dq}{dt} = C\frac{du_c}{dt}$$

$$\Longrightarrow u_s - R.C\frac{du_c}{dt} - u_c = 0 \quad \text{d'où}$$

$u_s = R.C\dfrac{du_c}{dt} + u_c$ avec $u_s = E_H$ ou E_B

- La solution de cette équation différentielle est : $\mathbf{u_c} = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + \mathbf{B}$. avec $\tau = RC$

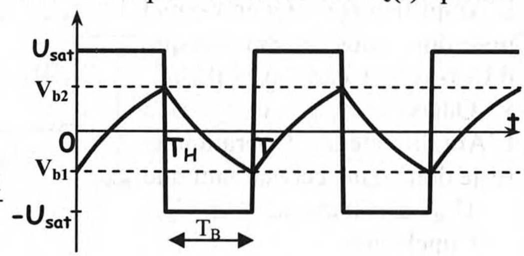
Pour déterminer A et B on utilise les conditions aux limites :

✓ A t = 0 on a $\mathbf{u_c(i) = A + B}$

✓ A t = ∞ on a $\mathbf{u_c(f) = B}$

✓ Ce qui donne $\mathbf{u_c(t) = [u_c(i) - u_c(f)]}$. $e^{-\frac{t}{\tau}}$ + $\mathbf{u_c(f)}$ **: C'est la solution générale de l'équation différentielle précédente.**

- la durée d'un état haut ou bas est t obtenue par résolution de $\mathbf{u_c(t)}$ qui est donnée par :



$$t = \tau.\ln\frac{[uc(i) - uc(f)]}{[uc(t) - uc(f)]}$$

-

$$T_H = RC.\ln\frac{[Vb1 - Usat]}{Vb2 - Usat} = RC.\ln\frac{-\beta - 1}{\beta - 1}$$

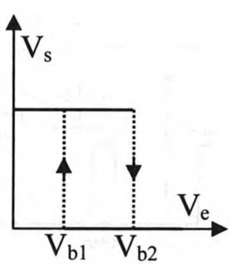
$$T_B = RC\ln\frac{Vb_2 + Usat}{Vb_1 + Usat} = RC\ln\frac{\beta + 1}{-\beta + 1}$$

- La période aura ainsi pour Expression commune

$$T = T_H + T_B = RC.\left(\ln\frac{-\beta - 1}{\beta - 1} + \ln\frac{\beta + 1}{-\beta + 1}\right) = 2RC.\ln\left(\frac{1 + \beta}{1 - \beta}\right) = 2RC.\ln\left(1 + 2\frac{R_1}{R_2}\right)$$

Pour $R_1 = R_2 \Rightarrow T = 2RC\ln 3$

- Le rapport cyclique : $\boldsymbol{\delta} = \frac{T_H}{T} = \frac{1}{2}$



• **Multivibrateur à porte logique inverseuse:**

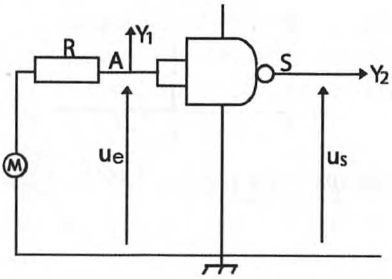
➢ **Montage à porte CMOS inverseuse à Hystérésis**

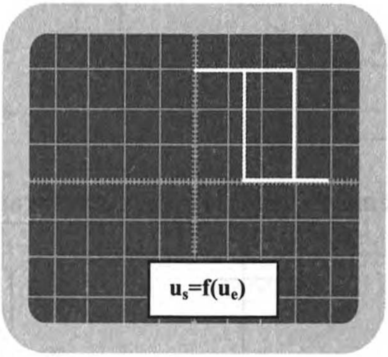
- La porte logique joue le rôle du comparateur à 2 seuils.
- La figure ci-contre représente la caractéristique de

transfert de la porte CMOS 4093 avec $V_{b1}=\frac{1}{2}V_{dd}$ et

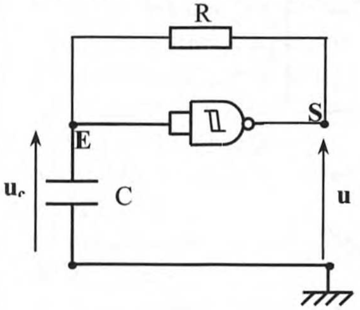
$V_{b2}=\frac{3}{4}V_{dd}$ ou V_{dd} ou U_{dd} représente la tension de polarisation de la porte CMOS 4093.

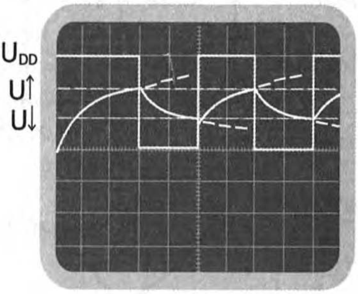
- Le montage comparateur est le suivant :





- Le montage multivibrateur est le suivant:





- En utilisant la relation $t=\tau.\ln\frac{[uc(i)-uc(f)]}{[uc(t)-uc(f)]}$ On trouve :

$$T_H = RC.\ln\frac{[Vb1-Udd]}{[Vb2-Udd]} = RC.\ln\frac{\frac{1}{2}Udd-Udd}{\frac{3}{4}Udd-Udd} = RC.\ln2 = \mathbf{RC.ln2}$$

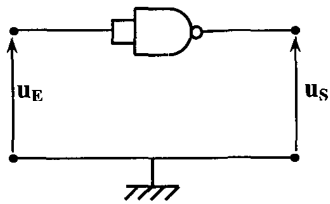
$$-\ T_B = RC.\log\frac{[vb2]}{[vb1]} = RC.\ln\frac{\frac{3}{4}Udd}{\frac{1}{2}Udd} = RC.\ln\frac{3}{2}$$

$$-\ \mathbf{T = T_H + T_B = RC\ .(\ ln\ 2 + ln\frac{3}{2}\ ) = RC.ln3}$$

- Le rapport cyclique : $\boldsymbol{\delta} = \frac{T_H}{T} = \frac{\ln2}{\ln3} = 0,63$

- **Montage à portes CMOS inverseuses (4011)**

- Le montage étudié utilise deux inverseurs CMOS parfaits *(résistance d'entrée infinie et seuil de basculement* unique V_b) dont la caractéristique est rappelée ci-dessous.



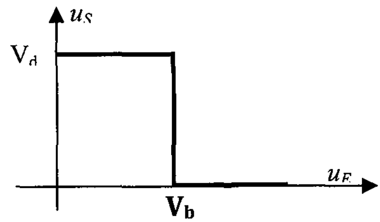
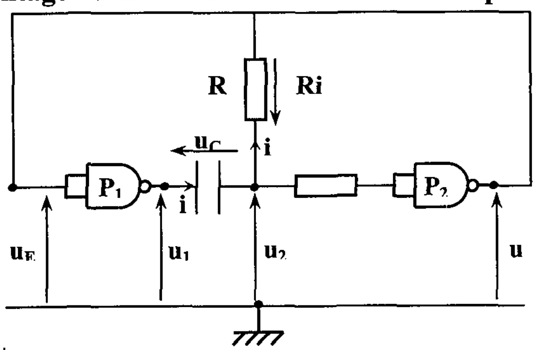
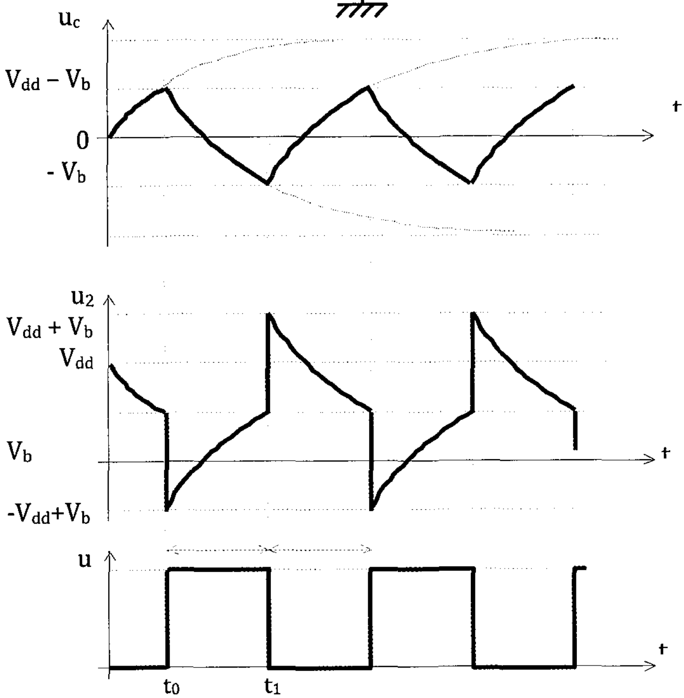


Schéma du montage du multivibrateur utilisant deux portes CMOS 4011

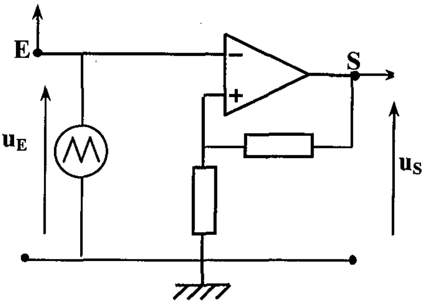




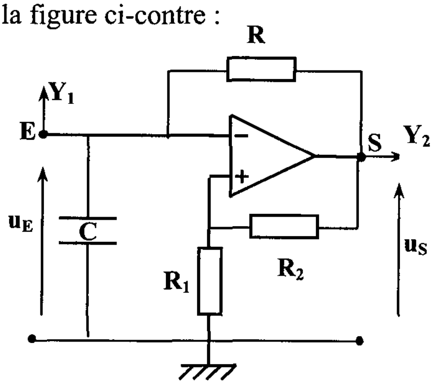
Enoncés

1 On étudie le montage de la figure ci contre ou :

- L'A.O.P est polarisé par les tensions $\pm U_{DD} = \pm 15$ V.
- Le générateur BF délivre à l'entrée de l'amplificateur une tension u_E triangulaire.
- Les résistors ont des résistances $R_1 = R_2 = 10$ kΩ.



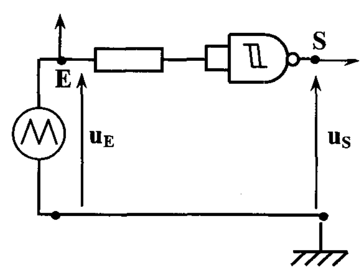
1- Monter que le montage utilisé est un comparateur à deux seuils de basculement.
2- Quelles valeurs peut prendre la tension de sortie us.
3- Décrire ce qu'on observe sur l'écran de l'oscilloscope si :
a- ue(t) est une tension triangulaire d'amplitude Uem = 2V
b- ue(t) est une tension triangulaire d'amplitude Uem = 9V. Représenter dans ce cas ce qu'on observe sur l'oscilloscope en passant en mode XY.
4- On élimine par la suite le GBF et on insère dans le circuit un dipôle RC ou R= 10kΩ et C = 10 nF. On obtient le montage de la figure ci-contre :



a- Quel est le rôle joué par le dipôle RC ?
b- Etablir l'équation différentielle qui régie les variations de uc.
c- Quelle est la solution de cette équation différentielle ?
d- Représenter l'allure des tensions uc et us observées sur l'écran de l'oscilloscope.
e- Trouver l'expression de la période T du signal de sortie. En déduire sa valeur.
f- Déterminer la valeur du rapport cyclique de ce multivibrateur.

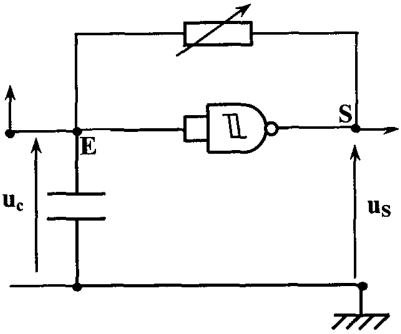
2 On étudie le montage de la figure ci-contre avec :

- Une porte logique CMOS 4093 montée en inverseur, et polarisée par une tension $U_{DD} = 12$ V.
- Un générateur BF délivre à l'entrée de la porte une tension u_E triangulaire.
- Un résistor de résistance R = 180 kΩ.



1- Monter que le montage utilisé est un comparateur à deux seuils de basculement.

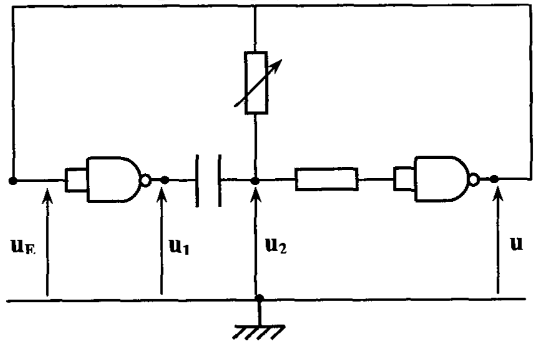
2- Quelles valeurs peut prendre la tension de sortie us.
3- Décrire ce qu'on observe sur l'écran de l'oscilloscope si :
a- ue(t) est une tension triangulaire d'amplitude Uem = 2V
b- ue(t) est une tension triangulaire d'amplitude Uem = 9V. Représenter dans ce cas ce qu'on observe sur l'oscilloscope en passant en mode XY.



4- On élimine par la suite le GBF et on insère dans le circuit un dipôle RC ou R est fixée à10kΩ et C = 10 nF. On obtient le montage de la figure ci-contre :
a- Quel est le rôle joué par le dipôle RC ?
b- Etablir l'équation différentielle qui régie les variations de uc.
c- Quelle est la solution de cette équation différentielle ?
d- Trouver l'expression de la période T du signal de sortie. En déduire sa valeur.
e- Déterminer la valeur du rapport cyclique de ce multivibrateur.
f- Représenter l'allure des tensions uc et us observées sur l'écran de l'oscilloscope.

3

On étudie le montage formé par :
- Une porte logique CMOS 4011 inverseuse et polarisée par une tension U_{DD} = 12 V.
- Un générateur BF délivre à l'entrée de la porte une tension u_E triangulaire.
- Un résistor de résistance R = 10 kΩ inséré entre le GBF et la porte.
1- Faire le schéma du montage.
2- Monter que le montage utilisé est un comparateur à un seul seuil de basculement.
3- Quelles valeurs peut prendre la tension de sortie us.
4- Décrire ce qu'on observe sur l'écran de l'oscilloscope si :
a- ue(t) est une tension triangulaire d'amplitude Uem = 2V
b- ue(t) est une tension triangulaire d'amplitude Uem = 9V. Représenter dans ce cas ce qu'on observe sur l'oscilloscope en passant en mode XY.
5- Peut-on réaliser un multivibrateur avec cette porte logique. Justifier.
6- On réalise par la suite le montage de la figure ci-dessous avec :
- Deux portes CMOS 4011 inverseuses identiques polarisée chacune par la tension U_{DD} = 12 V.



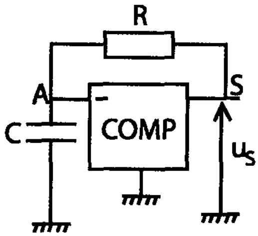
- Un condensateur de capacité $C = 10$ nF.
- Un résistor de résistance $R_p = 470$ kΩ.

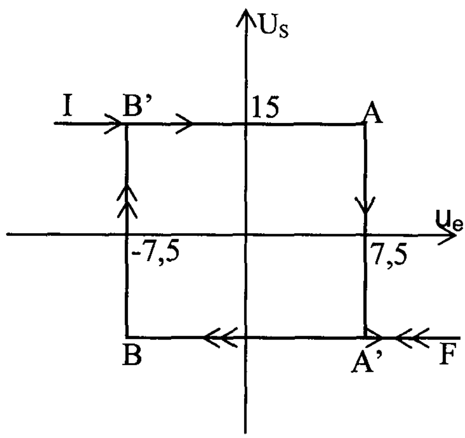
Tracer les chronogrammes de u ;u_1 ; u_2 ; u_c et u_{E1}

4

Le multivibrateur est un générateur de signaux non sinusoidaux.il formé d'un comparateur inverseur et d'un réservoir d'énergie comme l'indique la figure ci-contre :

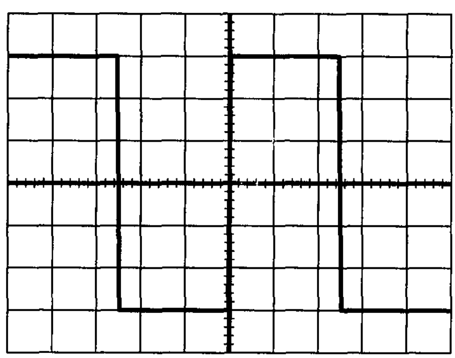
1. Préciser le dipôle qui joue le rôle de réservoir d'énergie dans le multivibrateur.
2. Donner les grandeurs caractéristiques d'un multivibrateur.
3. La caractéristique de transfert $u_s = f(u_e)$ du comparateur est donnée par le graphe de la figure ci dessous :





Indiquer les tensions de basculement E_{HB} et E_{BH} du comparateur.

4. La tension délivrée par le multivibrateur est donnée par la figure 2

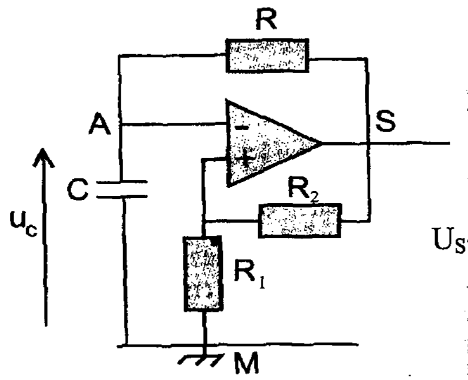


a- Représenter sur le graphe de la figure ci-dessus la tension $u_c(t)$; tension aux bornes du condensateur.

b- Calculer graphiquement la période T et le rapport cyclique du multivibrateur sachant que la sensibilité horizontale est de 0,1ms/div

c- On montre que pour ce multivibrateur sa période s'écrit T = 2RC Log3 ; calculer la capacité C du condensateur si R = 1kΩ.

5 On considère le multivibrateur astable suivant constitué par un comparateur à amplificateur opérationnel, où $U_S = \pm V_{DD} = \pm 12$ V et $R_1 = R_2 = 10$ kΩ.



1) a- Déterminer l'expression du potentiel U_1 de l'entrée non inverseuse de l'amplificateur opérationnel par rapport à la masse, en fonction de R_1, R_2 et U_S.

b- Déterminer les expressions des tensions d'entrée seuils qui provoquent le basculement de la tension de sortie d'un niveau à l'autre.

2) Etablir l'équation différentielle en fonction de la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur.

3) Déterminer l'expression de la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur. On suppose qu'à t = 0, le condensateur est chargé sous la tension U_i et que la tension de sortie est au niveau haut.

4) a- Déterminer, T_1 temps d'établissement du niveau haut et T_2 temps d'établissement du niveau bas de la tension de sortie.

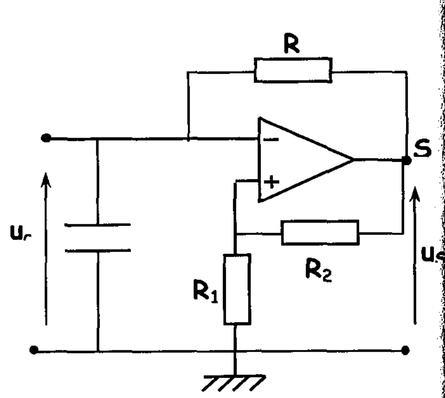
b- Déduire la période T du signal de sortie US, en fonction de R_1, R_2, R et C.

c- Calculer le rapport cyclique δ du multivibrateur.

5) Déterminer la valeur de la capacité C du condensateur à prendre permettant d'avoir une fréquence d'oscillation de 100 Hz, sachant que R = 5 kΩ.

6) Représenter sur le même graphe et à l'échelle les chronogrammes de $u_C(t)$ et $u_S(t)$ sur deux périodes.

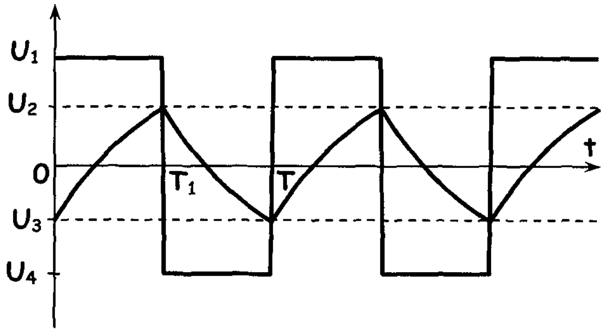
6 On réalise le multivibrateur schématisé sur la figure ci-contre où $C=10^{-7}$F, $R_1=R_2=R=$ 10kΩ et l'amplificateur opérationnel, considéré idéal, est polarisé par les tensions symétriques $\pm U_{sat} = \pm 15$V.



1- Identifier dans ce montage les deux constituants principaux du multivibrateur.

2- Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension u_c aux bornes du condensateur.

3- Les chronogrammes des tensions d'entrée u_c et de sortie u_s, sont données par la figure ci- dessous.



a- Donner les valeurs des tensions indiquées sur le graphe.

b- Déterminer l'expression de la tension u_C au cours de la phase de charge qui se produit dans l'intervalle de temps $[0,T_1]$.

c- En déduire la durée, du niveau haut.

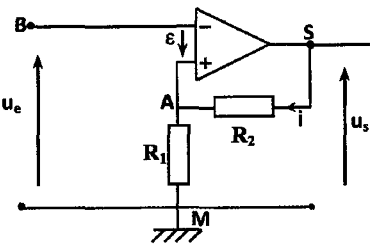
d- Déterminer l'expression de la tension u_C au cours de la phase de décharge qui se produit dans l'intervalle de temps $[T_1 ;T]$.

e- En déduire la période et la fréquence N de la tension de sortie u_s .

f- Calculer le rapport cyclique de ce multivibrateur.

Corrigés

1



1. Dans la maille : MABM

$u_e + \varepsilon - R_1 i = 0$

$\Rightarrow \varepsilon = R_1 i - u_e$

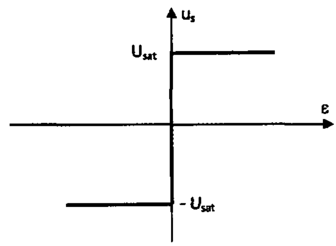
Dans la maille MASM :

$u_s - (R_1 + R_2) i = 0$

$\Rightarrow i = \dfrac{u_s}{R_1 + R_2}$

Ce qui donne $\varepsilon = \dfrac{R_1}{R_1 + R_2} u - u_e$

Or d'après la caractéristique de transfert d'un AOP idéal



- Si $\varepsilon > 0 \Rightarrow u_s = u_{sat}$

$$\Rightarrow \frac{R_1}{R_1 + R_2} U_{sat} - U_e > 0 \Rightarrow u_e < \frac{R_1}{R_1 + R_2} U_{sat} = \beta U_{sat} \ avec\ \beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

- Si $\varepsilon < 0 \Rightarrow u_s = -U_{sat}$

$$\Rightarrow -\frac{R_1}{R_1 + R_2} U_{sat} - U_e < 0 \Rightarrow U_e > -\frac{R_1}{R_1 + R_2} U_{sat} = -\beta U_{sat}$$

Ainsi : si $u_e < V_{b_2} = \beta U_{sat}$ la tension de sortie $u_s = U_{sat}$

si $u_e > V_{b_1} = -\beta U_{sat}$ la tension de sortie $u_s = -U_{sat}$

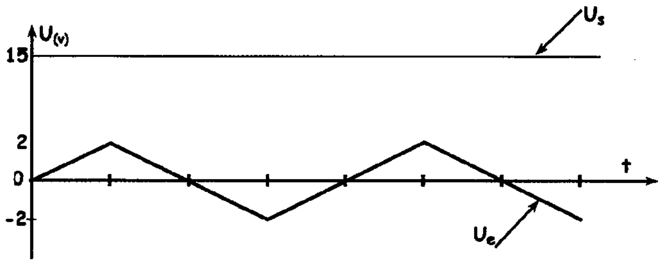
D'où le montage joue le rôle d'un comparateur à deux seuils de basculement.

2. U_s ne peut prendre que deux valeurs possibles $+U_{sat}$ si $U_e < V_{b_2}$ et $-U_{sat}$ si $U_e > V_{b_1}$

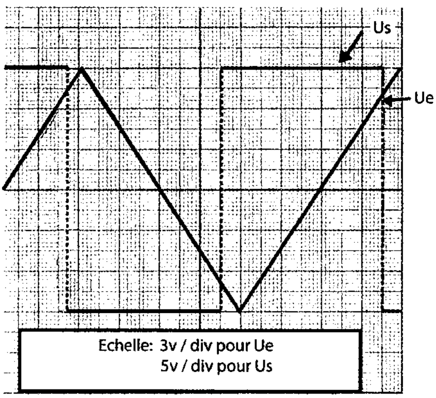
3.

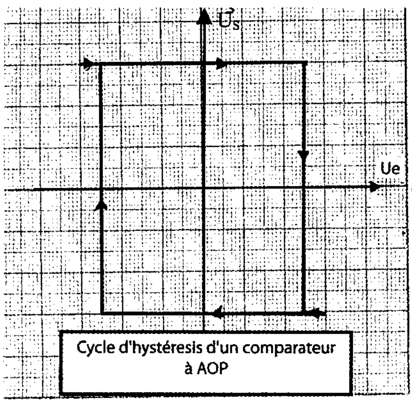
a. $U_{em} = 2V < V_{b_2} = \beta\, U_{sat} = 7{,}5V$ avec $\beta = \dfrac{1}{2}$

D'où $U_s = +U_{sat}$



b. $U_{em} = 9V > \beta \ U_{sat} = 7,5V$ alors sur l'écran de l'oscilloscope on observe :

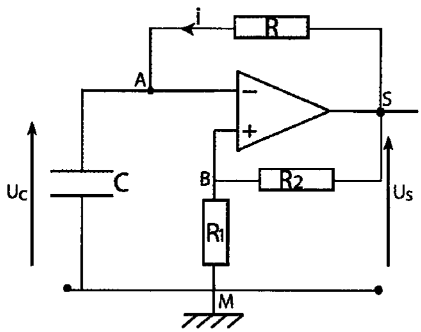




Oscilloscope en mode XY

4. a. Le circuit obtenu est celui d'un multivibrateur astable dont le réservoir d'énergie est le dipôle RC.

b. Dans la maille MASM



$$u_c + u_R - u_s = 0$$

$$\Rightarrow u_c + Ri = u_s$$

Or $i = \dfrac{dq}{dt} = c.\dfrac{du_c}{dt}$

Ce qui donne $u_c + RC\dfrac{du_c}{dt} = u_s$:

équation différentielle en u_c.

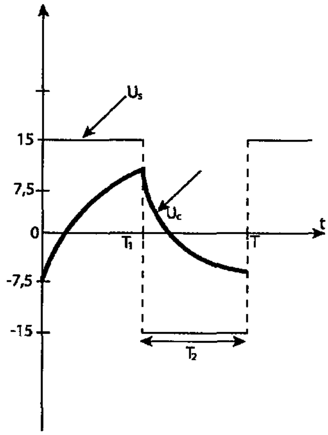
c. Cette équation différentielle admet une solution de forme $u_c(t) = Ae^{-\frac{t}{t}} + B$

avec $C = RC$

à $\left.\begin{array}{ll} t=0 & u_c(i) = A+B \\ t=\infty & u_c(f) = B \end{array}\right\} \Rightarrow A = u_c(i) - u_c(f)$

D'où $u_c(t)=\left[u_c(i)-u_c(f)\right]\, e^{-\frac{t}{\tau}}+u_c(f)$.

d.



e. la tension u_c va varier entre $V_{b_1}=-7{,}5V\ et\ V_{b_2}=7{,}5V$

Au cours de la charge : $u_c\ \ croit\ \ de\ V_{b_1}\ \ vers\ \ V_{b_2}\ \ en\ visant\ U_{sat}$

$\Rightarrow u_c(T_1)=V_{b_2}\ ;\ u_c(i)=V_{b_1}\ et\ U_c(f)=U_{sat}$

D'où $e^{-\frac{T_1}{c}}=\dfrac{u_c(T_1)-u_c(f)}{u_c(i)-u_c(f)}=\dfrac{7{,}5-15}{-7{,}5-15}=\dfrac{1}{3}$

$\Rightarrow T_1 = RC\ Ln\ 3.$

- Au cours de la décharge :

$u_c(T_2)=V_{b_1}=-7{,}5V\ ;u_c(i)=V_{b_2}=7{,}5\ \ et\ u_c(f)=-15$

Ce qui donne $e^{-\frac{T_2}{c}}=\dfrac{u_c(T_2)-u_c(f)}{u_c(i)-u_c(f)}=\dfrac{-7{,}5+15}{7{,}5+15}=\dfrac{1}{3}$

$\Rightarrow T_2 = RCLn3$

$T=T_1+T_2=2RCLn3$

AN $\quad T=2\times 10\,.10^3\times 10\,.10^{-9}\ Ln3\simeq 2{,}2\,.10^{-4}\,S$

f. Le rapport cyclique du multivibrateur est

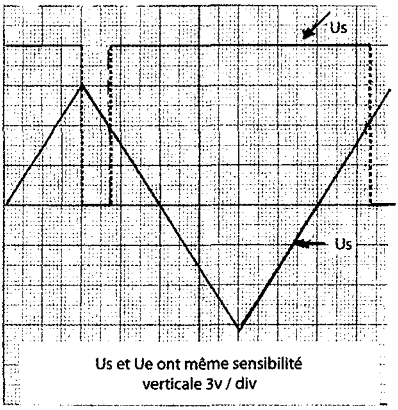
$$\delta=\frac{T_H}{T}=\frac{T_1}{T}=\frac{RCLn3}{2RCLn3}=0{,}5$$

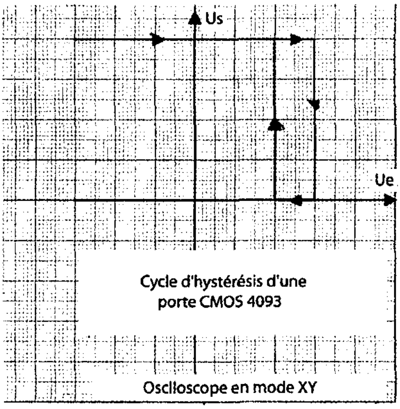
2

1. La porte CMOS 4093 a deux seuils de basculements $V_{b_1}=\dfrac{1}{2}U_{dd}\ \ et\ \ V_{b_2}=\dfrac{3}{4}U_{dd}$ d'où ce montage joue le rôle d'un comparateur à deux seuils de basculement.

2. La tension de sortie de ce montage ne peut prendre que les valeurs $U_{dd} = U_s \; si \; U_e < V_{b_2} = \frac{3}{4} U_{dd} \; et 0 = U_s \; si \; U_e > V_{b_1} = \frac{1}{2} U_{dd}$

3. a. Si $U_{em} = 2V < \frac{3}{4} U_{dd} = 9V$ *ce qui donne* $U_s = U_{dd} = 12V$ dans ce cas ce circuit ne joue pas le rôle de comparateur à deux seuils





4. a. Le dipôle RC joue dans ce cas le rôle du réservoir d'énergie du multivibrateur astable.

b. Dans la maille MESM :

$$u_c - u_R - u_c = 0 \Rightarrow u_c + Ri = u_s$$

$$or \; i = \frac{dq}{dt} = c.\frac{duc}{dt} \; ce \; qui \; donne \; u_c + RC\frac{duc}{dt} = U_s$$

c. Cette équation différentielle admet une solution de la forme $u_c(+) = Ae^{-\frac{t}{c}} + B \; avec \; C = RC$ une étude analogue à l'exercice précédent donne $u_c(+) = \left[u_c(i) - u_c(f)\right] e^{-\frac{t}{\tau}} + u_c(f)$

d. Pendant la durée T_1 de l'état haut, le condensateur se charge

$$u_c(T_1) = \frac{3}{4} U_{dd} = 9V$$

$$u_c(i) = \frac{1}{2} U_{dd} = 6V \; et \; u_c(f) = U_{dd} = 12V$$

$$e^{-\frac{T_1}{\tau}} = \frac{u_c(T_1) - u_c(f)}{u_c(i) - u_c(f)} = \frac{9-12}{6-12} = \frac{1}{2}$$

D'où $T_1 = RCLn2$

Pendant la durée T_2 de l'état bas, le condensateur se décharge

$u_c(T_2) = \frac{1}{2}U_{dd} = 6V$

$u_c(i) = \frac{3}{4}U_{dd} = 9V$ *et* $U_c(f) = 0$

D'où $e^{-\frac{T_2}{\tau}} = \frac{u_c(T_2) - u_c(f)}{u_c(i) - u_c(f)} = \frac{6-0}{9-0} = \frac{2}{3}$

D'où $T_2 = RCLn\frac{3}{2}$

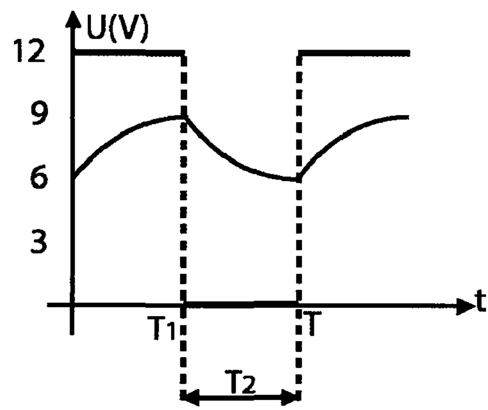
La période $T = T_1 + T_2 = RCLn2 + RCLn\frac{3}{2}$

$T = RCLn3$

AN $T = 10.10^3 \times 10.10^{-9} Ln3 \simeq 1{,}1.10^{-4}\ S$

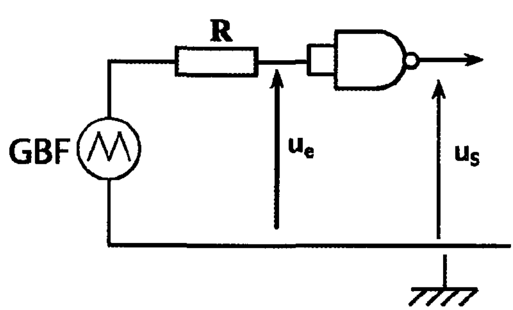
e. Le rapport cyclique de ce multivibrateur est $\delta = \frac{T_1}{T} = \frac{RCLn2}{RCLn3} = 0{,}63$

f.



3

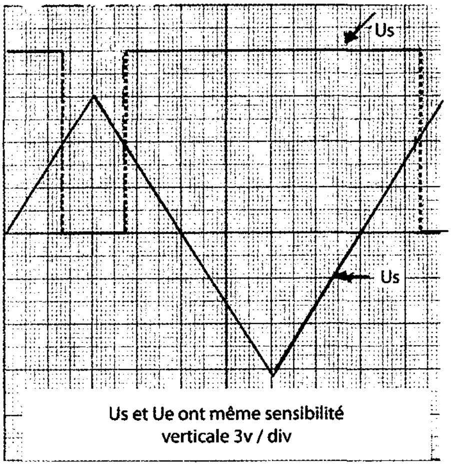
1.

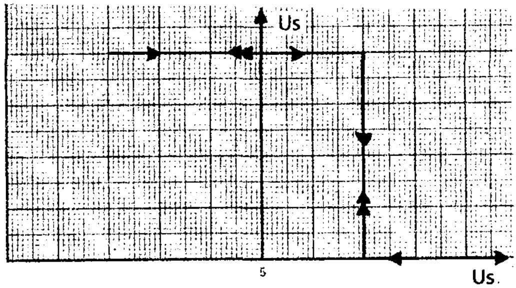


2. La porte CMOS 4011 à un seuil de basculement $V_b = \frac{U_{DD}}{2}$ donc le montage joue le rôle d'un comparateur à un seul seuil de basculement.
3. La tension de sortie u_s peut prendre les valeurs

$$u_s = U_{dd} \ si \ u_e < \frac{U_{DD}}{2} \ et \ u_s = 0 \ \ si \ U_e > \frac{U_{DD}}{2}$$

4. a. même observation que la porte CMOS 4093.
b.





Oscilloscope en mode XY

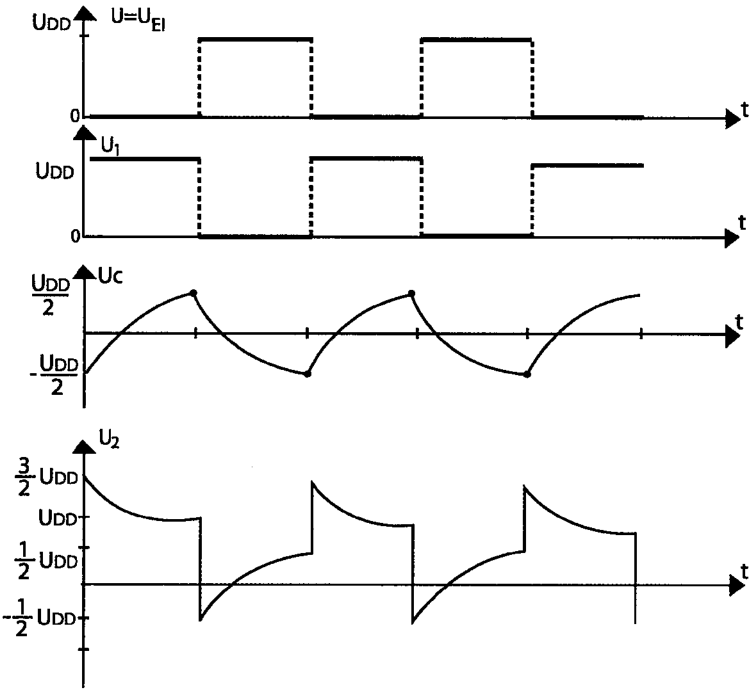
5. Un multivibrateur est constitué d'un comparateur à deux seuils de basculement, or la porte CMOS 4011 à seul seuil de basculement donc avec une seule porte logique CMOS 4011 on ne peut pas réaliser un multivibrateur. On peut réaliser un multivibrateur à l'aide de deux portes CMOS 4011.
6. Ce montage joue le rôle d'un multivibrateur astable.

. Les points A et B sont même potentiel $\Rightarrow u_{E1} = u$

· $u_c =$ var*ie entre* $-\frac{U_{DD}}{2}$ *et* $\frac{U_{DD}}{2}$

. $u_2 = u_1 - u_c$

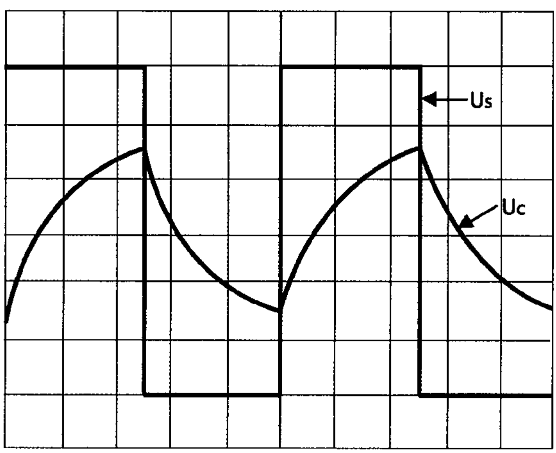
Ainsi :



4

1. Le dipôle RC est le réservoir d'énergie dans le multivibrateur.
2. Un multivibrateur est caractérisé par :
- sa période T
- son rapport cyclique δ
3. $E_{HB} = 7{,}5\,V$ et $E_{BH} = -7{,}5\,V$

4. a.

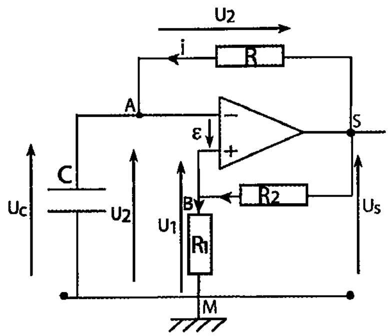


b. $T = 5\times 0{,}1ms = 0{,}5ms$

$$\delta = \frac{T_1}{T} = 0{,}5$$

c. $T = 2RCLn3 \Rightarrow C = \dfrac{T}{2RLn3} = \dfrac{0{,}5.10^{-3}}{2.10^3 Ln3} = 2{,}28.10^{-7}F$

5



1.a

$U_1 = R_1 i_2$

$U_s = (R_1 + R_2)i_2$

$$\Rightarrow i_2 = \frac{U_s}{R_1 + R_2}$$

D'où $U_1 = \dfrac{R_1}{R_1 + R_2}U_s$

b. $U_2 = U_1 - \varepsilon \Rightarrow \varepsilon = U_1 - U_2$ *avec* U_2 la tension d'entrée

$$\Rightarrow \varepsilon = \frac{R_1}{R_1 + R_2}U_s - u_2$$

Ainsi. Si $\varepsilon > 0$, $u_s = +U_{sat} \Rightarrow \dfrac{R_1}{R_1 + R_2}U_{sat} - u_2 > 0$

Ce qui donne $u_2 < \dfrac{R_1}{R_1 + R_2}U_{sat} = V_{b_2}$

Si $\varepsilon < 0$, $u_s = -U_{sat} \Rightarrow -\dfrac{R_1}{R_1 + R_2}U_{sat} - U_2 < 0$

Ce qui donne $U_2 > -\dfrac{R_1}{R_1 + R_2}U_{sat} = V_{b_1}$

2. $u_s - u_R - u_c = 0 \Rightarrow u_c + Ri = U_s$ *or* $i = \dfrac{dq}{dt}$

et $q = c.u_c \Rightarrow i = c.\dfrac{duc}{dt}$ *d'où*

$$u_c + RC\frac{duc}{dt} = u_s$$

3. $u_c(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + B$

$$\left.\begin{aligned} At=0 \;\; u_c(i) &= A+B \\ At=\infty \;\; u_c(f) &= B \end{aligned}\right\} \Rightarrow u_c(t) = \left[U_c(i) - u_c(f)\right]e^{-\frac{t}{c}} + U_c(f) \quad avec \quad \tau = RC$$

4. a. * Dans l'intervalle $[0,T_1]$ le condensateur se charge :

$$u_c(i) = V_{b_1} = -\frac{R_1}{R_1+R_2}U_{sat}$$

$$u_c(f) = U_{sat} \qquad et \qquad u_c(T_1) = V_{b_2} = \frac{R_1}{R_1+R_2}U_{sat}$$

D'où $e^{-\frac{T_1}{\tau}} = \dfrac{u_c(T_1) - u_c(f)}{u_c(i) - u_c(f)} = \dfrac{V_{b_2} - U_{sat}}{V_{b_1} - U_{sat}}$

$$T_1 = RCLn\frac{V_{b_1} - U_{sat}}{V_{b_2} - U_{sat}}$$

* Dans l'intervalle $[T_1, T] = T_2$ le condensateur se décharge

$$u_c(i) = V_{b_2} = \frac{R_1}{R_1+R_2}U_{sat}$$

$$u_c(f) = -U_{sat} \quad et \quad u_c(T_2) = V_{b_1} = -\frac{R_1}{R_1+R_2}U_{sat}$$

D'où $e^{-\frac{T_2}{c}} = \dfrac{u_c(T_2) - u_c(f)}{u_c(i) - u_c(f)} = \dfrac{V_{b_1} + U_{sat}}{V_{b_2} + U_{sat}}$

$$T_2 = RCLn\frac{V_{b_2} + U_{sat}}{V_{b_1} + U_{sat}}$$

b. $T = T_1 + T_2 = RCLn\dfrac{V_{b_1} - U_{sat}}{V_{b_2} - U_{sat}} + RCLn\dfrac{V_{b_2} + U_{sat}}{V_{b_1} + U_{sat}}$

$$T = RCLn\left[\frac{(-2R_1 - R_2)(2R_1 + R_2)}{(-R_2)(R_2)}\right]$$

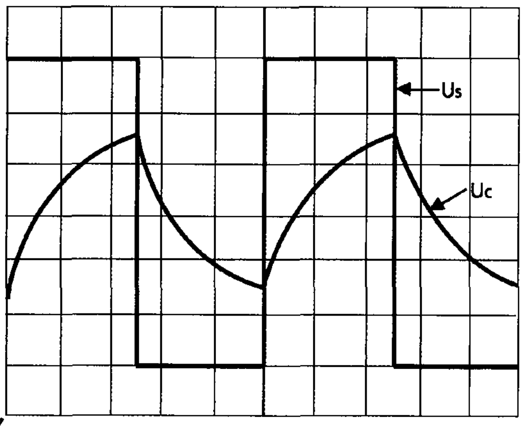
$$T = 2RCLn\frac{2R_1 + R_2}{R_2}$$

C. Le rapport cyclique $\delta = \frac{T_1}{T} = \frac{RCLn\frac{2R_1+R_2}{R_2}}{2RCLn\left(\frac{2R_1+R_2}{R_2}\right)}$

5. $T = 2RCLn\frac{2R_1+R_2}{R_2} \Rightarrow C = \frac{T}{2RLn\left(\frac{2R_1+R_2}{R_2}\right)} = \frac{1}{2NRLn3}$

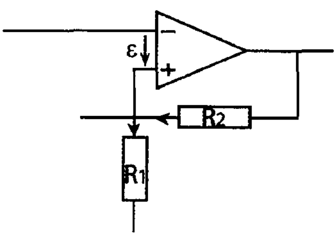
AN $C = \frac{1}{2\times100\times510^3 Ln3} = 9{,}1.10^{-7}F$

6.

