BUREAU DU CENTRE ACADEMIQUE

Fascicule de Mathématiques

Terminale A

NKODIA-LOEMBA

Edition 2023-2024

Exercices types :

- Composition du premier trimestre
- Composition du deuxième Trimestre
- Bac test
- Bac blanc

Avant-propos

Ce fascicule a été conçu pour répondre aux besoins spécifiques des élèves en classe de Terminale A.

Nous avons rassemblé une sélection d'exercices rigoureusement choisis, qui couvrent l'ensemble du programme de mathématiques de cette classe.

L'objectif principal de ce fascicule est de vous offrir un outil complet et pratique pour vous entraîner efficacement en vue des examens d'état. Chaque exercice proposé ici a été conçu pour refléter fidèlement les exigences du programme officiel. Vous y trouverez des exercices stimulants issus des sujets proposés par les inspections des différentes zones du Congo-Brazzaville qui vous permettront de consolider vos connaissances, d'approfondir votre compréhension des concepts clés et de développer vos compétences en résolution de problèmes mathématiques.

Nous vous souhaitons à tous une excellente préparation aux examens d'état. Que ce fascicule de mathématiques devienne un précieux allié dans votre réussite académique et un tremplin vers un avenir prometteur.

L'auteur

PARTIE A
Algèbre

CALCULS NUMERIQUES

Exercice 1

1. Soit x *et* y *deux nombres réels non nuls définis respectivement par les encadrements suivants :* $1{,}87 \leq x \leq 1{,}89$ *et* $2{,}3 \leq y \leq 2{,}5$.

Déterminer les encadrements $x - y$; $3x + 2y$; $\frac{x}{2y}$.

2. a) Enoncer le critère de divisibilité d'un nombre par 3.

b) Vérifier que 972 et 5430 sont divisibles par 3.

c) Déterminer le PGCD de 972 et 5430.

d) Ecrire le nombre réel $\frac{972}{5430}$ *sous forme de fraction irréductible.*

Exercice 2

On donne le nombre réel $A = \frac{560}{7000}$.

a) *Ecrire les nombres 560 et 7000 en produit de facteurs premiers.*
b) *Simplifier A.*
c) *Donner l'écriture décimale puis scientifique de A.*

Exercice 3

On donne $A = 1400$ *et* $B = 1800$

1. Décomposer A et B en produit de nombres premiers

2. Déterminer le nombre de diviseurs de 1400.

3. Déterminer le $PGCD(1400; 1800)$

4. Simplifier $C = \frac{A}{B}$

Exercice 4

1) On considère deux nombres entiers $a = 34$ et $b = 18$.

a) *Ecrire l'ensemble des diviseurs des nombres a et b respectivement $D(34)$ et $D(18)$.*
b) *Déterminer les diviseurs communs aux deux entiers 34 et 18.*
c) *Préciser le $PGCD(34;18)$ et le $PPCM(34;18)$.*

2) Soit le nombre $x = 2{,}32323232\ldots$ Donner l'écriture fractionnaire de x.

Exercice 5

On donne les nombres : $A = 1122$ et $B = 999$ et $C = 1{,}123\,123\,123\ldots$

1. Justifier que C est un nombre rationnel.

2. Donner l'écriture fractionnaire de C.

3. Décomposer A et B en produit de puissances des nombres premiers.

4. En déduire le PPCM et le PGCD des nombres A et B.

5. Ecrire sous la forme irréductible le nombre $r = \frac{A}{B}$

Exercice 6

1. On donne deux réel x et y tels que : $\frac{5}{2} < x < \frac{7}{2}$ et $4 < y < 7$.

Déterminer un encadrement de : $x + y$; $x - y$ et de $\frac{x}{y}$.

2. On donne A et B tels que : $A = 13{,}33.10^{-3} + 12{,}35.10^{-2} - 11{,}37.10^{-1}$ et $B = (0{,}35.10^{3} + 50.10^{-3}) \times (1{,}2.10^{-2} - 0{,}3.10^{2})$.

a) *Effectuer les calculs de A et B sans puissance de 10.*
b) *Donner l'écriture scientifique de A puis celle de B.*

3. On donne les nombres U et V tel que :

$U = 0{,}5.10^{3} + 2{,}04.10^{4} - 0{,}024.10^{5}$ et $V = 2{,}25.10^{-3} \times 1{,}2.10^{-3} \times 4.10^{4}$

a) *Ecrire U et V sans puissance de 10.*
b) *Ecrire* $U + V$ *et* $U - V$ *sous la forme* $a.10^p$ *où* $1 < a < 10$
c) *Ecrire* $K = 0{,}108$ *sous la forme fractionnaire.*

Exercice 7

1) Soit le nombre réel $x = 0{,}32323232 \ldots$

a) *Donner l'écriture fractionnaire du nombre x.*
b) *Ecrire le nombre* $y = 2{,}3232323232 \ldots$ *sous la forme irréductible.*

2) On donne deux encadrements $1{,}23 \leq x \leq 1{,}25$ *et* $2{,}01 \leq y \leq 2{,}03$.

Déterminer l'encadrement de : $x - y$ *et* $\frac{2x}{3y}$.

Exercice 8

On donne $p = 24$ *et* $q = 168$

1. Déterminer les ensembles $D_{(p)}$ *et* $D_{(q)}$ *des diviseurs positifs de p et q.*

2. Déduire le plus petit commun diviseur de p et q (Diviseur commun) ou $PGCD(p; q)$.

3. Calculer le plus petit commun multiple de p et q $(PPCM)(p; q)$

4. Rendre irréductible la fraction $A = \frac{p}{q}$

Exercice 9

1. Soit les nombres entiers naturels suivants :

$a = 36$; $b = 54$; $c = 135$ *et* $d = 210$.

a) *Déterminer l'ensemble des diviseurs de 36 et 54. Puis déduire l'ensemble commun des diviseurs de 36 et 54.*
b) *Déterminer le* $PPCM(36; 135)$ *puis le* $PGCD(54; 210)$.
c) *Ecrire le nombre 54 à la base 2 et* $\overline{100100}_{(2)}$ *à la base 10.*

2. On donne : $A = 1896$ *et* $B = 578$

a) Déterminer le reste de la division euclidienne de A par B.
b) Calculer le plus grand commun diviseur de A et de B.

3. En effectuant des divisions successives de 236 par 2, écrire 236 base 10 en base deux.

Exercice 10

On donne le $PPCM(x; 999) = 74925$ *et le* $PGCD(x; 999) = 27$.

1. Déterminer l'entier naturel x *sachant que :*

$PPCM(a, b) \times PGCD(a, b) = a \times b$

2. On considère le nombre décimal périodique illimité

$A = 2{,}0270270272 \ldots$

a) Calculer $1000A$ *et* $1000A - A$.
b) En utilisant la relation $1000A - A$*, montrer que* $A = \frac{2025}{999}$.
c) Rendre A irréductible

Exercice 11

1. On considère les nombres $a = 2025$ *et* $b = 999$

a) Déterminer le $PGCD(a; b)$ *; puis en déduire le* $PPCM(a; b)$
b) En déduire le nombre rationnel $c = \frac{a}{b}$ *sous sa forme irréductible.*

2. On donne le nombre réel $r = -2{,}027027027027 \ldots$

a) Justifier que d *est un nombre irrationnel.*
b) Trouver deux nombres décimaux r_1 *et* r_2 *tels que* $r_1 - r_2 = 10^{-3}$ *et* $r_2 \leq r \leq r_1$

Exercice 12

Les questions 1) ; 2) ;3) et 4) de cet exercice sont indépendantes.

1. Donner l'écriture scientifique du nombre réel

$A = 31{,}2 \times 10^{-15} - 17{,}3 \times 10^{-14} + \frac{1}{10^{15}}$.

2. On considère le nombre $B = -5{,}142142142\ldots$

a) Justifier que B est un nombre rationnel.
b) Ecrire B sous forme de fraction irréductible.

3. a) Déterminer le $PGCD$ *de* 972 *et* 5430.

b) Ecrire le nombre $\frac{972}{5430}$ *sous forme irréductible*

4. On donne : $A = 2340$ *et* $B = 825$

a) Calculer le plus grand commun diviseur de A et B.
b) Utiliser le PGCD des nombres A et B pour rendre irréductible la fraction $\frac{B}{A}$
c) Ecrire le nombre $A + B$ *sous la forme* $a \times 10^{P}$ *avec* $P = 2$ *et* $a \in \mathbb{D}$

Exercice 13

Soit x un nombre réel dont le développement en base 10 est $x = 0{,}813813813$.

1) Ecrire x sous la forme $\frac{a}{b}$.

2) Donner une écriture fractionnaire irréductible de x.

3) Donner une notation scientifique des nombres

$A = 37 \times 10^{-3} \times 0{,}7 \times 10^{5}$ *et* $B = 5{,}3 \times 10^{-3} + 0{,}008 + 8 \times 10^{-3}$.

4) Effectuer les calculs suivants :

$A = (4 \times 10^{2})(5{,}2 \times 10^{-2})(4 \times 10^{-1})^{2}$;

$B = 0{,}2 \times 10^{3} + 1{,}02 \times 10^{4} - 0{,}016 \times 10^{5}$.