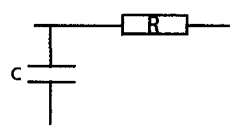


6

1. Les deux constituants principaux du multivibrateur sont le comparateur à deux seuils de basculement.



Et le réservoir d'énergie : le dipôle RC



2. $u_c + u_R = u_s$ or $u_R = Ri = RC\frac{duc}{dt}$

$\Rightarrow u_c + RC\frac{duc}{dt} = u_s$

3.

a. $U_1 = U_{sat}$; $U_4 = -U_{sat}$

$$U_2 = \beta' U_{sat} = \frac{U_{sat}}{2} \quad car \quad R_1 = R_2 \quad et \quad \beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$U_3 = -\beta U_{sat} = \frac{-U_{sat}}{2}$$

b. $u_c = \left[u_c(i) - u_c(f)\right] e^{-\frac{t}{\tau}} + u_c(f)$

$$or \quad u_c(i) = -\frac{U_{sat}}{2} \quad et \quad u_c(f) = U_{sat}$$

$$ce \ qui \ donne \quad u_c(t) = -\frac{3}{2} U_{sat} \ e^{-\frac{T_1}{\tau}} + u_{sat}$$

$$u_c(t) = u_{sat}\left[1 - \frac{3}{2} e^{-\frac{t}{\tau}}\right]$$

c. A la date T_2 $\quad u_c(T_2) = \frac{U_{sat}}{2}$

$$\Rightarrow \frac{U_{sat}}{2} = U_{sat}\left[1 - \frac{3}{2} e^{-\frac{T_1}{\tau}}\right]$$

$$\frac{3}{2} e^{-\frac{T_1}{\tau}} = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad T_1 = \tau Ln3 == RCLn3$$

d. En utilisant l'expression de $u_c = \left[u_c(i) - u_c(f)\right] e^{-\frac{t}{c}} + u_c(f)$ et en prenant une nouvelle origine de temps o qui correspond à T_1

$$u_c(t) = \frac{U_{sat}}{2} \quad , \quad u_c(f) = -u_{sat}$$

$$u_c = \left[+\frac{U_{sat}}{2} + U_{sat}\right] e^{-\frac{t}{\tau}} - U_{sat}$$

$$U_c(+) = U_{sat}\left[\frac{3}{2} e^{-\frac{t}{\tau}} - 1\right]$$

e. La durée de l'état bas est T_2

$$à \quad t = T_2 \qquad u_2(T_2) = -\frac{U_{sat}}{2} = U_{sat}\left[\frac{3}{2} e^{-\frac{T_2}{\tau}} - 1\right]$$

$$\frac{3}{2} e^{-\frac{T_2}{\tau}} = \frac{1}{2} \quad ce \ qui \ donne \quad T_2 = \tau Ln3 = RCLn3$$

La période $T = T_1 + T_2 = 2RCLn3 = 2{,}2.10^{-3} S$

$$N = \frac{1}{T} = \frac{1}{2RCLn3} = 455 Hz$$

f. $\delta = \frac{T_1}{T} = \frac{RCLn3}{2RCLn3} = 0{,}5$

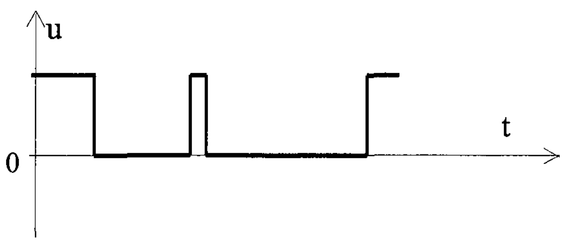
Le convertisseur

• Signal analogique :

C'est un signal dont la valeur varie de façon continu au cours du temps
L'information transportée par le signal est sa valeur à l'instant t considéré
Exemple : température , pression , vitesse .....

• Signal logique

Un signal est ***logique*** lorsque sa valeur varie de façon ***discrète*** au cours du temps.



Seuls **deux niveaux** logiques sont autorisés :
niveau *"haut"* pouvant être représenté par le nombre binaire "1"
niveau *"bas"* pouvant être représenté par le nombre binaire "0"
L'information est donc transférée par une succession de "0" et de "1".

• Signal numérique

Un signal numérique est représenté par un ***nombre*** ou un *"mot binaire"* [N] constitué par un ensemble de signaux logiques formant les éléments binaires du mot, appelés bits et notés a_j ($a_j = 0$ ou 1).

a_3 ————
a_2 ————
a_1 ————
a_0 ————

$$[N] = a_3\ a_2\ a_1\ a_0$$

Par exemple, un mot binaire de 4 ***bits*** est constitué de 4 signaux logiques ne pouvant prendre que les valeurs "0" ou "1"

• **Comparaison d'un signal logique et un signal numérique :**

Signal analogique :

➢ Un signal analogique présente l'avantage d'être une représentation directe de la grandeur Physique.

➢ ces signaux sont difficiles à mémoriser, à traiter mathématiquement.

➢ ils sont Sensibles à leur environnement (aux "bruits") donc leur altération est facile et sa correction est difficile

Signal numérique :

➢ Un signal numérique n'est pas une représentation directe de la grandeur physique mais un"codage" plus difficile à appréhender.

➢ ces signaux sont très facilement mémorisables et peuvent être traités Simplement (*ordinateur* ...).

➢ ils présentent une forte immunité aux bruits

• **Numération**

La numération repose sur le système binaire (dit à base 2) dans lequel il n'existe que les valeurs logiques 0 et 1. Chacun d'eux est appelé aussi bit (contraction de binary digit) ou élément binaire.

La grandeur d'entrée est une grandeur *numérique* représentée par un "*mot*" binaire [N] de n bits, de valeur décimale N :

$[N] = [a_{n-1}a_{n-2}.........a_2a_1a_0]$

Les a_j sont les éléments binaires ne pouvant prendre que les valeurs 0 ou 1 (variables logiques)

$j \in \{0, n-1\}$

a_0 représente le bit de "poids le plus faible" (L.S.B. ou Least Significant Bit)

a_{n-1} représente le bit de "poids le plus fort" (M.S.B. ou Most Significant Bit)

le codage binaire de ce nombre s'écrit

$N = 2^{n-1}a_{n-1} + 2^{n-2}a_{n-2} + ...2^1a_1 + 2^0 a_0$

N : équivalent décimal en code binaire naturel

Sa valeur maximale est $\mathbf{N_{max} = 2^n-1}$ il correspond au cas où tous les a_j sont à l'état logique 1

Exemple

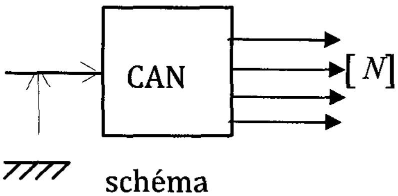
Le nombre décimal 14 s'écrit dans une base binaire à 4 bits

$14 = 2^3a_3 + 2^2a_2 + 2a_1 + 2^0a_0$ avec $a_3 = a_2 = a_1 = 1$ et $a_0 = 0$

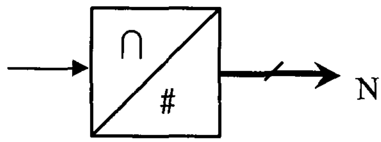
Donc en base binaire 14 s'écrit **1110**

- **Convertisseur analogique numérique (CAN)**

C'est un dispositif électronique qui transforme un signal analogique d'entrée u_e en un nombre binaire dont l'équivalent décimal est proportionnel à u_e : $N = k\,u_e$



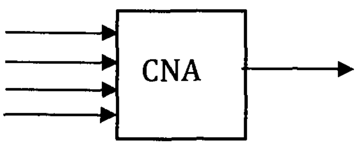
schéma



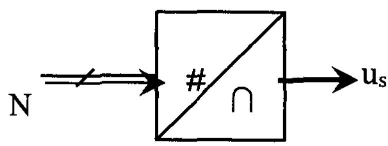
symbole

- **Convertisseur numérique analogique(CNA)**

Un convertisseur numérique analogique (C.N.A.) est un dispositif électronique qui transforme un nombre binaire d'entrée [N] dont la Valeur décimale est N en une grandeur électrique Proportionnelle à ce nombre : $u_S = k$ N.



Schéma



Symbole

- **Caractéristiques d'un CNA**

➢ **caractéristique de transfert :**

c'est la courbe de variation $u_S = f(N) = k.N$.

On fait varier N en faisant varier le mot binaire [*N*]

➢ **Grandeur pleine échelle**

C'est la valeur maximale que peut prendre la grandeur de sortie. Si le nombre d'entrée d'un CNA est formé de n bits, 2^n-1 est la valeur maximale du nombre binaire dans le système décimal. Si la grandeur de sortie du CNA est une tension, la tension pleine échelle $U_{PE} = U_{Smax} = q.N_{max}$ avec q la résolution analogique du convertisseur.

➢ **Résolution analogique du convertisseur ou Quantum q**

q représente la variation de la tension de sortie pour deux nombres d'entrée successifs.

Elle est égale $q = k = U_{PE} / N_{max}$. Comme $\mathbf{N_{max} = 2^n - 1}$ donc $\mathbf{U_{PE} = q(2^n - 1)}$

➢ **Résolution numérique**

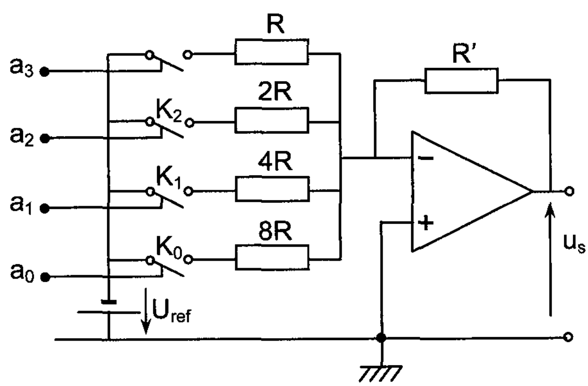
Si le nombre d'entrée d'un CNA est formé de n bits, il y a $\mathbf{2^n}$ combinaisons possibles. La résolution numérique est l'inverse des combinaisons possibles que le CNA est capable de convertir $\mathbf{r = 1 / 2^n}$

• **CNA à résistances pondérées**

➢ **Schéma du montage**

Le montage est constitué de :

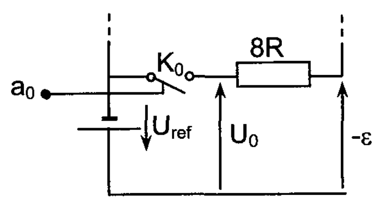
- une tension de référence
- un ensemble de n résistors de résistances respectives R ; 2R ; 4R……2^{n-1}R
- des interrupteurs commandés par les variables logiques a_j du mot binaire
- un AO fonctionnant en régime linéaire



Dans le cas d'un convertisseur à 4 bits le schéma est donné par la figure ci contre :

➢ **Principe de fonctionnement**

On considère la maille schématisée ci contre :



$a_0 = 0 \Rightarrow k_0$ ouvert $\Rightarrow U_0 = -\varepsilon = 0$

$a_0 = 1 \Rightarrow k_0$ fermé $\Rightarrow U_0 = -U_{réf}$

donc $U_0 = -a_0 U_{réf}$

ce résultat est valable pour une maille j : $U_j = -a_j U_{réf}$

à la maille de sortie : $u_S + R' I = 0$

$\rightarrow u_S = -R' I$ or $I = I_0 + I_1 + I_2 + I_3$

On aura donc $u_S = -R'(I_0 + I_1 + I_2 + I_3)$

à une maille d'entrée de résistance R_j on a : $-a_j U_{réf} - R_j I_j = 0$ ce qui donne

$I_j = - a_j . \frac{U_{réf}}{R_j}$ d'ou :

$u_S = R' \left(a_0 . \frac{U_{réf}}{8R} + a_1 . \frac{U_{réf}}{4R} + a_2 . \frac{U_{réf}}{2R} + a_3 \frac{U_{réf}}{R} \right)$

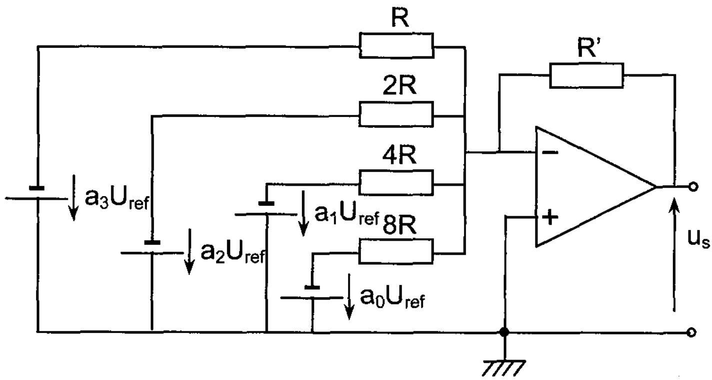


Schéma équivalent simplifié d'un CNA à 4 bits

$u_S = R' \frac{U_{réf}}{8R} \left(a_0 + 2 a_1 + 2^2 a_2 + 2^3 a_3 \right)$

$u_S = R' \frac{U_{réf}}{8R} . N$

Donc $u_S = k.N$ avec $k = R' \frac{U_{réf}}{8R}$: la tension de sortie est proportionnelle au nombre N, donc le montage réalise bien une conversion numérique analogique.

<u>Généralisation</u> : Pour un CNA n bits et à réseau de résistance pondérées R, 2R,………, 2^{n-1}R, la tension de sortie s'écrit : $\boxed{u_S = R' \frac{U_{ref}}{2^{n-1} R} . N}$

➢ **Caractéristiques :**

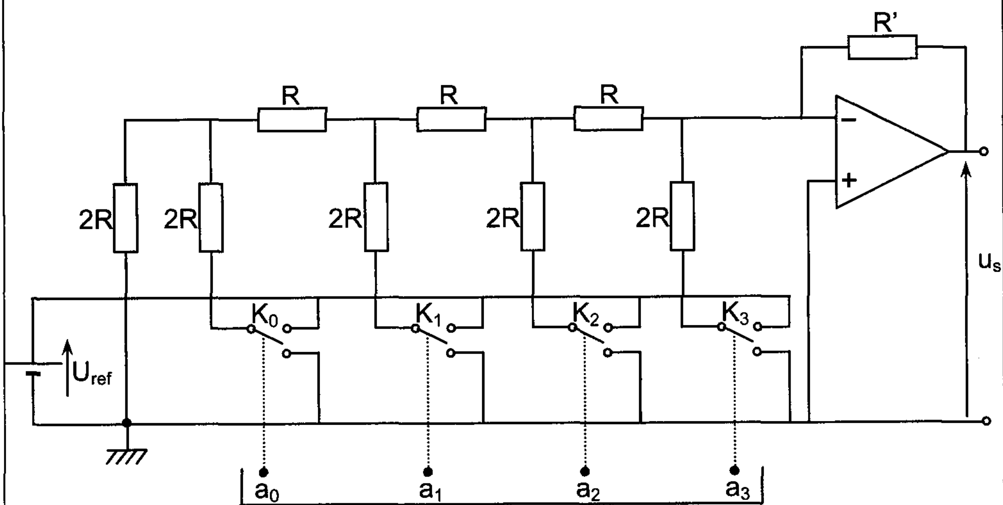
- La tension pleine échelle $U_{PE} = R' \frac{U_{ref}}{2^{n-1} R} . (2^n - 1)$
- Résolution analogique du convertisseur ou Quantum $q = R' \frac{U_{ref}}{2^{n-1} R}$
- Résolution numérique $r = 1/2^n$

• C.N.A à réseau de résistance « R-2R » :

C'est un convertisseur qui prend en compte les défauts du C.N.A à réseau de résistance pondéré.

Le montage correspondant est très utilisé car le réseau de résistance R-2R est facile à réaliser. Il est l'un des principes adoptés dans les circuits intégrés utilisés dans la conversion des signaux.

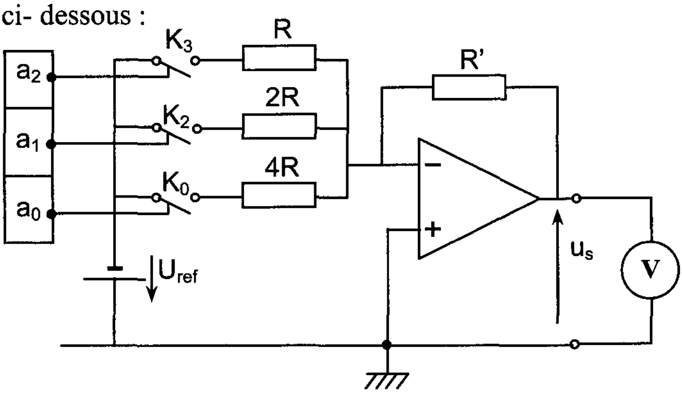
On montre que $u_S = -R' . \frac{U_{ref}}{16R} . N$ pour un C.N.A à 4 bits.



Un C.N.A à réseau de résistances « R-2R »

Enoncés

1 On considère le convertisseur numérique analogique (CNA) de la figure ci- dessous :



$R = 2{,}2k\Omega$
$R' = 5\ k\Omega$
$U_{ref} = 2V$

1- Déterminer le nombre de bits de ce convertisseur

2- Compléter le tableau suivant :

Nombre binaire [N] = $a_2\ a_1\ a_0$	L'équivalent décimal N	u_S (V)
000	0	
001	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	

3- Tracer la caractéristique de transfert $u_S = f(N)$.

4- Vérifier que cette caractéristique est constituée par une suite de points s'appuyant sur une droite linéaire dont on déterminera sa pente k.

5- Déduire des mesures la tension pleine échelle U_{PE} et le quantum q.

6- Comparer les résultats expérimentaux aux valeurs théoriques.

7- Déterminer la résolution numérique r de ce convertisseur.

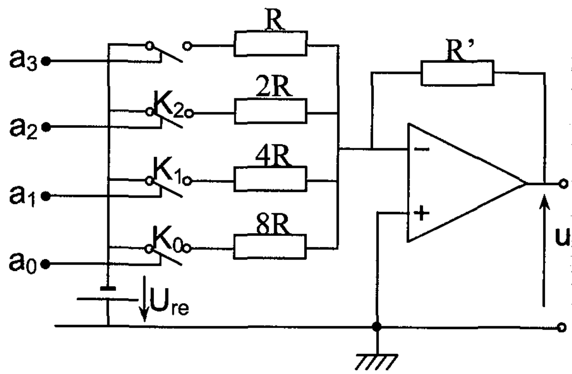
2

Un convertisseur numérique analogique (C.N.A.) à réseau de résistances pondérées est constitué de :

- une tension de référence
- un ensemble de n résistors de résistances respectives R ; 2R ; 4R……2^{n-1}R
- des interrupteurs commandés par les variables logiques a_j du mot binaire
- un AO fonctionnant en régime linéaire

Dans le cas d'un convertisseur à 4 bits le schéma est donné par la figure suivante

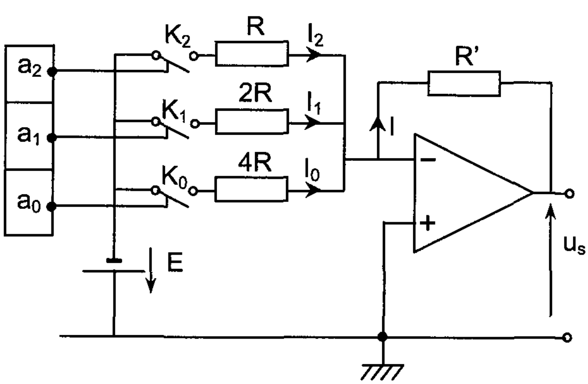
1. Ecrire le mot binaire N d'entrée pour ce convertisseur
2. Montrer que l'intensité du courant qui traverse Le résistor de résistance 8R s'écrit $I_0 = -a_0Uref/8R$
3. Montrer que l'intensité du courant qui traverse Le résistor R' s'écrit I = - NUref/8R
4. Montrer que Us s'écrit Us = k N. avec k une constante qu'on exprimera en fonction de R, R' et Uref
5. Calculer le quantum et la PE de ce convertisseur



Données : Uref = 6V . R= R'

3

On réalise le convertisseur-numérique analogique, représenté sur la figure ci-contre. L'amplificateur opérationnel polarisé et supposé idéal, fonctionne en régime linéaire. La tension de référence E est égale à 4V. Les interrupteurs K_j sont commandés par un circuit logique tel que pour j = 0 ; 1 et 2 : si a_j = 1 alors K_j est fermé ; si a_j = 0 alors K_j est ouvert.



1. Exprimer la tension de sortie u_s du convertisseur en fonction de la résistance R' et de l'intensité I du courant résultant des courants d'intensités I_j pour j = 0 ; 1 et 2.
2. Exprimer l'intensité I en fonction de a_2, a_1, a_0, E et R.

3. Établir l'expression de la tension de sortie u_s en fonction de E et du nombre N, équivalent décimal du nombre binaire d'entrée $[N] = a_2a_1a_0$.

Montrer que cette expression peut s'écrire sous la forme $u_s = \frac{E}{4} N$ lorsque R = R'.

4. Calculer le quantum q et la pleine échelle P.E du convertisseur.
5. Déterminer le mot binaire [N] qu'il faut appliquer à l'entrée du convertisseur pour obtenir à la sortie une tension de valeur 5 V.
6. La tension de référence E est considérée maintenant réglable.

Sachant que l'amplificateur se sature à 15 V, déterminer la valeur maximale de la tension E pour assurer le fonctionnement convenable du convertisseur étudié.

4

On considère un convertisseur numérique analogique, à 5bits, de résolution analogique, ou quantum,
$q = 0,75V$

1- Quelle est la valeur de la tension de sortie u_S pour une entrée binaire $[N_1] = [01011]$?

2- Quelle est l'entrée binaire $[N_2]$ lorsque tension de sortie $u_S = 5,25V$?

3- Trouver la tension correspondant à la pleine échelle de ce convertisseur.

4- Trouver l'entrée binaire $[N_{max}]$ permettant pour laquelle l'amplificateur opérationnel reste en régime linéaire.

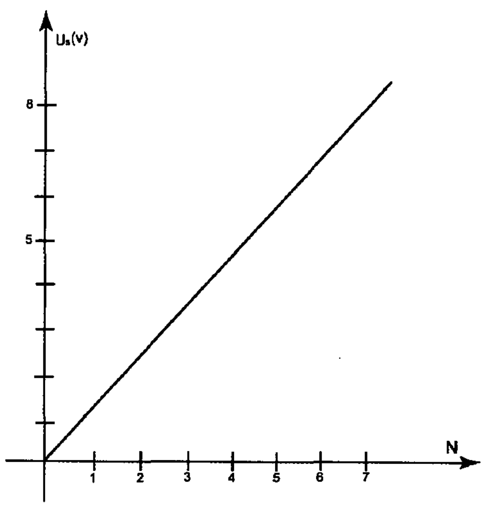
Corrigés

1

1. Le convertisseur comprend les bits $a_0; a_1$ et a_2 donc c'est un convertisseur à 3bits.
2.

$[N] = a_2 a_1 a_0$	Equivalent décim al N	$U_s(V)$
000	0	0
001	1	1 ,14
010	2	2 ,26
011	3	3,41
100	4	4,55
101	5	5,50
110	6	6,83
111	7	8,02

3.



4. La courbe $U_s = f(N)$ est une droite qui passe par l'origine $\Rightarrow U_s = K\ N$ avec $k \simeq 1{,}14\ V$.

5. U_{PE} est obtenue lorsque $N = N_{max} = 2^3 - 1 = 7$

$\Rightarrow U_{PE} = U_{S\max} = 8\ V$

$q = U_{S2} - U_{S1} = k = 1{,}14\ V$

Vérifions que $U_{PE} = q\ N_{max} = 7 \times 1{,}14V \simeq 8V$

6. Théoriquement :

$$U_{PE} = R' \frac{U_{ref}}{2^{n-1}.R}.(2^n - 1)$$

AN $U_{PE} = 7{,}95\ V \simeq U_{PE_{expérimentale}}$.

$$q_{th} = R' \frac{U_{ref}}{2^{n-1}R} = 1{,}136\ V \simeq q_{exp}$$

Donc les valeurs théoriques sont bien en concordance avec les valeurs expérimentales.

7. La résolution numérique de ce convertisseur est

$$r = \frac{1}{2^n} = \frac{1}{2^3} = 0{,}125$$

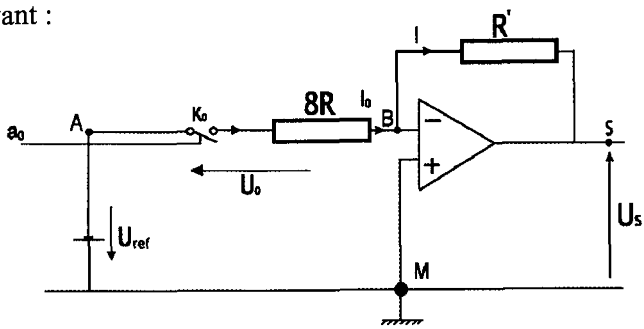
2

1. $[N] = [a_3 a_2 a_1 a_0]$

2. Considérons le circuit suivant :

Dans la maille ABMA :

- Si K_0 est fermé



$\Rightarrow a_0 = 1$ alors

$U_0 + U_{ref} = 0$

Or $U_0 + 8RI_0 = -U_{ref}$

$$\Rightarrow I_0 = -\frac{U_{ref}}{8R} = -\frac{a_0 U_{ref}}{8R} \text{ avec } a_0 = 0$$

- Si K_0 est ouvert $\Rightarrow a_0 = 0$ alors $I_0 = 0 = -\frac{a_0 U_{ref}}{8R}$ avec $a_0 = 0$

D'où en conclusion $I_0 = -\dfrac{a_0 U_{ref}}{8R}$

3. D'après la loi des nœuds : (au nœud B) : $I = I_0 + I_1 + I_2 + I_3$.

Une étude analogue à I_0 permet d'écrire I_1, I_2 *et* I_3

D'où $I = -\frac{a_0 U_{ref}}{8R} - \frac{a_1 U_{ref}}{4R} - \frac{a_2 U_{ref}}{2R} - \frac{a_3 U_{ref}}{R}$

$$I = -\frac{U_{ref}}{8R}\left[8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + a_0\right]$$

$$\Rightarrow \quad I = -\frac{U_{ref}}{8R}\left[2^3 a_3 + 2^2 a_2 + 2^1 a_1 + 2^0 a_0\right]$$

4. Dans la maille de sortie SBMS :

$$U_S + U_{R'} = 0 \quad \Rightarrow \quad U_S = -U_{R'} = -R'I$$

Ce qui donne $U_S = \frac{R'U_{ref}}{8R} N$

En posant $\frac{R'U_{ref}}{8R} = k$ on obtient $U_S = kN$

5. • $q = \frac{U_{S2} - U_{S1}}{2-1} = \frac{R'U_{ref}}{8R}$

AN $q = 0{,}75\ V$

• $U_{PE} = U_{S\max} = qN_{\max}$ avec $N_{\max} = 2^4 - 1 = 15$

D'où $U_{PE} = 15q = 11{,}25\ V$.

3

1. Dans la maille de sortie $U_S + U_{R'} = 0 \Rightarrow$

$U_S = -U_{R'} = -R'I$ avec $I = I_0 + I_1 + I_2$

2. Dans la maille d'entrée comportant 4R on peut écrire

$$E + 4RI_0 = 0 \quad si \;\; a_0 = 1$$

$$I_0 = 0 \;\; si \;\; a_0 = 0$$

Ce qui donne $I_0 = -\frac{a_0 E}{4R}$

De même $I_1 = -\frac{a_1 E}{2R}$

Et $I_2 = -\frac{a_2 E}{R}$

Ce qui donne $I = I_0 + I_1 + I_2 = -\frac{E}{4R}\left[2^2 a_2 + 2^1 a_1 + 2^0 a_0\right]$

3. $U_S = -R'I = \frac{R'E}{4R}\left[2^2 a_2 + 2^1 a_1 + 2^0 a_0\right]$

$U_S = \frac{R'E}{4R} N$

Pour $R' = R \Rightarrow U_S = \frac{E}{4} N$

4. $q = U_S$ lorsque $N = 1 \Rightarrow q = \frac{E}{4} = 1V$

$U_{PE} = U_{S\max} = \frac{E}{4} N_{\max}$ avec $N_{\max} = 2^3 - 1 = 7$

Ce qui donne $U_{PE} = \frac{7E}{4} = 7\,V.$

5. $U_S = 5\ V = \frac{E}{4} \times 5 \ \rightarrow N = \ or\ 5 = [101]$

D'où pour trouver à la sortie $U_S = 5\ V$ il faut que

$a_2 = 1 \qquad (k_2\ fermé)$

$a_1 = 0 \qquad (k_1\ ouvert)$

$a_0 = 1 \qquad (k_0\ fermé)$

6. $U_{S\max}$ doit être inférieure à $15\ V$

$\Rightarrow U_{S\max} < 15\ V \ \Rightarrow \frac{E}{4}\ N_{\max} < 15$

D'où $E < \frac{15 \times 4}{N_{\max}}$ avec $N_{\max} = 2^3 - 1 = 7$

Ce qui donne $E < \frac{60}{7} = 8{,}57\ V$

4

1. $U_S = q.N$

Le nombre décimal correspondant à $[01010]$ est

$N = 2^4 \times 0 + 2^3 \times 1 + 2^2 \times 0 + 2^1 \times 1 + 2^0 \times 0 = 10$

Ce qui donne $U_S = 10q$ avec $q = 0,75$

$U_S = 7,5\ V$

2. $U_S = 5,25\ V$ or $U_S = q.N \Rightarrow N = \dfrac{U_S}{q}$

AN $N = \dfrac{5,25}{0,75} = 7$

Le nombre 7 s'écrit dans la base binaire à 5bits

$[7] = [00111]$

3. $U_{S\max} = q.N_{\max}$ avec $N_{\max} = 2^5 - 1 = 31$

Ce qui donne $U_{S\max} = 23,25\ V$ or l'amplificateur est polarisée par une tension de $\pm 15\ V$

Ce qui donne $U_{S\max} = 15\ V$, et dans ce cas l'AO fonctionne en régime saturé d'où $U_{PE} = U_{Sat} = 15\ V$

4. Pour que l'AO fonctionne en régime linéaire il faut que $U_{S\max} \leq U_{Sat} = 15\ V$

Or $U_{S\max} = qN_{\max} \leq 15$

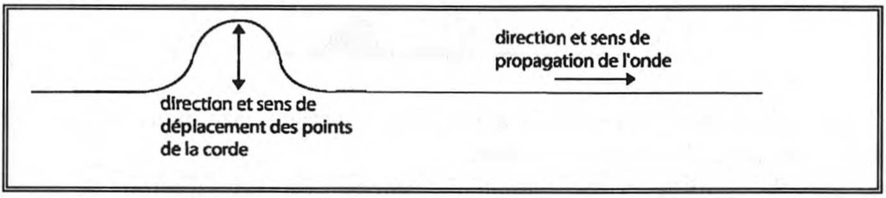
$\Rightarrow N_{\max} \leq \dfrac{15}{q} = 20.$

Le nombre 20 s'écrit dans la base binaire à 5 bits $[20] = [10100]$

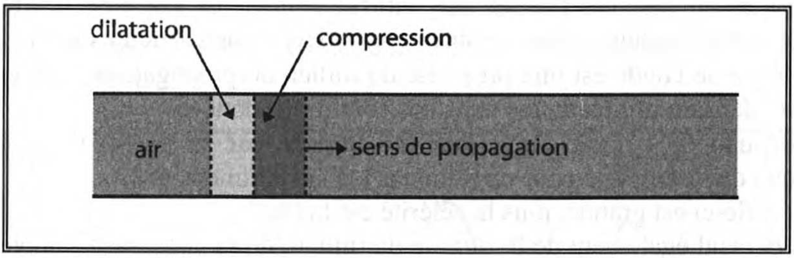
Les ondes

I. Propagation d'un ébranlement :

• Un ébranlement est dit transversal lorsque le déplacement des points du milieu de propagation s'effectue perpendiculairement à la direction de propagation.



• Un ébranlement est dit longitudinal lorsque le déplacement des points du milieu de propagation s'effectue dans la même direction que celle de la propagation.



• Le son dans l'air est une onde. La perturbation (succession de compression et de détente) dans l'air se propage de proche en proche horizontalement, les molécules de l'air effectuent un va-et-vient horizontalement.

• Lors de la propagation d'un ébranlement il ya propagation de l'énergie et non de la matière.

II.Propagation des ondes mécaniques progressives :

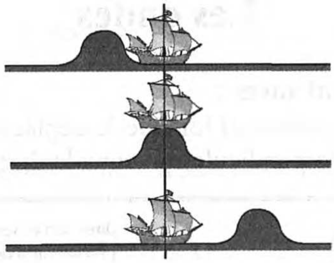
• On appelle onde mécanique progressive le phénomène de propagation d'une succession d'ébranlements dans un milieu matériel

• Une onde se propage, à partir de la source, dans toutes les directions qui lui sont offertes.

• Il existe ainsi des ondes à une, deux ou trois dimensions.

➢ Une onde à une dimension a lieu dans une seule direction, par exemple, le long d'une corde

➢ Une onde à deux dimensions a lieu dans un plan, par exemple à la surface de l'eau.



➢ Une onde à trois dimensions a lieu dans l'espace, par exemple, une onde sonore se propage dans toutes les directions.

• On appelle célérité v de l'onde la vitesse de propagation de l'onde : C'est le rapport entre la distance d parcourue par l'onde et la durée Δt du parcours.

$v = \frac{d}{\Delta t}$ avec v en $m.s^{-1}$, d en m et Δt en s

• On préfère le mot célérité au mot vitesse auquel est associée la notion de déplacement de matière (vitesse d'une automobile, d'une particule etc...).

• La célérité de l'onde est une propriété du milieu de propagation , elle est donc constante dans un milieu donné dans des conditions données.

• Elle dépend de l'inertie du milieu caractérisée par sa masse linéique (μ) , surfacique ou volumique pour un milieu à 1, 2 ou 3 dimensions.

➢ Plus celle-ci est grande, plus la célérité est faible.

➢ Elle dépend également de la rigidité du milieu, de sa capacité à s'opposer à la déformation, plus elle est grande, plus la célérité augmente. Elle est mesurée par différentes grandeurs selon le milieu, tension pour un fil, raideur k pour un ressort.

➢ Par exemple, la célérité v d'une onde se propageant sur une corde dépend de sa tension T et de sa masse linéique μ. $v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$

➢ De même, la célérité du son dans l'air dépend de sa température.

III.Ondes progressives sinusoïdales

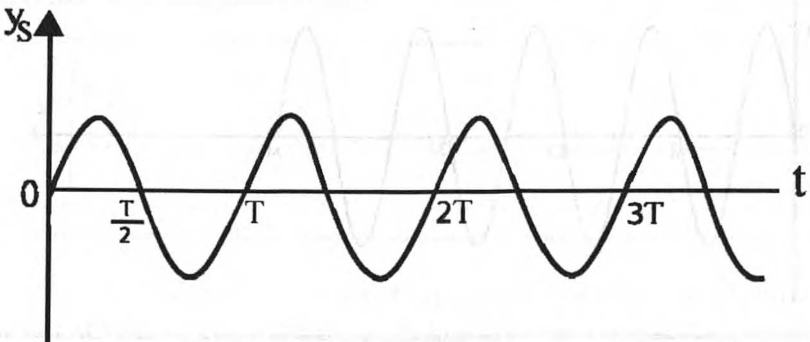
1- Mouvement de la source :

• Lorsque la source est animée d'un mouvement rectiligne sinusoïdal, l'onde se propageant est dite sinusoïdale.

• L'équation horaire de la source s'écrit $y_s(t) = a.\sin(\omega t + \varphi)$

• Dans la suite on néglige la réflexion et l'amortissement de l'onde.

• Le graphe des temps de la source S : (pour $\varphi = 0$)

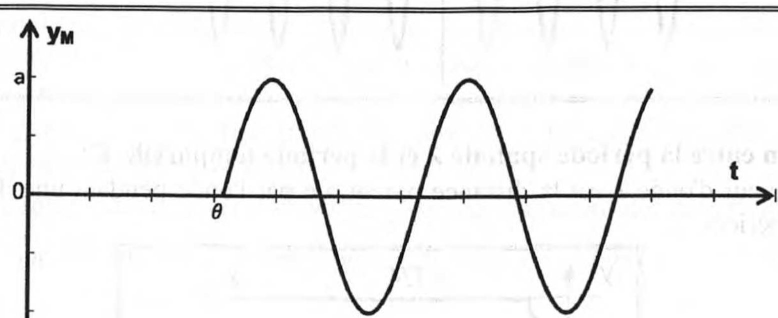


Graphe des temps associé au mouvement de S

2- Mouvement d'un point M de la corde.

• Pour atteindre le point M du milieu de propagation le front de l'onde met un temps $\theta = \frac{OM}{V} = \frac{x}{V}$.

• On peut dire que le point M reproduit le mouvement sinusoïdal de la source avec un retard $\theta = \frac{OM}{V} = \frac{x}{V}$.



• L'équation horaire du mouvement du point M est donné par :

$y_M(t) = y_S(t - \theta) = a.\sin(\omega t + \varphi - \frac{2\pi x}{\lambda})$

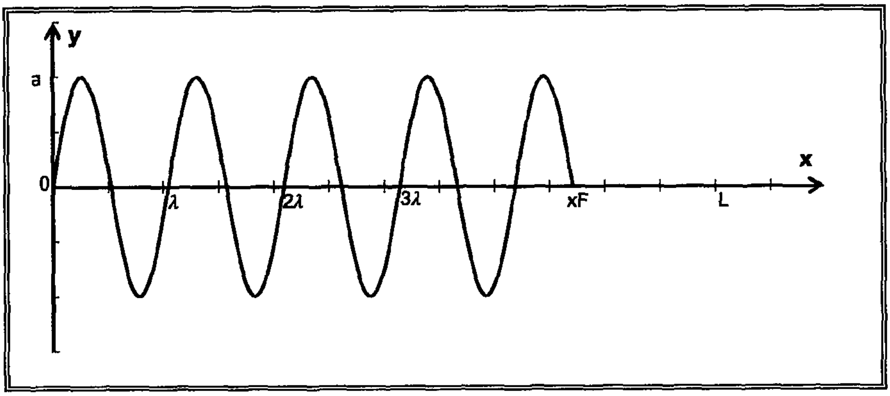
3- **aspect du milieu de propagation à une date t.**

▪ On cherche la position du front d'onde $x_F = v.t$

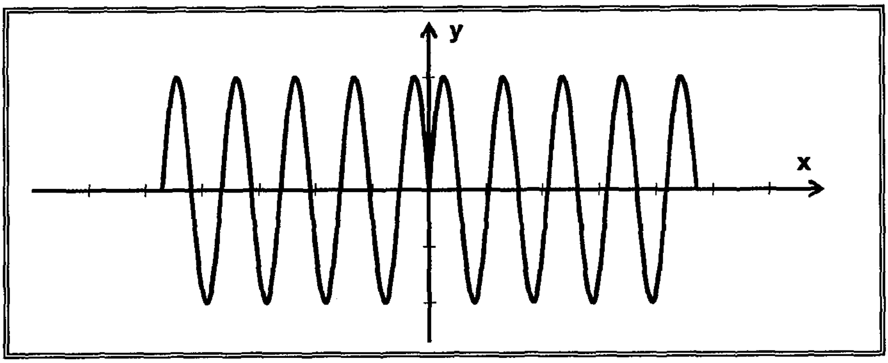
➢ Si $x_F < l$ (l : longueur du milieu de propagation) une partie du milieu est affectée par l'onde

➢ Si $x_F \geq l$ tout le milieu est affecté

a- Cas d'une corde :

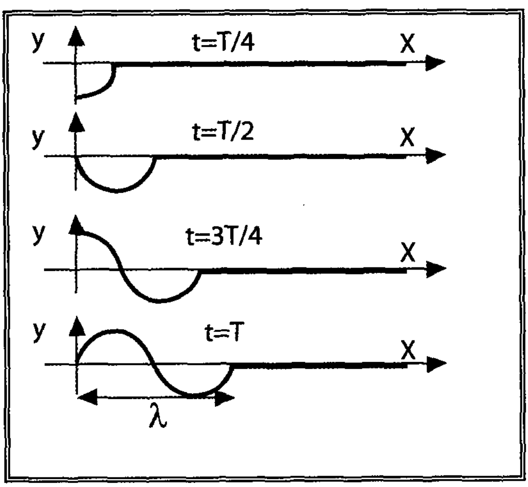


b- Cas d'une coupe transversale d'une nappe d'eau :



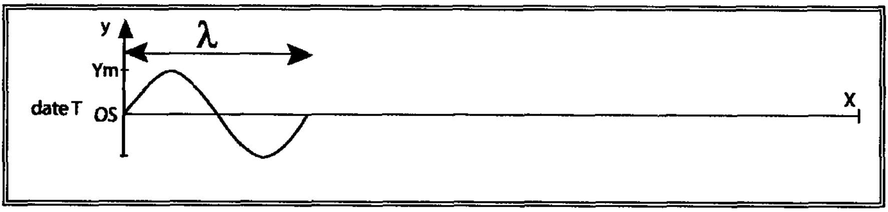
c- Relation entre la période spatiale λ et la période temporelle T :

- La longueur d'onde λ est la distance parcourue par l'onde pendant une durée égale à sa période T.
- $\boldsymbol{\lambda = V.T}$

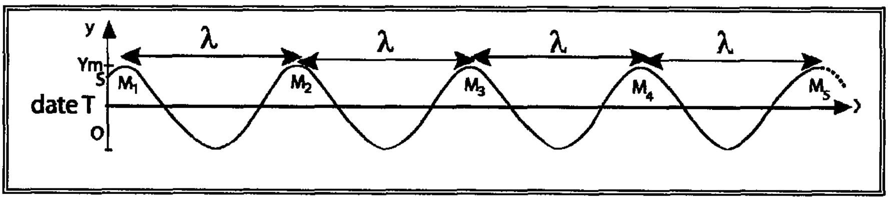


• Il y a double périodicité de l'onde :

d- Propriétés de la longueur d'onde



Le front de l'onde parti de O à la la date 0 a parcouru la distance λ à la date T. La longueur d'onde λ est égale à la distance parcourue par l'onde en une période : $\lambda = V.T$



Les points M_1, M_2, M_3, M_4, M_5, distants de λ passent en même temps par leur élongation maximale. Mieux, ils ont a chaque instant la même élongation y, compris entre Ym et – Ym. On qu'ils vibrent en phase.
La longueur d'onde λ est la plus petite distance séparant deux points du milieu de propagation vibrant en phase.

• Remarque : Deux points distants de $\frac{\lambda}{2}$ ont constamment des élongations "y" de signe opposé. On dit que deux points distants de $\frac{\lambda}{2}$ vibrent en opposition de phase.

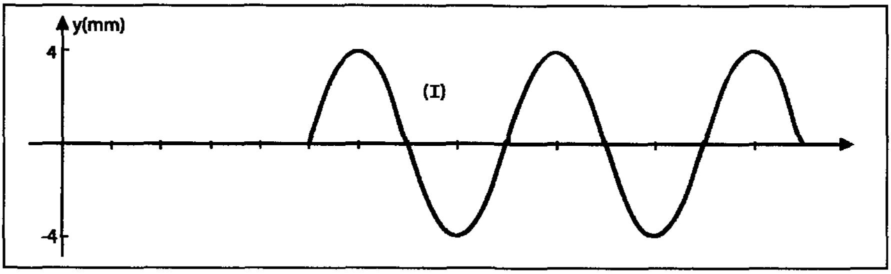
Enoncés

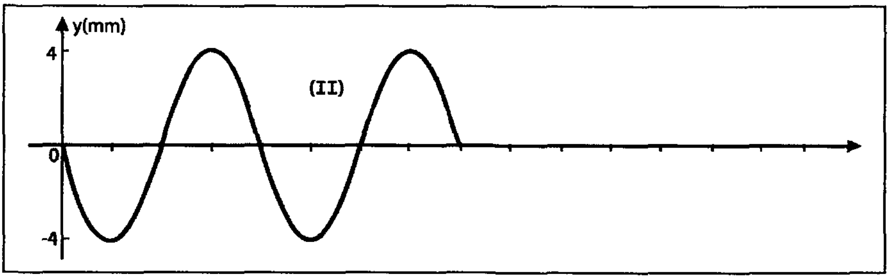
1 L'extrémité **S** d'une lame vibrante, est animée d'un mouvement vertical d'équation horaire
$\mathbf{y_S(t) = a.\sin(2\pi Nt)}$ avec $a = 3.10^{-3}$ m ; N = 50 Hz
On attache à l'extrémité **S** de la lame vibrante une corde élastique de longueur **L = 80 cm** tendue horizontalement. Une onde mécanique se propage alors le long de la corde à la célérité $\mathbf{V = 10 m.s^{-1}}$. On néglige l'amortissement et la réflexion de l'onde sur l'autre extrémité de la corde.
1- Dire, en le justifiant s'il s'agit d'une onde transversale ou longitudinale.
2- Calculer la longueur d'onde λ de l'onde qui se propage le long de la corde.
3- Décrire l'aspect de la corde observée, en lumière stroboscopique de fréquence:
a) Ne = 50Hz.
b) Ne = 49Hz.
4- On considère un point **M** de la corde situé au repos, à la distance **x = 25cm** par rapport à la source S.
a) Etablir l'équation horaire de mouvement du point M.
b) Représenter les diagrammes de mouvement de la source S et du point M
5- a- Représenter l'aspect de la corde à la date t =2s.
b- Déterminer à cette date les positions des points de la corde qui vibrent en opposition de phase avec la source S.

2 Une lame vibrante porte une pointe S, animée d'un mouvement verticalement frappe la surface de l'eau en O telle que $y_S(t) = 10^{-3} \sin 200\pi t$ (y en m , t en s).
1- Etablir l'équation horaire d'un point M de la surface de l'eau, tel que OM = x.
2- Calculer la célérité de la propagation des ondes sachant que la plus petite distance entre 2 points qui vibrent en opposition de phase est d = 2 mm.
3- Représenter graphiquement la coupe de la surface de l'eau par un plan vertical passant par O aux instants $t_1 = 0,035$ s
4- Déterminer la vitesse du point M_1 d'abscisse $x_1 = 4$ mm sur l'axe (Ox) à l'instant de date $t_1 = 0,035$ s.

3 Une corde élastique de longueur l =1 m tendue horizontalement est attachée par son extrémité S au bout d'une lame vibrante qui lui communique à partir de l'instant t = 0 un ébranlement sinusoïdal transversal. On suppose que les amortissements sont négligeables. L'une des courbes de la figure ci après représente le diagramme du mouvement d'un point A de la corde situé à une distance x_A de l'extrémité source. L'autre représente l'aspect de la corde à un instant t_1, avant que l'onde envahie toute la corde.

Echelle en abscisses :
* 1 division $5\ 10^{-3}$ s.
* 1 division $x = 5$ cm.

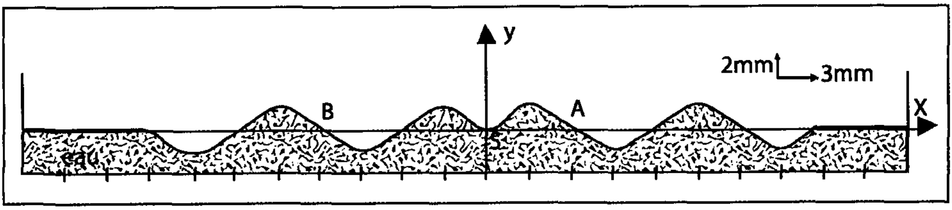




1) Identifier les courbes (I) et (II) en justifiant la réponse. Déduire les périodes temporelle et spatiale de l'onde ainsi que l'amplitude a de l'ébranlement.
2) Déterminer la célérité de propagation de l'ébranlement, la distance x_A et l'instant t_1.
3) Ecrire l'équation horaire des vibrations de la source S et celle du point A de la corde.
4) **a-** Représenter l'aspect de la corde à l'instant $t_2 = 4,5\ 10^{-2}$ s.
b- Placer sur le graphe précédent, les points ayant une élongation égale à $-\frac{a}{2}$ et se déplaçant dans le sens négatif.
5) Déterminer le nombre et les abscisses des points de la corde qui vibrent en quadrature retard par rapport à la source après que l'onde envahie toute la corde.

4

A l'extrémité d'une lame vibrante est fixée une pointe qui frappe la surface libre d'une nappe d'eau contenue dans une cuve à ondes en un point S. La fréquence de la pointe est fixée à N. Le mouvement de S ayant débuté à l'origine de temps t = 0 s ; l'aspect de la surface de l'eau, suivant une coupe par un plan vertical passant par S, est donnée à l'instant $t_1 = 0,04$ s par la figure suivante :



On néglige l'amortissement et la réflexion de l'onde.

1) A partir de la figure donnée déterminer :

 a- La célérité V de l'onde.

 b- La longueur d'onde λ et la fréquence N.

2) Déterminer l'équation horaire de mouvement $y_S(t)$ du point S.

3) Identifier l'ensemble des points de la surface de l'eau atteints par l'onde au même instant t.

4) Etablir l'équation horaire $y_M(t)$ du mouvement d'un point M de la surface libre de l'eau et situé à la distance x de la source S.

5) Comparer les mouvements des deux points A et B de la surface de l'eau (voir figure) lorsque l'onde progresse.

6) Tracer sur le même repère les diagrammes des mouvements des points S et A.

7) Représenter, suivant une direction (Sx) l'aspect de la surface de l'eau à l'instant $t_2 = 0,045$ s.

5 L'extrémité **(S)** d'une longue corde élastique tendue horizontalement est attachée à une lame vibrante qui lui communique un mouvement transversal sinusoïdal d'amplitude **a** et de période **T**.

(S) commence à vibrer à la date t = 0.

Le diagramme du mouvement d'un point **A** de la corde situé, au repos, à la distance $\mathbf{x_A = 12cm}$ de la source est donné par la courbe de la **figure- 1-** .

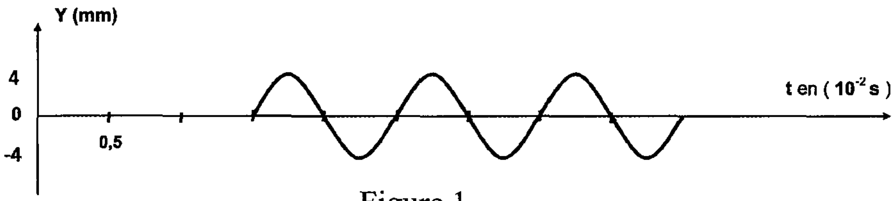
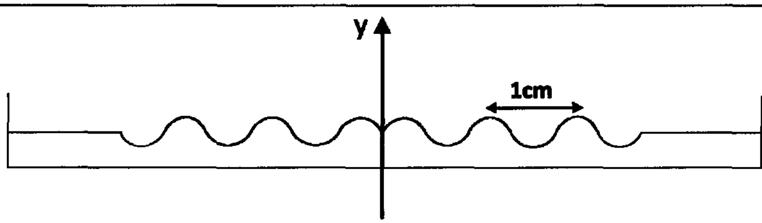


Figure 1

1) En exploitant le diagramme, déterminer la période T et la célérité V de propagation de l'onde. En déduire la valeur de la longueur d'onde **λ.**
2) Etablir l'équation horaire du mouvement du point A.
3) En déduire l'équation horaire du mouvement de la source S.
4) a- Représenter le diagramme de mouvement de la source.
b- Comment vibre le point **A** par rapport à la source ?
5) a- Représenter l'aspect de la corde à la date $\mathbf{t_1 = 2,5.10^{-2}s}$.
b- En déduire le nombre et les lieux des points de la corde qui ont à la date $\mathbf{t_1}$ une élongation nulle et une vitesse positive.

6

Une pointe P excite périodiquement la surface d'une nappe d'eau en un point O, à la fréquence N produisant une vibration sinusoïdale d'amplitude a = 2mm.
La représentation ci-contre donne une coupe de la surface de l'eau, passant par O à l'instant t = 0,03s.



1) Déterminer:
   a- La fréquence N des vibrations de la pointe.
   b- L'équation horaire du mouvement de la source O.
   c- Le nombre de rides circulaires correspondant à des crêtes à cette date.
2) A la surface de l'eau on place un morceau de liège de très faibles dimensions en un point M situé à la distance x_1 = 22,5mm de O. le morceau de liège se met en mouvement suivant une direction perpendiculaire à celle de la propagation.
   a- Le mouvement du morceau de liège nous renseigne sur deux propriétés importantes de l'onde : l'une concernant sa nature et l'autre concerne sa propagation. Les mentionner en justifiant la réponse.
   b- Etablir l'équation horaire du mouvement du point M.

c- Représenter sur le même graphique les diagrammes des mouvements de la source O et du point M.

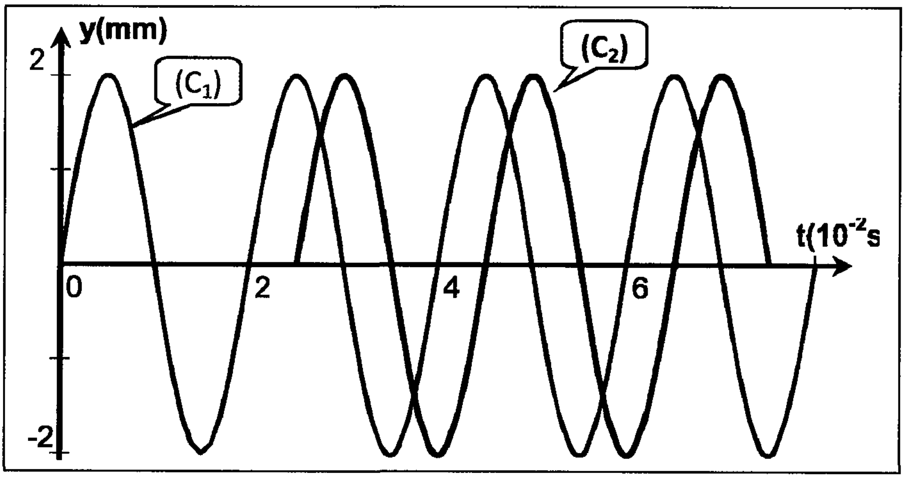
d- Calculer la vitesse maximale de M.

3) Du même coté et à la distance x_2 = 35mm de O, on place un deuxième morceau de liège en un point M'. Calculer à un instant quelconque la différence de phase des mouvements de M et M'.

7

Une lame vibrante impose à un point S d'une nappe d'eau homogène, initialement au repos et assez étendue, un mouvement rectiligne sinusoïdal de fréquence N réglable entre 20Hz et 100Hz. Une onde transversale se propage alors supposée sans amortissement à la surface de l'eau avec la célérité $v = 0.40 m.s^{-1}$. Le mouvement de la source S débute à un instant t = 0 s, à partir de sa position d'équilibre prise comme origine des élongations y.

La figure ci-dessous représente les diagrammes de mouvement (C_1) et (C_2) respectivement de la source S et d'un point M de la surface de l'eau situé au repos à une distance x_M de cette source.



1) Déterminer graphiquement :

a- la valeur de la fréquence N de la source S.

b- la valeur de la distance x_M.

2) Ecrire les équations horaires de la source S puis du point M.

3) a- Définir la longueur d'onde λ.

b- Calculer sa valeur à la surface de la nappe d'eau.

4) a- Montrer que le point M vibre en quadrature retard de phase par rapport à la source S.

b- Déterminer les valeurs de la fréquence N pour que le point M vibre en phase avec la source S.

5) a- Montrer graphiquement qu'à l'instant $t_1 = 4.10^{-2}$s, le point M appartient à une ride creuse.

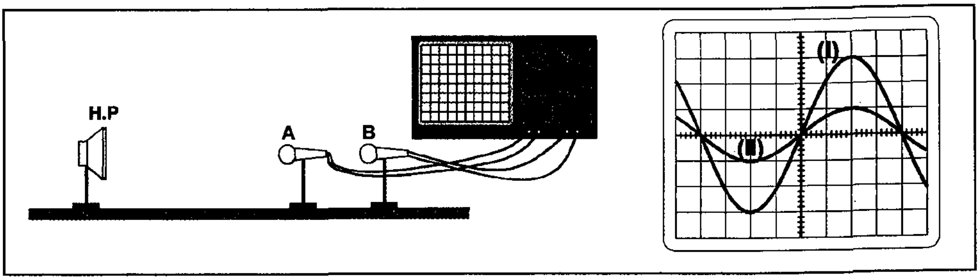
b- Schématiser l'aspect de la surface de l'eau à l'instant t_1.(coupe transversale).

c- Indiquer sur le graphe précédent les points qui vibrent en quadrature avance de phase par rapport à la source S

d- Retrouver ces points par le calcul.

8

Deux microphones A et B, distants de d, sont placés dans l'axe d'un haut parleur émettant un son sinusoïdal de fréquence N = 1,25 kHz. Les microphones A et B, sont reliés respectivement aux voies Y_1 et Y_2 d'un oscilloscope et réglées sur la même sensibilité verticale.
On obtient les oscillogrammes ci-dessous.



1) Dire si le son est une onde transversale ou longitudinale.
2) Indiquer la voie qui correspond à chaque courbe de l'oscillogramme. Justifier la réponse.
3) Calculer la sensibilité horizontale de l'oscilloscope.
4) Comparer l'état vibratoire des deux points où sont placés les microphones.
5) a- La distance d est égale à 27,2 cm.

Cette valeur est - elle cohérente avec la réponse précédente ? La célérité du son dans l'air est $v = 340\ m.s^{-1}$.

b- Trouver la distance minimale entre les deux microphones pour que les deux courbes deviennent :

b_1- en opposition de phase

b_2- en quadrature de phase

6) Sans déplacer le dispositif, on divise par deux la fréquence N du son émis par le haut parleur.

Parmi les propositions suivantes, indiquer en le justifiant les affirmations exactes :

a- La période est divisée par deux.

b- La longueur d'onde est doublée.

c- Les points où sont situés les microphones vibrent en phase.

9

I- Étude de l'onde ultrasonore dans l'eau de mer.

1) Définir une onde mécanique progressive.
2) L'onde ultrasonore est-elle une onde longitudinale ou transversale ? Justifier la réponse.
3) La lumière est une onde progressive périodique mais elle n'est pas mécanique.
a- Citer un fait expérimental qui permet de décrire la lumière comme une onde.
b- Quelle observation permet de montrer que la lumière n'est pas une onde mécanique ?

II- Détermination de la célérité des ondes ultrasonores dans l'eau.

La célérité des ultrasons dans l'air $v_{air} = 340$ m.s^{-1} est plus faible que la célérité des ultrasons dans l'eau de mer v_{eau}.
Un émetteur produit simultanément des salves d'ondes ultrasonores dans un tube rempli d'eau de mer et dans l'air (voir figure 1). À une distance d de l'émetteur d'ondes ultrasonores, sont placés deux récepteurs, l'un dans l'air et l'autre dans l'eau de mer.
Le récepteur A est relié à l'entrée A du système d'acquisition d'un ordinateur et le récepteur B à l'entrée B. L'acquisition commence lorsqu'un signal est reçu sur l'entrée B du système.

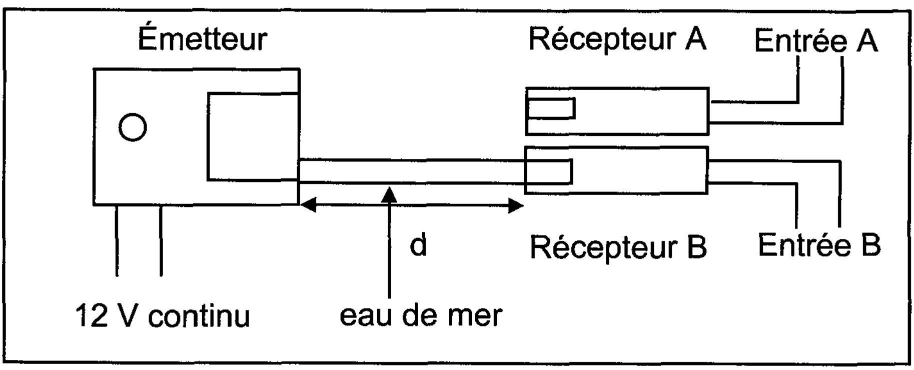
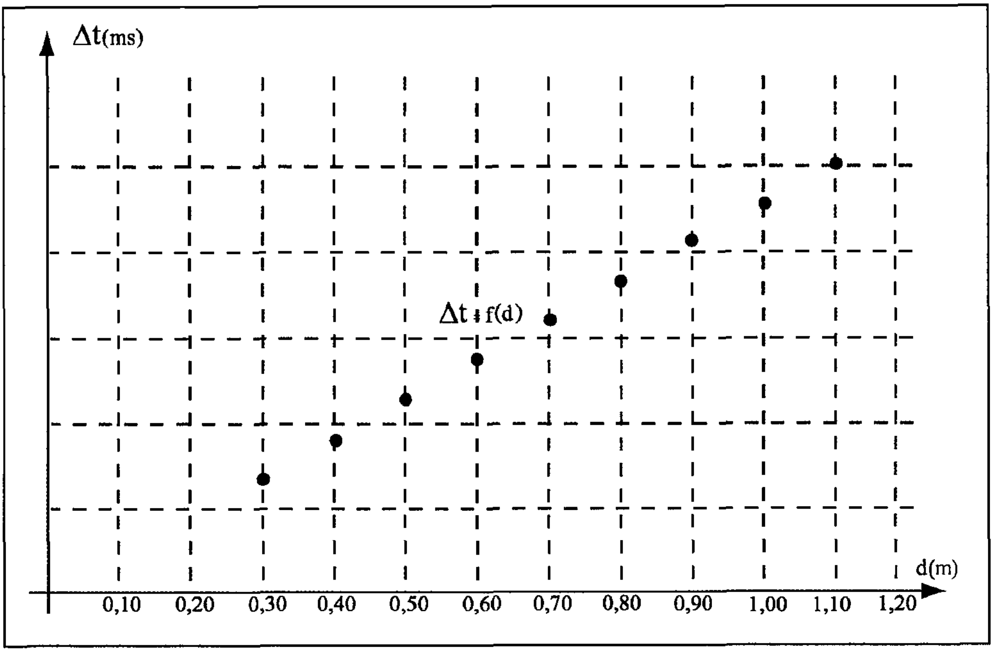


Figure 1

1) Pourquoi est-il nécessaire de déclencher l'acquisition lorsqu'un signal est reçu sur l'entrée B ?
2) Donner l'expression du retard Δt entre la réception des ultrasons par les deux récepteurs en fonction de t_A et t_B, durées que mettent les ultrasons pour parcourir respectivement la distance d dans l'air et dans l'eau de mer.

3) On détermine Δt pour différentes distances d entre l'émetteur et les récepteurs. On traite les données avec un tableur et on obtient le graphe $\Delta t = f(d)$ ci-dessous.



a- Donner l'expression de Δt en fonction de d , v_{air}, v_{eau}.

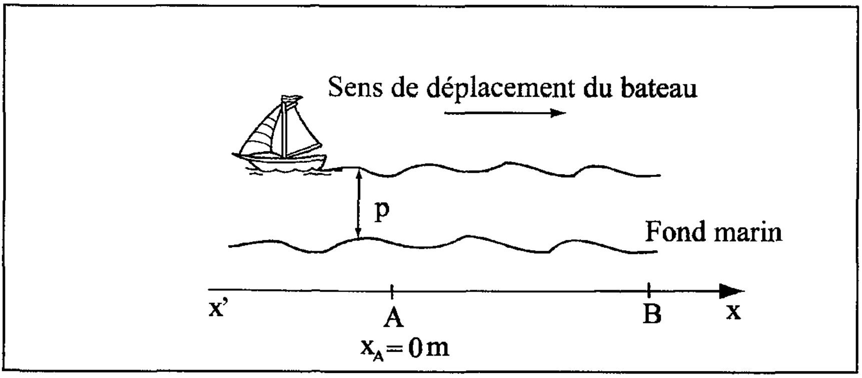
b- Justifier l'allure de la courbe obtenue.

c- Déterminer graphiquement le coefficient directeur de la droite $\Delta t = f(d)$. En déduire la valeur de la célérité v_{eau} des ultrasons dans l'eau de mer en prenant $v_{air} = 340\ m.s^{-1}$.

III- Détermination du relief des fonds marins.
Dans cette partie on prendra $v_{eau} = 1{,}50 \times 10^3\ m.s^{-1}$.

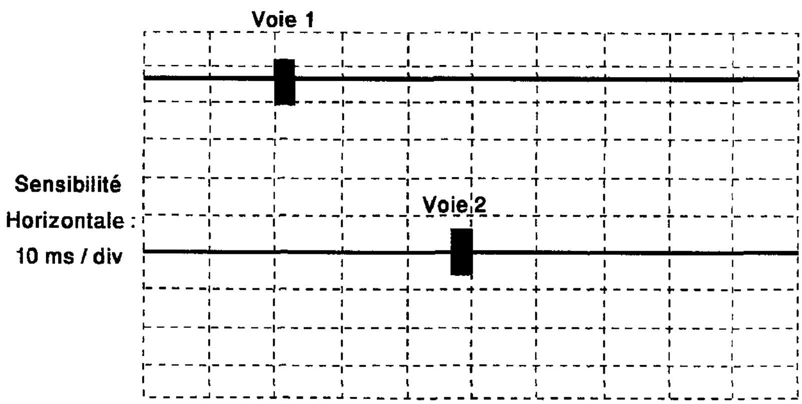
Un sondeur acoustique classique est composé d'une sonde comportant un émetteur
et un récepteur d'onde ultrasonore de fréquence f = 200 kHz et d'un boîtier de contrôle
ayant un écran qui visualise le relief des fonds sous-marins.
La sonde envoie des salves d'ultrasons verticalement en direction du fond à des intervalles de temps réguliers ; cette onde ultrasonore se déplace dans l'eau à une vitesse constante v_{eau}. Quand elle rencontre un obstacle, une partie de l'onde est réfléchie et renvoyée vers la source. La détermination du retard entre l'émission et la réception du signal permet de calculer la profondeur p.
Un bateau se déplace en ligne droite suivant un axe x'x en explorant le fond depuis le point A $x_A = 0$ m jusqu'au point B $x_B = 50$ m (figure 2).

Le sondeur émet des salves d'ultrasons à intervalles de temps égaux, on mesure à l'aide d'un oscilloscope la durée Δt séparant l'émission de la salve de la réception de son écho.



1) L'oscillogramme ci-dessous montre l'écran d'un oscilloscope lorsque le bateau se trouve en A (x_A = 0 m). L'une des voies représente le signal émis, l'autre le signal reçu par le récepteur.

Sur l'oscillogramme, on a décalé la voie 2 vers le bas pour distinguer nettement les deux signaux.



Oscillogramme

La figure 3 représente $\Delta t = f(x)$lorsque le bateau se déplace de A vers B.

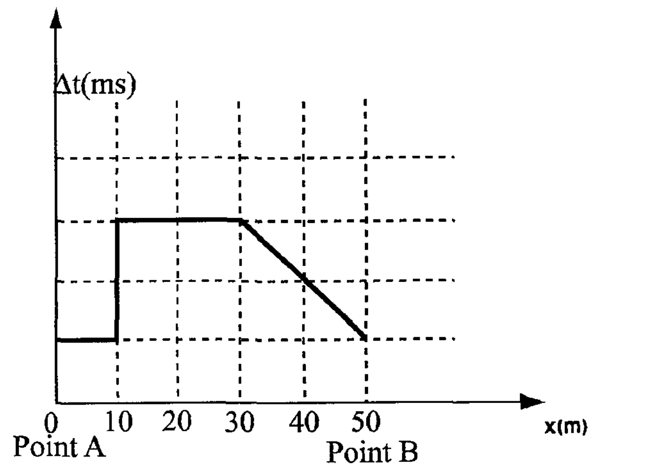
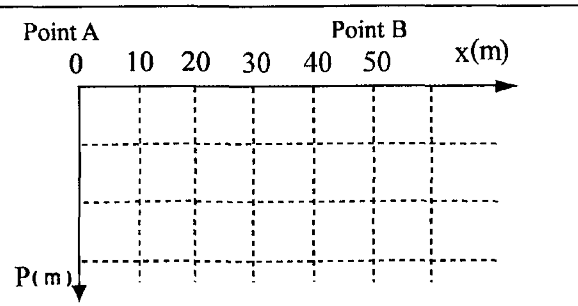


Figure 3

a- Identifier les signaux observés sur chaque voie, en justifiant.
b- À partir de l'oscillogramme, déterminer la durée Δt entre l'émission de la salve et la réception de son écho.
c- En déduire la graduation de l'axe des ordonnées de la figure 3 représentant la durée Δt en fonction de la position x du bateau.

1) Déterminer la relation permettant de calculer la profondeur p en fonction de Δt et v_{eau}.
2) Tracer sur la figure 4 l'allure du fond marin exploré en précisant la profondeur p en mètres en fonction de la position x du bateau.
3) Le sondeur envoie des salves d'ultrasons à intervalles de temps réguliers T. Pour une bonne réception, le signal émis et son écho ne doivent pas se chevaucher. Le sondeur est utilisable jusqu'à une profondeur de 360 m.

Déterminer la période minimale T_m des salves d'ultrasons permettant ce fonctionnement.



Corrigés

1

1) Il s'agit d'une onde transversale car la direction du mouvement des points de la corde est perpendiculaire à la direction de la propagation.

2) $\lambda = v.T \Rightarrow \lambda = \frac{v}{N} = \frac{10}{50} = 0,2m$

3) a- $N_e = 50Hz = N \Rightarrow La$ corde parait sous la forme d'une sinusoïde fixe (immobile).

Ce phénomène est observé généralement par $T_e = kT \Leftrightarrow N_e = \frac{N}{k}; k \in \mathbb{N}^*$

b- N_{e2} est légerement inférierur à N

La corde parait sous la forme d'une sinusoïde qui progresse ou ralentit dans le sens réel du mouvement. Ce phénomène est observé d'une façon générale lorsque

$T_e$est légerement supérieur à $kT \Leftrightarrow N_e$est légerement inférierur à $\frac{N}{k}$; $k \in \mathbb{N}^*$

RQ :

* Lorsque $T_e$est légerement inférierur à kT

$\Leftrightarrow N_e$est légerement supérieur à $\frac{N}{k}; k \in \mathbb{N}^*$

La corde parait sous la forme d'une sinusoïdale qui se déplace au ralenti dans le sens inverse du mouvement.

* La plus grande fréquence des éclairs qui permet d'avoir l'immobilité apparente de la lame et obtenue par $k = 1 \Rightarrow N_e = N$

4) a- $y_M(t) = y_s(t-\theta)$ avec $\theta = \frac{x}{v}$

$y_M(t) = a \sin[\omega(t-\theta)+\varphi_s]$

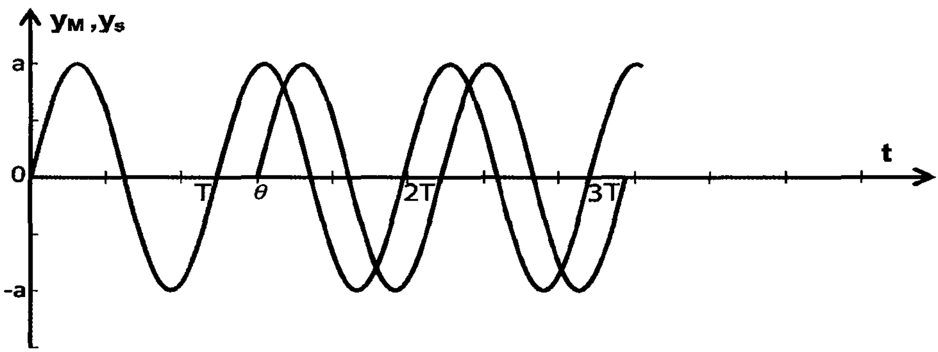
$= a \sin(\omega t-\omega\theta)$

$y_M(t) = a \sin[\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{T}\frac{x}{v}] = a \sin\left[\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{\lambda}\right]$

$$\Rightarrow \begin{cases} y_M(t) = 3.10^{-3}\sin(2\pi Nt - \underbrace{\dfrac{2\pi\times 0,25}{0,2}}_{-2,5\pi=0,5\pi=-\frac{\pi}{2}})\text{si } t \geq \theta \\ y_M(t) = 0 \text{ si } \quad t<\theta \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y_M(t) = 3.10^{-3}\sin(100\pi t - \dfrac{\pi}{2}) \ \text{ si } t \geq \theta \\ y_M(t) = 0 \text{ si } \quad t<\theta \end{cases}$$

b- $\dfrac{\theta}{T} = \dfrac{x}{V.T} = \dfrac{0,25}{0,2} = 1,25 \Rightarrow \theta = 1,25T$



$$\varphi_M - \varphi_s = -\frac{\pi}{2}$$

S vibre en quadrature avance de phase par rapport à M.

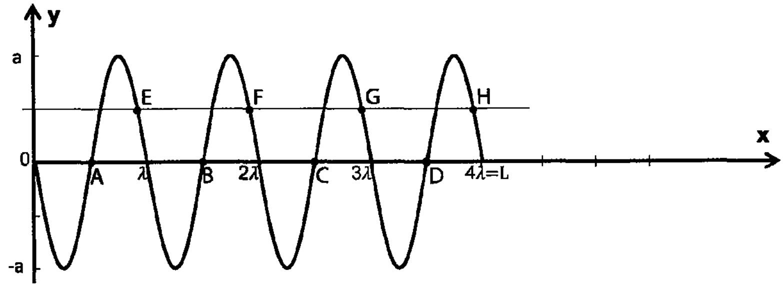
5) a- $x_F = V.t = 10\times 2 = 20m > L$

$\Rightarrow$ *Toute la corde* est affectée par l'onde L'aspect de la corde est donné par

$y_t(x) = 3.10^{-3}\sin(100\pi\times 2 - \dfrac{2\pi x}{\lambda}) = 3.10-3\sin\left(-\dfrac{2\pi x}{\lambda}\right)$

$\lambda = 20cm$ L=80cm $= 4\,\lambda$

b-



Point	A	B	C	D
X(cm)	10	30	50	70

Par calcul :

$y_M(t) = a \sin(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda})$; $\varphi_M = -\frac{2\pi x}{\lambda}$

$y_s(t) = a \sin(\omega t) \Rightarrow \varphi_s = 0$

$\varphi_M - \varphi_s = -\frac{2k\pi}{\lambda}$

$\varphi_M - \varphi_s = \pi - 2k\pi$

$-\frac{2k\pi}{\lambda} = \pi - 2k\pi$

$-\frac{1}{\pi} \times \frac{2x}{\lambda} = -1 + 2k$

$x = (k - \frac{1}{2})\lambda$

$0 < x < L$

$0 < (k - \frac{1}{2})\lambda < L$

$\frac{1}{2} < k < \frac{L}{\lambda} + \frac{1}{2}$

$0{,}5 < k < 4{,}5$

$\Rightarrow 1 \leq k \leq 4 \Rightarrow \exists 4 - 1 + 1 = 4\, pts$

2

1) $y_M(t) = y_s(t-\theta)$

$$= a\sin\left[\omega\left(t-\theta\right)+\varphi_s\right]$$

$$= a\ \sin(\omega t + \omega\theta + \varphi_s)$$

$$y_M(t,x) = a\ \sin\left(\frac{2\pi}{T}.t - \frac{2\pi x}{\lambda} + \varphi_s\right)$$

Dans ce cas $\varphi_s = 0$;

D'où $\begin{cases} y_M(t) = 10^{-3}\sin(200\pi t - \dfrac{2\pi x}{\lambda}) \text{ si } t \geq \theta \\ y_M(t) = 0 \text{ si } t<\theta \text{ avec } \theta = \dfrac{x}{v} \end{cases}$

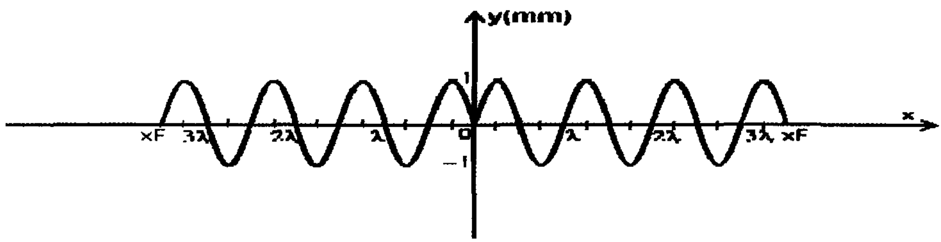
2) La plus petite distance entre deux points qui vibrent en opposition de phase est $d = \dfrac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 2d = 4mm$

3) A $t_1 = 0,035s$; $v = \dfrac{\lambda}{T} = \lambda N = 4.10^{-3} \times 100 = 0,4m$

$x_F = v.t_1 = 0,4 \times 0,035s = 14.10^{-3}m$

$\dfrac{x_F}{\lambda} = 3,5 \Rightarrow x_F = 3,5\lambda$

D'où le graphe suivant



4) $y_{M_1}(t) = 10^{-3}\sin(200\pi t - \dfrac{2\pi.4}{4})$ si $t \geq \theta$

$$V_{M_1} = \frac{dy_{M_1}}{dt} = 200\pi \times 10^{-3}\cos(200\pi t)$$

A la date $t_1 = 0,035$

$$V_{M_1} = 0,2\pi\cos(200\pi \times 3,5.10^{-2}) = -0,628m.s^{-1}$$

3

1) La courbe I représente le diagramme du mouvement du point A car son mouvement débute après un retard de temps θ.

La courbe II représente l'aspect de la corde à la date t_1 car juste la première partie de la corde qui est affectée par l'onde.

$T = 4\times5\times10^{-3}$ s$= 2.10^{-2}s = T$

$\lambda = 4\times5cm = 20cm = 20.10^{-2}m = \lambda$

$a = 4mm = 4.10^{-3}m$

2) $V = \dfrac{\lambda}{T}$

$AN \quad \text{V}=\dfrac{20.10^{-2}}{2.10^{-2}} = 10m.s^{-1}$

$\theta_A = \dfrac{x_A}{V}; \quad \text{x}_A = \theta_A \times V$

$AN \quad \text{x}_A = 25.10^{-2}m$

$t_1 = \dfrac{x_F}{V} = \dfrac{8\times5.10^{-2}}{10} = 4.10^{-2}s$

3) 1ère méthode : à partir de (II)

$y_s(t) = a \sin(\omega \text{t}_1 + \varphi_s)$

$à \text{ t}_1 \Rightarrow y_s = 0 \Rightarrow \sin(\omega\text{t}_1 + \varphi_s) = 0$

$\omega\text{t}_1 + \varphi_s = 0$

$ou \ \omega\text{t}_1 + \varphi_s = \pi$

$or \ \text{v}_s > 0 \Rightarrow \cos(\omega\text{t}_1 + \varphi_s) > 0$

$\Rightarrow \omega\text{t}_1 + \varphi_s = 0 \Rightarrow \varphi_s - \omega\text{t}_1 = -100\pi\times4.10^{-2}$

$\varphi_s = -4\pi \Rightarrow \varphi_s = 0$

$d'où \ \boxed{y_s(t) = 4.10^{-3}\sin(100\pi t)}$

2ème méthode : $y_A(t) \rightarrow y_s(t)$

$$\begin{cases} y_A(t) = 0 & \text{si} \quad \text{t}<\theta_A \\ y_A(t) = a\sin(\omega\text{t} + \varphi_A) & \text{si} \quad \text{t} \geq \theta_A \end{cases}$$

$à \quad \text{t}=\theta_A \Rightarrow y_A = 0$

$\sin(\omega\theta_A + \varphi_A) = 0 \Rightarrow \omega\theta_A + \varphi_A = 0 \, ou \, \omega\theta_A + \varphi_A = \pi$

or $V_A > 0 \Rightarrow \omega\theta_A + \varphi_A = 0 \Rightarrow \varphi_A = -\omega\theta_A$

AN $\varphi_A = -100\pi \times 5 \times 5 \times 10^{-3} = -2,25\pi$

$$\boxed{\varphi_A = -\frac{\pi}{2}}$$

$d'où\ y_A(t) = 4.10^{-3}\sin(100\pi t - \frac{\pi}{2})$

$y_s(t) = y_A(t+\theta)$

$= 4.10^{-3}\sin(\omega(t+\theta)+\varphi_A)$

$= 4.10^{-3}\sin[100\pi t + \omega\theta + \varphi_A]$

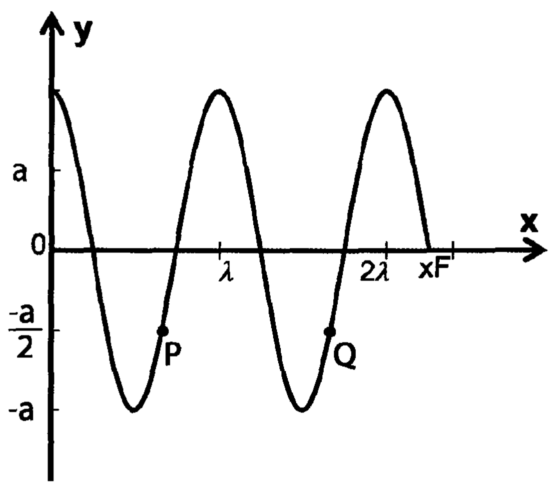
$y_s(t) = 4.10^{-3}\sin(100\pi t)$

Remarque : $\varphi_s - \varphi_A = \frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow$ S vibre en quadrature avance de phase par rapport à A .

4)a- $x_F = V.t_2 = 10 \times 4,5.10^{-2} = 4,5.10^{-1}m$

$\frac{x_F}{\lambda} = \frac{4,5.10^{-2}}{20.10^{-2}} = 2,25 \Rightarrow x_F = 2,25\lambda$



b- voir figure :

5) $y_S(t) = a\sin(\omega t + \varphi_S)$

$y_M(t) = y_s(t-\theta)$

$= a\sin(\omega t - \omega\theta + \varphi_s)$

$$= a \sin(\omega t - \underbrace{\frac{2\pi x}{\lambda} + \varphi_s}_{\varphi_M})$$

$$\varphi_M - \varphi_s = -\frac{2\pi x}{\lambda} = -\frac{\pi}{2} - 2k\pi$$

$$\frac{2x}{\lambda} = \frac{1}{2} + 2k$$

$$\boxed{x = (k + \frac{1}{4})\lambda}$$

$$0 < x < l$$

$$0 < k + \frac{1}{4}\lambda < l$$

$$-\frac{1}{4} < k < \frac{l}{\lambda} - \frac{1}{4}$$

$$-0,25 < k < 4,75$$

$$0 \leq k \leq 4 \Rightarrow \exists \text{ 5 pts}$$

k	0	1	2	3	4
X(m)	5	25	45	65	85

4

1)a- $x_F = Vt_1 \Rightarrow V = \frac{x_F}{t_1} = \frac{8 \times 3.10^{-3}}{0,04} = 0,6 m.s^{-1}$

b- $\lambda = 4 \times 3mm = 12mm$

$$V = \frac{\lambda}{T} = \lambda N \Rightarrow N = \frac{V}{\lambda} = 50Hz$$

2) $y_s(t) = a \sin(\omega t + \varphi_s)$

$a = 2mm$

$\omega = 2\pi N = 100\pi rad.s^1$

A la date t_1 $y_s = 0 \Rightarrow \sin(\omega t_1 + \varphi_s) = 0$

$\Rightarrow \omega t_1 + \varphi_s = 0$ ou $\omega t_1 + \varphi_s = \pi$ or d'après le graphe $V_s(t_1) < 0$

$\Rightarrow \omega t_1 + \varphi_s = \pi \Rightarrow \varphi_s = \pi - \omega t_1$; AN $\varphi_s = \pi - 100\pi \times 4.10^{-2} = -3\pi$

$\Rightarrow \varphi_s = \pi$

$d'où$ $y_s(t) = 2.10^{-3} \sin(100\pi t + \pi)$

Remarque :

- En regardant le front de l'onde on peut dire que $\varphi_s = \pi$ (creux)
- On peut déterminer φ_s en utilisant l'équation d'un point M dans le cas général.

$$y_{t_1}(x) = 2.10^{-3}\sin(100\pi.4.10^{-2} - \frac{2\pi x}{\lambda} + \varphi_s)$$

Pour le point M d'abscisse $x = \frac{\lambda}{4} \Rightarrow y_{M_1} = 2.10^{-3}m$

$$\Rightarrow \sin(4\pi - \frac{2\pi\lambda}{4\lambda} + \varphi_s) = 1 \Rightarrow \varphi_s + 4\pi - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$$

$d'où\ \varphi_s = \pi$

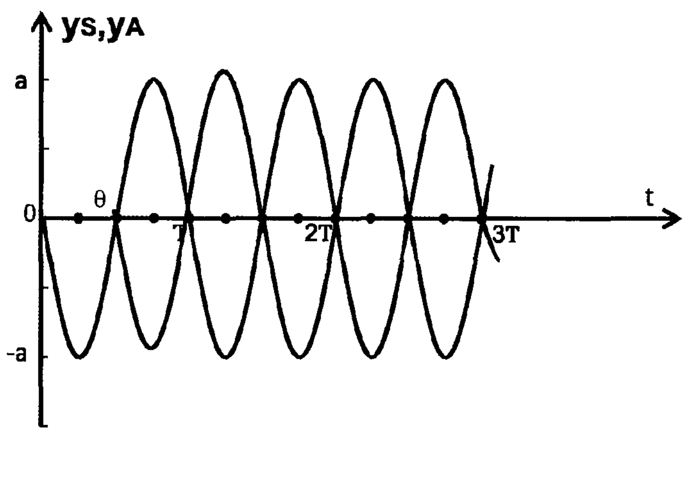
3) Les points de la surface de l'eau atteints par l'onde au même instant t sont situés sur un cercle de centre s et de rayon r.

4) $y_M(t) = y_s(t-\theta)$

$$\begin{cases} y_M(t) = 2.10^{-3}\sin(100\pi t - \frac{2\pi x}{\lambda} + \pi) \text{ si } t \geq \theta \\ y_M(t) = 0 \text{ si } t<0 \end{cases}$$

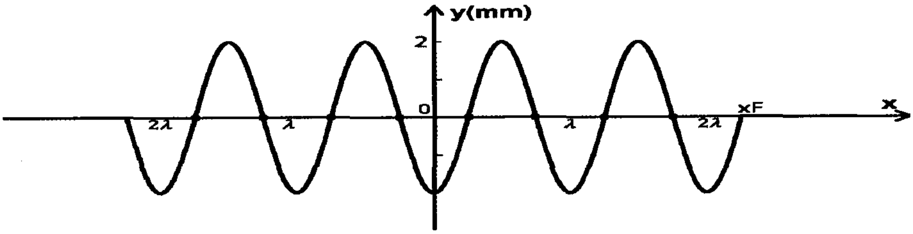
5) A et B sont séparés par $\frac{3}{2}\lambda \Rightarrow$ A et B vibrent en opposition de phase.

6) A est située à $\frac{\lambda}{2}$ de s donc l'onde met $\theta = \frac{T}{2}$ pour atteindre A.



7) $x_F = v.t_2 = 0,6 \times 4,5.10^{-2} = 27.10^{3} m$

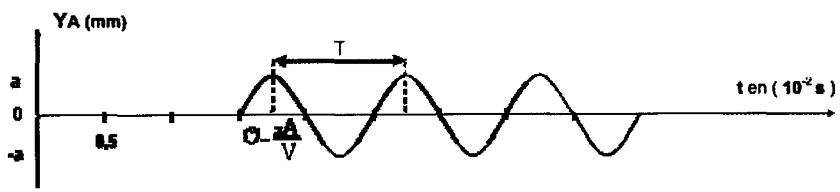
$\frac{x_F}{\lambda} = 2,25 \Rightarrow x_F = 2,25\lambda$



Remarque :

$t_2 - t_1 = 5.10^{-3} = \frac{T}{4}$ donc il suffit de translater la sinusoïde représentée à la date t_1 de $\frac{\lambda}{4}$ vers l'avant (dans le sens de propagation)

5



1) $T = 0,5 \times 2.10^{-2} = 10^{-2}$ S

$\theta = \frac{x_A}{V} \Rightarrow V = \frac{x_A}{\theta} = \frac{12.10^{2}}{1,5.10^{-2}} = 8 m.s^{-1}$

$\lambda = V.T = 8.10^{-2} m$

2) $\begin{cases} y_A(t) = 0 \text{ si } t < \theta \\ y_A(t) = a \sin(\omega t + \varphi_A) \text{ si } t \geq \theta \end{cases}$

$a = 4.10^{-3} m$

$\omega = \frac{2\pi}{T} = 200\pi rad.s^{1}$

$A\ t = \theta \Rightarrow y_A = 0 \Rightarrow a \sin(\omega\theta + \varphi_A) = 0$

$\Rightarrow \sin(\omega\theta + \varphi_A) = 0$ ou $\Rightarrow \omega\theta + \varphi_A = \pi$

Or y_A est croissante $\Rightarrow$ $\cos(\omega\theta+\varphi_A)>0$

$\Rightarrow \omega\theta+\varphi_A=0 \Rightarrow \varphi_A=-\omega\theta=-200\pi\times 1,5.10^{-2}=-3\pi$

$\varphi_A=\pi$

$$\boxed{d'o\grave{u} \quad \begin{cases} y_A(t)=0 \text{ si } t<\theta \\ y_A(t)=4.10^{-3}(200\pi t+\pi) si\, t\geq\theta \end{cases}}$$

3) $y_A(t)=y_s(t-\theta)$

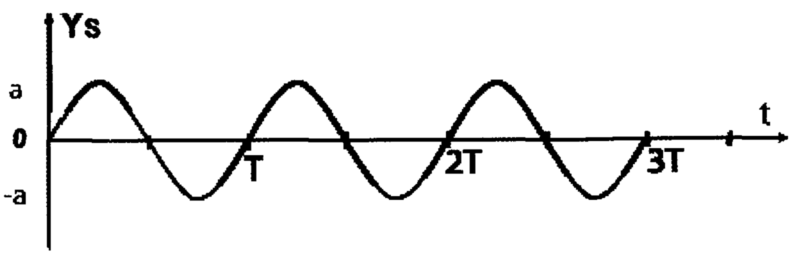
$y_s(t)=y_A(t+\theta)$

$\qquad =4.10^{-3}\sin(200\pi t+200\pi\theta+\pi)$

$y_s(t)=4.10^{3}\sin(200\pi t+\underbrace{200\pi\times 1,5.10^{-2}+\pi}_{4\pi})$

$$\boxed{\Rightarrow y_s(t)=4.10^{3}\sin(200\pi t)}$$

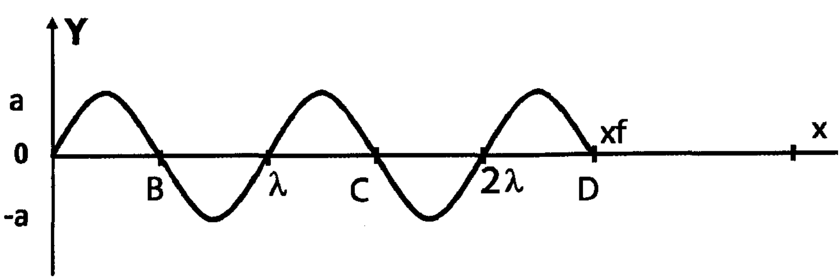
4) a-



b- $\varphi_A-\varphi_s=\pi \Rightarrow A$ est S vibrent en opposition de phase.

5) a- $x_F=V.t_1=8\times 2,5.10^{-2}=20.10^{-2}\,m$

$\dfrac{x_F}{\lambda}=\dfrac{20.10^{-2}}{8.10^{-2}}=2,5 \Rightarrow x_F=2,5\lambda$



b- Les points ayant une élongation nulle et une vitesse positive se trouve sur l'axe des abscisses (x) et sur des pentes négatives.

Point	B	C = A	D
X(cm)	4	12	20

6

1)1ère méthode :

L'onde parcourt une distance= λ pendant une période de temps T.

D'après le graphe l'onde a parcouru 3λ donc elle a mis une durée= 3T

$$\Rightarrow t = 3T \Rightarrow T = \frac{t}{3} = 0,01s$$

$$N = \frac{1}{T} = 10^2 Hz$$

2ème méthode :

$$x_F = V.t$$

$$avec\ \ x_F = 3\lambda \text{ et } v = \frac{\lambda}{T} = \lambda.N$$

$$3\lambda = \lambda N.t \Rightarrow N = \frac{3}{t} = 10^2 Hz$$

b- $y_0(t) = a\ \sin(\omega t + \varphi_o)$

$$a = 2mm = 2.10^{-3} m$$

$$\omega = 2\pi N = 200\pi rad.s^{-1}$$

$\varphi_0 = \pi$ car le front d'onde est un creux

d'où $y_0(t) = 2.10^{-3}\sin(200\pi t + \pi)$

RQ : On peut déterminer φ_0 à partir de $y_0(t)$

$à$ t=0,03s $\quad y_0 = 0 \Rightarrow a\ \sin(\omega t + \varphi_o) = 0$

$$\Rightarrow \omega t + \varphi_o = 0 \quad \text{ou} \quad \omega t + \varphi_o = \pi$$

$$or\ V_0 < 0 \Rightarrow \omega t + \varphi_o = \pi \Rightarrow \varphi_o = \pi - \omega t$$

$$AN\quad \varphi_o = \pi - 200\pi \times 0,03 = -5\pi$$

$$\varphi_o = \pi rad$$

c- A la date t=0,03s on observe 3 rides circulaires correspondants à des crêtes.

2)a-*La nature : onde transversale car la direction de mouvement du morceau de liège est perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde.

* La propagation : il y'a propagation de l'énergie et non pas de la matière.