Exercice 14

On considère deux entiers naturels non nuls a et b tels que $a = 252$ *et* $b = 108$

1) Ecrire a et b sous la forme d'un produit de facteurs premiers

2) Déterminer le $PPCM(a;b)$ *et* $PGCD(a;b)$

3) Calculer le nombre $M = \frac{13}{252} - \frac{11}{108}$

4) Ecrire sous forme d'une fraction irréductible, le nombre rationnel suivant $r = \frac{252}{108}$

   a) *Déterminer un entier naturel n tel que* $q = n + 0{,}333\ldots$
   b) *Montrer que q peut s'écrire sous la forme $\frac{m}{n}$ où m et n sont deux entiers naturels non nuls à préciser.*

Exercice 15

1) Soit n un nombre entier.

   a) *Qu'appelle-t-on diviseur de n ?*
   b) *Qu'appelle-t-on multiple de n ?*

2) On donne $n = 144$. *Donner un exemple de diviseur et multiple de 144 en justifiant les réponses.*

3) Soit le réel $r = 2{,}351351351\ldots$

   a) *Déterminer le réel t tel que* $r = 2 + t$
   b) *On pose* $S = 0{,}351351351\ldots$

   b_1) Quelle est la période de S ?

   b_2) Donner l'écriture fractionnaire irréductible de S.

   b_3) En déduire l'écriture fractionnaire de r.

Exercice 16

A) On considère les nombres réels $A = 2 \times 10^{-4} + 103 \times 10^{-2}$ *et* $B = 31 \times 10^{-3} + 11 \times 10^{-2}$.

1. Calculer A et B. On donnera le résultat sous la forme décimale

2. Ecrire en notation scientifique les nombres réels A et B.

3. On donne $P = 1,123123123123 \ldots$

Ecrire le nombre P *sous la forme d'une fraction irréductible.*

B) Soit X et Y deux nombres réels tels que : $X = 108$ *et* $Y = k$

1. Déterminer le nombre réel k *pour que : le* $PGCD(108; k) = 27$ *et le* $PPCM(108; k) = 540$.

2. Simplifier le nombre $q = \frac{135}{k}$

3. Donner un encadrement de q *à* 10^{-2} *près.*

Exercice 17

<u>*Partie A*</u>

On donne les nombres suivants : $a = 42,19.10^{-3}$ *,* $b = 1,27.10^{-2}$ *et* $c = 63,84.10^{2}$

1. Calculer : $X = a \times c + b$

2. Donner la notation scientifique de X.

<u>*Partie B*</u>

1) Définir les termes suivants : Nombre premier ; diviseur d'un entier.

2. a) Décomposer en produit de facteurs premier 36 ; 84 et 168

b) Déterminer les ensembles D_{36} *,* D_{84} *et* D_{168} *des diviseurs respectifs de 36 ; 84 et 168.*

3. En déduire l'ensemble $D_{36} \cap D_{84} \cap D_{168}$ puis le PGCD de 36 ; 84 et 168.

Exercice 18

1. On donne les nombres entiers $a = 1980$ et $b = 2^{2x} \times 3^{y+2} \times 5^{z}$ où $x,\ y$ et z sont des entries naturels.

   a) Décomposer a en produit de facteurs premiers.
   b) Déterminer les entiers x, y, z et t tels que :
      $a = 2^{2x} \times 3^{4-y} \times 5^{z} \times 11^{t}$
   c) En déduire que : $b = 1960$
   d) Déterminer le $PGCD(a, b)$ et $PPCM(a, b)$
   e) Ecrire le rationnel $c = \frac{b}{a}$ sous forme d'une fraction irréductible.

2. On donne le nombre $r = 0{,}8181818181818\ldots$

   a) Justifier que r est un nombre rationnel.
   b) Donner un encadrement par deux rationnels du nombre r à 10^{-2} près.

Exercice 19

On donne $2{,}645 \leq \sqrt{7} \leq 2{,}646$ et $2{,}236 \leq \sqrt{5} \leq 2{,}237$

1. Donner le meilleur encadrement possible de $\sqrt{7} - 2\sqrt{5}$

2. Trouver les nombres entiers a et b tel que :

$a.10^{-2} \leq \sqrt{35} \leq (a+1).10^{-2}$ et $b.10^{-2} \leq \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}} \leq (b+1).10^{-2}$

3. Ecrire sous la forme $a.10^{p}$ les nombres A et B avec $1 \leq a \leq 10$ et $P \in \mathbb{Z}$ $A = 2{,}0015.10^{-3} + 0{,}41.10^{-5} + 0{,}0936$; $B = 104.10^{-1} \times 8{,}7.10^{4}$

4. Vérifier par calcul que $\frac{7}{3} = 2{,}3333\ldots$

5. a) ce nombre est-il décimal ?

   b) Donner sa période.

6. Donner la valeur approchée de $\frac{7}{3}$ à 10^{-3} près.

7. *Sachant que* $2{,}236 \leq \sqrt{5} \leq 2{,}237$

   a) *Déterminer une valeur approchée de* $\sqrt{5}$ *à* 10^{-4} *près*
   b) *Donner une incertitude de* $\sqrt{5}$
   c) *Déterminer un encadrement de* $3 - \sqrt{5}$

Exercice 20

1. *Rappeler le critère de divisibilité d'un nombre entier par 2.*

2. *On donne les nombres entiers suivants :* $a = 2100$ *et* $b = 1350$

   a) *Ecrire* a *puis* b *sous la forme de produits de nombres premiers.*
   b) *Déterminer le* $PGCD(a;b)$ *et le* $PPCM(a;b)$
   c) *Donner l'écriture fractionnaire irréductible de* $\frac{a}{b}$

3. *On donne le nombre* $n = 1{,}555555\ldots$

   a) *Donner la définition d'un nombre rationnel.*
   b) *Montrer que le nombre* n *peut s'écrire sous la forme d'un nombre rationnel.*

4. a) *Donner un encadrement d'amplitude* 10^{-3} *de* $\frac{a}{b}$

   b) *En déduire un encadrement d'amplitude* 10^{-3} *de* $\frac{a}{b} + n$.