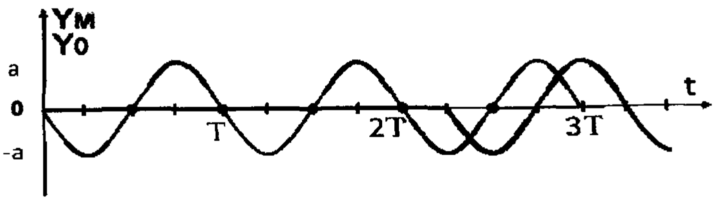
b- $y_M(t) = y_0(t-\theta)$ avec $\theta = \dfrac{x}{v}$

$$= a\sin(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda} + \varphi_0) \text{ si } t \geq \theta$$

$$y_M(t) = 2.10^{-3}\sin(200\pi t - \frac{2\pi 22,5}{10} + \pi) \text{ si } t \geq \theta$$

$$\begin{cases} y_M(t) = 2.10^{-3}\sin(200\pi t + \frac{\pi}{2}) \text{ si } t \geq \theta \\ y_M(t) = 0 \text{ si } t<0 \end{cases}$$

c-



$$\frac{\theta}{T} = \frac{x}{v.t} = \frac{x}{\lambda} = \frac{22,5}{10} = 2,25 \Rightarrow \theta = 2,25T$$

d/ $V_M = \dfrac{dy_M}{dt} = \omega a \cos(\omega t + \varphi_M)$

$V_m(M) = \omega a = 200\pi \times 2.10^{-3} = 1,25 m.s^{-1}$

3) $\varphi_M - \varphi_{M^1} = \dfrac{-2\pi}{\lambda}(x_M - x_{M^1})$

$$= \frac{-2\pi}{10}(22,5-35) = 2,5\pi = \frac{\pi}{2}$$

M vibre en quadrature avance de phase par rapport à M'.

7

1)a- $N = \dfrac{1}{T}$; $T=2.10^{-2}s$

$$N = \frac{1}{2.10^{-2}} = 50Hz$$

b- $\theta = \frac{x}{v} \Rightarrow x = v.\theta$

Graphiquement : θ=2,5.10^{-2} s

$x = 0,4 \times 2,5.10^{-2} = 10.10^{-3} m$

2) $y_s(t) = a \sin(\omega t - \varphi_s)$

$a = 2mm$

$\omega = 2\pi N = 100 rad.s^{-1}$

a t=0 $y_s = 0 \Rightarrow a \sin \varphi_s = 0$

$\Rightarrow \sin \varphi_s = 0 \Rightarrow \varphi_s = 0$ ou $\varphi_s = \pi$

or y_s est croissante $\Rightarrow \varphi_s = 0$

d'où $y_s(t) = 2.10^{-3} \sin(100\pi t)$

$y_M(t) = y_s(t - \theta)$

$=$a $\sin[\omega(t-\theta) + \varphi_s]$

$=$a $\sin(\omega t - \omega\theta + \varphi_s)$

$$ainsi \begin{cases} y_M(t) = 2.10^{-3} \sin(100\pi t - 100\pi \times 2,5.10^{-2}) \text{ si } t \geq \theta \\ y_M(t) = 0 \text{ si } t<0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y_M(t) = 2.10^{-3} \sin(100\pi t - \frac{\pi}{2}) \text{ si } t \geq \theta \\ y_M(t) = 0 \text{ si } t<\theta \end{cases}$$

3)a- La longueur d'onde λ est la distance parcourue par l'onde pendant une période de vibration de la source.

$\Rightarrow \lambda = v.T = \frac{V}{N}$

b- $\lambda = \frac{V}{N} = \frac{0,4}{50} = 8.10^{-3} m$

4)a- $\varphi_M - \varphi_S = -\frac{\pi}{2} \Rightarrow$ M vibre en quadrature retard de phase par rapport à S.

b- Pour que M vibre en phase avec S ; il faut que

$\varphi_M - \varphi_S = -2k\pi$ or $\omega\theta = \frac{2\pi}{T}.\frac{x}{v}$

$-\frac{2\pi}{T}.\frac{x}{v} = -2k\pi$

$$\frac{N.x}{v}=k \Rightarrow N=\frac{k.v}{x}; \quad \text{AN} \quad N=k\frac{0,4}{10.10^{-3}}=40k$$

$20 \le N \le 100$

$20 \le 40k \le 100$

$0,5 \le k \le 2,5$

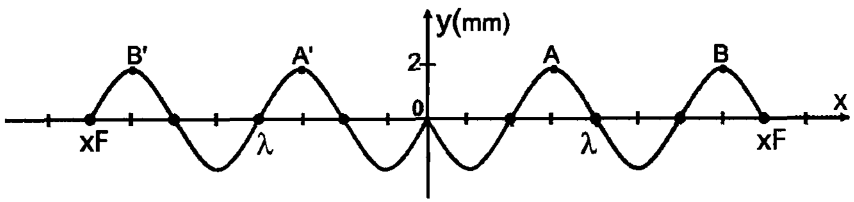
$k=\{1,2\}$

K	1	2
N(Hz)	40	80

5) a-D'après la courbe C_2 à $t_1=4.10^{-2}s$

$y_M=-2mm \Rightarrow M \in une\ ride\ creuse$

b- $x_F=V.t_1=0,4\times 4.10^{-2}=16.10^{-3}m$



$$\frac{x_F}{\lambda}=\frac{16.10^{-3}}{8.10^{-3}}=2 \Rightarrow x_F=2\lambda$$

c- A, B, A′, B′ vibrent en quadrature avance de phase par rapport à S.

Point	A′	B′	A	B
x(mm)	-14	-6	6	14

d- $\varphi_M-\varphi_S=\frac{\pi}{2}-2k\pi$

$$\frac{-2\pi x}{\lambda}=\frac{\pi}{2}-2k\pi$$

$$\frac{2x}{\lambda}=-\frac{1}{2}+2k\pi$$

$x=(k-\frac{1}{4})\lambda \qquad k\in\mathbb{N}^*$

$0\le x\le x_F$

$0 \leq (k-\frac{1}{4})\lambda \leq 2\lambda$

$\frac{1}{4} \leq k \leq 2+\frac{1}{4}$

k$\in \{1,2\}$ il existe 2 points de chaque coté (sur la coupe transversale)

k	1	2	3	4
x(mm)	6	14	-6	-14

8

1) Le son est une onde longitudinale car la direction de vibration des molécules d'air est confondu avec cette de la propagation.

2) l'amplitude du son diminue en s'éloignant de la source d'où : la courbe (I) correspond au micro phone A relié à la voie Y_1 et la courbe (II) correspond au micro phone B relié à la voie Y_2.

3) $T=\frac{1}{N}=810^{-4}s=0,8ms$

Or T correspond à 8 divisions d'où 1 div $\rightarrow \frac{T}{8}=0,1\text{ms}$ ainsi la sensibilité horizontale est de 0,1ms/div.

4) Les deux points où sont placés les microphones vibrent en phase car les deux courbes (I) et (II) sont en phase.

5) a- Deux points qui vibrent en phase sont séparés par une distance d=kλ avec $k \in \mathbb{N}^*$

cherchons λ.

$\lambda=\frac{V}{N}=\frac{340}{1,2510^3}=0,272m$ soit donc λ =27,2 cm, d'où d=λ ce qui confirme la réponse précédente.

b- b_1 Pour que les deux courbes deviennent en opposition de phase il faut que $d=\left(k+\frac{1}{2}\right)\lambda$: La distance minimale est $d=\frac{\lambda}{2}=13,6cm$

b_2: Pour que les deux points vibrent en quadrature de phase il faut que $d=\left(k\pm\frac{1}{4}\right)\lambda$: La distance minimale est $d=\frac{\lambda}{4}=6,8cm$

6) a- $N' = \frac{N}{2} \Leftrightarrow T' = 2T$

Donc la proposition (a) est fausse car la période sera multipliée par 2.

b- $\lambda' = \frac{V}{N'} = 2\frac{V}{N} = 2\lambda$ ⇨La proposition b est exacte.

c- $d = \lambda$ or $\lambda = \frac{\lambda'}{2} \Rightarrow d = \frac{\lambda'}{2}$

Donc la proposition (c) est fausse car les deux points deviennent en opposition de phase.

9

I- Étude de l'onde ultrasonore dans l'eau de mer.

1) Une onde mécanique progressive est le phénomène de propagation d'une perturbation dans un milieu sans transport de matière.

2) L'onde ultrasonore est une onde **longitudinale** car la direction de la perturbation est parallèle à la direction de propagation de l'onde.

3)

a- La lumière peut être diffractée : lorsque la lumière rencontre un obstacle ou un trou de faible dimension alors elle subit le **phénomène de diffraction**.

b- La lumière se propage dans le vide contrairement à une onde mécanique. Sur Terre, on peut recevoir la lumière émise par les étoiles après propagation dans le vide de l'espace.

II- Détermination de la célérité des ondes ultrasonores dans l'eau/

1) La célérité des ultrasons est plus grande dans l'eau de mer que dans l'air. Ainsi la salve d'ultrasons émise sera reçue en premier par le récepteur B, puis ensuite par le récepteur A.

2) Les ultrasons parcourent la distance d.

Dans l'air $v_{air} = \frac{d}{t_A - t_0}$, en posant $t_0 = 0$ (instant du début de l'émission de la salve) on a $v_{air} = \frac{d}{t_A}$.

Dans l'eau de mer $v_{eau} = \frac{d}{t_B - t_0} = \frac{d}{t_B}$.

D'après l'énoncé : $v_{eau} > v_{air}$ donc $\frac{d}{t_B} > \frac{d}{t_A}$ soit $\frac{1}{t_B} > \frac{1}{t_A}$ alors $t_B < t_A$

Le récepteur B perçoit en premier les ultrasons, ensuite le récepteur A. Donc le retard a pour expression :

$\boxed{\Delta t = t_A - t_B.}$

3)

a- $v_{air} = \dfrac{d}{t_A}$ soit $t_A = \dfrac{d}{v_{air}}$

D'autre part, $v_{eau} = \dfrac{d}{t_B}$ soit $t_B = \dfrac{d}{v_{eau}}$. $\Delta t = t_A - t_B$

ce qui donne $\Delta t = \dfrac{d}{v_{air}} - \dfrac{d}{v_{eau}}$

$$\boxed{\Delta t = d.\left(\frac{1}{v_{air}} - \frac{1}{v_{eau}}\right)}$$

b- La relation obtenue en 3.a) montre que Δt est proportionnelle à d.

La courbe représentative de d en fonction de Δt est une droite passant par l'origine, ce qui est cohérent avec cette proportionnalité.

c- Soit le point A ($d_A = 1{,}10$ m ; $\Delta t_A = 2{,}50$ ms $= 2{,}50\times10^{-3}$ s)

Notons a le coefficient directeur de cette droite passant par l'origine : $\Delta t_A = a.d_A$,

alors $a = \dfrac{\Delta t_A}{d_A}$

$$\mathbf{a} = \frac{2{,}50\times10^{-3}}{1{,}10} = \mathbf{2{,}27\times10^{-3}\ s.m^{-1}}$$

Le coefficient directeur a pour expression littérale $a = \left(\dfrac{1}{v_{air}} - \dfrac{1}{v_{eau}}\right)$

donc $a = \left(\dfrac{v_{eau} - v_{air}}{v_{air}.v_{eau}}\right)$ signifie $a.v_{air}.v_{eau} = v_{eau} - v_{air}$ d'où $a.v_{air}.v_{eau} - v_{eau} = - v_{air}$

$v_{eau}\,(a.v_{air} - 1) = - v_{air}$ alors $v_{eau} = \dfrac{-v_{air}}{(a.v_{air} - 1)} = \dfrac{v_{air}}{(1 - a.v_{air})}$

$$v_{eau} = \frac{340}{1 - 2{,}27\times10^{-3}\times340}$$

$\mathbf{v_{eau} = 1{,}50\times10^{3}\ m.s^{-1} = 1{,}50\ km.s^{-1}}$ Ce résultat est cohérent avec celui indiqué juste après dans la partie 3.

III- Détermination du relief des fonds marins :

1)

a- L'émission a lieu avant la réception… donc la **voie 1 représente le signal émis**, et la **voie 2 le signal reçu**.

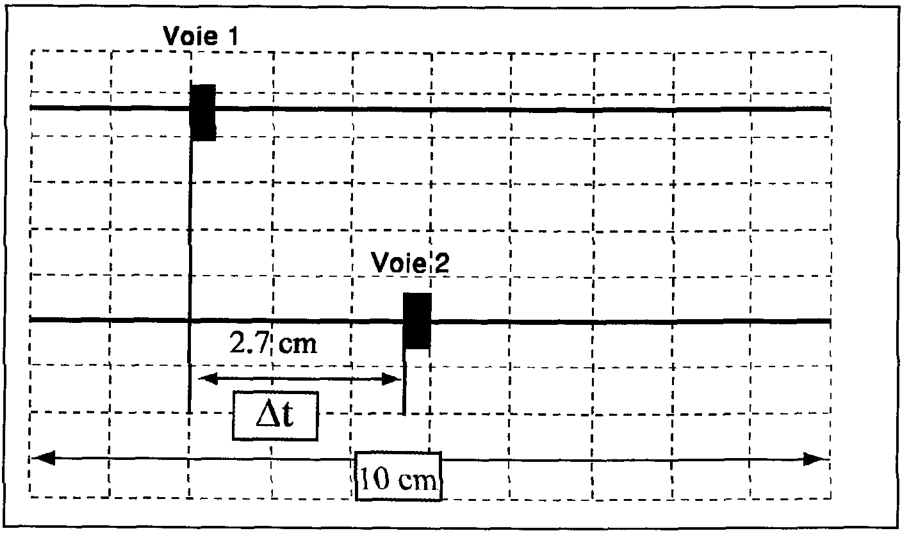
b- $\Delta t \rightarrow 2{,}7$ cm

10×10 ms → 10 cm

$$\Delta t = \frac{2,7 \times 10 \times 10}{10} = 27 \text{ ms} = \mathbf{27 \times 10^{-3}\ s}$$

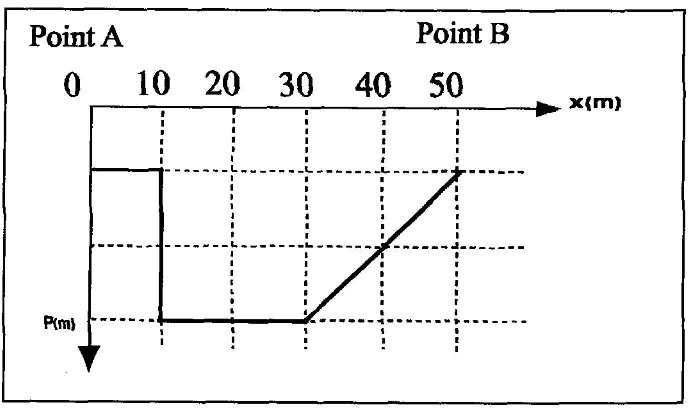
c- Pour $x_A = 0$ m, Δt correspond à un carreau verticalement.

d- L'échelle verticale de la figure 3 est donc **1 carreau représente 27 ms.**



2) Les ultrasons émis se dirigent vers le fond, ils parcourent la distance p ; puis ils reviennent vers le bateau et parcourent à nouveau la distance p.

$v_{eau} = \dfrac{d}{\Delta t} = \dfrac{2p}{\Delta t}$ donc $p = \dfrac{\Delta t . v_{eau}}{2}$



3) Pour $0 < x < 10$ m : $\Delta t \rightarrow$ 1 carreau

$$p = \frac{27\times10^{-3}\times1,50\times10^{3}}{2} = 20 \text{ m}$$

Pour $10 < x < 30$ m : $\Delta t \rightarrow$ 3 carreaux

$$p = \frac{3\times27\times10^{-3}\times1,50\times10^{3}}{2} = 60,75 \text{ m} = 6\times10^{1} \text{ m}$$

On peut penser que la détermination de Δt étant peu précise, l'échelle de la figure 4 est sans doute de 1 carreau pour 20 m.

Pour que le signal émis et son écho ne se chevauchent pas, il faut que l'écho soit revenu avant une durée égale à T_m, soit avant qu'un nouveau signal ne soit émis. Les ultrasons doivent parcourir la distance 2p en une durée inférieure à T_m.

$v = \dfrac{2p}{\Delta t}$ soit $2p = v.\Delta t$ avec $\Delta t < T_m$ d'où $2p < v.T_m$ alors

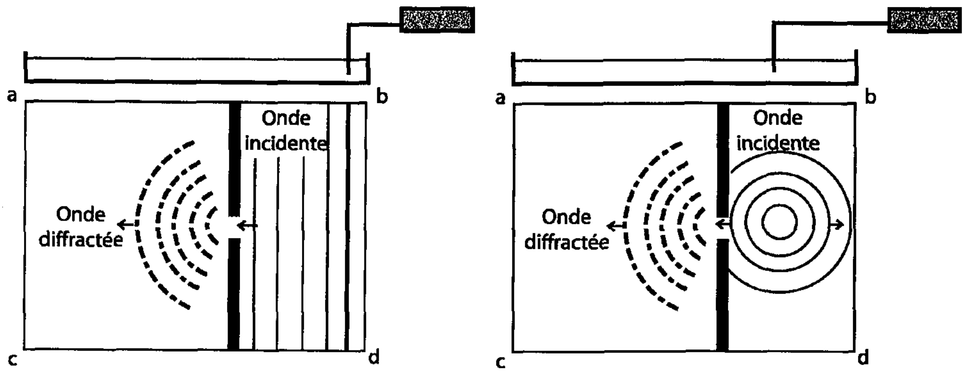
$$\boxed{\frac{2p}{v} < \mathbf{T_m}}$$

$T_m > \dfrac{2\times360}{1,50\times10^{3}}$. AN : $\mathbf{T_m > 0,48}$ **s.**

Interaction onde – matière

1) Diffraction d'une onde mécanique progressive sinusoïdale :

Le phénomène de diffraction d'une onde



- L'expérience montre qu'après la digue l'onde incidente est perturbée. Elle est diffractée. Deux cas sont possibles :
  - ➢ Si la largeur L de l'ouverture est grande devant la longueur d'onde alors l'onde incidente est peu perturbée, sauf près des bords. L'ouverture agit comme un diaphragme.
  - ➢ Si la largeur L de l'ouverture est inférieure ou égale à la longueur d'onde λ alors l'onde est très perturbée. L'ouverture se comporte comme une nouvelle source d'onde quasi circulaire.
  - ➢ L'onde diffractée et l'onde incidente ont la même période, la même célérité et, par conséquent, la même longueur d'onde.

- *Remarque* : La diffraction des ondes sonores est un phénomène très courant. Si une porte est ouverte, on peut entendre chanter une personne qui se promène dans le couloir même si cette personne n'est pas visible. En effet, la largeur de l'ouverture est de l'ordre des longueurs d'onde des notes chantées (est voisin du mètre).
- Un obstacle peut également diffracter une onde. C'est le cas notamment d'un rocher qui émerge sur les flots. Ce rocher diffracte les vagues.
- Le phénomène de diffraction caractérise tous les types d'ondes lorsque celles-ci rencontrent un obstacle ou une ouverture. Pour une longueur d'onde donnée, ce phénomène de diffraction est d'autant plus marqué que la dimension de l'obstacle ou de l'ouverture est plus petite. Cependant la diffraction n'affecte ni la fréquence, ni la célérité, ni la longueur d'onde.

2) Diffraction d'une onde lumineuse :

• Une lumière monochromatique est une onde électromagnétique progressive sinusoïdale de fréquence unique. La couleur de cette lumière dépend de sa fréquence.

• Ces ondes présentent une double périodicité temporelle (T) et spatiale (λ).

• $\lambda = C.T = \dfrac{C}{N}$

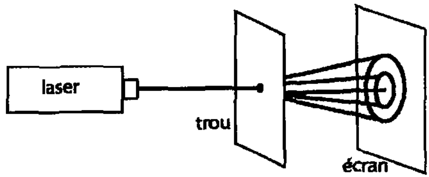
• La longueur d'onde dans le vide d'une onde lumineuse monochromatique est notée λ_0

• La lumière émise par le laser est une onde électromagnétique sinusoïdale de fréquence donnée.

• La lumière se propage dans le vide, et dans les milieux transparents (air, eau, gaz, verre, etc...). Dans le vide, la célérité de la lumière est C = 299 792 458 $m.s^{-1}$ (on retiendra $C \approx 3.10^8 m.s^{-1}$).

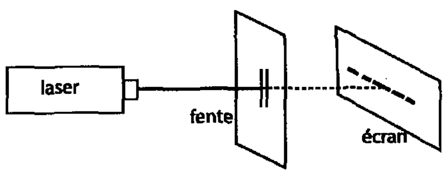
a- Ouverture circulaire :

• Plus l'ouverture est petite, plus la diffraction est marquée.



b- Ouverture en forme de fente :

• La figure de diffraction est constituée de taches (franges) brillantes alternées par d'autres sombres. La tache centrale est plus large est plus brillante que des taches voisines. Ces taches sont alignées selon une direction perpendiculaire à la fente.

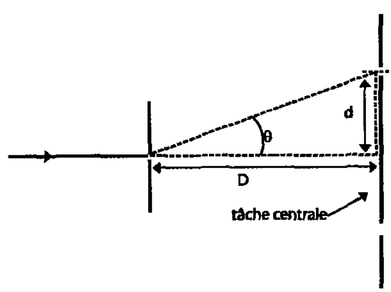


• Plus la fente est étroite, plus la diffraction est marquée.

• L'ouverture est une fente de largeur a (en m).

λ_0 : longueur d'onde de la radiation dans le vide (m)

θ : écart angulaire (en rad) entre le milieu de la tache centrale et la 1ère extinction. $\theta = \dfrac{\lambda_0}{a}$



D'après le schéma, $\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} = \dfrac{d}{D}$

Si θ est petit, $\tan\theta \approx \theta$. $\theta \approx \dfrac{d}{D}$

D'où $\dfrac{\ell}{2D} = \dfrac{d}{D} = \dfrac{\lambda_0}{a}$ ainsi $\ell = \ell = \dfrac{2D\lambda_0}{a}$

3) Réflexion des ondes :

Comme la lumière, les ondes mécaniques subissent la réflexion au rencontre des obstacles.

4) Réfraction des ondes :

Comme la lumière, les ondes mécaniques subissent la réfraction au passage d'un milieu à un autre.

5) Dispersion des ondes mécaniques se propageant dans certains milieux.

- Un milieu matériel dans lequel se propage une onde mécanique est dispersif si la vitesse de propagation de l'onde dépend de sa fréquence.

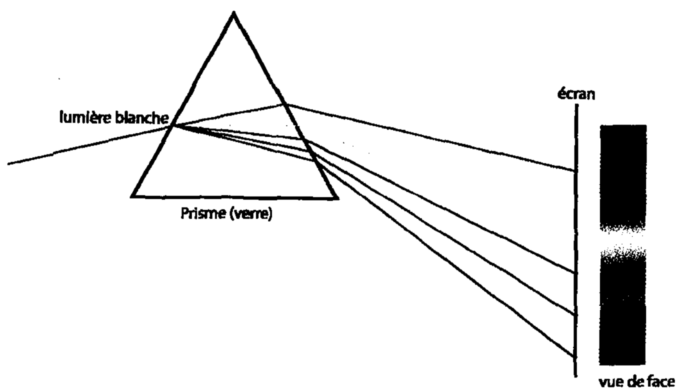
➢ Exemple : La célérité d'une onde progressive périodique plane à la surface de l'eau dépend de la fréquence de l'onde (égale à la fréquence de vibrations de la source).

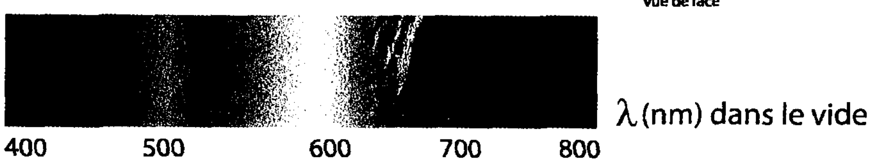
➢ Pour les ondes sonores de fréquences audibles ($20\ Hz < f < 20000\ Hz$) l'air est un milieu non dispersif. Toutes les ondes sonores audibles se déplacent à la même vitesse (cela est heureux pour les auditeurs se trouvant au fond d'une salle de concert).

➢ Remarque : Pour des ondes sonores audibles de très grande amplitude l'air devient dispersif : le roulement du tonnerre s'explique par le fait que les ondes sonores de basses fréquences sont plus lentes que les autres. De même pour des ondes ultra sonores de très grandes fréquences ($f > 10^9\ Hz$) l'air devient dispersif.

6) Dispersion de la lumière blanche :

- La lumière blanche émise par le soleil est polychromatique :





- La lumière polychromatique est composée de plusieurs ondes monochromatiques.

- Le spectre de la lumière blanche est continu. C'est celui de la lumière visible.
- Ce spectre peut aussi être obtenu grâce aux gouttes d'eau de l'arc en ciel.
- Remarque : Lors de la réfraction d'une lumière polychromatique par un prisme, les radiations de faibles longueurs d'onde comme le bleu sont plus déviées alors que celles de grandes longueurs d'onde comme le rouge sont moins déviées.
- Les longueurs d'onde du domaine visible sont comprises entre 400 et 800 nm.
- Les radiations U.V. ont une longueur d'onde inférieure à 400 nm et les radiations infrarouge I.R. ont une longueur d'onde supérieure à 800 nm
- La fréquence d'une onde ne dépend que de la fréquence de la source. Elle ne dépend pas de la fréquence de l'onde.
- L'indice de réfraction d'un milieu transparent est le rapport entre la célérité d'une onde se propageant dans le vide et sa célérité dans le milieu considéré.

$n = \dfrac{C}{v}$ avec n : indice de réfraction du milieu transparent (sans unité)

C: célérité de l'onde dans le vide ($3.10^8 m.s^{-1}$)

v : célérité de l'onde dans le milieu transparent ($m.s^{-1}$)

- ➢ n est toujours supérieure à 1 .
- ➢ Le milieu est dit dispersif si la célérité d'une onde lumineuse monochromatique qui se propage dans ce milieu dépend de sa fréquence (donc de sa longueur d'onde dans le vide).
- ➢ L'indice de réfraction d'un milieu dispersif dépend donc de la fréquence de l'onde qui s'y propage.

- La célérité d'une onde v dépend du milieu de propagation. Elle est toujours inférieure à celle de cette onde dans le vide c . $v < c$.
- La célérité de la lumière dans le vide ne dépend pas de la fréquence de l'onde.
- La célérité de la lumière dans l'air est pratiquement égale à sa célérité dans le vide ($v_{air} \approx c_{vide}$)

Enoncés

1

A l'extrémité d'une lame vibrante est fixée une réglette **(R),** qui frappe la surface libre d'une nappe d'eau contenue dans une cuve à ondes. La longueur d'onde de l'onde crée est λ_1 = 1cm. On place dans cette cuve un bloc de verre **ABC** de forme triangulaire, de façon que la face **AB** soit inclinée par rapport à la réglette **(R)**

1ère expérience: le bloc de verre est partiellement immergé dans l'eau. Sa partie supérieure constitue un obstacle devant l'onde issue de la réglette **(R).**

1- Préciser le phénomène que subit l'onde issu de la réglette (R), au niveau de la face AB du bloc de verre.

2- Indiquer si ce phénomène s'accompagne ou non, d'une modification de la longueur d'onde.

3- Représenter les rides constituant l'onde issue de la réglette (R), avant et après la rencontre de la face AB du bloc de verre.

2ème expérience : le bloc de verre est totalement immergé dans l'eau. Il délimite une zone où la longueur d'onde est λ_2.

1- Préciser le phénomène que subit l'onde issue de la réglette (R), au niveau de la face AB du bloc de verre.

2- L'onde issue de la réglette (R) arrive au niveau de la face AB sous l'incidence i_1 = 45°, et se propage dans la zone limitée par le bloc de verre, suivant une direction qui forme l'angle i_2 = 20 ° avec la normale à la face AB. Déterminer la valeur de la longueur d'onde

3- Représenter les rides constituant les ondes qui se propagent dans les deux zones de la nappe d'eau.

2

Une réglette R, reliée à un vibreur, excite la surface libre de l'eau au repos perpendiculairement à la fréquence N = 60Hz produisant ainsi des rides rectilignes.

La distance qui sépare la première ligne de crête et la cinquième est d = 4cm.

1) Déterminer la longueur d'onde produite λ_1 et la célérité V_1 de propagation.

2) On pose à plat sur le fond de la cuve ; une plaque épaisse de verre qui permet de

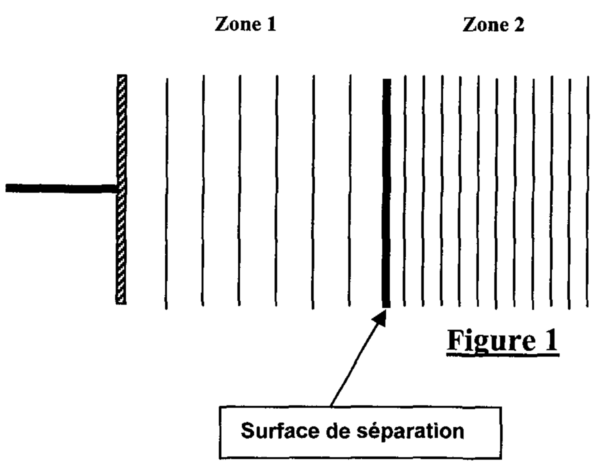


Figure 1

diminuer localement la profondeur de l'eau. La cuve est ainsi partagée en deux zones de profondeurs différentes.

a- La plaque est disposée de telle sorte que la limite de séparation des deux milieux de propagation soit parallèle à la réglette. On obtient l'aspect de la surface d'eau représentée sur la figure2.

a_1- La plaque est-elle placée dans la zone 1 ou dans la zone 2 ?

a_2- Donner le nom du phénomène observé.

a_3- Quelles sont les modifications qui affectent l'onde au cours de son passage du zone 1 au zone 2.

b- Dans une autre expérience la plaque est disposée de façon que la limite de séparation soit inclinée d'un angle α par rapport à la réglette (donc par rapport aux crêtes incidentes) **figure 2.**

On néglige toute réflexion au niveau de la surface de séparation.

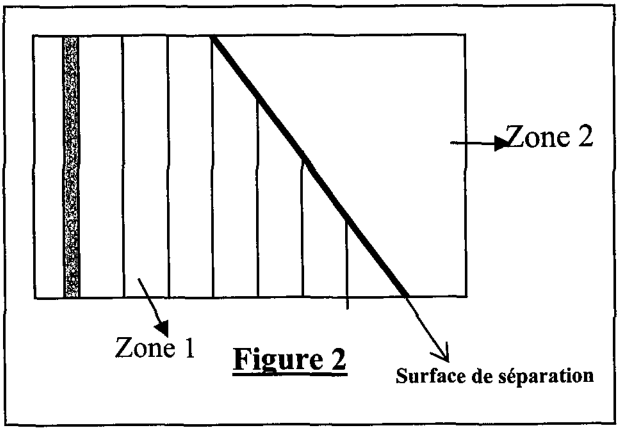


Figure 2

b_1- Donner le nom du phénomène observé.

b_2- quelles sont les modifications qui affectent l'onde au cours de son passage du zone 1 au zone 2.

b_3- : Faire un schéma des ondes à la surface de l'eau : il suffit de représenter pour chaque onde deux crêtes successives ainsi que les directions de propagation

3) On enlève la plaque de verre et on la remplace par un obstacle présentant une fente de faible largeur.

a- Décrire ce qu'on observe à la surface de l'eau. Donner le nom du phénomène observé.

b- Compléter la figure 3

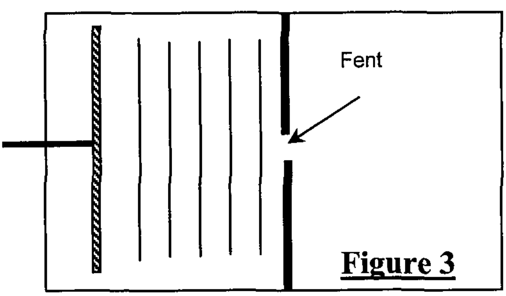


Figure 3

3

1) Une lame (L) vibrant sinusoïdalement à la fréquence N = 60 Hz, produit à la surface libre d'une nappe d'eau, une onde rectiligne qui se propage à la célérité v_1 = 0,6 m.s^{-1}.Deux éléments en plexiglas placés en face de la lame (L) forment une fente (F) de petite largeur a, comme l'indique la figure 1.

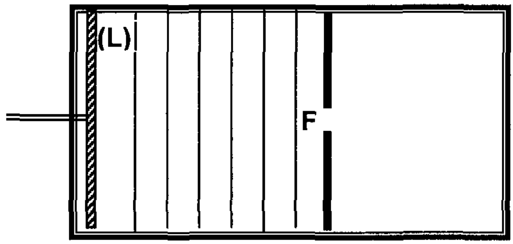


Figure 1

a) Donner le nom du phénomène que subit l'onde rectiligne au niveau de la fente (F).
b) Schématiser sur la figure 1 l'aspect de la surface de l'eau au-delà de la fente (F).
c) Donner l'ordre de grandeur de la largeur a permettant d'observer cet aspect.
2) On enlève les éléments en plexiglas et on pose à plat, au fond de la nappe d'eau et du coté opposé à la lame (L), une plaque de verre qui permet de diminuer la profondeur de l'eau dans une zone notée (2). La nappe d'eau est ainsi partagée en une zone (1) où la célérité de l'onde est v_1 et la zone (2) où cette célérité est v_2.Lorsque la surface de séparation des zones (1) et (2) est parallèle à la lame (L), l'aspect de la surface de l'eau, observée en lumière stroboscopique de fréquence N_e réglable, est représenté sur la figure 2.
a) Donner les valeurs de la fréquence N_e permettant d'observer cet aspect de la surface de l'eau.
Nommer le phénomène que subit l'onde incidente au niveau de la surface de séparation.
b) La distance d indiquée sur la figure 2 est égale à 6,4 cm.
En déduire graphiquement la valeur de la célérité v_2.
3- La plaque en verre est disposée maintenant dans la zone (2) de façon que la surface de séparation est inclinée de l'angle α= 45° par rapport aux rides incidentes (figure 6)
a) Nommer le phénomène que subit l'onde incidente au niveau de la surface de séparation.
b) On désigne par i_1 l'angle d'incidence.
Montrer que $i_1 = \alpha$
c) Par application de la relation de Descartes, déterminer la valeur de l'angle de réfraction i_2.
d) Schématiser sur la figure 6, deux rides de l'onde réfractée.

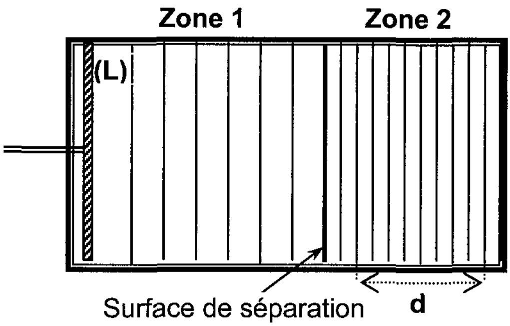
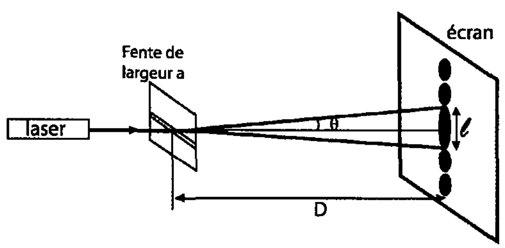


Figure 2

4 Cet exercice décrit deux expériences utilisant une lumière de couleur rouge, émise par un laser, de longueur d'onde dans le vide $\lambda = 633$ nm.
On rappelle que l'indice de réfraction n d'un milieu est le rapport de la célérité c de la lumière dans le vide et de sa vitesse v dans le milieu considéré : $n = \dfrac{c}{v}$

PREMIÈRE EXPÉRIENCE

On place perpendiculairement au faisceau lumineux et à quelques centimètres du laser, une fente fine et horizontale de largeur *a*. Un écran situé à une distance D de la fente, montre des taches lumineuses réparties sur une ligne verticale. La tache centrale plus lumineuse que les autres, est la plus large (**voir figure 1**).



1) Quel phénomène subit la lumière émise par le laser dans cette expérience ? Que peut-on en conclure par analogie avec les ondes mécaniques ?

2) L'angle θ (de la figure 1) est donné par la relation :

$\theta = \dfrac{\lambda}{a}$ (relation (1))

a- Comment évolue la largeur de la tache centrale lorsqu'on réduit la largeur de la fente ?

b- Exprimer θ en fonction de la largeur ℓ de la tache centrale et de la distance D (relation (2)). L'angle θ étant faible, on pourra utiliser l'approximation $\tan\theta \approx \theta$.

c- En utilisant les relations (1) et (2), montrer que la largeur a de la fente s'exprime par le relation : $a = \frac{2.\lambda.D}{\ell}$. Calculer a.

d- On donne : $\ell = 38$ mm et D = 3,00 m.

DEUXIÈME EXPÉRIENCE

On utilise dans cette expérience, comme milieu dispersif, un prisme en verre d'indice de réfraction n.

On dirige, suivant une incidence donnée, le faisceau laser vers l'une des faces du prisme placé dans l'air. On observe que ce faisceau est dévié. Un écran placé derrière le prisme montre un point lumineux de même couleur (rouge) que le faisceau incident.

1) Quelle est la nature de la lumière émise par le laser ? Justifier votre réponse.

2) La célérité de la lumière dans le vide est $c = 3.10^8$ m.s^{-1}.

a- Rappeler la relation entre la longueur d'onde λ de l'onde émise par le laser, sa fréquence ν et sa célérité c. Calculer ν.

b- La valeur de ν varie-t-elle lorsque cette onde change de milieu de propagation ?

L'indice de réfraction du verre pour la fréquence ν de l'onde utilisée est n = 1,61.

- Calculer la longueur d'onde λ' de cette onde dans le verre.

c- On remplace la lumière du laser par une lumière blanche. Qu'observe-t-on sur l'écran ?

5

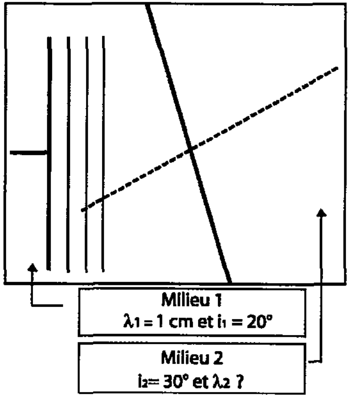
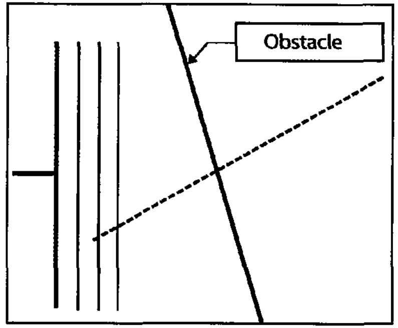
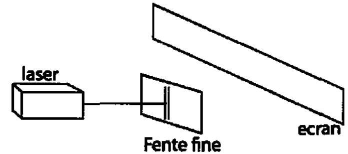
Remplir le tableau de la feuille annexe sachant que :

- Les expériences 1 et 2 représentent une cuve à onde où une réglette excite périodiquement la surface libre de l'eau, une onde rectiligne se propage. On a représenté 3 rides :

▪ *Expérience 1*: l'onde incidente rencontre une surface de séparation de deux milieux (1 et 2) différents.

▪ *Expérience 2*: l'onde incidente rencontre un obstacle.

- Dans *l'expérience 3*, une lumière monochromatique traverse une fente fine de largeur a.

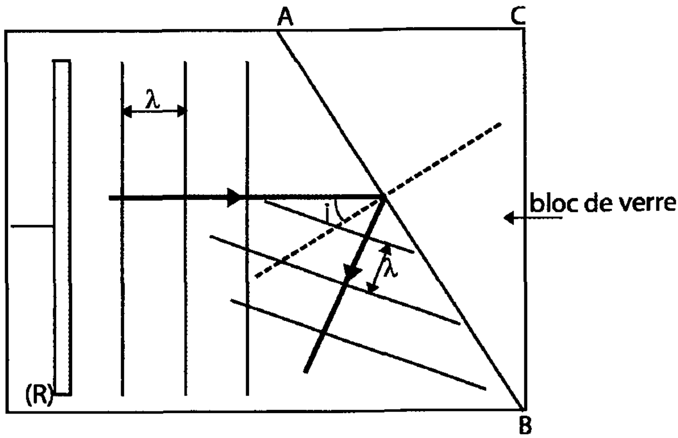
Expérience 1	Expérience 2	Expérience 3
 • Nom du phénomène observé : …………………………… • Modification (s) qui affecte (nt) l'onde incidente : …………………………… • Calculer λ_2 ……………………………	 • Nom du phénomène observé : …………………………… • Modification (s) qui affecte (nt) l'onde incidente : ……………………………	 • Nom du phénomène observé : …………………………… • Décrire la figure observée sur l'écran : …………………………… ……………………………

Corrigés

1

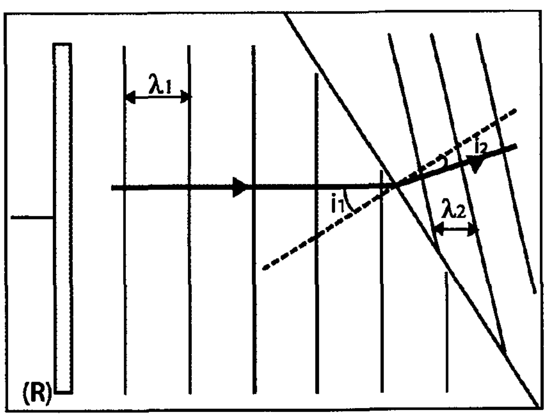
1ère expérience :

1. Au niveau de la face AB du bloc de verre qui constitue un obstacle, l'onde incidente subit une réflexion.
2. La réflexion ne modifie pas la longueur d'onde.
3.



2ème expérience :

1. L'onde incidente subit une réfraction au niveau de la surface de séparation des deux milieux.
2. $\dfrac{\sin i_1}{\lambda_1} = \dfrac{\sin i_2}{\lambda_2} \Leftrightarrow \lambda_2 = \lambda_1 \dfrac{\sin i_2}{\sin i_1} = 0,48cm$
3.



2

Entre la 1ère ligne de crête et la cinquième existe $4\lambda_1$ d'où $d = 4\lambda_1 \Leftrightarrow \lambda_1 = \frac{d}{4} = 1cm$

$V_1 = \lambda_1 N = 1.10^{-2} \times 60 = 0,6m.s^{-1}$

1) a_1- La plaque est placée dans la zone ② puisque les rides sont plus serrées, car plus la profondeur est grande plus la longueur d'onde est grande.

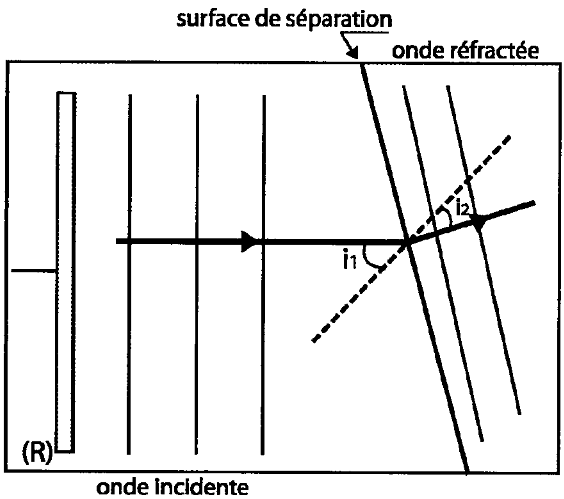
a_2- Le phénomène qui se produit est la transmission.

a_3- Au passage de la zone ① à la zone ② l'onde change sa longueur d'onde et sa vitesse.

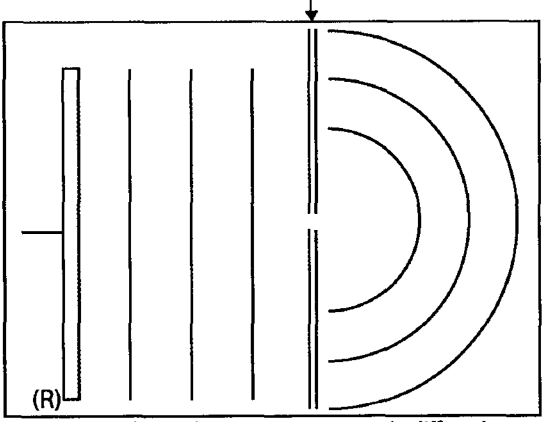
b_1- Le phénomène qui se produit est la réfraction.

b_2- L'onde change de direction, sa longueur d'onde et sa vitesse.

b_3-



2) a- A la traversée de la fente, l'onde change de forme, elle devient circulaire. L'onde subit la diffraction.



3

1) a) L'onde subit la diffraction au niveau de la fente F.
b) Voir figure précédente.
2) a) Pour observer en lumière stroboscopique le phénomène de transmission, il faut que la surface de l'eau parait immobile et ceci ne se produit que lorsque $N_e = \frac{N}{k}$; avec $k \in \mathbb{N}^*$

k	1	2	3	4	5
$N_e(Hz)$	60	30	20	15	12

b) $\lambda_1 = \frac{V_1}{N} = \frac{0,6}{60} = 10^{-2} m$ soit $\lambda_1 = 1cm$

$8\lambda_2 = 6,4cm \Rightarrow \lambda_2 = 0,8cm$

La transmission ne modifie pas la fréquence : $\Rightarrow V_2 = \lambda_2 N = 0,48 m.s^{-1}$

4

PREMIÈRE EXPÉRIENCE :

1) la lumière subit la diffraction au niveau de la fente. Cette expérience met en évidence la nature adulatoire de la lumière.
2) a) Si a diminue θ augmente et par suite la largeur de la tache centrale augmente.
b) $tg\theta = \frac{\ell}{2D}$ or θ est faible $\Rightarrow tg\theta = \theta$ d'où $\theta = \frac{\ell}{2D}$
c) $\theta = \frac{\lambda}{a} = \frac{\ell}{2D}$ d'où $a = \frac{2D\lambda}{\ell}$

AN $a = \dfrac{2 \times 3 \times 633.10^{-9}}{38.10^{-3}} = 10^{-4} m$ soit $a = 0,1 mm$

DEUXIEME EXPÉRIENCE :

1. la lumière du laser ne subit pas de dispersion elle est monochromatique.
2. a) $\upsilon = \dfrac{C}{\lambda}$; AN $\upsilon = \dfrac{3.10^{8}}{633.10^{-9}} = 4,74.10^{14} Hz$

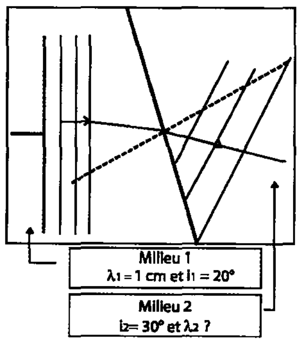
b) La fréquence υ reste inchangée lorsque l'onde change le milieu de propagation.

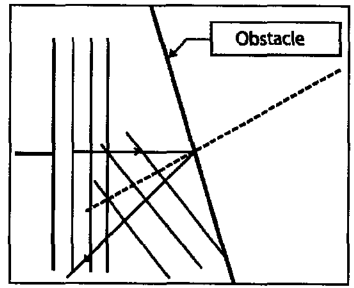
c) $\upsilon = \dfrac{C}{\lambda} = \dfrac{V}{\lambda'} \Rightarrow \lambda' = \lambda.\dfrac{V}{C} \Leftrightarrow \lambda' = \dfrac{\lambda}{n}$

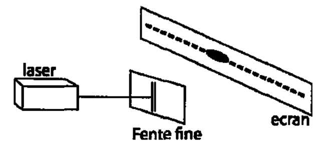
AN $\lambda' = \dfrac{633}{1,61} nm = 393 nm$

d) Sur l'écran, on observe un spectre continu de la lumière blanche.

5

<table>
<tr><th>Expérience 1</th><th>Expérience 2</th><th>Expérience 3</th></tr>
<tr><td>

• Réfraction
• La direction, la longueur d'onde et la vitesse changent
• $\lambda_2 = \lambda_1 \frac{\sin i_2}{\sin i_1} = 1{,}46$ cm</td>
<td>

• Réflexion
• Seule la direction de l'onde change</td>
<td>

• Diffraction
• Un systéme de franges brillantes altérnées par d'autres sombre. La frange centrale est plus large et plus brillante que les autres</td></tr>
</table>

La transmission des signaux

• La télécommunication

On appelle télécommunication toute transmission électronique d'information (son , image,) à distance

Exemples : - Communiquer en téléphone avec une personne très loin

- Capter des émissions radio et télévisées

• Transport de l'information

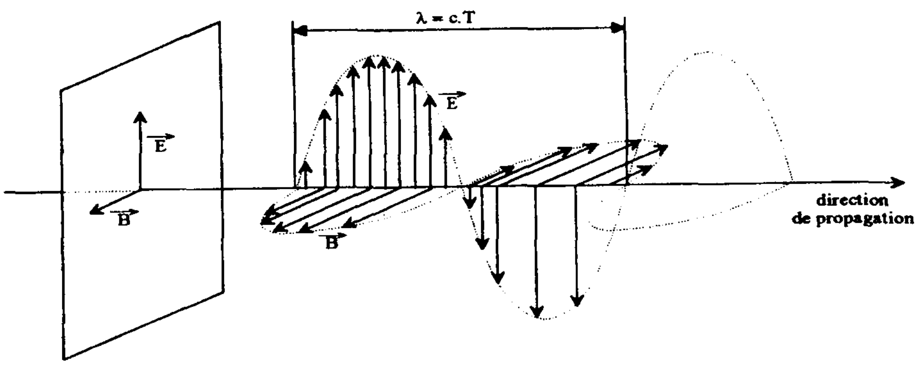
➤ La communication nécessite un support de très grande portée afin de transmettre l'information (la communication par voix humaine est impossible)

➤ Les ondes électromagnétiques sont des ondes de très grande portée pouvant se propager à grande distance. ils constituent donc de bons véhicules transmetteurs de l'information, elles sont utilisées comme support de transmission de l'information

➤ L'onde électromagnétiques est appelée onde porteuse

• L'onde électromagnétique

➤ C'est une onde qui résulte d'un champ électrique et d'un champ magnétique reliés, et qui se propagent simultanément.



✓ L'onde électromagnétique se propage dans le vide et dans les milieux matériels avec une célérité $C = 3.10^8\ m.s^{-1}$ dans le vide et $V = \dfrac{C}{n}$ dans un milieu matériel d'indice n

• **Principe de la transmission**

Pour transporter une information contenue dans un signal électrique Il est donc nécessaire d'utiliser un autre signal de fréquence très élevée appelé « ***onde porteuse*** ». Cette onde porteuse est modifiée de manière à contenir les informations à transmettre : c'est la ***modulation***

Celle-ci met en jeu :
- ✓ Un signal à transmettre : signal modulant de BF
- ✓ Une porteuse : L'onde ELM : signal de HF à moduler

• **Onde lumineuse et onde Hertzienne**

➢ **Onde Lumineuse**

Ce sont des ondes dont les fréquences varient entre 3.10^{11} Hz et 3.10^{16} Hz
Le spectre lumineux contient 3 domaines :
- ✓ Le domaine visible : $4\ 10^{14}$ Hz < N < $7{,}5\ 10^{14}$ Hz
- ✓ L'infra rouge : N < $4\ 10^{14}$ Hz
- ✓ L'ultra violet : N > $7{,}5\ 10^{14}$ Hz

Fréquence (10^{14}Hz)	4	4,9	5,1	5,3	6	6,7	7,5
couleur	Rouge	Orangé	jaune	vert	bleu	violet	
λ_0 (nm)	750	610	590	570	500	450	400

➢ **Ondes Hertziennes :**

✓ Ce sont des ondes électromagnétiques de fréquences comprises entre 10^5 Hz et 3.10^{11}Hz

✓ Elles couvrent une bonne partie du spectre électromagnétiques, leurs importance réside dans la diversité de leurs domaines d'application : télécommunications ; radiodiffusion ; télévision ; radar.......

✓ Elles se propagent dans l'espace libre (air ou vide) ou dans les lignes (câbles coaxiaux ; fibres optiques ....)

✓ Gamme de fréquence des ondes hertziennes, leurs catégories et leurs utilisations :

Type	Fréquence	Longueur d'onde	catégories	Utilisations
Ondes Hertziennes ou de télé communications	$1,5.10^4$ à 10^4 Hz	20 à 5 km	Ondes très longues (VLF)	téléphone
	$6\ 10^4$ à 3.10^5 Hz	5 à 1 km	Ondes longues (LF)	radiodiffusion , téléphone
	3.10^5 à 3.10^6 Hz	1 km à 100 m	Ondes moyennes (MF)	radiodiffusion
	3.10^6 à 3.10^7 Hz	100 à 10 m	Ondes courtes (H.F)	radiodiffusion
	3.10^7 à 3.10^8 Hz	10 à 1 m	Ondes métriques (VHF)	télévision
	3.10^8 à 3.10^9 Hz	1m à 10 cm	Ondes décimétriques (UHF)	Radar ; télévision ; faisceau Hertzien
	3.10^9 à 10^{11} Hz	10 à 0,3 cm	Ondes centimétriques (SHF)	Radar ; faisceau Hertzien

- **Emission et réception :**

➢ **Rôle d'une antenne :**

L'atténuation de l'énergie de l'onde électromagnétique dans un conducteur se fait au bénéfice de l'apparition d'un courant de surface. On obtient ainsi un signal électrique à partir d'une onde électromagnétique dans une antenne. L'onde engendre un signal électrique de même fréquence.

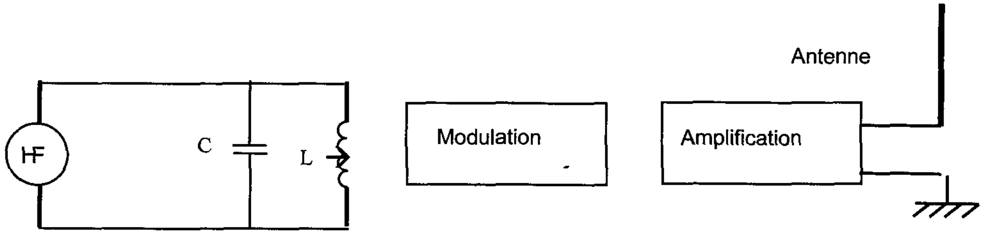
Réciproquement, la circulation d'un courant électrique dans un conducteur génère une onde électromagnétique. L'antenne peut donc également émettre. L'onde émise a la même fréquence que celle du signal électrique qui lui est transmis.

➢ **Principe de l'émission et de la réception :**

Un générateur haute fréquence HF appliqué à un circuit oscillant y fait circuler un courant de haute fréquence . ce courant est modulé (grâce à un dispositif de modulation) par le signal à transmettre , puis amplifié

Une antenne émettrice constituée d'une tige conductrice de longueur ℓ est accordée sur la fréquence du signal modulé (courant de HF). Celui-ci excite les électrons de l'antenne qui se mettent à vibrer à Haute fréquence et rayonnent de l'énergie électromagnétique dans l'espace sous forme d'une onde Hertzienne

L'énergie rayonnée est maximale pour une longueur $\ell = \dfrac{\lambda}{2}$ (antenne demi onde)



La réception s'effectue par une antenne réceptrice liée à un circuit d'accord (filtre qui sélectionne l'onde porteuse et élimine les autres ondes indésirables)
L'onde captée provoque dans l'antenne des oscillations électriques similaires aux oscillations provoquées dans l'antenne émettrice, donc engendre dans le circuit d'antenne, un courant HF qui reproduit fidèlement les particularités du courant modulé produit dans le poste émetteur. Ce courant est par la suite démodulé pour reconstituer le signal transmis.

• **LA MODULATION D'AMPLITUDE**

➢ **Nécessité d'une modulation**

Les informations que l'on transmet par ondes hertziennes (paroles, musiques, images ....) correspondent à des signaux dont les fréquences sont de l'ordre du **kilohertz** (de 20 Hz à 20 kHz pour les ondes sonores) . Ces signaux **basses fréquences (BF)** ne peuvent être émis directement car plusieurs problèmes se posent:

✓ la propagation des ondes BF se fait sur de faibles distances car ils sont fortement amortis.

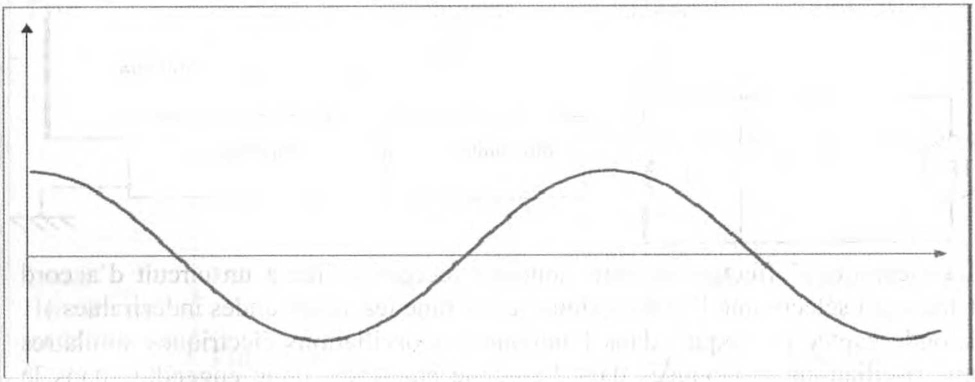
✓ le brouillage des informations à transmettre à cause de signaux parasites (signaux industriels à 50 Hz .....) ou des signaux de même fréquence émis par des stations différentes.

✓ dimensions des antennes de réception de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde λ des signaux à transmettre: ($\lambda = \frac{C}{N} = C.T = \frac{3.10^8}{10^3} = 3.10^5$ m = 300 km).

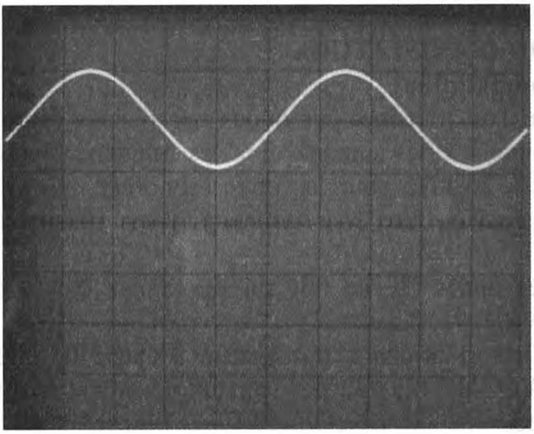
Ainsi, l'idée de transmettre des informations par une **onde de fréquence élevée** est naturellement apparue. Les informations sont alors **inscrites ou modulées** dans une onde de **haute fréquence (HF)**.

➢ **Principe de la modulation d'amplitude :**

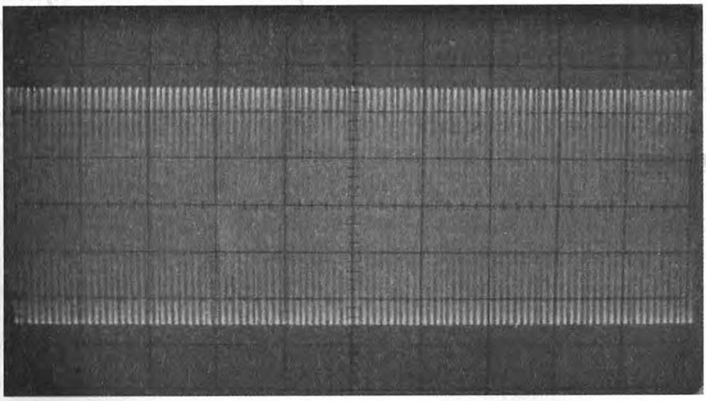
✓ Soit le signal **u(t)** = $\mathbf{U_m}$ **cos(2πf t)** est l'information à transmettre : C'est **la tension modulante**



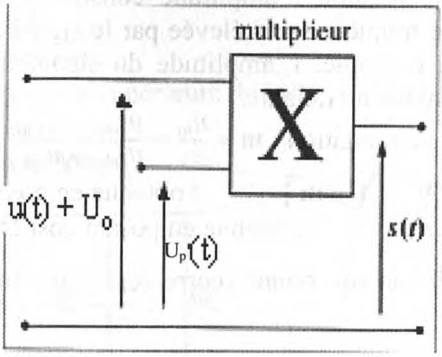
✓ On ajoute au signal à transmettre une tension constante U_o.
$\mathbf{u_1(t) = U_m \cos(2\pi f\, t)} + U_o$



✓ grâce à une **porteuse** $\mathbf{u_p(t) = U_{pm} \cos(2\pi F\, t)}$, on va transmettre le signal $u_1(t)$. La tension $\mathbf{u_p(t)}$ est le **signal modulé**



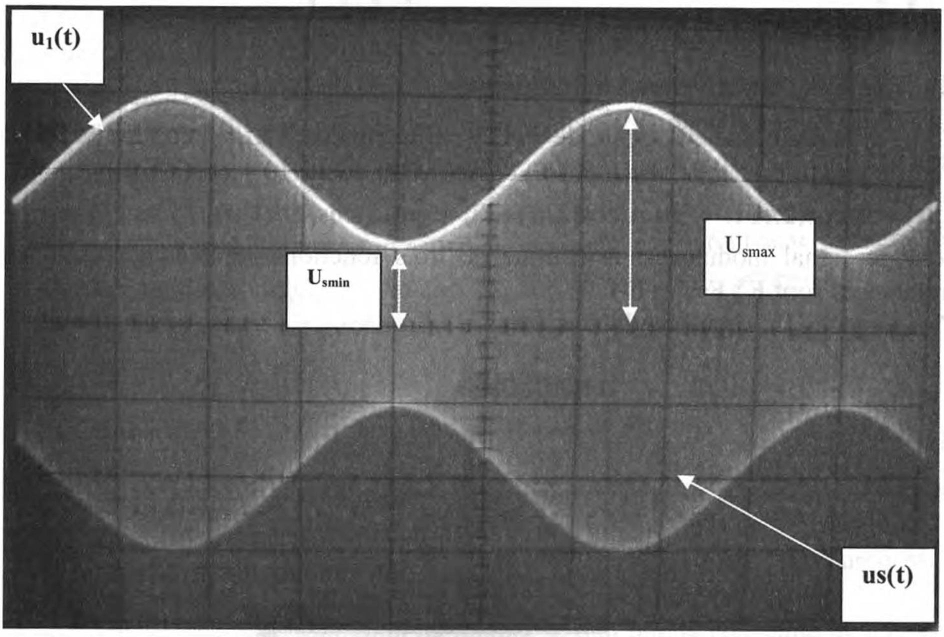
✓ Grâce à un multiplieur on émet le signal $\mathbf{u_s(t)}$ = k $u_p(t)$. $u_1(t)$ (k dépendant du circuit utilisé pour la multiplication)



✓ $\mathbf{u_s(t) = k.[\, U_m \cos(2\pi f\, t) + U_o].[\, U_{pm}\cos(2\pi F\, t)]}$

$\mathbf{u_s(t) = kU_{pm}U_0[\, \frac{Um}{U0} \cos(2\pi f\, t)+1\,].\cos(2\pi Ft)}$. En posant $\mathbf{m = \frac{U_m}{U_0}}$ **et** $\mathbf{A = kU_{pm}U_0}$

$\mathbf{u_s(t) = A.[m.\cos(2\pi f\, t)+1\,].\cos(2\pi Ft)}$



✓ La courbe **enveloppe** supérieure reproduit alors la forme de la **tension modulante.**

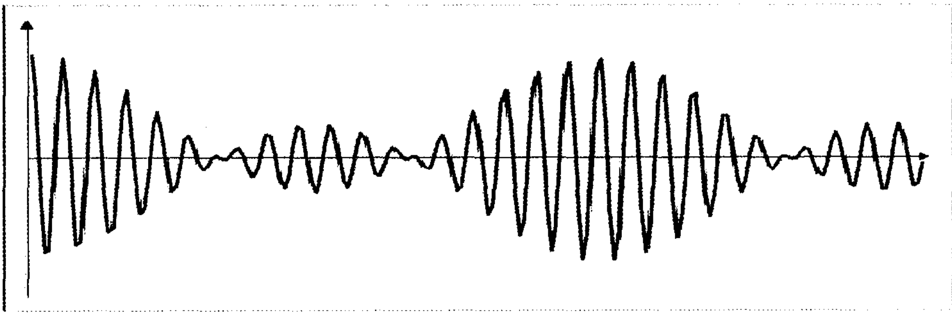
✓ **Conclusion :** La modulation d'amplitude consiste à modifier l'amplitude d'une onde porteuse de fréquence très élevée par le signal à transmettre, auquel on ajoute une tension continue. L'amplitude du signal modulé est alors une fonction affine de la tension modulante.

✓ On définit le taux de modulation : $\mathbf{m} = \frac{U_m}{U_0} = \frac{U_{smax} - U_{smin}}{U_{smax} + U_{smin}}$.

Avec U_{smax} = **A × [1 + m]** (obtenue en posant cos(2 π.f.t) = 1)

U_{smin} = **A [1 - m]** (obtenue en posant cos(2 π.f.t) = -1)

✓ Pour que la modulation soit bonne (correcte) il faut que m < 1 sinon il y a surmodulation :



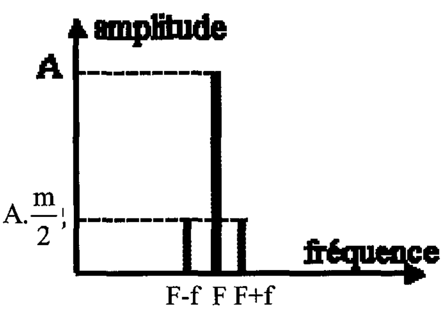
Analyse spectrale du signal modulé $u_s(t)$

✓ Le signal modulé en amplitude $\mathbf{u_s(t)}$ = A.[1 + m.cos(2 π f.t)].cos(2 π F.t) peut s'écrire en utilisant la relation: cos(a).cos(b) = ½.[cos(a+b) + cos(a-b)].

$$\mathbf{u_s(t) = A\cos(2\pi Ft) + \frac{1}{2}m.A.\cos[2\pi(f+F)] + \frac{1}{2}m.A.\cos[2\pi(F-f)]}$$

donc le signal module est la somme de trois fonctions sinusoïdales dont les fréquences sont **F** ; **F+f** et **F-f**

✓ Le spectre du signal modulé est alors :

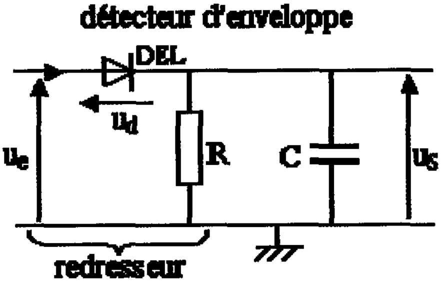


• LA DEMODULATION :

✓ La démodulation consiste à récupérer le signal transmis modulant "caché" dans la tension modulée.

➢ **Détection d'enveloppe :**

✓ L'enveloppe est la partie supérieure de la tension modulée en amplitude.

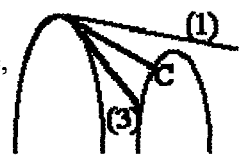


✓ La première partie est un montage redresseur. La diode ne laisse passer le courant que dans un seul sens. Cela élimine la partie négative de la tension. En y ajoutant un condensateur C, on élimine les variations rapides de la tension dues à la porteuse.

✓ Le condensateur initialement déchargé se charge tant que u_e croît jusqu'au maximum, avec une constante de temps τ_C quasi nulle. Lorsque u_e décroît, $u_C > u_e$, la diode est bloquée, le condensateur se décharge dans la résistance avec une constante de temps $\tau_D = R.C$ grande par rapport à la période T_P de la porteuse (si R et C sont bien choisis).

✓ Lorsque u_e atteint de nouveau u_C , la diode est à nouveau passante et le condensateur se charge.

✓ Plus le point C est proche du sommet de la crête, meilleur est le détecteur.



La courbe obtenue suit mieux l'enveloppe de la tension modulée.

Si le condensateur se décharge trop lentement (1) (τ_D trop grande), la courbe ne suit plus l'enveloppe et le condensateur se charge quelques crêtes plus loin.

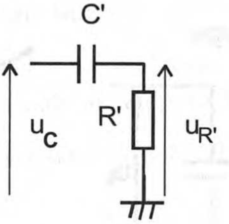
Si le condensateur se décharge trop vite (3) (τ_D trop petite), la courbe est trop dentelée.

Pour obtenir une démodulation de qualité, il faut que la constante de temps τ du dipôle RC soit très supérieure à la période T_P de la porteuse, en restant inférieure à la période T_S du signal modulant. $T_P \ll \tau < T_S$ ou $f_S < 1/\tau_D \ll F_P$

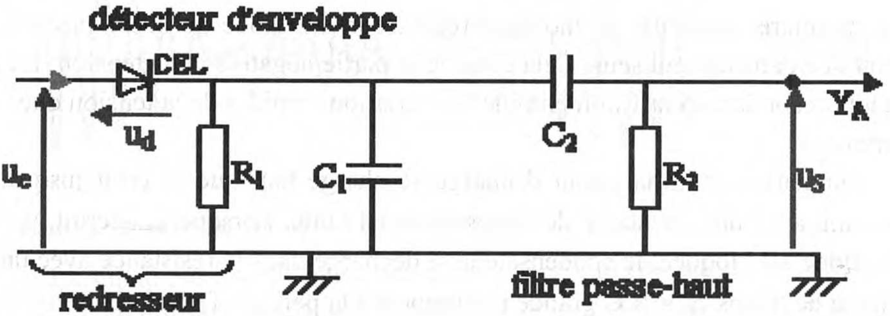
A la sortie du détecteur d'enveloppe, la tension a encore une composante continue due à la tension de décalage utilisée lors de la modulation, qu'il faut supprimer.

➢ **Elimination de la composante continue U_0 :**

Pour éliminer la composante continue. On ajoute pour cela en bout de chaîne **un filtre CR série**, ou **filtre passe-haut**.



Le circuit complet permettant alors de récupérer le signal portant l'information est :

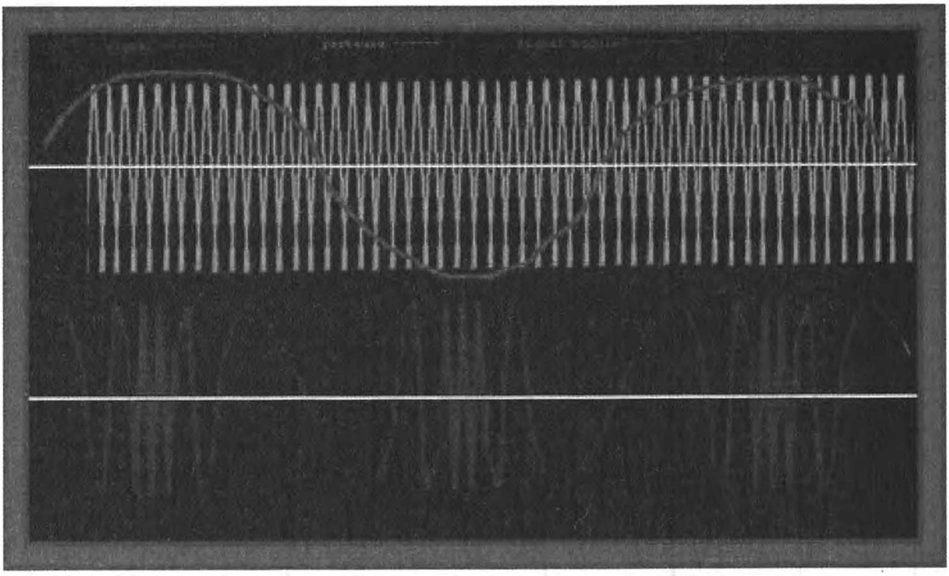


Le condensateur C_2 élimine la composante continue de la tension.

Modulation de fréquence

La **modulation de fréquence** ou **MF** ou **FM** est un mode de modulation consistant à transmettre un signal par la modulation de la fréquence d'un signal porteur (porteuse).

On parle de modulation de fréquence par opposition à la modulation d'amplitude. En modulation de fréquence, l'information est portée par une modification de la fréquence de la porteuse, et non par une variation d'amplitude. La modulation de fréquence est plus robuste que la modulation d'amplitude pour transmettre un message dans des conditions difficiles (atténuation et bruit importants).



Un exemple de modulation de fréquence. En haut, le signal (en rouge) superposé avec la fréquence porteuse (en vert). En bas, le résultat du signal (en bleu) une fois modulé par la fréquence.

Pour des signaux numériques, on utilise une variante appelée frequency-shift keying ou FSK. La FSK utilise des fréquences discrètes.

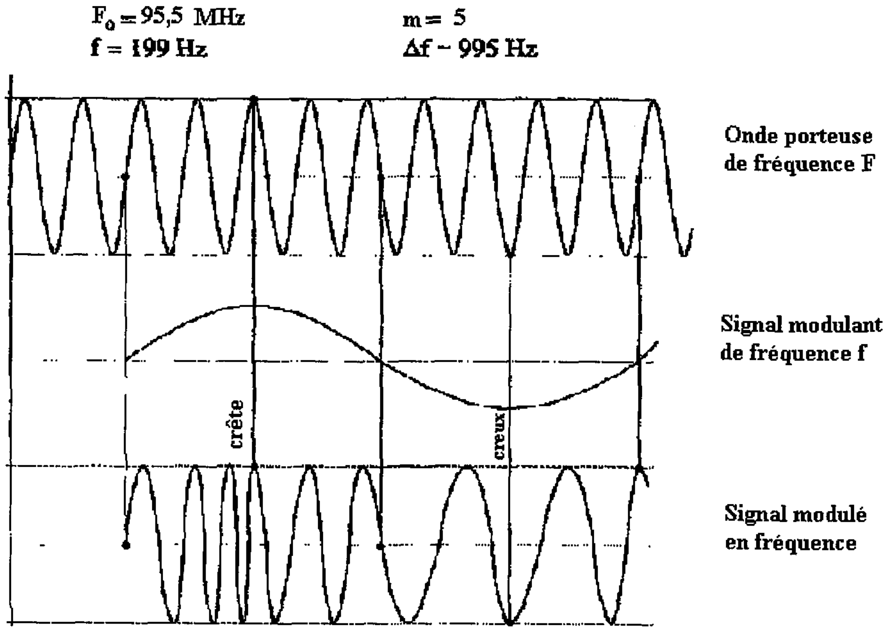
Exemples d'appareils utilisant la modulation de fréquence :

- les modems (**mo**dulateur-**dem**odulateur) bas débit utilisent la modulation de fréquence ;
- les téléphones analogiques utilisent la modulation de fréquence pour composer le numéro : chaque chiffre est codé par une combinaison de deux fréquences pour former un code DTMF. Il s'agit d'une modulation FSK qui utilise plus de deux fréquences (MFSK, multiple frequency-shift keying) ;
- les radios de la « bande FM » émettent, comme leur nom l'indique, en modulation de fréquence sur la bande VHF II.

a) Un peu de théorie :

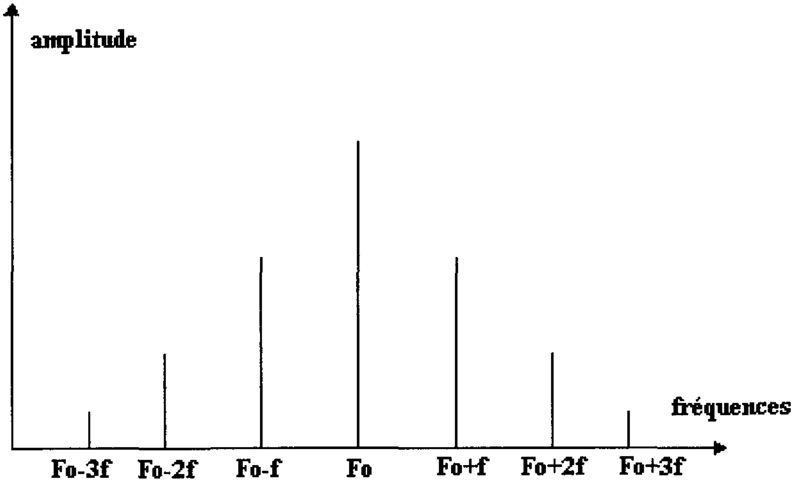
Tout signal modulé peut se mettre sous la forme: $\mathbf{s(t) = S(t) \cdot \cos(\boldsymbol{\theta}(t))}$
- S(t) est l'arnplitude instantanée
- $\boldsymbol{\theta}(t)$ est la phase instantanée.

Dans le cas de la modulation de fréquence et lorsque le signal modulant est sinusoïdal s(t) est de la forme : **s(t) = Ao cos(2πFot +m .sin 2πft)**
f est la fréquence du signal utile.
Fo est la fréquence du signal porteur.
m est l 'indice de modulation.
$m = \frac{\Delta f}{f}$; Δf est appelé excursion en fréquence
Exemple :Soit le signal FM s(t) = 120 cos (6 .10^8 t + 5 sin 1250t); on aura



Analyse spectrale :

Le spectre du signal est une suite de raies espacées de f, symétriques par rapport à la fréquence centrale Fo .



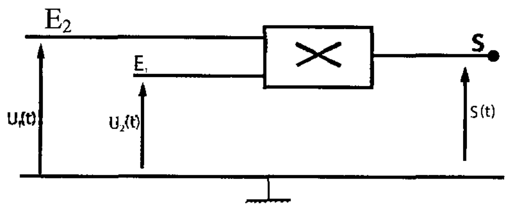
Signalons enfin qu'ils existent deux types de modulation de fréquences qui sont :

- NFM (Narrow Frequency Modulation) qui est une modulation de fréquence sur une bande étroite de 5 kHz. C'est ce type de modulation qui est utilisé en radiocommande.
- WFM (Wide Frequency Modulation) qui est une modulation de fréquence à large bande de l'ordre de 100 kHz. Ce type de modulation est utilisé par les stations de radiodiffusion, pour la transmission du son qui nécessite une bande passante de 15 kHz et pour les possibilités de transmission en stéréophonie. Cette large bande s'explique par le fait qu'il est nécessaire de transmettre, sous forme de balayage en fréquence, la fréquence et l'amplitude du signal.

Enoncés

1

1. Rappeler l'intervalle de fréquences audibles par l'homme.
2. Donner deux raisons pour lesquelles, il est nécessaire de procéder à une modulation pour transmettre un signal sonore par onde hertzienne.
3. Ou réalise le montage de la figure ci-dessous.



Avec $u_2(t) = U_{2m} \cos(2\pi\ Ft)$

$u_1(t) = U_{1m} \cos(2\pi\ ft) + U_0$

$F = 2.10^3 H_z$; $f = 100 H_z$ et

$U_m < U_0$

L'expression du signal de sortie $u_s(t) = k\ u_1(t).\ u_2(t)$ où k est un coefficient qui dépend du circuit multiplieur utilisé.

a. Quel signal correspond à la porteuse ? Justifier.

b .Montrer que $u_s(t)$ peut se mettre sous la forme

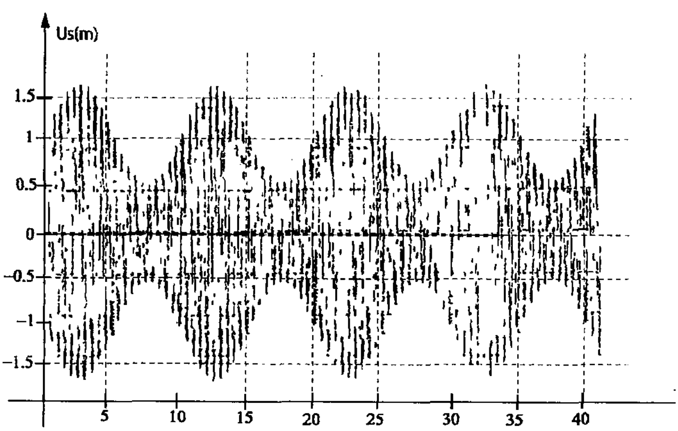
$u_s(t) = \quad A(t) \cos(2\pi F t)$.

c. En déduire le nom donné à ce type de modulation.

4. Le taux de modulation peut s'écrire sous la forme $m = \dfrac{U_{s\max} - U_{s\min}}{U_{s\max} - U_{s\min}}$

a. Quelle condition doit satisfaire m pour avoir une bonne modulation ?

b. En utilisant le graphe ci-dessous déterminer la taux de modulation m.

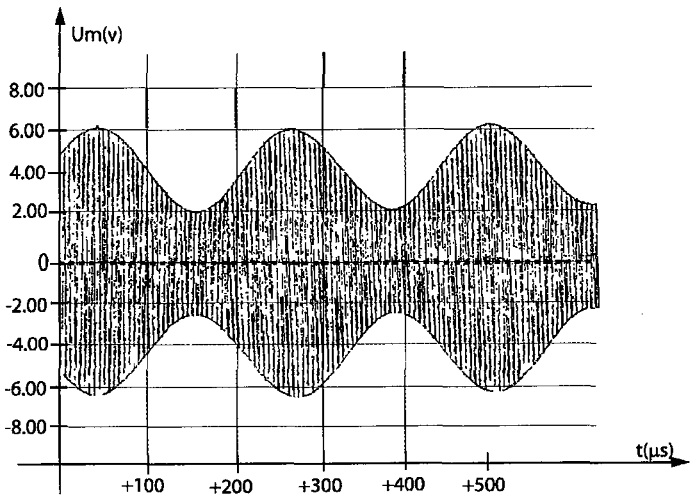


5. a. Montrer que le signal $u_s(t)$ peut s'écrire sous la forme de la somme de trois fonctions sinusoïdales.
b. Représenter dans ce cas l'allure du spectre du signal modulé.

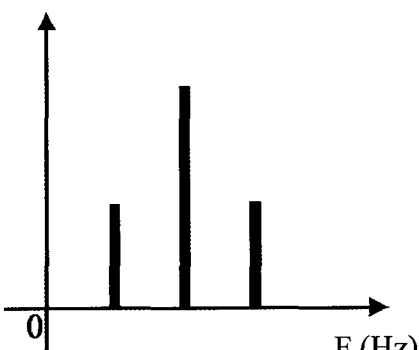
2 Une station radiophonique émet des ondes de longueur d'onde $\lambda = 1402m$

1. Montrer que les ondes émises appartiennent aux grandes ondes.
2. Pour pouvoir transmettre l'information sur de longues distances, il convient de réaliser une modulation d'amplitude. L'information à transmettre supposée purement sinusoïdale de fréquence f.

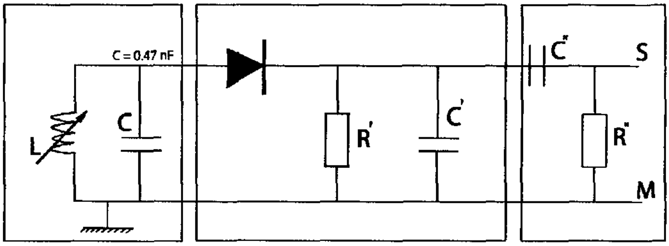
Le signal modulé est représenté sur la figure ci-dessous.



a. Déterminer la fréquence du signal modulant f_m.
b. Déterminer la période T_p et la fréquence F_p de la porteuse.
c. L'allure du spectre fréquentiel de ce signal modulé est donnée par la figure ci – contre.



c. 1. Compléter ce schéma en précisant les fréquences correspondants au 3 pics.
c.2. Déterminer la largeur de bande de fréquence occupée par le signal.
3. Afin de recevoir l'information transmise, on utilise le montage suivant :



a. Quel est le nom du dispositif correspondant à l'étage 1 ?
b. Quelle doit être la valeur de l'inductance L de la bobine à fin de recevoir la chaine radiophonique.
c.1. Expliquer le rôle de l'étage 2:
c.2. Pour réaliser une bonne démodulation, la constante de temps du dipôle $R'C'$ de l'étage 2 doit satisfaire à la condition suivante $T_p < \tau < T_m$
Où T_p *et* T_m désignent respectivement la période de la porteuse et la période du signal modulant.
Choisir parmi les valeurs suivantes : $R_1 = 10k\Omega$, $R_2 = 100k\Omega$
$c_1 = 0,47nF$; $c_2 = 0,47nF$ le ou les couples de valeurs adéquats permettant de réaliser une bonne démodulation, de la station radiophonique considérée.
d)
d. 1. Expliquer le rôle de l'étage 3.
d.2. Représenter l'allure du signal $u_s(t)$ obtenu à la sortie de l'étage3.

3

I- Les bandes de fréquences allouées à la radiodiffusion sont repérées par :
. GO : de 1052 m à 2000m
. FM : de 87,5 Hz à 108 MHz
1. Compléter, sans justification, le tableau ci – dessous en associant fréquences et longueurs d'onde :

	Fréquence	**Longueur d'onde**
GO	De à	De 1052 m à 2000m
FM	De 87,5 Hz à 108 MHz	De à

2. La commission d'allocation des fréquences attribue un canal à chaque émetteur. En GO, chaque canal a une largeur spectrale de 9,0 kHz. Quel est le

nombre maximum d'émetteurs autorisés par la commission sur cette bande de fréquences ?

II. D'une façon générale, un signal modulé s'exprime par la relation : $s(t) = S(t).\cos[\theta(t)]$, dans laquelle $S(t)$ et $\theta(t)$ sont des fonctions du temps.

1. a) En modulation d'amplitude (AM) quelle est la fonction qui contient le signal modulant ?

b) Même question en modulation de fréquence (FM)

2. On a reproduit l'enregistrement d'un signal modulé en fonction du temps :

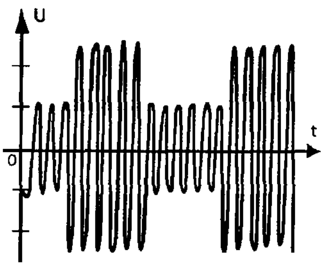


figure 1

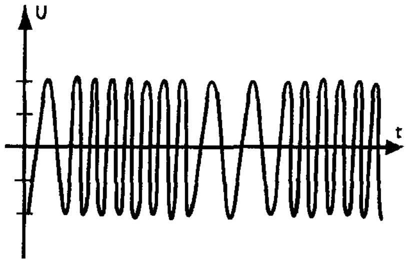


figure 2

a) Préciser la nature de la modulation correspondant à chaque signal.

b) Dans le cas de la modulation d'amplitude, tracer directement sur la figure choisie l'allure du signal modulant.

3.On veut transmettre, par modulation d'amplitude, un signal sinusoïdal de fréquence f. Pour cela, on doit utiliser un signal porteur de fréquence F. Le signal modulé s(t) peut se mettre sous la forme d'une somme de 3 fonctions sinusoïdales.

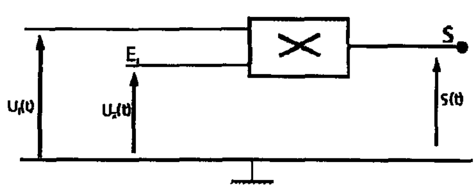
a) Exprimer les fréquences de ces 3 fonctions sinusoïdales en fonctions de f et F.

b) Parmi les 3 couples (f ;F) ci – dessous, choisir le seul possible :

f (Hz)	440	162000	440000
F (Hz)	180000	440	162000

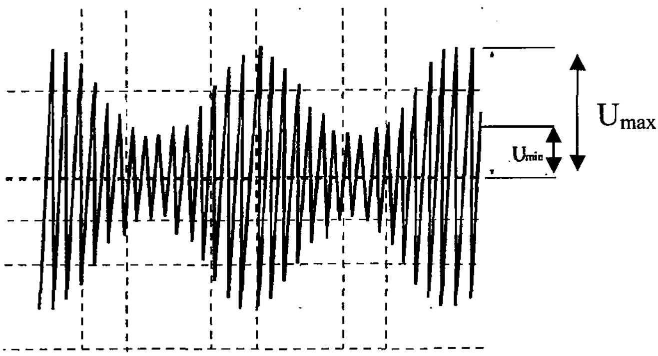
c) Le couple étant retenu, indiquer, parmi les fréquences suivantes, celles qui figurent dans le signal modulé : 440 Hz, 140000 Hz, 179560 Hz, 180000 Hz, 180440 Hz.

III . Au laboratoire, pour simuler la tension modulée par le signal de 440 Hz précédent, on utilise deux GBF et un composant électronique [X] :



. $u_1(t)$ est tension de fréquence f et d'amplitude U_{1m} délivrée par le premier GBF, à laquelle on a ajouté une composante continue U_0.
. $u_2(t)$ est la tension de fréquence F et d'amplitude U_{2m} délivrée par le second GBF.
. s(t) est le signal modulé.

1. a) Quel est le nom du composant [X] et quel est son rôle ?
b) Exprimer s(t) en fonction de $u_1(t)$, $u_2(t)$ et k (constante liée au composant électronique).
2. Un oscilloscope permet de visualiser la tension modulée. On obtient l'oscillogramme ci – dessous :



Sensibilité verticale : 2V/div
Balayage : 500µs/div

Remarques :
- en l'absence de tension, le spot occupe la ligne médiane de l'écran,
- pour des raisons de résolution graphique, la fréquence de la porteuse a été réduite.

a) Quelle est la période du signal modulant ? Le résultat est – il en accord avec la fréquence connue de ce signal ?
b) Déterminer l'amplitude U_{1m} du signal modulant, puis la tension de décalage U_0.
c) Déterminer la valeur maximale U_{max} de l'amplitude de la tension modulée puis sa valeur minimale U_{min}.

3.a) Montrer que s(t) peut se mettre sous la forme :

S(t) = A. [1+ m.cos (2π.f.t)].cos(2π.F.t) en posant A= $K.U_{2m}.U_0$ et avec m (taux de modulation)= $\dfrac{U_{1m}}{U_0}$

b) Exprimer le taux de modulation en fonction de U_{max} et U_{min} puis le calculer. A – t – on réalisé une bonne modulation ?

c) Dessiner ce que l'on voit sur l'écran de l'oscilloscope si on passe en mode XY.

4

Les ondes électromagnétiques ne peuvent se propager dans l'air sur de grandes distances que dans un domaine de fréquences élevées. Les signaux sonores audibles fréquences sont convertis en signaux électriques de même fréquence puis associés à une onde porteuse de haute fréquence afin d'assurer une bonne transmission.

I - LA CHAINE DE TRANSMISSION

Le schéma 1 suivant représente la chaîne simplifiée de transmission d'un son par modulation d'amplitude. Elle est constituée de plusieurs dispositifs électroniques.

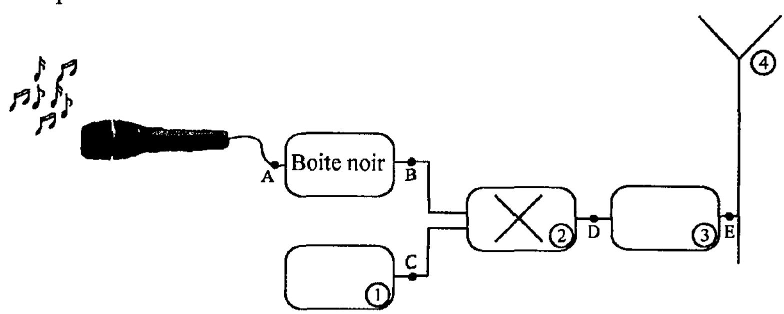


Schéma 1

1. Parmi les cinq propositions ci – dessous, retrouver le nom des quatre dispositifs électroniques numérotés.

Dispositifs électroniques : antenne, amplificateur HF (Haute Fréquence), générateur HF (Haute Fréquence), multiplieur, voltmètre.

2. Quels sont les signaux obtenus en B, C et D parmi ceux cités ci – dessous ?

- Porteuse notée $U_P(t)=U_{P(max)}\times\cos(2\pi Ft)$
- Signal modulant BF note $U_s(t)+U_0$
- Signal modulé noté $U_m(t)$

3. Le signal électrique recueilli en A à la sortie du microphone correspond à la tension $U_s(t)$. Une boite noire est intercalée entre les points A et B. Quels est son rôle ?

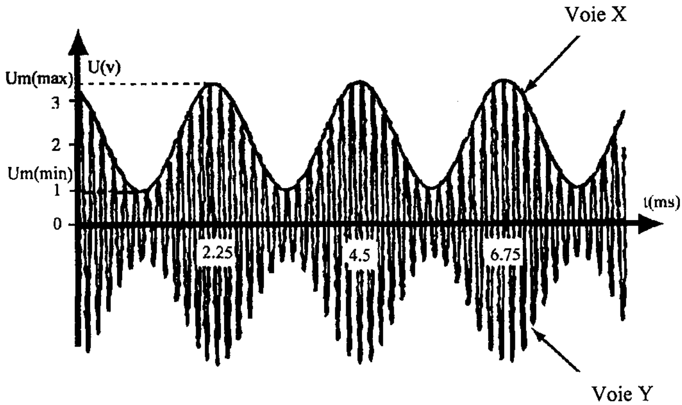
4. Le dispositif électronique (2) effectue une opération mathématique simple qui peut être :

- $(u_s(t) + U_0) + u_p(t)$
- $(u_s(t) + U_0) \times u_p(t)$

Choisir la bonne réponse sachant que l'expression mathématique du signal obtenu est :
$U_m(t) = k\times(U_0 + u_s(t)) \times U_{p(max)}\times\cos(2\pi Ft)$.