Exercice 21

1) Donner la définition d'un nombre rationnel et deux exemples de nombres rationnels.

2) Soit le nombre rationnel $N = \frac{27}{13}$.

   a) *Donner un encadrement de* N *à* 10^{-5} *près.*
   b) *Préciser les valeurs approchées de* N *par défaut et par excès à* 10^{-5} *près.*

3) On donne les réels suivants : $a = 0{,}000012$; $b = 0{,}0005$; $c = 0{,}004$.

a) *Ecrire ces nombres sous la forme* $a.10^P$.
b) *Calculer les nombres suivants :* $X = \frac{a^2 \times b^3}{c^3}$; $Y = (c^3)^2 \times (b)^{-3}$

4) Soit A un nombre entier naturel.

a) *Donner la définition d'un nombre multiple de A.*
b) *Donner la définition d'un nombre diviseur de A.*

5) On donne les nombres entiers suivants : $n = 248$ *et* $m = 9735$.

a) *Montrer que 1239 est un diviseur de* n.
b) *Montrer que* m *est un multiple de 1947.*

Exercice 22

1) Comment reconnait-on la représentation décimale illimitée d'un nombre rationnel ?

2) On donne les nombres : $X = 2{,}1232512391\ldots$; $Y = -2{,}451451451\ldots$

et $Z = -2{,}56224124\ldots$

Un seul nombre est rationnel. Lequel ? Ecrire ce nombre rationnel sous la forme $\frac{a}{b}$, *où a et b sont des entiers.*

3) On donne les nombres $A = 2160$ *et* $B = 810$.

a) *Ecrire les nombres A et B sous forme d'un produit des facteurs premiers.*
b) *En déduire le* $PGCD(A, B)$ *et le* $PPCM(A, B)$.
c) *En déduire* $\frac{A}{B}$ *sous sa forme irréductible.*
d) *Donner un encadrement d'amplitude* 10^{-3} *de* $\frac{A}{B}$ *par deux nombres décimaux.*

4) Effectuer les opérations suivantes et donner les résultats en notation scientifique : $E = 30{,}1.10^{-3} \times 11.10^{-2}$, $F = 2.10^{-4} + 103.10^{-2}$ *et* $G = \frac{0{,}23.10^3 - 1{,}7.10^2}{0{,}5.10^{-3}}$.

Exercice 23

1. On donne les nombres $a = \overline{1101100^2}$ *et* $b = 18$. *Montrer qu'en base 10 le nombre* a *s'écrit* $a = 108$ *et que* b *en base 2 s'écrit :* $b = \overline{10010^2}$

2. Soit le nombre $c = 24$

a. *Décomposer c en produit des facteurs des nombres premiers*
b. *Déterminer le nombre des diviseurs* N_d *de c*
c. *Déterminer l'ensemble* $D(24)$ *des diviseurs possibles de*

3. Soit le nombre $N = \frac{5}{18} - \frac{13}{24} + \frac{21}{108}$

a. *On donne* $18 = 3^2 \times 2$, $108 = 2^2 \times 3^3$.
   Déterminer $PPCM(18; 24; 108)$
b. *Réduire N au même dénominateur.*

4. On pose le nombre $R = 0{,}069444444 \dots \dots \dots$

a. *Calculer* $1000R$ *puis montrer que* $1000R = \frac{625}{9}$
b. *Sachant que* $625 = 5^4$, $9000 = 2^3 \times 3^2 \times 5^3$
   Déterminer $PGCD(625; 9000)$
c. *Simplifier* R *et en déduire que* $R = -N$.

Exercice 24

I. 1. Enoncer les critères de divisibilité des nombres par 2 ; 3 et 5.

2. Qu'est-ce qu'un nombre premier ?

3. Qu'est-ce qu'un nombre pair ? Citez trois de votre choix puis déduire la forme générale d'un nombre pair.

4. On donne la liste des nombres. Classez-les suivant qu'ils sont divisibles par 2 ; par 3 et / ou par 5.

3025 ; 7801 ; 6723 ; 2174 ; 1175 ; 7182 ; 4720 ; 9711

II. On considère un nombre réel x *tel que* $x \neq 0$ *et* $x \neq 1$

1. Calculer $A = \left(1 + \frac{1}{x-1}\right)\left(1 - \frac{1}{x}\right)$

2. En utilisant la question (1), calculer :

a) $B = \left(1 - \frac{1}{2^2}\right)\left(1 - \frac{1}{3^2}\right)\left(1 - \frac{1}{4^2}\right)$

b) en fonction de n ; $C = \left(1 - \frac{1}{2^2}\right)\left(1 - \frac{1}{3^2}\right)\left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \times \ldots \times \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$

c) En déduire $D = \left(1 - \frac{1}{2^2}\right)\left(1 - \frac{1}{3^2}\right)\left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \times \ldots \times \left(1 - \frac{1}{21^2}\right)$