II. LA MODULATION D'AMPLITUDE

La voie X d'un oscilloscope bicourbe est reliée en B et la voie Y est reliée en D. L'oscillogramme obtenu est le suivant :



1. Estimer les valeurs des périodes T_s et T_p du signal modulant et de la porteuse.
2. Rappeler l'expression théorique de la fréquence f en fonction de la période T avec les unités, puis calculer les fréquences f du signal modulant et F de la porteuse.
3. L'amplitude de la tension du signal modulé $u_m(t)$ varie entre deux valeurs extrêmes, notées respectivement Um(max) et Um(min). Le taux de modulation m s'exprime par : $m = \dfrac{Um(max) - Um(min)}{Um(max) + Um(min)}$

a. Calculer les valeurs des tensions maximale Um(max) et minimale Um(min) du signal modulé.

b. En déduire la valeur de m

c. A quoi correspondrait un taux de modulation m supérieur à 1 ?

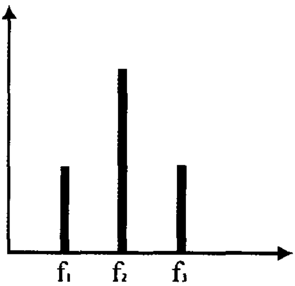
4. Le taux de modulation s'exprime aussi en fonction de le tension maximale du signal modulant Us(max) et la tension U_0 selon l'expression suivante :

$$m = \frac{Us(max)}{U_0}$$

a. Quelle condition doit – on satisfaire pour obtenir un taux de modulation m<1 ?

b. Quelle autre condition est nécessaire pour obtenir une bonne modulation ?

c. L'analyse en fréquence du signal montre que celui – ci est composé de trois fréquences f_1, f_2, f_3. En fonction de la fréquence du signal modulant f et de la fréquence de la porteuse F, exprimer les fréquences apparaissant sur le spectre ci – dessous.



Corrigés

1

1. L'homme arrive à entendre des sons dont les fréquences sont comprises entre $20Hz$ et $20kHz$

2. Les deux raisons sont
- Existence de signaux parasites ayant la même fréquence que celle que nous voulons envoyer.
- Dimension trop grande des antennes.

3. a. La porteuse a un signal dont la fréquence est très élevée donc c'est $u_2(t)$.

b. $u_s(t) = k\, u_1(t).u_2(t) = k\left[U_{1m}\cos(2\pi ft) + U_0\right]U_{2m}\cos(2\pi Ft)$

$$u_s(t) = k\; U_{2m}\left[U_{1m}\cos(2\pi ft) + U_0\right]\cos(2\pi Ft).$$

$$u_S(t) = \; A(t)\cos(2\pi Ft) \; avec \; A(t) = kU_{2m}\left[U_{1m}\cos(2\pi ft) + U_0\right]$$

c. C'est une modulation d'amplitude car $A(t)$ est proportionnelle à $u_1(t)$.

Donc il y a bien le signal $u(t)$ qui a été modulé en amplitude.

4a. Pour avoir une bonne modulation il faut que le taux de modulation m doit être inférieur à 1.

b. $m = \dfrac{U_{s\max} - U_{s\min}}{U_{s\max} + U_{s\min}} = \dfrac{1{,}8 - 0{,}6}{1{,}8 + 0{,}6} = 0{,}5$

5a. $u_s(t) = A(t)\cos(2\pi Ft)$

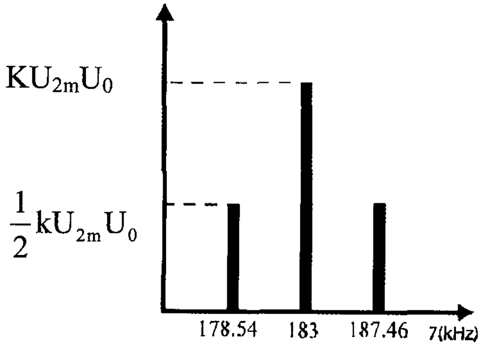
; Or $A(t) = kU_{2m}U_0\left[1 + m\cos(2\pi ft)\right]$ avec $m = \dfrac{U_{1m}}{U_0}$

$$u_s(t) = kU_{2m}U_0\cos(2\pi Ft) + kU_{2m}U_0 m\cos(2\pi ft)\cos(2\pi Ft)$$

En tenant compte de $\cos a \cos b = \frac{1}{2}\cos(a+b) + \frac{1}{2}\cos(a-b)$

On obtient $u_s(t) = kU_{2m}U_0\cos(2\pi Ft) + \frac{1}{2}kU_{2m}U_0 m\cos\left[2\pi(F+f)t\right] + \frac{1}{2}kU_{2m}U_0 m\cos\left[2\pi(F-f)t\right]$

b. Le spectre du signal modulé comporte les fréquences F, F-f et F+f



2

1. $\lambda = 1402m$

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3.10^8}{1402} = 2,14.10^5 Hz$$

$f \in [150kHz \ ; \ 225kHz]$ donc les ondes émises appartiennent aux grandes ondes.

2. a. D'après la figure $T \simeq 224\mu s$ ce qui donne

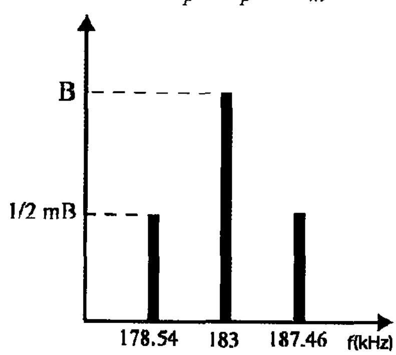
$$f_m = \frac{1}{T_m} = 4,46.10^3 Hz = 4,46 \ \ kHz$$

b. Dans une période T_m on compte 41 périodes T_p

$$\Rightarrow T_P = \frac{T_m}{41} = 5,46 \,.\, 10^{-6} s$$

$$F_p = \frac{1}{T_p} = \frac{1}{5,46.10^{-6}} = 1,83.10^5 Hz = 183kHz$$

c.1. Les 3pics ont des fréquences $F_p; F_p - f_m \ et \ F_p + f_m$



c.2. La largeur de la bande de fréquence occupée est $\Delta f = \left(F_p + f_m\right) - \left(F_p - f_m\right) = 2\ f_m = 8{,}92\,kHz$

3. a. L'étage 1 constitue le montage d'un filtre passe bande il sélectionne la tension modulée par sélection du signal modulé.

b. La fréquence de résonance qui permet d'accorder le filtre est $f_r = F_p = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

ce qui donne $L = \dfrac{1}{4\pi^2 F_p^{\,2}.C} = \dfrac{1}{4\pi^2 \times \left(183.10^3\right)^2 \times 0{,}47.10^{-9}} = 1{,}6.10^{-3}\,H$

soit $L = 1{,}6\ mH$

c)

c.1. L'étage 2 constitue un détecteur d'enveloppe d'une tension modulée en amplitude. Lorsque la diode est passante, le condensateur se charge et sa tension reproduit les variations imposées par la tension modulée.

Lorsque la tension modulée décroit et atteint une certaine valeur $\left(V_D\right)$ la diode est bloquée et le condensateur se décharge à travers R'. Cette décharge se poursuit jusqu'à ce que la tension modulée redevienne égale à la tension du condensateur. La diode redevient passante et le processus recommence. Le circuit permet donc d'éliminer le signal de la porteuse.

c.2. $\tau = R'C'$ or $T_p < \tau < T_m$

$\Rightarrow 5{,}46.10^{-6} < \tau < 224\ .10^{-6}$

Produit	R_1C_1	R_1C_2	R_2C_2	R_2C_1
$T\left(10_s^{-6}\right)$	4,7	4700	47000	47

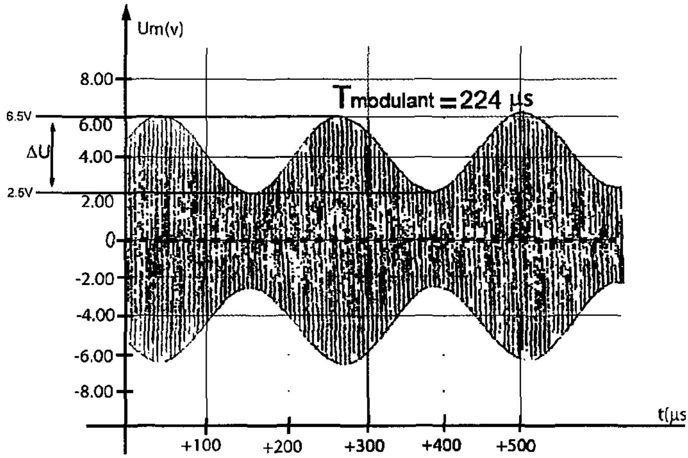
Les dipôles adéquats sont R_2C_1

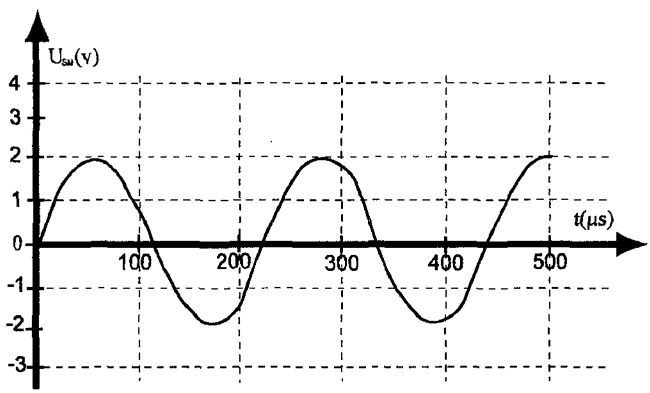
d)

d.1. L'étage 3 fonctionne comme un filtre passe haut, il élimine la composante U_0 continue de la tension correspondant à l'enveloppe du signal modulé.

d.2. La tension u_s aura une amplitude totale égale à ΔU telle que $\Delta \text{u} = 6{,}5 - 2{,}5 = 4{,}0V$ d'où les amplitudes.

$U_{s\max} = +2V$





3

I 1 On utilise la relation : $\lambda = \frac{c}{f}$.

	Fréquence	Longueur d'onde
GO	**De 150 kHz à 285 kHz**	De 1052m à 2000m
FM	De 87,5 MHz à 108 MHz	De 2,78m à 3,43m

2. La largeur de bande est $\Delta f = 285 - 150 = 135$ kHz

Le nombre maximum d'émetteurs est donc : $n_{max} = \frac{135}{9} = 15$

II 1. a) C'est la fonction S(t) qui contient le signal modulant.

b) C'est la fonction θ (t) qui contient le signal modulant.

2.a)Figure 1 : modulation d'amplitude.

Figure 2 : modulation de fréquence.
b) Il s'agit d'une tension rectangulaire :

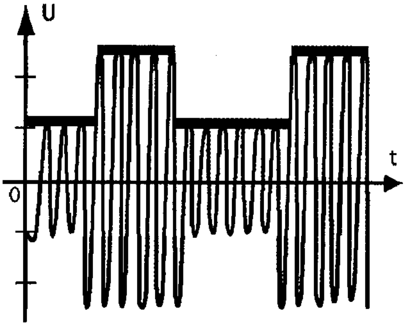


figure 1

3. a) Il s'agit des fréquences : F – f, F et F + f

b) La fréquence F est la fréquence de la porteuse (tension de haute fréquence) et f est la fréquence du signal modulant (signal de basse fréquence). La seule solution possible est donc :

F= 180000 Hz et f = 440 Hz

c)
Les fréquences qui figurent dans le signal modulé sont :
. **F – f** = 180000 – 440 = **179560 Hz**
. **F = 180000 Hz**
. **F + f** = 180000 + 440 = **180440 Hz**

III 1 . a)
Le composant [X] est multiplieur. Sa fonction du multiplieur est de réaliser la modulation de la porteuse par le signal modulant.
b) $S(t) = k.\ u_2(t).\ [U_0 + u_1(t)]$
2. a) On trouve une période de 2500 μs pour le signal modulant, ce qui correspond bien à une fréquence de 440Hz.
b) $\mathbf{U_{1m} = 2{,}0\ V}$ **et** $\mathbf{U_0 = 4{,}0\ V}$

c) $\mathbf{U_{max} = 6{,}0\ V}$ **et** $\mathbf{U_{min} = 2{,}0\ V}$

3. a) $U_1(t)$ est une tension sinusoïdale de fréquence f, soit :
$U_1(t) = U_{1m}.\cos(2.\pi.f.t)$
$u_2(t)$ est une tension sinusoïdale de fréquence F, soit : $u_2(t) = U_{2max}.\cos(2.\pi.F.t)$

Or : $s(t) = k.\ u_2(t).\ [U_0 + u_1(t)]$

⇨ $s(t) = u(t) = k.\ U_{2m}.\cos(2\pi.F.t).[U_0 + u_1(t)] = k.\ U_{2m}.[U_0 + u_1(t)].\cos(2\pi.F.t)$
⇨ $s(t) = U(t).\cos(2\pi.F.t)$ avec $U(t)$ (amplitude de la tension modulée).

$U(t)=k\,U_{2m}.[U_0 + u_1(t)]$

En développant l'expression de cette amplitude on obtient :

$U(t)= k.\,U_{2m}.[U_0 + U_{1m}.\cos(2\pi.f.t)] = k.U_{2m}.U_0 + k.U_{2m}.U_0.[1 + \frac{U_{1m}}{U_0}.\cos(2.\pi.f.t)]$

En posant $A = k.\,U_{2m}.U_0$ et $m= \dfrac{U_{1m}}{U_0}$, on obtient :

$U(t) = A.[1 + m.\cos(2.\pi.f.t)]$ et $S(t) = A.\,[1 + m.\cos(2\pi.f.t)].\cos(2\pi.F.t)$

b) L'amplitude de la tension modulée s'exprime par :

$U(t) =A.[1 + m.\cos(2\pi.f.t)]$

Cette amplitude varie entre les valeurs extrêmes :

$U_{max}= A.\,(1+m)$ et $U_{min}= A.\,(1 -m)$

Donc : $\dfrac{U_{max}}{U_{min}} = \dfrac{1+m}{1-m} \Rightarrow (1 -m).\,U_{max} =(1 +m).U_{min}$

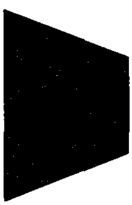
$\Rightarrow -m.(U_{max}+U_{min}) = U_{min}- U_{max}$

$\Rightarrow\ m = \dfrac{U_{max} - U_{min}}{U_{max} + U_{min}}$

Soit : $m = \dfrac{6,0-2,0}{6,0+2,0} = 0,5$

$m <1$: la modulation est de bonne qualité.

c)

On voit un trapèze : 

4 I. LA CHAINE DE TRANSMISSION

1. Nom des quatre dispositifs

1- Générateur haute fréquence

2- Multiplieur

3- Amplificateur

4- Antenne

2. Signaux obtenus en B, C et D

- Porteuse notée $U_p(t)=U_{p(max)} \times\cos(2\times\pi\times F\times t)$: C signal de la porteuse à haute fréquence
- Signal modulant BF noté $u_s(t) + U_0$:B obtenu par le micro
- Signal modulé noté $u_m(t)$: D après le multiplieur

3. Le signal électrique recueilli en A

La boite noire permet d'ajouter la tension U_0 au signal modulant.

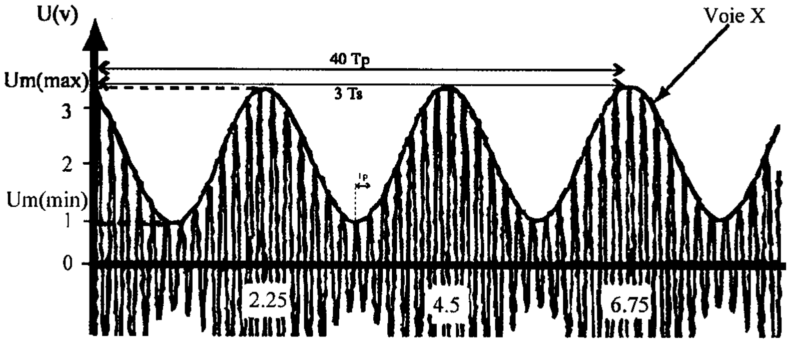
4. Le dispositif électrique (2) effectue une opération mathématique simple qui peut être : $(u_s(t) + U_0) \times u_p(t)$

On a bien $u_p(t) \times (u_s(t) + u_0) = U_{p(max)} \times \cos(2\times\pi\times F\times t) \times (u_s(t) + u_0)$

Le coefficient k est du au multiplieur.

II. LA MODULATION D'AMPLITUDE

1. Périodes T_s et T_p



Pour T_s : $3T_s=6{,}75-0=6{,}75$ donc $T_s=\frac{6{,}75}{3}=2{,}25ms$

Pour T_p : $40T_p=6{,}75-0=6{,}75$ donc $T_p=\frac{6{,}75}{40}=0{,}169ms$

2. Fréquence f du signal modulant et F de la porteuse.

$f=\frac{1}{T}$ f en Hz et T en s

fréquence du signal modulant : $f_s=\frac{1}{T_s}=\frac{1}{2{,}25.10^{-3}}=0{,}44.10^3=444Hz$

fréquence de la porteuse : $f_p=\frac{1}{T_p}=\frac{1}{\frac{6{,}75.10^{-3}}{40}}.=\frac{40}{6{,}75.10^{-3}}$

$f_p=5{,}93.10^3=5{,}93kHz$

3. a. Um(max) et Um(min) du signal modulé.

Um(max)= 3,2 V

Um(min)= 0,8 V

b. valeur de m

$m=\frac{(3{,}2-0{,}8)}{(3{,}2+0{,}8)}=\frac{2{,}4}{4{,}0}=\frac{1{,}2}{2{,}0}=0{,}6$

c. taux de modulation m supérieur à 1

Cela correspondrait à une sur-modulation donc mauvaise qualité de la modulation.

4. a. pour obtenir un taux de modulation m <1

Il faut que Us(max) soit inférieur à U_0

b. pour obtenir une bonne modulation

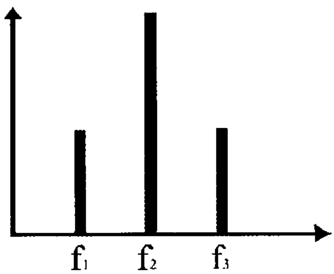
Il faut que f_p soit largement supérieur à $f_{modulant}$

d. Les fréquences du spectre

$f_2=F$

$f_1=F-f$

$f_3=F+f$



Chimie

La mesure d'une quantité de matière

- Doser une entité en solution, c'est déterminer sa quantité de matière ou sa concentration au moyen d'une réaction chimique. Cette réaction est appelée réaction de dosage ; qui peut être une réaction acide-base ou une réaction redox.
- La réaction de dosage doit être rapide et totale.
- L'équivalence correspond au mélange stœchiométrique des réactifs de la réaction de dosage.
- Le dosage d'une solution d'acide par une solution de base de concentration molaire connue $\mathbf{C_B}$ consiste à déterminer la concentration molaire inconnue $\mathbf{C_A}$ de l'acide.
- Le dosage d'une solution de base par une solution d'acide de concentration molaire connue $\mathbf{C_A}$ consiste à déterminer la concentration molaire inconnue $\mathbf{C_B}$ de la base.
- La quantité de matière n contenue dans un échantillon de masse m contenant une entité chimique pure de masse molaire M est donnée par la relation $n = \frac{m}{M}$
- La quantité de matière n contenue dans un échantillon de volume V d'une entité chimique pure prise à l'état gazeux est donnée par la relation

$$n = \frac{V}{V_M}$$

- La quantité de matière n d'une entité dissoute dans une solution de concentration C et de volume V est donnée par la relation $n = C.V$
- Un dosage manganimétrique consiste à déterminer la concentration d'une solution inconnue en exploitant une réaction d'oxydoréduction mettant en jeu la propriété oxydante des ions permanganate MnO_4^- en milieu acide
- La conductance G d'une solution électrolytique est égale à l'inverse de sa résistance R. $G = \frac{1}{R}$ avec G en Siemens (S) et R en ohm (Ω)

➢ La courbe G = f(C) est appelée courbe d'étalonnage, elle permet de déterminer la concentration d'une solution de concentration inconnue de l'électrolyte correspondant.

Enoncés

1

Donnée : M ($FeSO_4$) = 152 $g.mol^{-1}$. En milieu fortement acidifié, l'ion permanganate réagit avec les ions fer II

1- Ecrire les équations des demi-réactions sachant que les couples redox mis en jeu sont : MnO_4^-/Mn^{2+} et Fe^{3+}/Fe^{2+}.

2- Ecrire l'équation de la réaction bilan.

3- On se propose de doser une solution ferreuse, obtenue à partir de sulfate de fer (II) ($FeSO_4$) par manganimétrie. On verse un peu de solution titrée ($C=0,020 mol.L^{-1}$) de permanganate de potassium (contenue dans la burette) dans le vase réactionnel où l'on a introduit avec une pipette Vr =25,0 mL de solution ferreuse, puis un peu d'acide sulfurique concentré pour acidifier le milieu. On observe une décoloration immédiate. Interpréter ces faits.

4- On continue de petits apports de solution de permanganate. Pour un volume versé Ve=21,5mL on constate que malgré l'homogénéisation, le mélange réactionnel maintient pour la première fois une couleur rose pâle. Comment appelle t-on cette phase du dosage ?

5- A partir de l'équation chimique de la réaction modélisant la transformation, déduire la relation qui lie la quantité de matière n_1 d'ion MnO_4^- versés et celle des ions fer(II) initialement présents dans le mélange réactionnel à l'équivalence d'oxydoréduction ?

a- Quelle est la quantité de matière n_2 dosée dans le vase réactionnel.

b- En déduire la concentration molaire de la solution ferreuse.

c- Quelle masse de sulfate de fer (II) ($FeSO_4$) faut-il peser pour préparer 500mL de la solution ferreuse étudiée ?

d- Décrire le mode opératoire de la préparation de cette solution.

2

On prépare une solution **(S_1)** de sulfite de sodium **Na_2SO_3** en dissolvant dans l'eau pure de volume **V = 200mL** une quantité de masse **m** de ce composé. À un échantillon de volume **V_1 =5mL** de la solution **(S_1)**, on ajoute goutte à goutte une solution acidulée **(S_2)** de permanganate de potassium **$KMnO_4$** de concentration **C_2=0,02mol.L^{-1}**.

1. a- Les premières gouttes de la solution **(S_2)** ajoutées à la solution **(S_1)**, se décolorent. Interpréter cette observation.

b- La couleur violette de la solution **(S_2)** persiste pour un volume **V_2** de cette solution égal à **10 mL** Que peut-on déduire?

2. L'équation de la réaction qui se produit au cours de ce dosage est :

$$2\,MnO_4^- + 6\,H_3O^+ + 5\,SO_3^{2-} \longrightarrow 2Mn^{2+} + 5\,SO_4^{2-} + 9H_2O.$$

a- Etablir, à l'équivalence redox, une relation entre **C_1,V_1,V_2** et **C_2**.

b- Déduire la valeur de la concentration $\mathbf{C_1}$

3. Déterminer la valeur de la masse **m**. On donne : $\mathbf{M(Na_2SO_3)= 126g.mol^{-1}}$.

3

On considère les deux couples rédox suivants : MnO_4^-/Mn^{2+} et $CO_2/H_2C_2O_4$

1- Ecrire la demi-réaction associée à chaque couple en milieu acide.

2- On dose 25 cm^3 d'une solution d'acide oxalique $H_2C_2O_4$ de concentration molaire inconnue par une solution de $KMnO_4$ de concentration molaire 0.5 $mol.L^{-1}$ le point d'équivalence est obtenu pour un volume versé de $KMnO_4$ égale $10cm^3$.

a- Ecrire l'équation de la réaction du dosage.

b- Calculer la concentration molaire de l'acide oxalique $H_2C_2O_4$.

c- Calculer la masse d'acide oxalique qu'il faut dissoudre pour préparer 1L de cette solution.

On donne $M_H = 1$ $g.mol^{-1}$ $M_C = 12$ $g.mol^{-1}$ $M_O = 16$ $g.mol^{-1}$.

4

Lors d'une manipulation en classe des élèves sont demandés de doser une solution acidifiée de H_2O_2 notée S_R, afin de déterminer sa concentration molaire C_R . La solution dosante est une solution S_O de $KMnO_4$ de concentration molaire C_O= 0.02 $mol.L^{-1}$. La figure 1 représente le schéma incomplet , du montage nécessaire au dosage

1) Compléter le schéma en ajoutant le nom de la verrerie utilisée ou la solution désignée.

2) La demi équation correspondant au couple O_2/H_2O_2 s'écrit :

$$H_2O_2+2\ H_2O \longrightarrow O_2 + 2\ H_3O^+ +2.e^-$$

écrire celle correspondant au couple MnO_4^- / Mn^{2+} et l'équation bilan de la réaction.

3) Sachant que le volume dosé est V_R = 4 mL , la quantité de matière d'ions MnO_4^- nécessaire à l'équivalence est n_{OE} = 1,6 .10^{-4} mol . Déterminer :

a- le volume V_{OE} nécessaire à l'équivalence

b- la valeur de la molarité C_R

4) les élèves reprennent l'expérience une seconde fois, avec les mêmes solutions mais ils ajoutent au volume dosé (toujours 4 mL) un volume d'eau puis reprennent le dosage. compléter le tableau de la figure 2 en y ajoutant pour chaque grandeur : change ou reste inchangé.

C_R	
n_R	
n_{OE}	
V_{OE}	

Figure 2

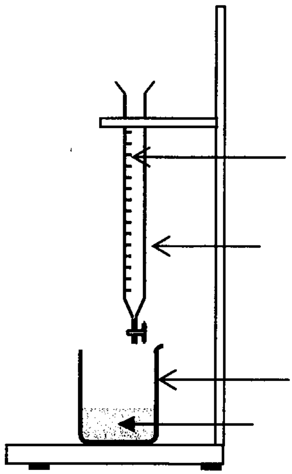


Figure 1

5 Répondre par vrai ou faux.

1- Le dosage d'une solution d'acide chlorhydrique permet de déterminer la quantité d'ions hydronium H_3O^+ dans cette solution.

2- Le dosage d'une solution d'acide éthanoïque permet de déterminer la quantité d'ions hydronium H_3O^+ dans cette solution.

3- Une réaction de dosage doit être rapide et totale.

4- Le dosage d'une entité chimique en solution consiste à déterminer la quantité de matière de cette entité.

5- L'unité de la conductance dans le système international est l'ohm.

6- La conductance d'une solution électrolytique ne dépend que de sa concentration.

6 Choisir la bonne réponse

1- La masse volumique d'un échantillon de masse m et de volume V est donnée par la relation :

a- $\rho = \frac{V}{m}$ b- $\rho = V * m$ c- $\rho = \frac{m}{V}$

2- Dans les mêmes conditions de température et de pression tous les gaz ont :

a- le même volume molaire

b- des volumes molaires différents

c- le gaz qui a la masse molaire la plus grande a le volume molaire le plus grand.

3- La quantité de matière n, contenue dans un échantillon de masse m , d'une entité chimique de masse molaire M, est donnée par la relation :

a- n= m.M b- $n=\frac{m}{M}$ c- $n=\frac{M}{m}$

7

Un déboucheur est en général un produit qui contient de l'hydroxyde de sodium (NaOH).

Pour déterminer la concentration molaire de soude dans une solution commerciale de déboucheur on la dose par une solution d'acide chlorhydrique.

On mélange ainsi 20 mL de la solution commerciale du déboucheur avec suffisamment d'eau pour obtenir 100 mL de solution (S_1) de concentration C_{B1}.

On dose 20 mL de (S_1) par une solution d'acide chlorhydrique de concentration molaire Ca = 0.2 $mol.L^{-1}$. L'équivalence acido-basique est obtenue lorsqu'on a ajouté V_{AE} =17 mL d'acide chlorhydrique.

1- Définir l'équivalence acido-basique
2- Ecrire l'équation de la réaction de dosage
3- Déterminer la concentration molaire C_{B1} de la solution S_1
4- En déduire la concentration C_B de la solution commerciale
5- En déduire la masse m de soude dissoute dans un litre de solution commerciale.

On donne : $M_{Na} = 23\ g.mol^{-1}$, $M_O = 16\ g.mol^{-1}$, $M_H = 1\ g.mol^{-1}$

8

On dissout un volume V_0 de chlorure d'hydrogène gaz (HCl) dans assez d'eau pour obtenir 400mL d'une solution (S). On dose 10 mL de la solution (S) par une solution d'hydroxyde de sodium (NaOH) de concentration molaire $C_B = 0,1\ mol.L^{-1}$ en présence de B.B.T.

Le virage de cet indicateur coloré a lieu pour un volume de la solution basique ajouté égal à 20mL.

1) Déterminer la concentration molaire C_A de la solution (S).
2) En déduire la quantité de matière n de (HCl) dissous dans la solution (S).
3) En déduire le volume V_0 de (HCl) gaz dissous dans la solution (S).

On donne ; Le volume molaire des gaz est : $V_M = 24\ L.mol^{-1}$.

9

A V_o = 60mL d'une solution (S) de sulfate de fer II $FeSO_4$ acidifiée ,de concentration C_o inconnue , on ajoute V_1= 10 ml d'une solution (S_1) de nitrate d'ammonium NH_4NO_3de concentration C_1= 0,1 $mol.L^{-1}$ .Un gaz incolore de formule NO (monoxyde d'azote),qui devient roux à l'air ,se dégage.

1) Sachant que les ions nitrate NO_3^- et fer II se transforment respectivement en ion fer III et en monoxyde d'azote NO:
a)Ecrire les demi - équations électroniques puis l'équation bilan de la réaction Déduire les couples redox mis en jeu .
b) Calculer la quantité d'ions ferII consommés par cette réaction ; sachant que dans le mélange initial les ions fer II sont en excès. .
2) Une fois le dégagement gazeux est terminé , on dose les ions ferII restants par une solution de permanganate de potassium $KMnO_4$ à C_2=0,05 $mol.L^{1}$
L'équivalence est obtenue pour $V_{KMnO4} = V_2$ = 12mL.
a)Ecrire les demi - équations électroniques puis l'équation bilan de la réaction. Déduire les couples rédox mis en jeu .
b) Calculer la quantité d'ions ferII dosés par cette réaction .
3) Calculer la concentration $C_o$de la solution (S).

10

On fait réagir une solution aqueuse de permanganate de potassium $KMnO_4$ de concentration $C_1 = 0{,}1 mol.L^{-1}$ sur une solution de dioxyde de soufre SO_2 de concentration C_2 inconnue et de volume V_2 = 10mL. L'équation de la réaction rédox ayant lieu est :

$$5.SO_2 + 6.H_2O + 2.MnO_4^- \rightarrow 5.SO_4^{2-} + 4.H_3O^+ + 2.Mn^{2+}$$

A l'équivalence, le volume de la solution aqueuse de permanganate de potassium versée estV_1 = 5mL.
1.D'après l'équation-bilan, trouver la relation entre les quantités de matière de SO_2 et de MnO_4^-
2.Exprimer ces quantités en fonction de V_1 , C_1 , V_2 , C_2.
3.A l'aide des relations trouvées aux deux questions précédentes, exprimer la concentration C_2 en SO_2 en fonction de V_1 , C_2 , V_2 puis calculer sa valeur.

11

A partir d'une solution étalon (S_e) de chlorure de potassium (KCl) de concentration molaire C_e= $1{,}2.10^{-2}$ $mol.L^{-1}$, on prépare six solutions diluées et à l'aide d'un montage conductimétrique on mesure la conductance G de chaque solution. Les résultats de l'expérience sont donnés dans le tableau suivant :

Concentration molaire (10^{-3} $mol.L^{-1}$)	0,24	0,48	0,96	1,44	1,92	2,4
Conductance (millisiemens)	0,28	0,56	1,16	1,70	2,28	2,78

1) Tracer la courbe d'étalonnage G = f (C) .
2) Une solution de chlorure de potassium est vendue au pharmacie dans des ampoules de volume v = 20 ml contenant chacune une masse **m** de (KCl). La mesure de la conductance de cette solution a donné G_0 = 293 millisiemens.
- La courbe d'étalonnage obtenue permet-elle de déterminer directement la concentration molaire C_0 de la solution de l'ampoule ? Justifier la réponse.

3) On dilue 200 fois le contenu de l'ampoule et on mesure de nouveau la conductance, on obtient G_1= 1,88 millisiemens.

a / Déterminer la concentration C_1 de la solution diluée du KCl .
b / Déduire la concentration C_0 de la solution contenue dans l'ampoule.
c / Déterminer la quantité de matière de KCl dans cette ampoule, en déduire la masse m correspondante.

On donne :

M (K) = 39 $g.mol^{-1}$ et M (Cl) = 35,5 $g.mol^{-1}$

12

Soit une solution $\mathbf{S_0}$ d'iodure de potassium de concentration $\mathbf{C_0}$ que l'on veut déterminer.

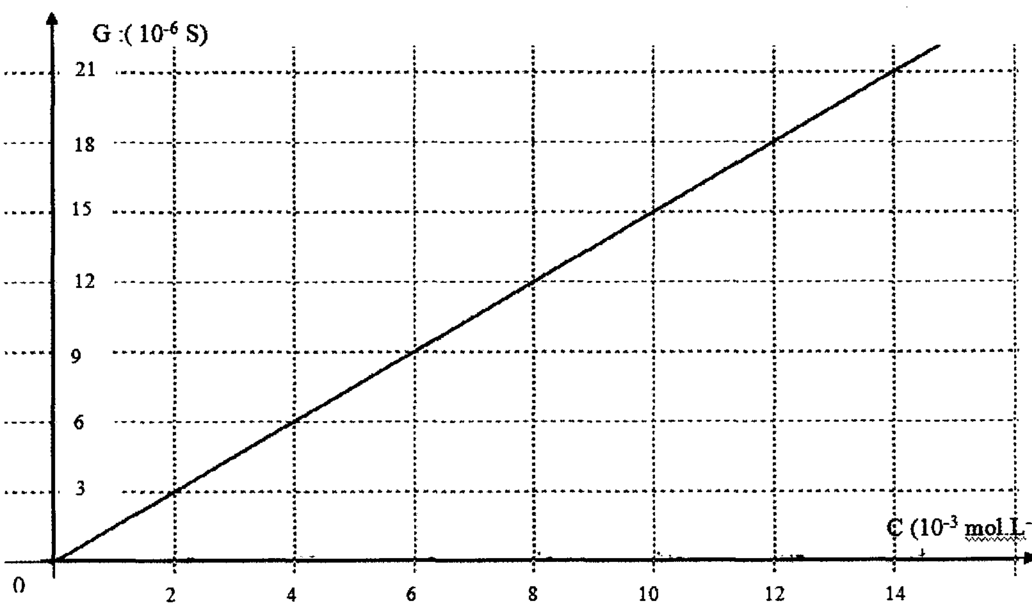
Pour cela on trace la courbe d'étalonnage **G =f (C),** représentant la **conductance** en fonction de la concentration, d'une série de solutions d'iodure de potassium.

Soit une solution $\mathbf{S_1}$ de KI obtenue par dilution **10 fois** de $\mathbf{S_0}$. La mesure, dans les mêmes conditions que les solutions précédentes, de la conductance de S_1 donne $\mathbf{G_1 = 15 .10^{-6}\ S}$.

1) a- Décrire brièvement le protocole expérimental qui permet de déterminer la conductance d'une solution.

b- Etablir la relation entre la conductance G et la concentration C.

c- Dire en justifiant la réponse, si en diluant la solution, elle devient plus ou



moins conductrice.

2) a - Déterminer la concentration C_1 de la solution S_1.

b- En déduire la concentration C_0 de S_0.

c- Calculer la masse m de KI à dissoudre dans l'eau pour obtenir 500 mL de S_0.

3) On fait agir , en milieu acide , un volume $V_1 = 20$ mL de S_1 sur un volume V_2 =5mL d'une solution d'eau oxygénée H_2O_2 de concentration $C_2 = 10^{-2}$ mol.L^{1}, il se forme de l'eau et de diiode.

a- Ecrire l'équation de la réaction chimique qui se produit sachant que les couples redox mis en jeu saut I_2/I^- et H_2O_2/H_2O

b- Déterminer les concentrations des ions I^- et K^+ dans le mélange final.

On donne . M_K =39 g.mol^{-1} M_I = 127 g.mol^{-1}.

13

Le dioxyde de soufre SO_2 est l'un des gaz qui contribue à la pollution de l'atmosphère terrestre. On se propose de déterminer le pourcentage de SO_2 dans un litre d'air. Pour cela, on fait barboter 10 L d'air dans un volume V = 1L d'eau pure . On obtient alors une solution aqueuse S de dioxyde de soufre de volume V= 1L.

On prélève un volume $V_1 = 20$ mL de la solution S au quel on ajoute un volume V_2 = 10 mL d'une solution aqueuse S_2 de diode I_2 de concentration $C_2 = 2.10^{-3}$ mol.L^{-1} et quelques gouttes d'une solution aqueuse d'empois d'amidon qui colore le mélange en bleu violacé.

1- a- Ecrire les équations des deux demi réactions qui se produisent dans le mélange sachant que les couples redox mis en jeu sont : I_2/ I^- et SO_4^{2-} / SO_2

b- Déduire l'équation bilan de la réaction.

2- Après un temps très long, on constate que la couleur bleue du mélange persiste.

On dose le diiode en excès par une solution (S_3) de thiosulfate de sodium ($2Na^+ + S_2O_3^{2-}$) de concentration molaire $C_3 = 10^{-3}$ mol.L^{-1}.

L'équivalence est obtenue lorsqu'on a ajouté un volume $V_3 = 30$ mL de (S_3).

a)- Ecrire l'équation bilan de la réaction de dosage qui met en jeu les couples redox : I_2/I^- et $S_4O_6^{2-}/S_2O_3^{2-}$.

b)-Calculer la quantité de matière de diode dosé.

c) – Déterminer la quantité de matière de SO_2 dans la solution S.

d)– Déduire le pourcentage de SO_2 dans 1L d'air.

On donne : Volume molaire de l'air : $V_m = 24$ L.mol^{-1}

e)-Calculer la concentration C' de la solution de SO_2 .

14

On considère un échantillon de chlorure de calcium ($CaCl_2$) de masse 222 g.

1- calculer la quantité de matière de chlorure de calcium contenue dans cet échantillon.

2- a-Calculer la masse de chlorure de sodium (NaCl) qui renferme la même quantité de matière que l'échantillon de chlorure de calcium b- on dissout cette mase dans l'eau pour obtenir une solution aqueuse de chlorure de sodium de volume V =2 L. calculer la concentration de la solution obtenue.

On donne : $M_{Na} = 23\ g.mol^{-1}$, $M_{Cl}= 35.5\ g.mol^{-1}$ $M_{Ca} = 40\ g.mol^{-1}$

15

L'analyse d'un échantillon de fonte (alliage fer-carbone) de masse m = 1kg à donné un pourcentage en masse de carbone 3%.

1- Calculer les masses de carbone et de fer contenues dans cet échantillon.

2- En déduire les quantités de matière de fer et de carbone.

On donne : $M_{Fe} = 56 g.mol^{-1}$, $M_C = 12 g.mol^{-1}$

16

1) On dissout 35,1g de chlorure de sodium dans l'eau pour obtenir une solution (S_1) de volume $V_1 = 200$ mL.

a- Calculer la quantité de matière de chlorure de sodium contenue dans la solution (S_1)

b- Ecrire l'équation de la dissociation du chlorure de sodium dans l'eau sachant qu'il s'agit d'un électrolyte fort.

c- Calculer la quantité de matière de chaque ion présent dans la solution (S_1).

d- Déduire la concentration de chaque ion dans (S_1).

2) (S_2) est une solution de chlorure de ferII ($FeCI_2$) de volume $V_2 = 100$ mL et de concentration molaire $C_2 = 0,2\ mol.L^{-1}$.

a- Calculer la masse de chlorure de feII dissous dans la solution (S_2).

b- Ecrire l'équation de l'ionisation ($FeCI_2$) dans l'éau.

c- Calculer la quantité de chaque ion présent dans la solution (S_2).

3) On mélange les deux solutions (S_1) et (S_2) on obtient un mélange homogène M.

a- Calculer la quantité de matière de chaque ion présent dans le mélange M.

b- Déduire la concentration de chaque ion.

On donne : $M_{Fe} =56 g.mol^{-1}$, $M_{CI} = 35,5 g.mol^{-1}$, $M_{Na} = 23 g.mol^{-1}$

Corrigés

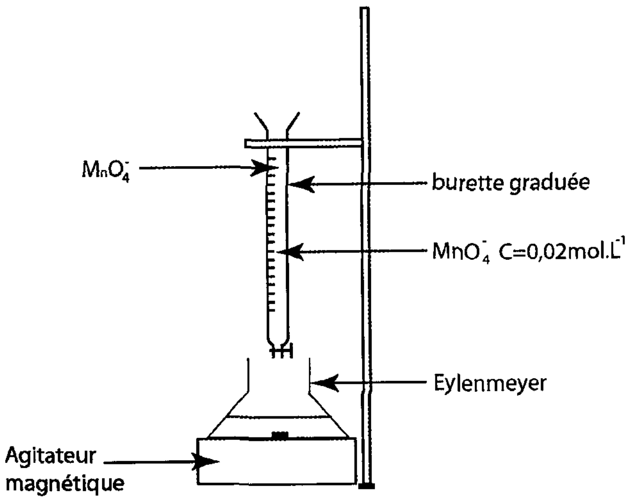
1 $MnO_4^- + 8H^+ + 5e^- \rightleftharpoons Mn^{2+} + 4H_2O$

où

$MnO_4^- + 8H_3O^+ + 5e^- \rightleftharpoons Mn^2 + 12H_2O$

$Fe^{3+} + 1e^- \rightleftharpoons Fe^{2+}$

2/ $M_nO_4^- + 8H_3O^+ + 5Fe^{2+} \rightarrow M_n^{2+} + 12H_2O + 5Fe^{3+}$



3/ La décoloration immédiate montre que l'ions MnO_4^- (rose) à réagi avec les ions Fe^{2+} pour se transformer en ions Mn^{2+} incolore.

4/ Cette phase du dosage est appelée équivalence redox.

5/ a- A l'équivalence : $\frac{n_{Fe^{2+}}}{5} = \frac{n_{MnO_4^-}}{1}$

$$n_2 = 5n_{MnO_4^-}$$

$$n_2 = 5CV_e$$

<u>AN</u> : $n_2 = 5 \times 0,02 \times 21,5.10^{-3} = 2,15.10^{-3} mol$

b/ $n_2 = C_r.V_r \Rightarrow C_r = \frac{n_2}{V_r} = \frac{2,15.10^{-3}}{25.10^{-3}} = 8,6.10^{-2} mol^{-1}$

c/ $C_r = \dfrac{n}{V} = \dfrac{n}{M.V} \Rightarrow m = C.M.V$

AN : $m = 8,6\times10^{-2}\times152\times0,5 = 6,53g$

d/ - Peser une masse $m = 6,53g \quad de \quad F_2SO_4$

- Placer cette masse dans une fiole jaugée de 500 mL à moitié remplie d'eau
- Agiter jusqu'à la dissolution de m
- Ajouter de l'eau distillée jusqu' au trait de jauge.

2

1-a- La coloration immédiate de la solution montre que l'ions MnO_4^- (rose) a réagi avec les ions

SO_3^{2-} et se transforme en ions Mn^{2+} (incolore)

-b- La persistance de la coloration rose montre que l'équivalence Redox est atteint.

2/a/ $2MnO_4^- + 6H_3O^+ + 5SO_3^{2-} \rightarrow 2Mn^{2+} + 5SO_4^{2-} + 9H_2O$

A l'équivalence $\dfrac{n_{(MnO_4^-)}}{2} = \dfrac{n_{(SO_3^{2-})}}{5}$

b/ $\dfrac{C_2.V_2}{2} = \dfrac{C_1V_1}{5}$?