EQUATIONS ET INEQUATIONS DANS $\mathbb{R}$

Exercice 1

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

$\boldsymbol{a})\ \dfrac{5x-5}{x+1} = 3$; $\boldsymbol{b})\ \dfrac{x+1}{-x+2} - \dfrac{2x+3}{4} = 0$; $\boldsymbol{c})\ \dfrac{x-2}{x+2} = \dfrac{2x+3}{5}$

$\boldsymbol{d})\ \dfrac{x-1}{x-2} = \dfrac{3}{x-1}$; $\boldsymbol{e})\ (x^2-1)^2 = (2x-1)^2$; $\boldsymbol{f})\ x^2 - 2x - 3 = 0$

$\boldsymbol{g})\ (x^2-1) + (x+1)(2x-3) = 0$; $\boldsymbol{h})\ x^2 = 4(-2x-3)$

$\boldsymbol{i})\ (2x-1)^2 + (x-3)(3-4x) = 3x-2$; $\boldsymbol{j})\ x^4 - 8x^2 - 9 = 0$

$\boldsymbol{k})\ -2x(x+1) + 7x + 1 = -2x^2 + 5x + 1$; $\boldsymbol{l})\ x^2 - 2\sqrt{2}x + 2 = 0$

Exercice 2

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

$\boldsymbol{a})\ 2x - 1 < 3x + 2$; $\boldsymbol{b})\ \dfrac{x+2}{3x-2} < 0$; $\boldsymbol{c})\ \dfrac{x+3}{2x+1} \leq 0$; $\boldsymbol{d})\ \dfrac{3-x}{1-x} < \dfrac{x}{x+2}$

$\boldsymbol{e})\ x^2 - 3 < 0$; $\boldsymbol{f})\ x^2 + 3x - 4 > 0$; $\boldsymbol{g})\ \dfrac{x}{3x+1} \leq \dfrac{x+1}{x-4}$; $\boldsymbol{h})\ \dfrac{3-x}{1-x} < \dfrac{x}{x+2}$

$\boldsymbol{i})\ \frac{4-x^2}{(1-x)(3x-2)} < 0$; $\boldsymbol{j})\ x^4 - 4x^2 + 4 \leq 0$; $\boldsymbol{k})\ 2x^2 + 3x + 2 < 0$

$\boldsymbol{l})\ x^2 - 2x - 35 \leq 0$; $\boldsymbol{m})\ (-3x+6)\left(x + \dfrac{1}{2}\right) \geq 0$;

$\boldsymbol{n})\ (x^2+3)(x-2) - (x^2-4) > 0$

Exercice 3

On considère le polynôme $P(x) = 2x^3 - 7x^2 + 2x + 3$.

1. Déterminer les réels a et b pour que :

$P(x) = (ax + b)(x - 3)(x - 1)$.

2. En déduire les solutions dans $\mathbb{R}$, de l'équation $P(x) = 0$.

3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $(x - 3)(2x + 1)(x - 1) \geq 0$

Exercice 4

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E_0) : $2x^2 + 5x - 3 = 0$

2. On donne $P(x) = 2x^3 - x^2 - 18x + 9$

   a) Montrer que 3 est racine de P
   b) Ecrire $P(x)$ sous la forme $P(x) = (x - 3)(ax^2 + bx + c)$, où a, b, et c sont des réels à déterminer.
   c) En déduire les solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation $P(x) = 0$

3. On donne (E_1) : $2(x + 3)^3 - (x + 3)^2 - 18(x + 3) + 9 = 0$. A l'aide de la question 2.c et en posant $X = x + 3$, résoudre (E_1) dans $\mathbb{R}$

Exercice 5

On considère le polynôme P d'inconnue x défini par :

$P(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$

1. Calculer $P(2)$. Que peut-on déduire ?

2. Déterminer les réels a et b tels que : $P(x) = (x - 2)(x^2 + ax + b)$

3. On pose $a = -2$ et $b = -3$. Résoudre dans $\mathbb{R}$;

   a) l'équation $P(x) = 0$
   b) l'inéquation $P(x) < 0$
   c) En déduire les solutions de l'équation
      (E) : $(lnx)^3 - 4(lnx)^2 + lnx + 6 = 0$

Exercice 6

Soit $f(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2$

1. Vérifier que 1 est la racine évidente de $f(x)$

2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = 0$

3. Déduire de ce qui précède, la résolution de l'équation d'inconnue t : $e^{3t} - 2e^{2t} - e^{t} + 2 = 0$

Exercice 7

On considère le polynôme P défini par :

$$P(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$$

1. Vérifier que $P(3) = 0$.

2. Déterminer deux nombres réels a et b tels que :

$$P(x) = (x - 3)(x^2 + ax + b)$$

3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $P(x) \geq 0$

4. En déduire les solutions de l'équation :

$$(E) : e^{3x} - 4e^{2x} + e^{x} + 6 = 0$$

Exercice 8

On considère le polynôme P défini par : $P(x) = 6x^3 - 11x^2 + x + 4$

1. Vérifier que 1 est la racine évidente du polynôme P

2. a) Déterminer les réels a et b tels que $P(x) = (x - 1)(6x^2 + ax + b)$

   b) Développer, réduire et ordonner l'expression :

$$P(x) = (x - 1)(2x + 1)(3x - 4)$$

   c) Déduire les solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation $P(x) = 0$; de l'inéquation $P(x) > 0$. Puis de l'équation :

$$6(lnx)^3 - 11(lnx)^2 + lnx + 4 = 0$$

Exercice 9

Soit un polynôme défini par : $T(x) = (x - 5)(x^2 - 3x + 2)$

1. Développer, réduire et ordonner $T(x)$ *suivant les puissances de* x

2. Résoudre dans $\mathbb{R}$*, l'équation* $x^2 - 3x + 2 = 0$

3. Montrer que $P(5) = 0$*, puis déduire une factorisation de*

$P(x) = x^3 - 8x^2 + 17x - 10$

4. Déduire les solutions de l'équation $P(x) = 0$

5. En déduire les solutions de l'équation : $e^{3x} - 8e^{2x} + 17e^{x} - 10 = 0$

Exercice 10

On considère le polynôme P *défini par :* $P(x) = x^3 - 4x^2 - x_0 x + 10$

1. Déterminer le réel x_0 *pour que 5 soit racine du polynôme* P

2. Dans la suite, on donne $x_0 = 7$

a) Déterminer les réels a et b tels que : $P(x) = (x - 5)(x^2 + ax + b)$

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$*, l'équation* $x^2 + x - 2 = 0$

3. En déduire la résolution dans $\mathbb{R}$ *de :*

- *a)* $P(x) = 0$
- *b)* $P(x) > 0$
- *c)* $(lnx)^3 - 4(lnx)^2 - 7lnx + 10 = 0$

Exercice 11

On considère le polynôme numérique P *défini par :*

$P(x) = 8x^3 - 10x^2 - x + 3$

1. Montrer que 1 est une racine du polynôme P.

2. a) Déterminer les réels a et b tels que $P(x) = (x - 1)(8x^2 + ax + b)$

b) Développer et réduire l'expression $A(x) = (x-1)(2x+1)(4x-3)$

c) Déduire les solutions dans $\mathbb{R}$ *de l'équation* $P(x) = 0$.

3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ *les équations suivantes :*

a) $8e^{3x} - 10e^{2x} - e^{x} + 3 = 0$.
b) $8(lnx)^3 - 10(lnx)^2 - lnx + 3 = 0$

Exercice 12

1. Soit P *le polynôme défini tel que pour tout réel* x *par :*

$$P(x) = x^3 - x^2 - 14x + 24$$

a) Calculer $P(3)$ *et* $P(2)$. *Que peut-on dire de 3 et 2 pour* $P(x)$ *?*
b) Déterminer deux nombres réels a *et* b *tels que* $P(x) = (x-3)(x-2)(ax+b)$
c) Résoudre dans $\mathbb{R}$*, l'équation* $P(x) = 0$

2. En déduire dans $\mathbb{R}$*, les solutions des inéquations suivantes :*

a) $(lnx)^3 - (lnx)^2 - 14lnx + 24 \geq 0$
b) $e^{3x} - e^{2x} - 14e^{x} + 24 \geq 0$

Exercice 13

On considère le polynôme $P(x) = -2x^3 + 9x^2 - 7x + \alpha$ *où* α *est un entier relatif.*

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ *l'équation :* $-2x^2 + 5x + 3 = 0$

2. Déterminer le nombre réel α *pour que* 2 *soit une racine de* $P(x)$

3. Calculer $(2-x)(2x^2 - 5x - 3)$. *En déduire dans* $\mathbb{R}$ *les solutions de l'équation* $P(x) = 0$.

4. En déduire les solutions de l'équation :

$$-2(lnx)^3 + 9(lnx)^2 - 7lnx - 6 = 0$$

Exercice 14

On considère le polynôme numérique P *défini par :*

$P(x) = 3x^3 + 8x^2 - x + \alpha$

1. Déterminer l'entier relatif α *pour que* -2 *soit racine du polynôme* P.

2. On donne $\alpha = -10$.

a) Déterminer les réels a *et* b *tels que* $P(x) = (x+2)(3x^2 + ax + b)$

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ *l'équation* $3x^2 + 2x - 5 = 0$

3. En déduire la résolution dans $\mathbb{R}$ *des équations :*

a) $3x^3 + 8x^2 - x - 10 = 0$

b) $3(lnx)^3 + 8(lnx)^2 - lnx - 10 = 0$

c) $3e^{3x} + 8e^{2x} - e^x - 10 = 0$

Exercice 15

Soit P *un polynôme à variable réel* x, *défini par :* $P(x) = x^3 - 7x + 6$

1) Montrer que $x_0 = -3$ *est une racine du polynôme* P.