$\Rightarrow C_1 = \dfrac{5C_2V_2}{2V_1}$

$C_1 = \dfrac{5\times0,02\times10^1\times10^{-3}}{2\times5\times10^{-3}} = 0,1 mol\ L^{-1}$

3/ $n = \dfrac{m}{M} = C.V \Rightarrow \boxed{m = C_1.M.V}$

$AN : m = 0,1\times126\times0,2 = 2,52g$

3

1/ $MnO_4^- + 8H^+ + 5e^- \rightleftharpoons Mn^{2+} + 4H_2O$

$2CO_2 + 2H^+ + 2e^- \rightleftharpoons M_2C_2O_4$

2/a/ $2M_nO_4^- + 6H^+ + 5H_2C_2O_4 \rightarrow 2Mn^{2+} + 8H_2O + 10CO_2$

b/ Al' équivalence : $\dfrac{n(MnO_4^-)}{2} = \dfrac{n(H_2C_2O_4)}{5}$

$$\frac{C_1V_1}{2}=\frac{C_2V_2}{5}$$

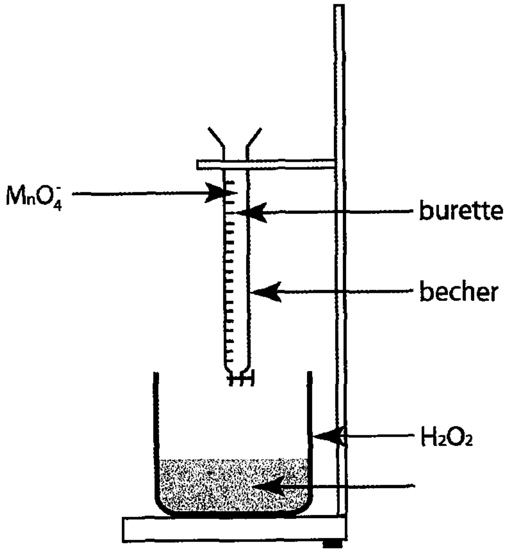
$$C_2=\frac{5C_1V_1}{2V_2}=\frac{5\times 0,5\times 10.10^{-3}}{2\times 25.10^{-3}}=0,5mol\ L^{-1}$$

c/ $m=C_2M.V=0,5[2\times 1+2\times 12+4\times 16]\times 1$

$=45g$

4

1/



2/ $MnO_4^-+8H_3O^++5e^-\rightleftharpoons Mn^{2+}+12H_2O$

$H_2O_2+2H_2O\rightarrow O_2+2H_3O^++2e^-$

$$2MnO_4^-+6H_3O^++5H_2O_2\ \rightarrow 2Mn^{2+}+5O_2+14H_2O$$

A l'équivalence $\frac{n\left(MnO_4^-\right)}{2}=\frac{n\left(H_2O_2\right)}{5}$

3/a/ $n_0=C_0.V_0\Rightarrow V_0=\frac{n_0}{C_0}=\frac{1,6.10^{-4}}{0,02}=8.10^{-3}L$

b/ $\frac{n\ \ MnO_4^-}{2}=\frac{n\left(H_2O_2\right)}{5}$

$$\frac{C_0.V_0}{2}=\frac{C_r.V_r}{5}$$

$$C_r=\frac{5C_0V_0}{2V_r}=\frac{5\times 0,02\times 8.10^{-3}}{2\times 4\times 10^{-3}}$$

4/

C_R	Reste inchangé
$n_R=C_R.V_R$	Reste inchangé
n_{OE}	Reste inchangé
V_{OE}	Reste inchangé

5

1) Vrai
2) faux
3) vrai
4) vrai
5) faux c'est le Simens (S)
6) faux

6

1) c- $\rho = \frac{m}{V}$
2) a- le même volume molaire.
3) b- $n = \frac{m}{M}$

7

1) L'équivalence acido-basique est obtenu lorsque la quantité de matière d'ions H_3O^+ apportés par l'acide est égale à la quantité de matière d'ions OH^- apportés par la base.
2) $H_2O^+ + OH^- \rightarrow 2H_2O$
3) A l'équivalence

$$n_{(H_3O^+)} = n_{(OH^-)}$$

$$C_A V_{AE} = C_{B1} \times V_B$$

$$\Rightarrow C_{B1} = \frac{C_A V_{AE}}{V_B} = \frac{0,2 \times 17}{20} = 0,17 mol.L^{-1}$$

4) La solution commerciale a été diluée 5 fois $\Rightarrow C_B = 5 \times C_{B1} = 5 \times 0,17 = 0,85 mol.L^{-1}$

5) $C_B = \frac{n}{V} = \frac{m}{M.V}$

$\Rightarrow \boxed{m = C_B \times M_{(NaOH)} \times V}$

AN : $m = 0,85 \times (23 \times 16 + 1) \times 1$

$\boxed{m = 34g}$

8

1) $C_A V_B = C_B V_B$ à l'équivalence

$$C_A = \frac{C_B V_B}{V_A} = \frac{0,1 \times 20}{10} = 0,2 mol.L^{-1}$$

2) $n = C_A \times V$

$n = 0,2 \times 0,4 = 0,08 mol$

$\boxed{n = 0,08 mol}$

3) $n = \frac{V_0}{V_M} \Rightarrow \boxed{V_0 = n.V_M}$

$\Rightarrow V_0 = 0,08 \times 24 = 1,92L$

9

1) a/ $NO_3^- + 4H_3O^+ + 3é \rightarrow NO + 6H_2O$

$3 \times (Fe^{2+} \rightarrow Fe^{3+} + 1e^-)$

Bilan : $NO_3^- + 4H_3O^+ + 3Fe^{2+} \rightarrow NO + 6H_2O + 3Fe^{3+}$

Les couples redox : Fe^{3+} / Fe^{2+} *et* NO_3^- / NO

b/ D'après l'équation bilan :

$n_{(Fe^{2+})consommé} = 3n_{(NO_3^-)} = 3 \times C_1 V_1 = 3 \times 0,1 \times 10^{-2}$

$\boxed{n_{(Fe^{2+})consommé} = 3.10^{-3} mol = n_1}$

2) a/ $5 \times (Fe^{2+} \rightarrow Fe^{3+} + 1e^-)$

$MnO_4^- + 8H_3O^+ + 5e^- \rightarrow Mn^{2+} + 12H_2O$

Bilan $5Fe^{2+} + MnO_4^- + 8H_3O^+ \rightarrow 5Fe^{3+} + Mn^{2+} + 12H_2O$

Les couples redox :

MnO_4^- / Mn^{2+} *et* Fe^{3+} / Fe^{2+}

b/ Soit n_2 le nombre de moles dosées par cette réaction.

$n_2 = 5n_{(MnO_4^-)} = 5 \times C_2V_2$;AN $n_2 = 5 \times 0,05 \times 12.10^{-3} = 3.10^{-3} mol$

3) Calcul de C_0 :

$$C_0 = \frac{n_{Fe^{2+}}}{V_0} = \frac{n_1 + n_2}{V_0}$$

$$C_0 = \frac{3.10^{-3} + 3.10^{-3}}{60.10^{-3}} = 0,1 mol.L^{-1}$$

$$\boxed{C_0 = 0,1 mol.L^{-1}}$$

10

1) $5SO_2 + 6H_2O + 2MnO_4^- \rightarrow 5SO_4^{2-} + 4H_3O^+ + 2Mn^{2+}$

Les deux couples sont :

MnO_4^- / Mn^{2+} et SO_4^{2-} / SO_2

2) $n_{SO_2} = \frac{5}{2} n_{MnO_4^-}$

2/ $n_{MnO_4^-} = C_1V_1$ *et* $n_{SO_2} = C_2V_2$

3/- $C_2V_2 = \frac{5}{2} C_1V_1$

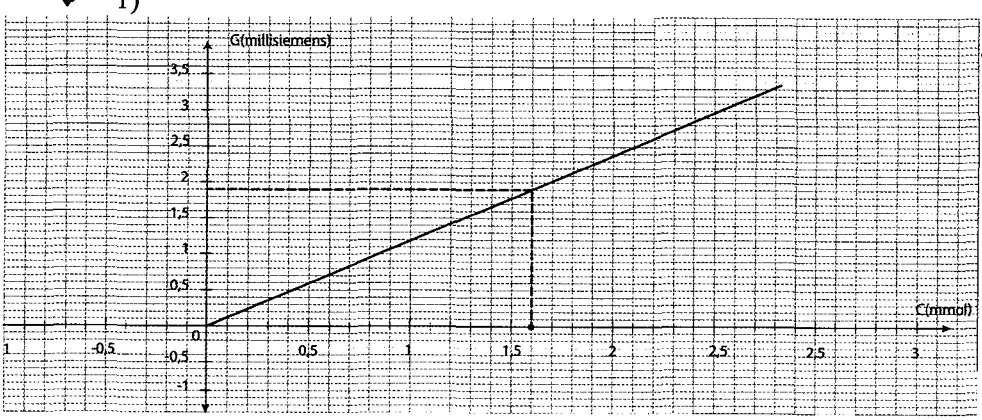
$$\boxed{C_2 = \frac{5C_1V_1}{2V_2}}$$

A.N : $C_2 = \frac{5 \times 0,1 \times 5}{2 \times 10}$

$C_2 = 0,125 mol.L^{-1}$

11

1)



2) Non car G_0=293 millisimens ne figure pas sur l'axe des ordonnées
3°) On dilue 200 fois ; $G_1 = 1,88$ millisimens
a) d'après la courbe $G_1 = 1,88$ millisimens
$\Rightarrow C_1 = 1,6$ m mol = $1,6 \ 10^{-3}$ mol
b) $C_0 = 200 \ C_1$
$= 1,6 \ 10^{-3} \times 200 = 0,32 \text{ mol.L}^{-1}$

$$\boxed{C_0 = 0,32 \text{ mol .L}^{-1}}$$

c) • La quantité de matière dans chaque ampoule est
$n_0 = C_0 \times V = 0,32 \times 20.10^{-3}$

$$\boxed{n_0 = 6,4 \ 10^{-3} \text{ mol.}}$$

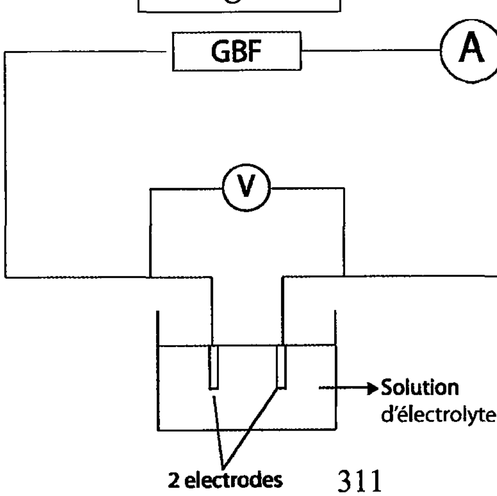
• La masse m de K Cl est
$m = n_0 \times M_{KCl} = n_0 \times (M_K + M_{cl})$
$= 6,4.10^{-3} \times (39 + 35,5)$

$$\boxed{m = 0,4768 \text{ g}}$$

12

1)a/ On réalise le montage suivant l'ampèremètre mesure l'intensité efficace I.
Le voltmètre mesure la tension efficace. U
La conductance

$$\boxed{G = \frac{I}{U}}$$



b) G = f(c) est une droite linéaire

G = K × C avec K = la pente de la droite

$$= \frac{9.10^{-6}}{6.10^{-3}} = 1,5\ 10^{-3}\ S.mol^{-1}.L$$

$\Leftrightarrow$ $\boxed{G = 1,5\ 10^{-3} C}$

c) La conductance est proportionnelle à la concentration

$\Rightarrow$ Si on dilue la solution, C diminue et G diminue la solution devient moins conductrice

2)a/ D'après la courbe :

$G_1 = 15.10^{-6} S \Rightarrow C_1 = 10.10^{-3}$

$\boxed{C_1 = 10^{-1} mol.L^{-1}}$

b/ $C_0 = 10 \times C_1$

$\boxed{C_0 = 10^{-1} mol.L^{-1}}$

c/ $C_0 = \frac{n}{v} = \frac{m}{M.V} \Rightarrow m = C_0.M.V$

A.N : $m = 10^{-1} \times (39 + 127) \times 0,5$

$\boxed{m = 8,3g}$

3)a/ $2I^- \rightarrow I_2 + 2e^-$

$H_2O_2 + 2H_3O^+ + 2e^- \rightarrow 4H_2O$

$2I^- + H_2O_2 + 2H_3O^+ \rightarrow I_2 + 4H_2O$

b/ $n_{(I^-)} = C_1.V_1 = 2.10^{-4} mol$

$n_{(H_2O_2)} = C_2V_2 = 0,5.10^{-4} mol$

$n_{(I^-)restant} = n_{(I^-)total} - n_{(I-)réagi}$

$= 2.10^{-4} - 2 \times 0,5.10^{-4}$

$= 10^{-4} mol$

$$\Rightarrow [I^-] = \frac{n_{(I^-)restant}}{V_1 + V_2} = \frac{10^{-4}}{52.10^{-3}} = 4.10^{-3} mol.L^{-1}$$

$$[K^+] = \frac{n_{K^+}}{V_1 + V_2} = \frac{2.10^{-4}}{25.10^{-3}} = 8.10^{-3} mol.L^{-1}$$

13

1) a- $I_2 + 2e^- \rightarrow 2I^- \quad (OX)$

$$SO_2 + 6H_2O \rightarrow SO_4^{2-} + 4H_3O^+ + 2e^- (\text{Re}d)$$

b - $I_2 + SO_2 + 6H_2O \rightarrow 2I^- + SO_4^{2-} + 4H_3O^+ \ \text{Re}d \ OX (I)$

2) a) $I_2 + 2e^- \rightarrow 2I^-$

$$2S_2O_3^{2-} \rightarrow S_4O_6^{2-} + 2e^-$$

$$I_2 + 2\ S_2O_3^{2-} \rightarrow 2I^- + S_4O_6^{2-}$$

b) $n_{I_2} = \frac{1}{2}\ n_{S_2O_3^{2-}} = n_{(I_2)_{restant}}$

$$\boxed{n_{(I_2)_r} = \frac{1}{2} C_3\ V_3}$$

AN $\quad n_{I_2} = \frac{1}{2}\ 10^{-3} \times 0,03 = 1,5.10^{-5} mol.$

c) •Le nombre de mole de I_2 dans V_2=10mL de (S_2) est

$$n_{(I_2)_0} = C_2V_2 = 2.10^{-3} \times 10^{-2} = 2.10^{-5} mol.$$

• Le nombre de moles de I_2 réagi avec V_1=20 mL de (S) est

$$n_{(I_2)_{réagi}} = n_{(I_2)_0} - n_{(I_2)_r}$$

$$\Rightarrow \ n_{(I_2)_{réagi}} = 2.10^{-5} - 1,5.10^{-5} = 0,5 \quad 10^{-5}$$

$$\boxed{n_{(I_2)_{réagi}} = 5 \quad 10^{-6} mol}$$

• Le nombre de moles de SO_2 con tenu dans $\underline{V_1 = 20mL}$ de (S) est le nombre de moles de SO_2 qui réagit dans la réaction (I).

$\Rightarrow n_{SO_2} = n_{(I_2)_{réagit}} = 5\ 10^{-6} mol.$

• Dans un 1L de (S), $n'_{SO_2} = \frac{n_{(SO_2)}}{V_1} \times 1 = \frac{5\ 10^{-6}}{0,020} \times 1 = 2,5\ 10^{-4} mol$

d) • 10L d'air contiennent 2,5 10^{-4} mol de SO_2

• 1L d'air contient 2,5 10^{-5} mol, de SO_2

• 1L d'air correspond à $\frac{1}{24} = 4,16.10^{-2} mol$ d'air

• Le pourcentage de SO_2 dans l'air est % SO_2 $= \frac{n_{(SO_2)}}{n_{(air)}} \times 100$

$$= \frac{2,5\ 10^{-5}}{4,16\ .10^{-2}} \times 100$$

$\boxed{\%\ SO_2 = 0,060\%}$

14

1) $n_{CaCl_2} = \frac{m}{M_{(CaCl_2)}} = \frac{222}{(40 + 2 \times 35,5)} = 2mol$

2) a- $m_{NaCl} = n \times M_{NaCl}$

$= 2 \times (23 + 35,5) = 117g$

$\boxed{m = 117g}$

b- $C = \frac{n}{V} = \frac{2}{2} = 1mol.L^{-1}$

15

1) $\%C = \frac{m_C}{m} \times 100 \Rightarrow \boxed{m_C = \frac{\%C \times m}{100}}$

$m_C = \frac{3 \times 1}{100} = 0,03Kg$

$= 30g$

$\boxed{m_C = 30g}$

$m = m_C + m_{Fe}$

$m_{Fe} = m - m_C = 1 - 0,03 = 0,97kg$

$\boxed{m_{Fe} = 970g}$

2) $n_{Fe} = \dfrac{m_{Fe}}{M_{Fe}} = \dfrac{970}{56} = 17,32mol$

$n_C = \dfrac{m_C}{M_C} = \dfrac{30}{12} = 2,5mol$

16

1) a) $n_{NaCl} = \dfrac{m_{NaCl}}{M_{NaCl}}$

$M_{NaCl} = M_{Na} + M_{Cl} = 23 + 35,5 = 58,5g.mol^{-1}$

$\Rightarrow n_{NaCl} = \dfrac{35,1}{58,5} = 0,6mol.$

b) $NaCl \rightarrow Na^+_{aq} + Cl^-_{aq}$

c) $n_{Na^+} = n_{cl^-} = n_{Nacl} = 0,6mol.$

d) $\left[Na^+\right] = \left[Cl^-\right] = \dfrac{n}{V} = \dfrac{0,6}{0,2} = 3mol.L^{-1}$

2) (S_2) est une solution de $FeCl_2$

a) $m = n \times M_{FeCl_2}$

Or $n = C_2V_2$

$\Rightarrow m = C_2V_2 \times M_{FeCl_2}$

Or $M_{FeCl_2} = M_{Fe} + 2M_{Cl} = 56 + 2 \times 35,5$

$= 127g.mol^{-1}$

① $\Rightarrow m = 0,2 \times 0,1 \times 127$

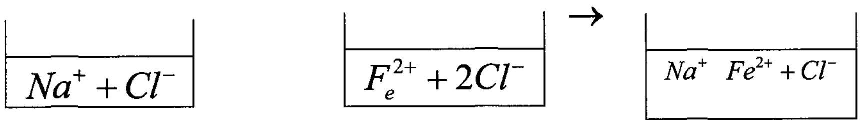
$$\boxed{m = 2,54g}$$

b) $F_eCl_2 \rightarrow F_e^{2+} + 2Cl^-$

c) $n_{Fe^{2+}} = n_{FeCl_2} = C_2V_2 = 0,2 \times 0,1 = 0,02mol$

$n_{Cl^-} = 2n_{FeCl_2} = 2C_2V_2 = 2 \times 0,2 \times 0,1 = 0,04mol.$

3) a) (S₁) (S₂) (M)



Dans le mélange M :

$n_{Na^+} = C_1V_1 = 0,6mol.$

$n_{Fe^{2+}} = C_2V_2 = 0,02mol.$

$n_{Cl^-} = n_{(Cl^-)_{S_1}} + n_{(Cl^-)_{S_2}} = C_1V_1 + 2C_2V_2$

$= 0,6 + 2 \times 0,02 = 0,64mol$

b) $\left[Na^+\right] = \dfrac{n_{Na^+}}{V_1 + V_2} = \dfrac{0,6}{0,2 + 0,1} = \dfrac{0,6}{0,3} = 2mol.L^{-1}$

$\left[Fe^{2+}\right] = \dfrac{n_{F_e^{2+}}}{V_1 + V_2} = \dfrac{0,02}{0,3} = 0,0666mol.L^{-1}$

$\left[Cl^-\right] = \dfrac{n_{Cl^-}}{V_1 + V_2} = \dfrac{0,64}{0,3} = 2,13mol.L^{-1}$

Les piles

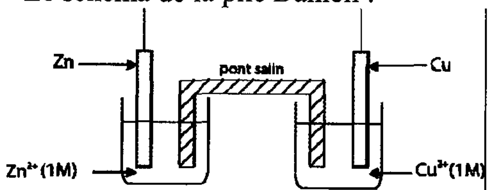
*Une pile est un dispositif qui permet d'obtenir du courant électrique grâce à une réaction chimique spontanée est **une pile électrochimique**

***Une demi-pile est formée d'un conducteur électronique (métal, alliage métallique ou graphite) en contact avec un conducteur ionique (électrolyte).**

* La pile Daniell est un système chimique constituée de deux compartiments contenant l'un le métal cuivre en contact avec une solution aqueuse renfermant un sel de cuivre (II) et l'autre le métal zinc en contact avec une solution aqueuse renfermant un sel de zinc (II) communicant à l'aide d'un pout salin ou une paroi poreuse.

Chaque compartiment de la pile ou demi –pile correspond à un couple rédox. La pile Daniell fait intervenir les couples rédox : Zn^{2+} / Zn et Cu^{2+} / Cu

* Le schéma de la pile Daniell :



* Symbole :

$Zn|Zn^{2+}(1M)||Cu^{2+}(1M)|Cu$

* équation associée :

$$Zn + Cu^{2+} \rightleftarrows Zn^{2+} + Cu$$

* fem $E = E_{Cu^{2+}/Cu} - E_{Zn^{2+}/Zn} = 1,1V$

* $E > 0 \Rightarrow Cu$ est le pôle $\oplus$

Zn est le pôle –

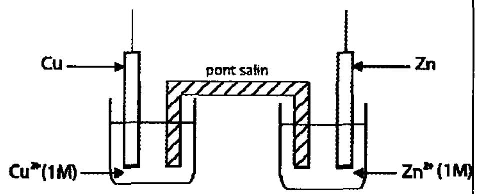
* Le courant circule de Cu vers Zn à travers le circuit extérieur.

* Les électrons circulent de Zn vers Cu à travers le circuit extérieur.

* Equation de la réaction

E > 0 la réaction directe est spontanément possible :

$$Zn + Cu^{2+} \rightarrow Zn^{2+} + Cu$$



*Symbole :

$Cu|Cu^{2+}(1M)||Zn^{2+}(1M)|Zn$

* équation associée :

$$Cu + Zn^{2+} \rightleftarrows Cu^{2+} + Zn$$

* fem :

$E = E_{Zn^{2+}/Zn} - E_{CU^{2+}/Cu} = -1,1V$

* $E < 0 \Rightarrow Cu$ est le pôle $\oplus$

Zn est le pôle –

* Le courant circule de Cu vers Zn à travers le circuit extérieur.

* Les électrons circulent de Zn vers Cu à travers le circuit extérieur.

* Equation de la réaction

E > 0 la réaction inverse est possible spontanément

$$Zn + Cu^{2+} \rightarrow Zn^{2+} + Cu$$

* Il est évident que le choix arbitraire pour la représentation de la pile ne modifie ni la polarité des bornes, ni la nature de la réaction qui s'y produit.

*** Pour aller plus loin:**

Pile de type Daniell

- $\mathbf{M_2} \mid \mathbf{M_2^{n+}}(C_1) \| \mathbf{M_1^{n+}}(C_2) \mid \mathbf{M_1}$.
- **L'équation chimique associée est**

$$\mathbf{M_{2(sd)}} + \mathbf{M_1^{n+}} \rightleftharpoons \mathbf{M_2^{n+}} + \mathbf{M_{1(sd)}}$$

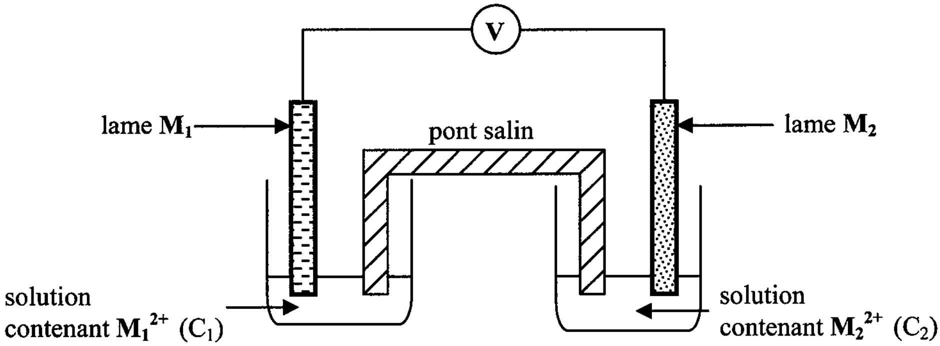
Red_2 Ox_1 Ox_2 Red_1

➢ La force électromotrice de la pile $\mathbf{E = E_{bM1} - E_{bM2}}$

❖ Schéma de la pile

M_1 et M_2 sont deux métaux

M_1^{2+} et M_2^{2+} sont les ions métalliques correspondants.



➢ Le symbole de cette pile est : $\mathbf{M_1} \mid M_1^{2+}(C_1) \| \mathbf{M_2^{2+}}(C_2) \mid \mathbf{M_2}$.

➢ L'équation chimique associée s'écrit : $\mathbf{M_1 + M_2^{2+} \rightleftharpoons M_1^{2+} + M_2}$

➢ La f.e.m. E est définie comme étant la d.d .p. entre la borne de droite et la borne de gauche :

$\mathbf{E = V_{borne\ droite} - V_{borne\ gauche}}$ (<u>en circuit ouvert</u>)

*** Si la borne de droite est le pôle (+) : E > 0 .**

*** Si la borne de droite est le pôle (-) : E < 0 .**

1^er^ cas **E > 0**

M_2 → pôle (+).
M_1 → pôle (−).

Le courant circule de M_2→ M_1 .
Les électrons circulent de M_1→ M_2 .
La réaction possible spontanément est la réaction directe .

2^ème^ cas **E < 0**

M_2 → pôle (−).
M_1 → pôle (+).

Le courant circule de M_1→ M_2 .
Les électrons circulent de M_2→ M_1 .
La réaction possible spontanément est la réaction in verse .

❖ La pile Leclanché est constituée des deux couples redox $Zn \mid Zn^{2+} \parallel MnO_2H \mid MnO_2 \mid C$ séparés par un électrolyte constitué d'une solution gélifiée de chlorure d'ammonium NH4Cl et de chlorure de zinc $ZnCl_2$.c'est une pile saline.

La pile peut être symbolisée par : $Zn \mid Zn^{2+} \parallel MnO_2H \mid MnO_2 \mid C_{(graphite)}$

❖ Les piles alcalines sont des piles dont l'électrolyte est une solution de base gélifiée.
Exemples :
a- La pile à oxyde d'argent est constituée des deux couples redox $Zn(OH)_4^{2-} / Zn$ et Ag_2O / Ag séparé par un électrolyte constitué d'une solution gélifiée d'hydroxyde de potassium

b- La pile de Mallory. est constituée des deux couples redox $Zn(OH)_4^{2-} / Zn$ et MnO_2 / MnO_2H les électrodes sont en zinc métallique et en acier. L'électrolyte est une solution d'hydroxyde de potassium gélifiée à 40% en masse.

Enoncés

1 Choisir la (ou les) bonne (s)réponse (s).

1) Une pile électrochimique fait intervenir :
a- Une réaction acide-base
b- Une réaction d'oxydoréduction
c- Une réaction chimique quelconque
2) L'équation associée à une pile permet de déterminer :
a- Le schéma de la pile
b- Le symbole de la pile
c- La polarité de la pile
d- Le sens de circulation des électrons dans le circuit extérieur.
3) La polarité de la pile est déterminée par :
a- Le signe de la f.e.m de la pile
b- Le symbole de la pile
c- L'équation associée à la pile
d- Le sens spontané

2 Répondre par vrai ou faux

1) La f.e.m d'une pile est toujours positive
2) Le pont salin permet de faire circuler des électrons
3) La polarité de la pile est déterminée à partir de son schéma
4) L'électrode de droite d'une pile Daniell constitue toujours le pôle positif
5) La f.e.m de la pile est $E = V_{\text{borne droite}} - V_{\text{borne gauche}}$ lorsque la pile débite du courant.

3 On considère la pile formée par les deux couples redox : Cu/Cu^{2+} et Zn^{2+}/Zn .l'électrode de zinc est placée à droite.

1- Schématiser cette pile.
2- Donner le symbole de cette pile .
3- Ecrire l'équation chimique associée à cette pile.
4- La pile ainsi réalisée a une force électromotrice négative. Indiquer sur un schéma clair le sens du courant et celui de la circulation des électrons dans un circuit extérieur, lorsque la pile débite.

4 On considère la pile symbolisée par :

$$Cu|Cu^{2+}\ (0.01 molL^{-1})\ ||\ Fe^{2+}(0.01 molL^{-1})\ |Fe$$

1- Ecrire l'équation de la réaction chimique associée à cette pile.
2- La mesure de la force électromotrice (f.é.m) donne E= - 0,78 V
a- Faire un schéma de la pile sur lequel on précisera le sens du courant électrique et celui du mouvement des électrons dans le circuit extérieur
b- Ecrire l'équation de la réaction chimique spontanée lorsque la pile débite dans un circuit extérieur
c- après une heure de fonctionnement la masse de l'une des deux électrodes augmente de m =10mg.
c-1 –identifier cette électrode.
c-2- Calculer la diminution de la masse de l'autre électrode.
c-3-Calculer les concentrations atteintes par Cu^{2+} et Fe^{2+} après une heure de fonctionnement
On supposera que les volumes des solutions de droite et de gauche restent constants et égaux tel que V= 100mL.
On donne ; M_{Cu} = 63.5 g.mol^{-1} M_{Fe} = 56 g.mol^{-1}

5

On réalise la pile symbolisée par:

$$Cu\,|Cu^{2+}\ (1\ mol.L^{-1})\ ||\ Zn^{2+}(.1mol.L^{-1})|\ Zn$$

1) Schématiser la pile et écrire l'équation chimique associée.
2) On donne la f.é.m de cette pile **E= -1,1v**
a- Déterminer les polarités des bornes ainsi que le sens de circulation du courant dans le circuit extérieur
b- Quelle est la réaction qui se produit spontanément si la pile débite un courant
3) Quelle est l'électrode dont la masse diminue au cours du fonctionnement.
4)Sachant que la diminution de masse de cette électrode est égale à 13 mg. Quelle est l'augmentation de masse de l'autre électrode?.
On donne M_{Zn} =65g mol^{-1}.; M_{cu}=63,5 g. mol^{-1}.

6

1°) on fait agir une solution d'acide chlorhydrique sur du zinc en poudre on observe un dégagement d'un gaz qui donne une détonation en présence d'une flamme.
a- Identifier le gaz dégagé.
b- Sachant qu'il se forme avec ce gaz des ion Zn^{2+} écrire l'équation de la réaction qui s'est produite.
c- Comparer les pouvoirs réducteurs du zinc et de l'hydrogène.
d- Sachant que le cuivre n'est pas attaqué par la solution acide, classer par pouvoir réducteur croissant les éléments H, Cu et Zn.
2°)On réalise une pile formée par les couples $Zn^{2+}(1mol.L^{-1})|\ Zn$ et $Cu\ /Cu^{2+}$ $(1mol.L^{-1})$ placé à droite.
a- Donner le symbole de la pile.

b- Ecrire l'équation chimique associée à cette pile.
c- Déduire l'équation de la réaction spontanée qui se produit lorsque la pile débite un courant dans un circuit extérieur.
d- Indiquer sur un schéma clair le sens du courant et celui de la circulation des électrons.
e- Déduire le signe de la f.e.m de la pile.

7

Etude d'un document scientifique : **Les piles alcalines**

Une pile alcaline, on croit souvent que c'est de l'électricité en boîte. En fait, c'est plutôt une pompe « aspirante et refoulante (1) » qui fait circuler des électrons dans un circuit électrique branché aux bornes de la pile. Afin de comprendre le fonctionnement de cette pile, ouvrons une pile à oxyde de manganèse, par exemple.

A l'extérieur, une enveloppe, souvent en matière plastique. En dessous, un boitier en acier est relié à la partie marquée « + ». Au contact de l'enveloppe une pâte gélatineuse contient une poudre noire : c'est du dioxyde de manganèse dont les atomes de manganèse sont avides(2) d'électrons selon la demi-réaction :

$$MnO_2 + H_2O + e^- \rightarrow MnO(OH) + OH^-$$

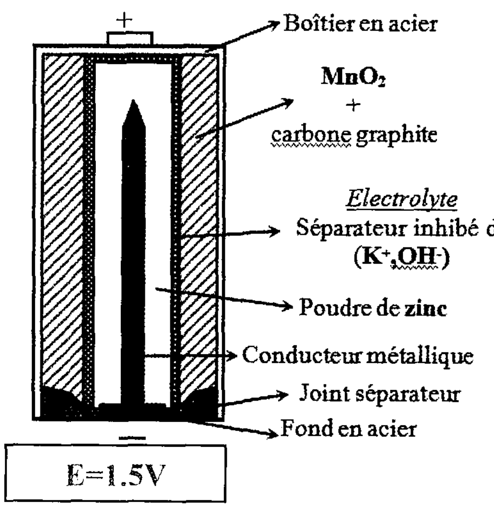
Le compartiment intérieur contient une tige d'acier plongée dans une poudre de zinc . Les atomes de zinc métallique peuvent perdre des électrons comme suit :

$$Zn + 4OH^- \rightarrow Zn(OH)_4^{2-} + 2e^-$$

Les deux compartiments anodique et cathodique sont séparés par une couche de potasse gélifiée ($K^+ + OH^-$).En raison d'une aspiration, d'un côté et, d'une poussée de l'autre, les électrons circulent d'un coté à un autre jusqu'à épuisement des réactifs. La pile est usée, il faut la recycler.

Refouler(1) : faire reculer = repousser

- Avide(2) d'électrons : apte à aspirer des électrons



Questions

1- Dégager du texte ce qui qualifie la pile de pile sèche et alcaline.

2- Montrer que la pile à oxyde de manganèse est un exemple de pile électrochimique.

3- Préciser la partie aspirante et la partie refoulante des électrons de la pile à oxyde de manganèse.

4- Déduire du texte

a- Le symbole de la pile.

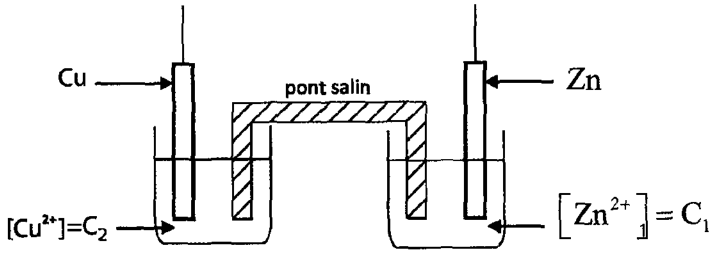
b- l'équation bilan de la réaction qui a lieu lorsque la pile débite un courant et préciser les couples redox mis en jeu.

Corrigés

1 1) b / 2°) a et b / 3°/ a et d

2 1) F ; 2°) F ; 3°) F ; 4°) F ; 5°) F

3



2) Le symbole de cette pile est :

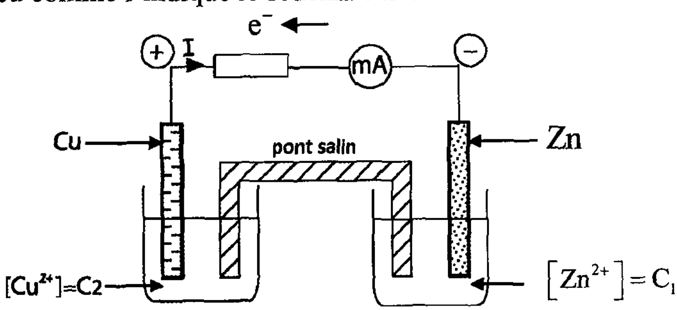
$$Cu_{(sd)}\left|Cu^{2+}_{(C_2)}\right\|\ Zn^{2+}_{(C_1)}\Big|\ Zn$$

3°) $Cu_{(sd)} + Zn^{2+} \rightleftarrows Cu^{2+} + Zn_{(sd)}$

4°) $E = V_{b.D} - V_{b.G} = V_{b.Zn} - V_{b.Cu} < 0$

$\Rightarrow V_{b.Cu} > V_{b.Zn} \Rightarrow$ la borne de gauche (Borne de en cuivre) est la borne positive et la borne gauche (borne de Nickel) et la borne négative.

Donc dans le circuit extérieur le courant circule de la borne de cu vers la borne de Zn : cu $\rightarrow$ + et Zn $\rightarrow$ - et les élections circule de la borne de Zn vers la borne de cu comme l'indique le schéma suivant :



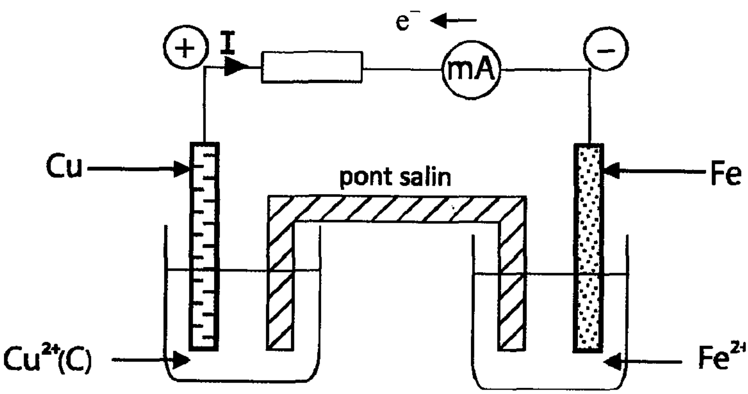
4

1) $Cu_{(sd)} + Fe^{2+} \underset{(-1)}{\overset{(1)}{\rightleftarrows}} Fe_{(sd)} + Cu^{2+}$

2)a) $E = V_{b.D} - V_{b.G} = V_{b.Fe} - V_{b.Cu} < 0$

$\Rightarrow \quad V_{bCu} > V_{b.Fe} \Rightarrow Cu : la\,borne\ positive \oplus$

$Fe : la\,borne\ négative$



b) E < 0 → la réaction inverse (- 1) est possible spontanément.

$$Fe_{(sd)} + Cu^{2+} \rightarrow Fe^{2+} + Cu_{(sd)}$$

c) c – 1) Au cours de cette transformation il y ' a formation de cuivre solide donc c'est l'électrode de cuivre, du compartiment gauche, qui est concernée par l'augmentation de la masse.

c – 2) Le fer subit une oxydation donc l'électrode de fer subit une diminution de masse.

D'après l'équation spontanée :

$n_{Fe} = n_{Cu}$

$\frac{m_{Fe}}{M_{Fe}} = \frac{m_{Cu}}{M_{Cu}} \Rightarrow$ $\boxed{m_{Fe} = \frac{m_{Cu}}{M_{Cu}} \times M_{Fe}}$

AN $\quad m_{Fe} = \frac{10 \times 10^3 \times 56}{63,5} = 8,8 \quad 10^{-3} g$

$$\boxed{m_{Fe} = 8,80\ mg}$$

c – 3/ Dans le compartiment de droite il y a oxydation du fer :

$$Fe \rightarrow Fe^{2+} + 2e^{-}$$

donc le nombre de mole des ions Fe^{2e} augmente

$$n_{(Fe^{2+})_{forme}} = n_{Fe\ réagi} = \frac{m_F}{M_{Fe}} = \frac{8;80.10^{-3}}{56}$$

$$= 1,57.10^{-4}\,mol$$

or le nombre de mole initial de Fe^{2+} est n_0 avec $n_0 = c.v = 0.01 \times 0.1 = 10^{-3}$ mol.

• le nombre de mole de Fe^{2+} après une heure est $n_{(Fe^{2+})} = n_0 + n_{(Fe^{2+})forme}$

$$\Rightarrow\ n = 10^{-3} + 1,57\ 10^{-4} = 11,57\ \ 10^{-4}\ mol$$

$$\Rightarrow \left[Fe^{2+}\right] = \frac{n_{(Fe^{2+})}}{V} = \frac{11,57\,10^{-4}}{0,1} = 11,57.\ 10^{-3} mol.L^{-1}$$

• Dans le compartiment de gauche il y a réduction des ions cu^{2+} selon

$$Cu^{2+} + 2e^{-} \rightarrow Cu_{sd}$$

donc le nombre de moles de cu^{2+} diminue

• Après une heure : $n_{(Cu^{2+})disparu} = n_{(Cu^{2+})forme}$

$$\Rightarrow\ n_{(Cu^{2+})} = 1,57\ \ 10^{-4}\ \ mol$$

$$Or \quad n_{(Cu^{2+})} = n_{(Cu^{2+})inital} - n_{(Cu^{2+})disp}$$

$$= C.V - n_{(Cu^{2+})disp}$$

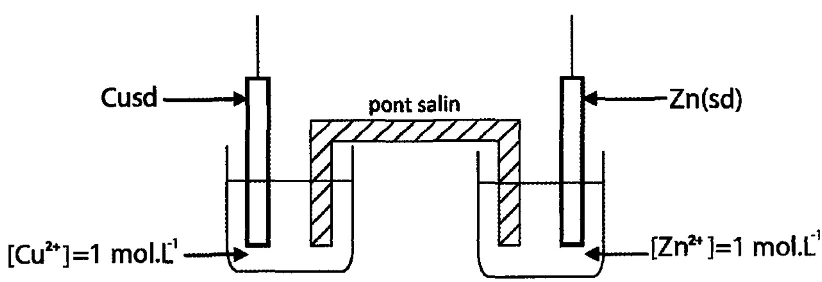
$$= 0,01 \times 0,1 - 1,57\ 10^{-4}$$

$$= \ 10^{-3} - 1,57\ \ 10^{-4} = 8,43\,.\,10^{-4}\,mol$$

$$\Rightarrow \left[Cu^{2+}\right] = \frac{n_{(Cu^{2+})}}{V} = \frac{8,43\,.\,10^{-4}}{0,1} = 8,43 \quad 10^{-3}\,mol.\ L^{-1}$$

5

1)

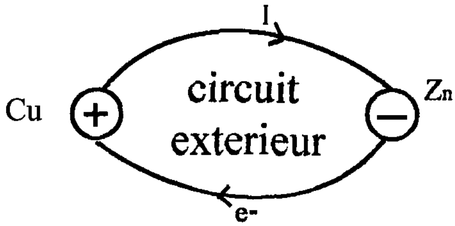


- Equation associée

$$Cu_{(sd)} + Zn^{2+} \rightleftarrows Cu^{2+} + Zn$$

2) a) $E = V_{b.Zn} - V_{b.Cu} < 0 \Rightarrow V_{bCu} > V_{bZn}$

$\Rightarrow Cu = le\ \ pole\ positif \oplus et\ Zn{=}le\ pole\ négatif.$



b) E < 0 ==> la réaction inverse est possible spontanement.

$$Cu^{2+} + Zn_{(sd)} \rightarrow Cu_{(sd)} + Zn^{2+}$$

3) L'électrode de Zinc subit une oxydation selon

$$Zn \rightarrow Zn^{2+} + 2\bar{e}$$

donc la masse de l'électrode de Zn diminue au cours du fonctionnement de la pile.

4) $n_{Zn} = n_{Cu} \Rightarrow \dfrac{m_{Zn}}{M_{Zn}} = \dfrac{m_{Cu}}{M_{Cu}}$

$$\Rightarrow m_{Cu} = \frac{m_{Zn}}{M_{Zn}} \times M_{Cu}$$

$$= \frac{13.\ \ 10^{-3}}{65} \times 63{,}5 = 12{,}7.10^{-3}\,g$$

$$\boxed{m_{Cu} = 12{,}7\ 10^{-3}\,g}$$

6

1) a) c'est le dihydrogène

b) $$Zn \rightarrow Zn^{2+} + 2e^-$$

$$2H_3O^+ + 2e^- \rightarrow H_2 + 2H_2O$$

$$Zn + 2H_3O^+ \rightarrow Zn^{2+} + H_2 + 2H_2O$$

Equation globale.

$$Zn + 2H_3O^+ + 2Cl^- \rightarrow Zn^{2+} + 2Cl^- + H_2 + 2H_2O$$

c) Zn a réduit les ions H_3O^+ donc Zn est plus réducteur que l'hydrogène

Remarque :

Les métaux qui sont plus réducteur que l'hydrogène sont attaqués par les solutions acides.

d) Le cuivre n'est pas attaque par une solution acide, donc le cuivre est moins réducteur que l'hydrogène donc.

2)

a) $Zn_{(sd)} \left| Zn^{2+}(1M) \right\| Cu^{2+}(1M) \left| Cu_{(sd)} \right.$

b) $Zn_{(sd)} + Cu^{2+} \rightleftarrows Zn^{2+} + Cu_{sd}$

c) $\left[Zn^{2+}\right] = \left[Cu^{2+}\right] = 1\, mol.\, L^{-1}$

Zn est plus réducteur que Cu donc Zn impose le sens des électrons

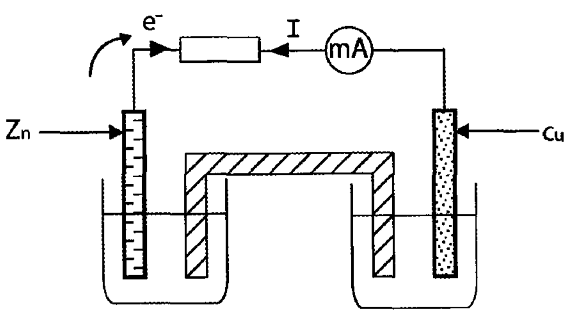
$\Leftrightarrow \quad Zn \rightarrow Zn^{2+} + 2e^- \quad (1)$

$Cu^{2+} + 2e^- \rightarrow Cu \quad (2)$

(1)+(2) donne l'équation de la réaction spontanée est

$$Zn_{sd} + Cu^{2+} \rightarrow Zn^{2+} + Cu_{sd}$$

d)



e) $Cu \rightarrow \oplus$: pôle positif de la pile.

$Zn \rightarrow -$: pôle négatif de la pile.

$\Rightarrow \quad E = V_D - V_G = V_{Cu} - V_{Zu} > 0$

7

1) - une pâte gélatineuse contient une poudre noire ….
- une tige d'acien plongé dans une poudre de Zinc
- Les deux compartiments sont séparés par une couche de potasse gélifiée

$$\left(K^+ + OH^-\right)$$

2) C'est une pile électrochimique car elle est le siège d'une réaction d'oxyde réduction au cours de laquelle il y a transfert d'électrons.
3) • Le compartiment qui contient l'oxyde de manganèse est la partie aspirante et celui qui convient de Zn est la partie refoulante.

4°) a) $Zn\left|Zn\left(OH\right)_4^{2-}\right\|M_n\,O_2H\left|M_nO_2\right|F_e$

b) * A l'anode $\oplus$

$$Zn \ + 4OH^- \ \rightarrow \ Zn\left(OH\right)_4^{2-} + 2e^- \qquad (1)$$

*A la cathode $-$

$$\underset{(sd)}{M_nO_2} + \quad H_2O + e^- \rightarrow M_nO\left(OH\right) + OH^- \qquad (2)$$

Equation bilan.

$(1) + 2\times(2) \Rightarrow$

$$Z_{n_{(sd)}} + 2M_nO_{2_{(sd)}} + 2OH^- + 2H_2O \rightarrow Zn\ \left(OH\right)_4^{2-} + 2M_nO\left(OH\right)$$

Electrolyse

I- **Rappel du cours**

• **Transformation spontanée** :

➢ Une transformation est dite spontanée si elle se produit sans intervention d'agent extérieur. Dès que les réactifs sont mis en présence la réaction se déclenche.

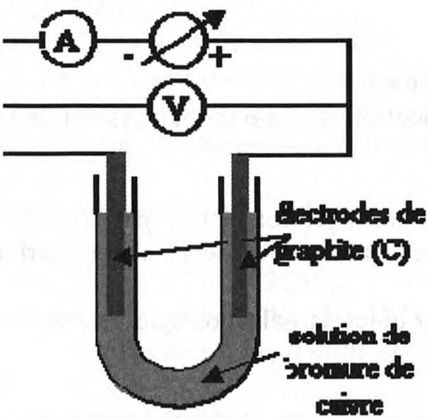
➢ Exemple : Réaction spontanée entre le cuivre (métal) et le dibrome en solution aqueuse : $Cu_{(s)} + Br_{2\,(aq)} \longrightarrow Cu^{2+}_{(aq)} + 2Br^{-}_{(aq)}$

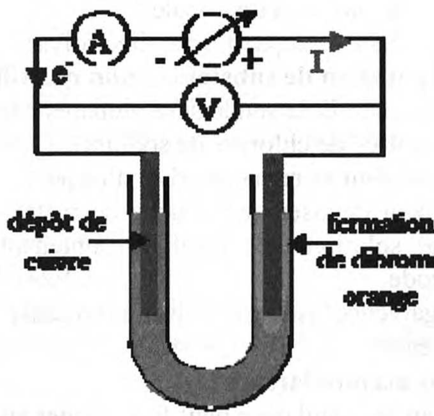
• **Transformation imposée : l'électrolyse**

➢ Lorsqu'un générateur fournit suffisamment d'énergie électrique à un système chimique, il peut le forcer à évoluer dans le sens contraire du sens d'évolution spontanée.

➢ Il est possible de forcer la réaction en lui apportant de l'énergie grâce à un générateur.