2) Déterminer les réels a *et* b *tels que :* $P(x) = (x+3)(x^2 + ax + b)$

3) a) Résoudre dans $\mathbb{R}$, *l'équation* $x^2 - 3x + 2 = 0$

b) En déduire l'ensemble de solution S de l'équation $P(x) = 0$

4) Résoudre dans $\mathbb{R}$, *l'inéquation* $P(x) \leq 0$

5) Déterminer l'ensemble des solutions S' de l'équation

$(E) : e^{3x} - 7e^x + 6 = 0$ *; on pourra poser* $X = e^x$

Exercice 16

Soit P *le polynôme défini par :* $P(x) = -x^3 + 2x^2 + x - 2$

1. Calculer $P(1)$

2. Déterminer les réels a et b tels : $P(x) = (x-1)(-x^2 + ax + b)$

3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $-x^2 + x + 2 = 0$

4. En déduire dans $\mathbb{R}$ les solutions de l'équation $P(x) = 0$

5. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $P(x) > 0$

Exercice 17

On considère le polynôme P défini par : $P(x) = 2x^3 + 3x^2 - 29x + 30$

1. Montrer que les nombres 2; -5 et $\frac{3}{2}$ sont les racines de $P(x)$.

2. En déduire une factorisation de $P(x)$

3. Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation $P(x) = 0$

4. Dresser le tableau de signe de $P(x)$

5. En déduire la résolution dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation $P(x) > 0$

Exercice 18

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation $3 - x = 0$

2. Déterminer un polynôme P du second degré 2 vérifiant : $P(0) = 2$, $P(1) = 0$ et $P(-1) = 1$

3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$

4. On pose $Q(x) = (3-x)P(x)$. En déduire les solutions de l'équation $Q(x) = 0$ puis celle de l'inéquation $Q(x) > 0$

Exercice 19

Soit P le polynôme du 3e degré admettant $x_0 = 1$; $x_1 = 2$; $x_3 = 3$ comme racines.

1. Déterminer le polynôme P.

2. Déduire les solutions des équations suivantes :

a) $(lnx)^3 - 6(lnx)^2 + 11lnx - 6 = 0.$
b) $e^{3x} - 6e^{2x} + 11e^x - 6 = 0.$

Exercice 20

On donne le polynôme P défini par : $P(x) = 2x^3 + 3x^2 - 3x - 2$

1. Vérifier que $-\frac{1}{2}$ est un zéro de $P(x)$.

2. Déterminer les réels a, b et c tels que :

$$P(x) = (2x + 1)(ax^2 + bx + c)$$

3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $x^2 + x - 2 = 0$

4. En déduire dans $\mathbb{R}$ les solutions de l'équation $P(x) = 0$

5. Donner une factorisation de $P(x)$

6. En déduire les solutions des équations suivantes :

a) $2(lnx)^3 + 3(lnx)^2 - 3lnx - 2 = 0$
b) $2e^{3x} + 3e^{2x} - 3e^x - 2 = 0$

Exercice 21

1. Soit P le polynôme définie par : $P(x) = (x - 3)(2x - 1)^2$.

a) Montrer que $P(x) = 4x^3 - 16x^2 + 13x - 3$
b) Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation $P(x) = 0$
c) Déduire les solutions dans $\mathbb{R}$, de l'équation :
$4(lnx)^3 - 16(lnx)^2 + 13lnx - 3 = 0$

2. On considère la fonction F définie par : $F(x) = (e^x - 3)(2e^x - 1)^2$

a) Calculer $F(ln3)$ et $F\left[ln\left(\frac{1}{2}\right)\right]$. On rappelle que pour tout réel a strictement positif, $e^{lna} = a$
b) Déduire les solutions dans $\mathbb{R}$, de l'équation $F(x) = 0$

3. Donner la valeur exacte de $ln(e^2 + e) - ln\left(1 + \frac{1}{e}\right)$; e désigne la base du logarithme népérien.

SYSTEMES D'EQUATIONS LINEAIRES

Exercice 1

1. Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système suivant : $(S)\ \begin{cases} 2x - y = 5 \\ x + 4y = 6 \end{cases}$

2. En déduire la solution du système (S') : $\begin{cases} \frac{2}{x} - \frac{1}{y} = 5 \\ \frac{1}{x} + \frac{4}{y} = 6 \end{cases}$ On posera $X = \frac{1}{x}$ et $Y = \frac{1}{y}$

Exercice 2

1. Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système : $\begin{cases} x - y = 2 \\ 2x + 3y = -1 \end{cases}$

2. En déduire dans $\mathbb{R}^2$ la solution du système : $\begin{cases} \frac{1}{x+3} - \frac{1}{y+1} = 3 \\ \frac{2}{x+3} + \frac{3}{y+1} = -1 \end{cases}$