➢ Exemple : On impose une tension à une solution de bromure de cuivre à 0,1 mol.L^{-1} dans un tube en U :





Lorsque la tension appliquée est trop faible (U < 1,2V) il ne se passe rien. Pour une tension appliquée supérieure à 1,2V, on observe un dépôt de cuivre sur l'électrode négative (cathode) et l'apparition de dibrome en solution au voisinage de l'électrode positive (anode).

$$Cu^{2+}_{(aq)} + 2Br^{-}_{(aq)} \longrightarrow Cu_{(s)} + Br_{2\,(aq)}$$

C'est la réaction inverse de celle correspondant à l'évolution spontanée.

• **L'électrolyse** :

➢ L'électrolyse est une transformation forcée, due à la circulation du courant imposé par un générateur, le système évoluant en sens inverse de celui de la transformation spontanée.

✓ **L'électrode** où se produit **l'oxydation** est appelée **anode** (où entre le courant).
✓ **L'électrode** où se produit **la réduction** est appelée **cathode** (le courant en sort).
✓ L'oxydation est anodique et la réduction est cathodique. (pour un électrolyseur et une pile).
➢ La quantité de matière n(A) d'une substance A formée ou consommée respectivement par la réduction à la cathode ou par l'oxydation à l'anode est proportionnelle à la quantité d'électricité Q mise en jeu par l'électrolyse : $n(A) = \frac{Q}{nF}$ ou n est le nombre d'électrons échangés et F la constante de Faraday. ($F = 96500\ C.mol^{-1}$).
➢ Ils existent deux types d'électrolyse :
✓ Electrolyse à anode soluble : le métal se dissous et ses ions métalliques en solutions se déposent sur la cathode.
✓ Electrolyse à électrodes inattaquables.

• **<u>Applications de l'électrolyse</u> :**

➢ **Préparation de métaux et des non-métaux :**

L'électrolyse est utilisée dans l'industrie chimique pour préparer ou purifier des métaux. :
✓ Le zinc et l'aluminium sont préparés par électrolyse d'une solution contenant leurs cations ou leurs oxydes.
✓ Le cuivre est purifié par électrolyse.

Préparation de substances non métalliques :

Le dichlore et la soude sont préparés par électrolyse d'une saumure (solution très concentrée de chlorure de sodium).

Protection et reproduction d'objet :

On peut déposer une couche de métal sur un objet conducteur par électrolyse d'une solution électrolytique contenant les cations du métal, l'objet sert de cathode.
La galvanoplastie permet de reproduire un objet, la galvanostégie permet de le protéger.

• **Les accumulateurs :**

➢ Un accumulateur peut fonctionner spontanément en générateur (pile) et aussi en sens inverse pour se recharger :
✓ Branché à un circuit, il fournit spontanément de l'électricité, il se décharge : il joue le rôle d'une pile.
✓ En le branchant aux bornes d'un générateur qui impose un sens de courant inverse du précédent, le système évolue alors dans le sens contraire de son sens d'évolution spontanée, il se charge : il joue le rôle d'un électrolyseur.
L'accumulateur au plomb :
✓ Il est constitué de 2 électrodes en plomb dont l'une est recouverte de dioxyde de plomb, plongeant dans une solution d'acide sulfurique et de sulfate de plomb.
✓ Les couples redox mis en jeu sont : PbO_2/Pb et $PbSO_4/Pb$

✓ Equations aux électrodes et bilan électrochimique en fonctionnement en générateur
(lors de la décharge) :
- A la cathode : $PbO_{2\,(s)} + SO_4^{2-}{}_{(aq)} + 4\ H_3O^+{}_{(aq)} + 2\ e^- \rightarrow PbSO_{4\,(s)} + 6\ H_2O_{(l)}$
- A l'anode : $Pb_{(s)} + SO_4^{2-}{}_{(aq)} \rightarrow PbSO_{4\,(s)} + 2\ e^-$
- Bilan : $PbO_{2\,(s)} + 2SO_4^{2-}{}_{(aq)} + 4H_3O^+{}_{(aq)} + Pb_{(s)} \rightarrow 2\ PbSO_{4\,(s)} + 6\ H_2O_{(l)}$

✓ Pendant la charge, la réaction se déroule dans le sens inverse et les réactifs sont régénérés.
✓ La f.é.m est de l'ordre de 2V. Dans une batterie de voiture de 12 V, on en associe 6 en série.

➢ L'accumulateur cadmium-nickel:
✓ Les couples redox mis en jeu sont : M/MH et NiOOH/ $Ni(OH)_2$. M est l'alliage à base de lanthane et de nickel.
✓ Equations aux électrodes et bilan électrochimique en fonctionnement en générateur
(lors de la décharge) :
- A la cathode : $NiOOH_{(s)} + H_2O + e^- \rightarrow Ni(OH)_2 + OH^-$
- A l'anode : $MH + OH^-{}_{(aq)} \rightarrow M + H_2O + e^-$
- Bilan : $NiOOH_{(s)} + MH \rightarrow M_{(s)} + Ni(OH)_2$

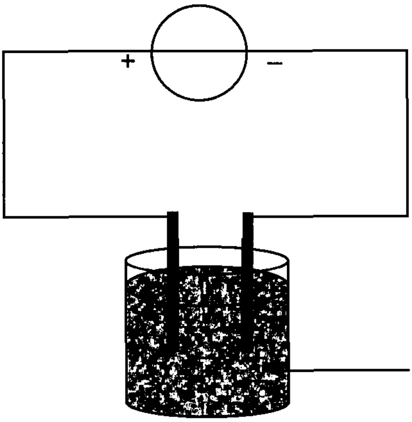
✓ Pendant la charge, la réaction se déroule dans le sens inverse et les réactifs sont régénérés.
✓ La f.é.m est de l'ordre de 1,2V.

➢ L'accumulateur nickel- métal hydrure:
✓ Les couples redox mis en jeu sont : $Cd(OH)_2/Cd$ et NiOOH/ $Ni(OH)_2$
✓ Equations aux électrodes et bilan électrochimique en fonctionnement en générateur
(lors de la décharge) :
- A la cathode : $NiOOH_{(s)} + H_2O + e^- \rightarrow Ni(OH)_2 + OH^-$
- A l'anode : $Cd_{(s)} + 2OH^-{}_{(aq)} \rightarrow Cd(OH)_{2\,(s)} + 2\ e^-$
- Bilan : $2\ NiOOH_{(s)} + 2\ H_2O + Cd_{(s)} \rightarrow Cd(OH)_{2\,(s)} + 2Ni(OH)_2$

✓ Pendant la charge, la réaction se déroule dans le sens inverse et les réactifs sont régénérés.
✓ La f.é.m est de l'ordre de 1,2V.

Enoncés

1 On réalise l'électrolyse d'une solution de sulfate de cuivre (II) (Cu^{2+} + $SO_4{}^{2-}$) entre deux électrodes inattaquables de carbone afin d'obtenir à l'une des électrodes un dépôt de cuivre.



1. Écrire l'équation de la réaction à l'électrode où se produit le dépôt de cuivre. S'agit-il d'une oxydation ou d'une réduction ?
2. Préciser le nom de l'électrode (anode ou cathode) où se produit ce dépôt ainsi, que le signe + ou - du pôle du générateur auquel elle est reliée.
3. Donner une relation entre la quantité de matière de cuivre déposée n_{Cu} au bout d'une durée Δt d'électrolyse et la quantité d'électrons (exprimée en mol) n_e ayant circulé dans le circuit.
4. Exprimer la quantité d'électrons (exprimée en mol) n_e en fonction de l'intensité I du courant d'électrolyse, la durée Δt de l'électrolyse, le nombre d'Avogadro N_A et la charge électrique élémentaire e.
On rappelle que $1\ F = N_A.e$.
5. Établir la relation entre la quantité de matière de cuivre déposée n_{Cu} au bout de Δt et l'intensité du courant I d'électrolyse.
6. À partir de la relation précédente, exprimer la masse de cuivre m_{Cu} déposée au bout de Δt.

2 On réalise l'électrolyse d'une solution de sulfate de cuivre (Cu^{2+} +$SO_4{}^{2-}$) acidifiée par de l'acide sulfurique avec un électrolyseur comportant une électrode en graphite, reliée à la borne négative d'un générateur de tension continue, et un fil de cuivre reliée à la borne positive de ce générateur. On applique aux bornes des deux électrodes une tension $U_{AC} = 6V$ et on laisse l'expérience se poursuivre pendant quelques minutes.

1. Faire le schéma du montage.
2. quelles modifications subissent les deux électrodes ?
3. Comment qualifie-t-on l'anode et l'électrolyse correspondante ?
4. Ecrire les demi équations correspondant aux transformations se produisant aux deux électrodes ainsi que l'équation chimique de la réaction qui se produit.
5. La solution est initialement bleue. Cette coloration change-t-elle à la fin de l'électrolyse ? justifier.

3

On réalise l'électrolyse d'une solution aqueuse de sulfate de zinc (Zn^{2+} + SO_4^{2-}) avec une anode en zinc et une cathode en fer. L'intensité du courant est I = 0,5 A, pendant la durée

Δt = 10 min que dure l'électrolyse.

1. Faire le schéma du montage de cette électrolyse. Préciser le sens de circulation des électrons dans le circuit extérieur de l'électrolyseur.
2. On observe sur l'électrode de fer un dépôt de zinc:

a- Écrire les équations des transformations qui se produisent aux niveaux des électrodes. En déduire l'équation de cette électrolyse. (L'ion SO_4^{2-} ne participe pas à ces transformations)

b- Que se passe-t-il aux électrodes après une durée suffisamment longue de l'électrolyse ?

c- Donner deux applications industrielles de cette électrolyse.

3. Calculer la masse m du zinc qui se dépose sur la cathode.

On donne : la constante de Faraday F = 96500 C ; M(Zn)=65.4g.mol^{-1}.

4

On produit industriellement le cadmium par électrolyse d'une solution de sulfate de cadmium (Cd^{2+} et SO_4^{2-}) et d'acide sulfurique. L'électrolyse est réalisée sous une tension de 3,1 V et le générateur délivre un courant I = 25 kA. Les ions sulfates ne participent pas aux transformations.

1. Faire le schéma d'un électrolyseur et préciser les différentes espèces chimiques présentes dans la solution.
2. Sur quelle électrode le cadmium se dépose-t-il ?

- Ecrire l'équation de la réaction correspondante.

3. Il se produit un dégagement gazeux à l'autre électrode. Utiliser les couples oxydoréducteurs pour identifier l'espèce chimique formée. Ecrire l'équation de la réaction correspondante.
4. Ecrire l'équation de la réaction globale d'électrolyse.
5. Indiquer le sens du déplacement des ions dans l'électrolyseur.

6. Calculer la quantité d'électricité transportée dans l'électrolyseur au bout de 12 heures de fonctionnement.

On donne : 1F = 96500 C. Les couples ox/red : Cd^{2+} / Cd ; H^+ / H_2 ; O_2 / H_2O.

5

On veut déposer par électrolyse à anode soluble une couche d'argent d'épaisseur

e = 50 μm sur une cuillère dont l'air de la surface est $S = 120\ cm^2$.

1) Définir l'électrolyse.

2) Donner le schéma de l'électrolyse annoté, en faisant apparaître le sens du courant électrique et le sens de déplacement et la nature des porteurs de charge.

3) a- Ecrire les demi-équation des transformations s'effectuant à la cathode et à l'anode, sachant le seul couple qui intervient est le couple Ag^+ / Ag.

b- Déduire l'équation bilan de la réaction d'électrolyse.

4) Expliquer le terme « électrode à anode soluble » et préciser si la concentration en ions Ag^+ de la solution varie ou non au cours du temps.

5) Calculer la masse d'argent à déposer sur la cuillère.

6) Déterminer la durée de l'opération d'argenture sachant que l'intensité du courant est maintenue constante : I = 1 A durant l'électrolyse.

On donne : masse volumique de l'argent est : $\rho = 10{,}5\ g.cm^{-3}$.

$M (Ag) = 108\ g.mol^{-1}$

1 F = 96500 C.

6

1- Dans une pile saline l'équation de la réaction se produisant à une des deux électrodes est : $Zn = Zn^{2+} + 2\ e^-$.

Cette électrode est-elle l'anode ou la cathode ? Justifier la réponse.

2- Le couple mis en jeu à la seconde électrode est MnO_2 / MnO_2H.

Écrire l'équation de la réaction ayant lieu à cette électrode.

3- En déduire l'équation globale de fonctionnement de la pile.

4- Le constructeur de la pile indique la quantité maximale d'électricité que peut débiter la pile en ampère-heure : $Q_{max} = 1{,}35$ Ah. Donnée : 1 Ah correspond à $3{,}60 \times 10^3$ C.

Si l'intensité I du courant débité par la pile de Philippe est égale à 90,0 mA, déterminer la durée maximale t_{max} de fonctionnement de la pile.

5- Déterminer la quantité d'électrons $n(e^-)$ mise en jeu pendant la durée t_{max}. Donnée : constante de Faraday : $F = 9{,}65 \times 10^4\ C.mol^{-1}$.

6- En déduire la masse m de zinc consommée pendant cette même durée t_{max}. Donnée : $M(Zn) = 65{,}4\ g.mol^{-1}$.

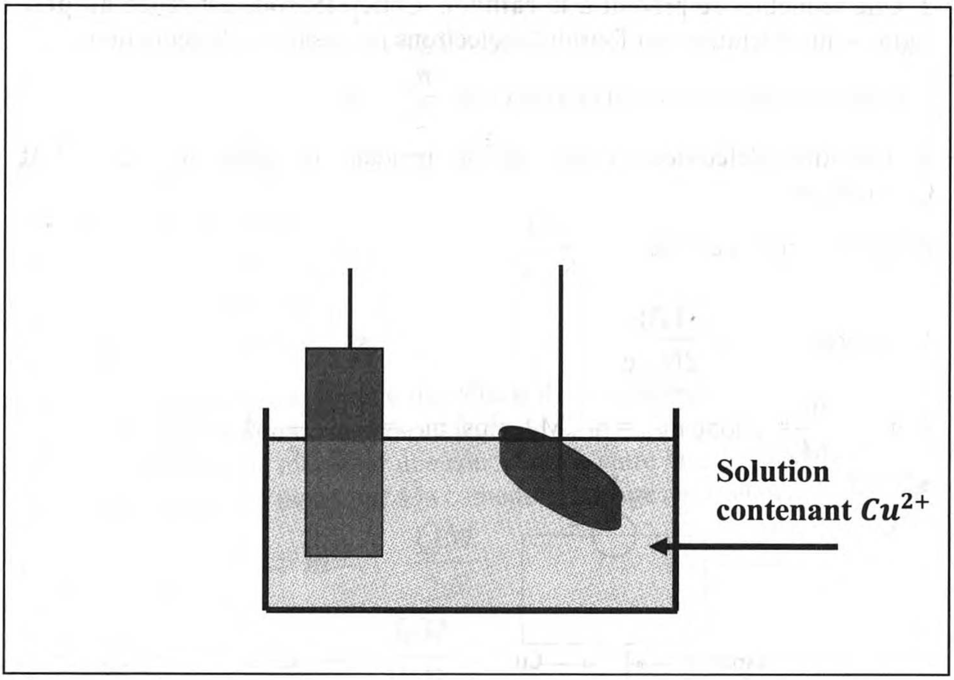
7

Données :

Masse molaire atomique du cuivre : $M(Cu) = 63{,}5\ g.mol^{-1}$

Charge élémentaire de l'électron : $e = 1,6.10^{-19}$ C
Nombre d'Avogadro : $N = 6,02.10^{23}$ mol^{-1}
Charge électrique d'une mole d'électrons : F = 96500 C

On considère le montage de la figure ci-dessous qui comporte une électrode de cuivre et une bague en métal conducteur que l'on veut recouvrir de cuivre.



1- Quel appareil est-il nécessaire de rajouter dans le montage précédent pour réaliser ce dépôt ?
2- Écrire les demi-équations aux électrodes en justifiant votre raisonnement.
3- En déduire le sens des électrons, le sens du courant et la polarité dans le montage.
4- L'électrolyse fonctionne pendant une heure à une intensité constante I = 400 mA.

a- Déterminer la quantité d'électricité correspondante notée Q.
b- En déduire la quantité de matière d'électrons, notée $n(e^-)$, qui a circulé pendant cette durée.
c- Quelle relation existe-t-il entre la quantité de cuivre qui a disparu $n_{disp}(Cu^{2+})$ et la quantité de matière $n(e^-)$ d'électrons qui a circulé ?
d- En déduire la quantité de matière $n_{dép}(Cu)$ déposée.
e- Quelle est la masse m(Cu) correspondante ?

Corrigés

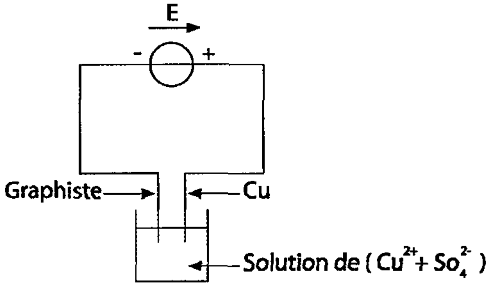
1

1. $Cu^{2+}_{(aq)} + 2\ e^- \rightarrow Cu_{(s)}$ Il s'agit d'une **réduction.**
2. Une réduction se produit à la **cathode**. Cette électrode est reliée **au pôle de signe –** du générateur qui fournit les électrons nécessaires à la réduction.
3. D'après la demi-équation de réduction, $\frac{n_e}{2} = n_{Cu}$.
4. Quantité d'électricité ayant circulé pendant la durée Δt : $Q = I.\Delta t$ et $Q = n_e.N_A.e$

donc $I.\Delta t = n_e.N_A.e$ d'où $n_e = \frac{I.\Delta t}{N_A.e}$

5. D'après 3. $n_{Cu} = \frac{I.\Delta t}{2N_A.e}$.
6. $n_{Cu} = \frac{m_{Cu}}{M_{Cu}}$, donc $m_{Cu} = n_{Cu}.M_{Cu}$ ainsi $m_{Cu} = \frac{I.\Delta t}{2N_A.e}.M_{Cu} = \frac{I\Delta t}{2F}.M_{Cu}$

2



2. Au niveau de l'anode :

$$Cu \rightarrow Cu^{2+} + 2e^-$$

Le fil de cuivre se dégrade : Ce passe de l'état métallique à l'état inique.

. Au niveau de la cathode :

$$Cu^{2+} + 2e^- \rightarrow Cu$$

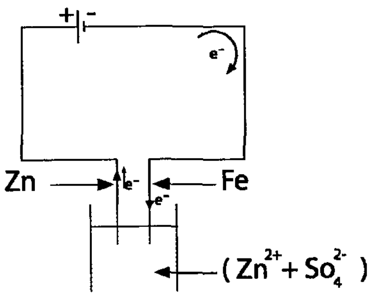
L'électrode de graphite se recouvre d'un dépôt de cuivre l'équation de la réaction qui se produit est

$$Cu \ + \ Cu^{2+} \rightarrow Cu^{2+} \ + \ Cu$$

3. Cette électrolyse est dite à anode soluble.
4. La solution garde la même conteur bleue qu'initialement car il y a toujours les Cu^{2+} en solution.

3

1.



2.

a. Au niveau de l'anode :

$$Zn \rightarrow Zn^{2+} + 2e^-$$

Au niveau de la cathode :

$$Zn^{2+} + 2e^- \rightarrow Zn$$

L'équation de la réaction

$$Zn + Zn^{2+} \rightarrow Zn^{2+} + Zn$$

b. Après une durée assez longue de l'électrolyse l'électrode de fer se recouvre de zinc, des que l'électrode de zinc se dégrade.

c. _ On put secourir un métal par une couche d'un autre métal : zingage.

- On peut obtenir un métal pur à la cathode : affinage des métaux.

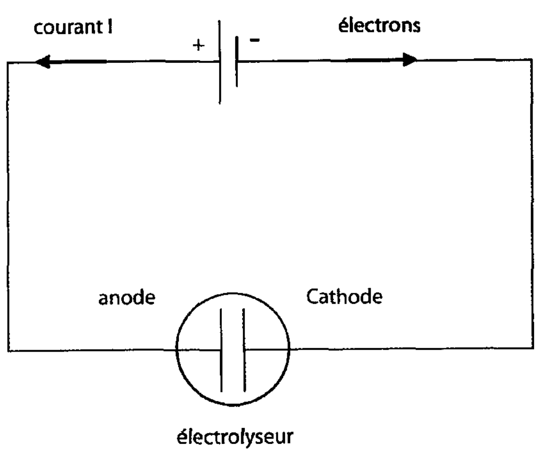
3) $\dfrac{m}{M} = \dfrac{Q}{2F} \quad \Rightarrow m = \dfrac{QM}{2F}$

Or $\quad Q = It \quad$ d'où $\quad m = \dfrac{ItM}{2F}$

<u>AN</u> $m = \dfrac{0,5 \times 10 \times 60 \times 65,4}{2 \times 96500} = 0,1g$

4

1-



Les ions sulfates SO_4^{2-}, cadmium Cd^{2+}, H_3O^+ oxonium, les molécules d'eau sont présents.
2- Le cadmium métal se dépose à la cathode négative, électrode sur laquelle les ions Cd^{2+} sont réduits $Cd^{2+} + 2e^- \rightarrow Cd(s)$
3- à l'anode positive les molécules d'eau sont oxydées en dioxygène :

$$H_2O \rightarrow \tfrac{1}{2}O_2 + 2H^+ + 2e^-$$

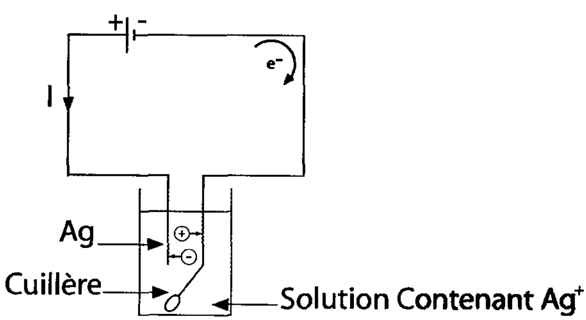
4- équation de la transformation : $Cd^{2+} + H_2O \rightarrow Cd + \tfrac{1}{2}O_2 + 2H^+$.
5- En solution les ions positifs Cd^{2+}, H_3O^+ se déplacent vers l'électrode négative, la cathode où ils peuvent éventuellement se réduire. Les ions négatifs SO_4^{2-}, se déplacent vers l'anode positive.
6- La quantité d'électricité Q est donnée par la relation :

$$Q = I\Delta t = nF \begin{cases} Q : \text{quantité d'électricité (coulomb)} \\ I : \text{intensité (A)} \\ \Delta t : \text{durée de fonctionnement} \\ n : \text{quantité d'électrons échangée (mol)} \\ F : \text{faraday, charge d'une mole d'électron} \end{cases}$$

$I = 25$ kA $= 2{,}5\ 10^4$ A ; $t = 12 \times 3600 = 43\ 200$ s
Alors $Q = 2{,}5\ 10^4 \times 43\ 200 = 1{,}08\ 10^9$ C.

5

1. L'électrolyse est une réaction imposée, due à la circulation du courant imposé par un générateur.
2.



3. a. A la cathode.

$$Ag^+ + 1e^- \rightarrow Ag$$

A la cathode

$$Ag \rightarrow Ag^{+} + 1e^{-}$$

b. L'équation de la réaction : $Ag + Ag^{+} \rightarrow Ag^{+} + Ag.$

4. L'anode se dégrade au cours de l'électrolyse d'où elle s'appelle électrolyse à anode soluble.

Au cours de cette électrolyse n_{Ag+} qui se forme $= n_{Ag+}$ qui se transforme en Ag d'où $\left[Ag^{+}\right]$ reste constante durant l'électrolyse.

5. $m_{Ag} = g.v = g.s.e$

AN $m_{Ag} = 10{,}5 \times 120 \times 50.\,10^{-4} g = 6{,}3 g$

6. $\dfrac{m}{M} = \dfrac{Q}{n.F}$ avec $n = 1$ et $Q = I.x$

Ce qui donne $\dfrac{m}{M} = \dfrac{I.\Delta t}{F}$

D'où $\Delta t = \dfrac{F.m}{I.M}$

AN $\Delta t = \dfrac{96500 \times 6{,}3}{1 \times 108} = 5{,}659\,.10^{3}$

Soit $\Delta t = 93{,}82 \min$

6

1) a/

1. L'équation (1) : $Zn \rightarrow Zn^{2+} + 2\, e^{-}$ correspond à une **oxydation**, elle se produit à l'**anode**.

2. À la cathode, il se produit la réduction de l'oxydant MnO_2

$MnO_2 + e^{-} + H^{+} = MnO_2H$ (2)

3. En additionnant (1)+ 2×(2), on obtient l'équation globale de fonctionnement de la pile :

$$\mathbf{Zn + 2\,MnO_2 + 2H^{+} \rightarrow Zn^{2+} + 2\,MnO_2H}$$

4. $Q_{max} = I.t_{max}$, soit $t_{max} = \dfrac{Q_{max}}{I}$

avec Q_{max} convertie en mA.h, et I en mA, alors t_{max} est en h :

$$t_{max} = \frac{1{,}35 \times 10^{3}}{90{,}0} = 15{,}0 \text{ h}$$

avec Q_{max} convertie en C, et I en A, alors t_{max} est en s :

$t_{max} = \dfrac{1,35 \times 3,60 \times 10^3}{90,0 \times 10^{-3}}$ = **5,40×10⁴ s**

5. $Q = n(e^-).F = I.t_{max}$

$\mathbf{n(e^-)} = \dfrac{I.t_{max}}{F}$ avec t_{max} en s et I en A

$n(e^-) = \dfrac{90,0 \times 10^{-3} \times 5,40 \times 10^4}{9,65 \times 10^4} = 5,04 \times 10^{-2}$ mol

6. D'après l'équation (1), $n_{Zn} = \dfrac{n(e^-)}{2}$; d'autre part $m_{Zn} = n_{Zn}.M_{Zn}$

$m_{Zn} = \dfrac{n(e^-)}{2}.M_{Zn}$

$m_{Zn} = \dfrac{I.t_{max}}{2.F}.M_{Zn}$

$m_{Zn} = \dfrac{90,0 \times 10^{-3} \times 5,40 \times 10^4}{2 \times 9,65 \times 10^4} \times 65,4$ = **1,65 g** de zinc consommé en 15 h de fonctionnement.

7

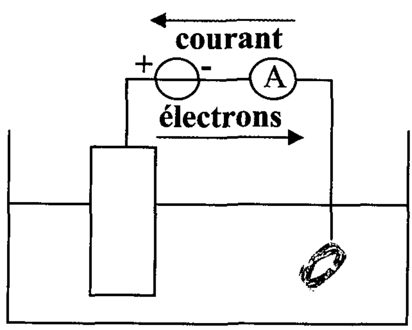
1- Il est nécessaire d'ajouter un générateur dans le circuit extérieur.

2- On veut déposer du cuivre solide sur la bague, la réaction est :

$Cu^{2+}_{(aq)} + 2\ e^- = Cu_{(s)}$, il s'agit d'une réduction ayant lieu à la cathode (reliée au pôle – du générateur).

Sur l'autre électrode, il se produit une oxydation (Anode) : $Cu_{(s)} = Cu^{2+}_{(aq)} + 2\ e^-$

Le générateur force l'évolution du système dans le sens inverse.



Les alcools aliphatiques saturés

* Un alcool aliphatique saturé est un composé oxygéné dont la chaine carbonée est saturée, ouverte et elle renferme un groupement –OH appelé groupement hydroxyle.

* Le carbone qui porte le groupement hydroxyle s'appelle le carbone fonctionnel.

* La formule générale d'un alcool est $\boxed{C_nH_{2n+1}-OH}$

* La formule brute est $\boxed{C_nH_{2n+2}O}$

* La masse molaire d'un alcool est $M = nM_C + (2n+2)M_H + M_0$

$\boxed{M = 14n + 18}$

Classe d'un alcool :

* La classe d'un alcool dépend du nombre d'atomes de carbone directement liés au carbone fonctionnel, ou au nombre d'atomes d'hydrogène.

- Si le carbone fonctionnel est lié au moins à deux atomes d'hydrogène : l'Alcool est primaire.

$$\begin{array}{c} \mathrm{H} \\ | \\ \mathrm{R-C-H} \\ | \\ \mathrm{OH} \end{array}$$

- Si le carbone ; fonctionnel est lié à un seul atome d'hydrogène : l'Alcool est secondaire.

$$\begin{array}{c} \mathrm{R_1} \\ | \\ \mathrm{R_2-C-H} \\ | \\ \mathrm{OH} \end{array}$$

- Si le carbone fonctionnel n'est lié à aucun atome d'hydrogène : l'alcool est tertiaire.

$$\begin{array}{c} \mathrm{R_1} \\ | \\ \mathrm{R_2-C-R_3} \\ | \\ \mathrm{OH} \end{array}$$

Nomenclature des alcools :

Le nom d'un alcool s'obtient à partir du nom de l'alcane correspondant en remplaçant la terminaison « ane » par « ol » précédé entre tirets ; de l'indice du carbone fonctionnel.

La chaine principale est la chaine la plus longue contenant le carbone fonctionnel.
Elle est numérotée de façon que l'indice du carbone fonctionnel soit le plus petit possible.

* Oxydation ménagée des alcools :

L'oxydation ménagée des alcools est une oxydation douce qui s'effectue sans rupture de la chaine carbonée. L'oxygène utilisé dans l'oxydation ménagée des alcools peut provenir de l'air ou bien d'autres oxydants, comme les ions bichromates ($Cr_2O_7^{2-}$) ou les ions permanganate (MnO_4^-).

* Oxydation ménagée d'un alcool primaire :

L'oxydation ménagée d'un alcool primaire conduit à la formation d'un aldéhyde (qui donne un précipité jaune avec le 2,4 D.N.P.H et qui rosit le réactif de schiff)
Si l'oxydant est en excès, l'aldéhyde est à son tour oxydé en acide carboxylique (qui rougit un papier pH)

Exemple1 :

L'oxydation ménagée de l'éthanol par l'oxygène de l'air en présence du cuivre porté à l'incandescence.

$$2CH_3-CH_2-OH+O_2 \rightarrow 2CH_3-\overset{\displaystyle H}{\underset{\displaystyle O}{C}}+2H_2O$$

* Oxydation ménagée d'un alcool secondaire :

L'oxydation ménagée d'un alcool secondaire se fait en une seule étape et conduit à la formation d'une cétone

$$R-\underset{\underset{\displaystyle O}{||}}{C}-R'$$

(qui donne un précipité jaune avec le 2,4 D.N.P.H et qui est sans action sur le réactif de schiff).

Exemple :

Oxydation ménagée du butan-2-ol par l'oxygène de l'air.

$$2CH_3-\underset{\underset{\displaystyle OH}{|}}{CH}-CH_2-CH_3+O_2 \rightarrow 2CH_3-\underset{\underset{\displaystyle O}{||}}{C}-CH_2-CH_3+2H_2O$$

*Oxydation ménagée des alcools tertiaires :

Les alcools tertiaires ne s'oxydent pas.

Enoncés

1

Donner le nom de chacune des substances suivantes et préciser la classe de chaque alcool :

$(A)\quad \begin{array}{ccccccccc} CH_3 & - & CH_2 & - & CH & - & CH & - & CH_3 \\ & & & & | & & | & & \\ & & CH_3 & & CH_3 & & OH & & \end{array}$

$(B)\quad \begin{array}{ccccccc} CH_3 & - & C & - & CH & - & CH_3 \\ & & | & & | & & \\ & & OH & & CH_3 & & \end{array}$

$(C)\quad \begin{array}{ccccccccccc} CH_3 & - & CH_2 & - & CH & - & CH & - & CH_2 & - & CH_3 \\ & & & & | & & | & & & & \\ & & & & CH_3 & & OH & & & & \end{array}$

$(D)\quad CH_3 - CH_2 - CH_2 - OH$

$(E)\quad \begin{array}{ccccccc} CH_3 & - & CH_2 & - & C & - & CH_3 \\ & & & & \| & & \\ & & & & O & & \end{array}$

$(F)\quad \begin{array}{ccccc} & & CH_3 & & \\ & & | & & \\ CH_3 & - & C & - & C & - & H \\ & & | & & \| & & \\ & & CH_3 & & O & & \end{array}$

$(G)\quad \begin{array}{ccccccc} CH_3 & - & CH & - & C & - & H \\ & & | & & \| & & \\ & & C_2H_5 & & O & & \end{array}$

2

Compléter le tableau suivant :

Formule brute	Formule semi-développée	Nom et classe
	$\begin{array}{ccccc} & & CH_3 & & \\ & & | & & \\ CH_3 & - & C & - & OH \\ & & | & & \\ & & CH_3 & & \end{array}$	
	$\begin{array}{ccccccccc} & & & & & & CH_3 & & \\ & & & & & & | & & \\ CH_3 & - & CH_2 & - & CH & - & C & - & CH_3 \\ & & & & | & & | & & \\ & & & & OH & & CH_3 & & \end{array}$	

		2-méthylbutan-2ol
		4-méthylhexan-3-ol
	$\begin{array}{c} C_2H_5 \\ \vert \\ C_3H_7 - C - OH \\ \vert \\ C_2H_5 \end{array}$	
		2,3-diméthylhexan-3ol
	$\begin{array}{ccccccc} & & C_2H_5 & & & & \\ & & \vert & & & & \\ CH_3 & - & CH & - & CH & - & CH_3 \\ & & & & \vert & & \\ & & & & OH & & \end{array}$	

3

Deux alcools aliphatiques saturés isomères $(A_1) et (A_2)$ ont une même masse molaire $M = 74 g.mol^{-1}$

1) Montrer que leur formule brute est $C_4H_{10}O$.

2) On réalise leur oxydation ménagée.

(A_1) ne donne rien.

(A_2) donne un composé (B_2)

(B_2) donne un test positif avec la D.N.P.H et un test négatif avec le réactif de schiff.

a- Préciser en le justifiant la classe de chacun des alcools (A_1) *et* (A_2).

b- Donner la formule semi-développée et le nom de (B_2).

c- Donner la formule semi développée et le nom de (A_1) *et* (A_2)

4

Un flacon porte l'indication << Alcool $C_4H_{10}O$ >>

1) Dire pourquoi cette indication est insuffisante pour savoir quel est l'alcool contenu dans ce flacon.

2) Le tableau suivant regroupe les alcools isomères de formule brute $C_4H_{10}O$.

Alcool	(A)	(B)	(C)	(D)
Formule semi développée	$CH_3-CH_2-CH_2-CH_2-OH$		$CH_3-\underset{\displaystyle CH_3}{\underset{\vert}{CH}}-CH_2-OH$	
Noms		Butan-2-Ol		2-méthylpropan-2-Ol
Classe de l'alcool				

Reproduire et compléter ce tableau.

3) Pour déterminer la classe de l'alcool contenu dans le flacon, on réalise son oxydation ménagée par une solution de bichromate potassium $K_2Cr_2O_7$ en milieu acide.

On obtient un produit (E) qui donne :

* un précipité jaune avec le 2,4 –dinitrophénylhydrazine (2,4-DNPH) ;
* une coloration rose avec le réactif de schiff.

a – Préciser en le justifiant :

* le groupe fonctionnel et la famille du produit (E) ;
* la classe de l'alcool contenu dans le flacon.

b – Parmi les alcools (A) , (B) , (C) et (D) , préciser ceux dont le produit de l'oxydation ménagée donne les résultats précédents avec le 2,4-DNPH et le réactif de schiff .

4) Sachant que l'alcool contenu dans le flacon est à chaîne carbonée ramifiée :

a - Identifier cet alcool ;

b – Donner la formule semi développé de (E)

5

1) On dispose d'un mono alcool primaire (A) aliphatique et saturé. On fait la combustion complète de 7,4g de (A) avec le dioxygène, à la fin de la réaction on obtient 9,6L d'un gaz qui trouble l'eau de chaux.

a- Ecrire l'équation de la réaction en formules brutes générales.

b- Déterminer la formule brute de cet alcool.

c- Ecrire les formules semi-développées des différents isomères des alcools correspondants.
2) Nommer l'alcool (A) sachant que sa chaine carbonée est ramifiée.
3) Soient $(A_1) et (A_2)$ deux isomères de l'alcool (A).

a- Sachant que l'oxydation ménagée de (A_1) par le bichromate de potassium en milieu acide conduit à un composé (B) qui donne un précipité jaune avec la D.N.P.H mais sans action sur le réactif de schiff.
*Préciser la famille de (B) ainsi que la classe de (A_1)

Nommer les composés $(A_1) et (B)$.

2) (A_2) ne subit pas d'oxydation ménagée

*Préciser la classe et le nom de (A_2).

6

Un mono alcool aliphatique saturé de masse molaire : M = 88 g. mol^{-1} a huit isomères :A, B, C, D, E, F, G et H.
Sur des prélèvements de A, B, C, D et E on ajoute quelques gouttes d'une solution acidifiée de bichromate de potassium, on obtient les résultats suivants :

Alcool	Composé (s) obtenu (s)
A	A_1 puis A_2
B	B
C	C_1
D	D_1
E	E_1 puis E_2

1) Identifier en justifiant la réponse l'alcool B en donnant sa formule semi-développée et son nom.
2) Quelle est l'action de la DNPH et du réactif de schiff sur chacun des composés :
A_1 , A_2 , C_1 , D_1 , F_1 et F_2 .
3) Sachant que D est à chaîne carbonée linéaire :
Donner les formules semi-développées et les noms possibles de : D et D_1.

Corrigés

1

A : 3-méthylpentan-2-ol (Alcool secondaire)
B :2,3-diméthylbutan-2-ol (Alcool tertiaire)
C :4-méthylhexan-3-ol (Alcool secondaire)
D:propan-1-ol (Alcool primaire)
E: butan-2-one (cétone)
F:2,2 –diméthylpropanal (aldéhyde)
G : 2-méthylbutanal (aldéhyde)

2

Formule brute	Formule semi-développée	Nom et classe
$C_4H_{10}O$	$CH_3-C(CH_3)_2-OH$	2-Méthylpropan-2-ol (IIaire)
$C_7H_{16}O$	$CH_3-CH_2-CH(OH)-C(CH_3)_2-CH_3$	2,2-diméthylpentan -3-ol (IIaire)
$C_5H_{12}O$	$CH_3-C(CH_3)(OH)-CH_2-CH_3$	2-méthylbutan-2ol
$C_7H_{16}O$	$CH_3-CH_2-CH(OH)-CH(CH_3)-CH_2-CH_3$	4-méthyl hexan-3-ol

$C_8H_{18}O$	$\begin{array}{c} C_2H_5 \\ \vert \\ C_3H_7 - C - OH \\ \vert \\ C_2H_5 \end{array}$	3-éthyl hexan -3-ol (IIIaire)
$C_8H_{18}O$	$\begin{array}{c} \quad CH_3 \;\; CH_3 \\ \quad \vert \qquad \vert \\ CH_3 - CH - C - CH_2 - CH_2 - CH_3 \\ \vert \\ OH \end{array}$	2,3-diméthylhexan-3ol
$C_6H_{14}O$	$\begin{array}{c} C_2H_5 \\ \vert \\ CH_3 - CH - CH - CH_3 \\ \vert \\ OH \end{array}$	3-méthyl pentan -2-ol (II aire)

3

1°) Alcool : $CnH_{2n+2}O$

$M = n.Mc + (2n+2)M_H + M_0$

$= 12n + 2n + 2 + 16 = 14n + 18$

$\rightarrow n = \dfrac{M-12}{14} = 4$

La formule brute est $C_4H_{10}O$

2) a/ (A_1) ne s'oxyde pas : c'est un alcool tertiaire.

(A_2) s'oxyde en donnant (B_2)

(B_2) est une cétone car elle donne un précipité jaune avec le D.N.P.H et ne rosit pas le réactif de schiff et par conséquent (A_2) est un alcool secondaire.

b/ (B_2) est une cétone à 4 atomes de carbone.

$$\begin{array}{l} CH_3-\underset{\underset{\displaystyle O}{\|}}{C}-CH_2-CH_3 \end{array}$$

Butan-2-one

c/ (A_1): $CH_3-\overset{\overset{\displaystyle CH_3}{|}}{\underset{\underset{\displaystyle CH_3}{|}}{C}}-OH$ 2-méthyl propan -2-ol

(A_2): $CH_3-\underset{\underset{\displaystyle OH}{|}}{CH}-CH_2-CH_3$ butan -2-ol

4 1) L'indicateur "$C_4H_{10}O$" est insuffisante pour savoir quel l'alcool contenu dans ce flacon : car à cette formule brute correspond plusieurs isomères.

2)

Alcool	**A**	**B**	**C**
Formule semi-développée	$CH_3-CH_2-CH_2-CH_2-OH$	$CH_3-CH_2-\underset{\underset{\displaystyle OH}{\vert}}{CH}-CH_3$	$CH_3-\underset{\underset{\displaystyle CH_3}{\vert}}{CH}-CH_2-OH$
Nom	Butan-1-ol	Butan-2-ol	Méthylpropan-1-ol
Classe de l'alcool	Iaire	IIaire	Iaire

D
$CH_3-\overset{\overset{\displaystyle CH_3}{\vert}}{\underset{\underset{\displaystyle CH_3}{\vert}}{C}}-OH$
2-méthylpropan-2-ol
IIIaire

3) a/(E) donne un précipité jaune avec le 2,4 D.N.P.H $\Rightarrow$(E) renferme le groupement carbonyl

$$\begin{array}{c} -C- \\ \| \\ O \end{array}$$

(E) : rosit le réactif de schiff $\Rightarrow$ c'est un aldéhyde

$$(E):\ R - \underset{\underset{O}{\|}}{C} - H$$

l'alcool contenu dans le flacon est un alcool primaire.

b/ (A) et (C) sont des alcools primaires leur produit donne les résultats précédents.

4°) a/ L'alcool est le 2-méthylpropan-1-ol

b/ (E) : aldéhyde à 4 atomes de carbone à chaine carbonée ramifiée puisqu'il provient d'un alcool primaire à chaine ramifiée.

$$(E): CH_3 - \underset{\underset{CH_3}{|}}{CH} - \underset{\underset{O}{\|}}{C} - H$$

Remarque :

Le nom de E est 2-méthylpropanal.

5

1) (A) : alcool Iaire : $C_nH_{2n+2}O$

a/ $CnH_{2n+2}O + \frac{3n}{2}O_2 \rightarrow nCO_2 + (n+1)H_2O$

b/ $n_A = \frac{n_{CO_2}}{n}$

avec $n_A = \frac{m}{M} = \frac{m}{14n+18}$

$n_{CO_2} = \frac{V}{V_m} = 0,4mol$

$\frac{7,4}{14n+18} = \frac{0,4}{n}$

$\Rightarrow 7,4n = 0,5(14n+18)$

$\Rightarrow 7,4n = 5,6n + 7,2$

$\Rightarrow 1,8n = 7,2 \rightarrow n = \dfrac{7,2}{1,8} = 4$

$\rightarrow l'\,Alcool\,est\,\boxed{C_4H_{10}O}$

c/ $CH_3-CH_2-CH_2-CH_2-OH$: $butan-1-ol$ (I^{aire})

$CH_3-CH_2-CH-CH_3$

$\qquad\qquad\;|$: $butan-2-ol$ (II^{aire})

$\qquad\quad OH$

$CH_3-CH-CH_2-OH$

$\qquad|$: $2-méthylpropan-1-ol$ (I^{aire})

$\quad\;CH_3$

$\;CH_3$

$\quad|$

CH_3-C-OH : $2-méthylpropan-2-ol$ (II^{aire})

$\quad|$

$\;CH_3$

2) (A) est un alcool I^{aire} à chaine ramifiée $\Rightarrow (A)$: $méthylpropan-1-ol$

3) a/ (B) est une cétone

(A_1) est un alcool secondaire.

(A_1) : butan-2-ol

$CH_3-CH_2-C-CH_3$

(B) $\qquad\qquad\;||$: butan-2-one

$\qquad\qquad\;O$

(A_2) : ne s'oxyde pas = Alcool III^{aire} $\rightarrow$ méthylpropan-2-ol

6

1) Alcool : $C_nH_{2n+2}O$

$M = 12n + 2n + 2 + 16 = 14n + 18$

$n = \dfrac{M-18}{14} = 5$

$\rightarrow \boxed{C_5H_{12}O}$

(B) Ne s'oxyde pas : c'est un alcool tertiaire.

(B)
$$\begin{array}{c} CH_3 \\ | \\ C_2H_5-C-OH \\ | \\ CH_3 \end{array} \quad : \; 2-méthylbutan-2-ol$$

2)

Composé	A_1	A_2	C_1	D_1	E_1	E_2
Test avec le réactif de schiff	+	-	-	-	+	-

(+) : rosit le réactif de schiff
(-) : ne rosit pas le réactif de schiff.

3) (D) Alcool secondaire à 5 atomes de carbone et à chaine linéaire (non ramifiée)

(D) peut être :

$$\begin{array}{l} CH_3-CH_2-CH_2-\underset{\displaystyle OH}{\underset{|}{CH}}-CH_3 \end{array}$$

$pentan-2-ol$

Ou

$$CH_3-CH_2-\underset{\displaystyle OH}{\underset{|}{CH}}-CH_2-CH_3$$

$pentan-3-ol$

(D_1) peut être donc :

$$CH_3-CH_2-CH_2-\underset{\displaystyle O}{\underset{||}{C}}-CH_3$$

$pentan-2-one$

Ou

$$CH_3-CH_2-\underset{\displaystyle O}{\underset{||}{C}}-CH_2-CH_3$$

$pentan-3-one$

Exercices corrigés

pour s'entraîner toute l'année

La collection **ATOMIX**

propose pour chacune des notions fondamentales du programme :

> Des rappels de cours
> Des exercices progressifs et classés par thèmes couvrant la totalité du programme
> Tous les corrigés des exercices et des problèmes détaillés et commentés.

Dans la même collection

1ère Année
> Physique & Chimie

2ème Année
• Filière Sciences
> Physique & Chimie

• Filière Technologie de l'Informatique
> Physique & Chimie

3ème Année
• Section Mathématiques
> Physique
> Chimie

• Section Sciences Expérimentales
> Physique
> Chimie

• Section Sciences de l'Informatique
> Physique & Chimie

• Section Sciences Techniques
> Physique
> Chimie

4ème Année
BAC

• Section Mathématiques
> Physique
> Chimie

• Section Sciences Expérimentales
> Physique
> Chimie

• Section Sciences de l'Informatique
> Physique & Chimie

• Section Sciences Techniques
> Physique
> Chimie

Kounouz Editions
www.kounouz-edition.com

Prix: 8D.700

9 789938 821024

ISBN: 978-9938-821-02-4