Exercice 3

1. Résoudre dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ le système linéaire suivant : $\begin{cases} x - 3y = 1 \\ 3x - 4y = 8 \end{cases}$

2. En déduire dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ la solution de : $\begin{cases} \frac{1}{x+1} - \frac{3}{y+1} = 1 \\ \frac{3}{x+1} - \frac{4}{y+1} = 8 \end{cases}$

Exercice 4

1. Résoudre dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ le système suivant : $\begin{cases} 4x + 3y = -6 \\ 2x - 5y = -16 \end{cases}$

2. En déduire le couple de solution du système : $\begin{cases} \frac{4}{x+2} + \frac{3}{y} = -6 \\ \frac{2}{x+2} - \frac{5}{y} = -16 \end{cases}$

Exercice 5

1. Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ *le système :* $\begin{cases} 3x + 2y = 12 \\ x - y = -1 \end{cases}$

2. En déduire la résolution dans $\mathbb{R}^2$ *du système :* $\begin{cases} 3\sqrt{x} + 2\sqrt{y} = 12 \\ \sqrt{x} - \sqrt{y} = -1 \end{cases}$

Exercice 6

On considère le système (S): $\begin{cases} x + 2y = 4 \\ -3x + 4y = -2 \end{cases}$

a) Résoudre dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ *le système* (S).

b) En déduire la solution du système (S'): $\begin{cases} e^x + 2e^y = 4 \\ -3e^x + 4e^y = -2 \end{cases}$

Exercice 7

1. Résoudre dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ *le système :* $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + 3y = 5 \end{cases}$.

2. En déduire la solution dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$, *du système* $\begin{cases} 2e^x - e^y = 3 \\ e^x + 3e^y = 5 \end{cases}$

Exercice 8

1. Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ *le système d'équations :*

$$\begin{cases} 2x - y = -3 \\ x + 3y = 2 \end{cases}$$

2. En déduire les solutions du système :

$$\begin{cases} 2lnx - lny = -3 \\ lnx + 3lny = 2 \end{cases}$$

Exercice 9

1. Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ *le système suivant :* $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 5x + 3y = 0 \end{cases}$

2. En déduire les solutions dans $\mathbb{R}^2$ *du système :* $\begin{cases} 2lnx + lny = 1 \\ 5lnx + 3lny = 0 \end{cases}$

Exercice 10

1. Résoudre dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ *le système d'équations* (S) *suivants :*

$$\begin{cases} x - 2y = 1 \\ 2x + y = 2 \end{cases}$$

2. Déduire de ce qui précède, la solution du système (S) *:*

$$\begin{cases} lnx - 2lny = 1 \\ 2lnx + lny = 2 \end{cases}$$

Exercice 11

1. Montrer que le couple $(-2; 2)$ *est la solution du système :*

$$\begin{cases} 3X + 2Y = -2 \\ -2X + Y = 6 \end{cases}$$

2. En déduire l'ensemble de solution S du système :

$$\begin{cases} 3lnx + 2e^y = -2 \\ -2lnx + e^y = 6 \end{cases}$$

Exercice 12

1. Résoudre dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ *le système d'équations :* $\begin{cases} -2x + y = 4 \\ -3x - 2y = -1 \end{cases}$

2. En déduire la résolution dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ du système $\begin{cases}2lnx - e^y = -4\\ 3lnx + 2e^y = 2\end{cases}$

Exercice 13

1. Résoudre dans $\mathbb{R}^2$, le système (S) suivant : $\begin{cases}2x - y = -3\\ x + 3y = 2\end{cases}$

2. En déduire les solutions du système (S) : $\begin{cases}2lnx - e^y = -3\\ lnx + 3e^y = 2\end{cases}$ (Poser $X = lnx$ et $Y = e^y$)

Exercice 14

1. Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système :

$\begin{cases}e^x + 2e^y = 0\\ 2e^x - e^y = 5\end{cases}$ (Poser $X = e^x$ et $Y = e^y$)

2. Résoudre dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ le système d'équation suivant :
$\begin{cases}lnx + 2e^y = 0\\ 2lnx - e^x = 5\end{cases}$

Exercice 15

1. Résoudre dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$, le système d'équations suivant :

$$\begin{cases}2x - 2y = 4\\ 3x + y = 10\end{cases}$$

2. En déduire la résolution dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$, du système :

$$\begin{cases}lnx - lny = 2\\ 3lnx + lny = 10\end{cases}$$

Exercice 16

1. Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ le système suivant : $\begin{cases}3x - 2y - z = 11\\ 2x - 5y - 2z = 3\\ -5x - y + 2z = -33\end{cases}$

2. En déduire dans $\mathbb{R}^3$ la solution du système :

$$\begin{cases} 3lnx - 2lny - lnz = 11 \\ 2lnx - 5lny - 2lnz = 3 \\ -5lnx - lny + 2lnz = -33 \end{cases}$$

PARTIE B
Analyse

FONCTIONS NUMERIQUES

Exercice 1

On considère la fonction f *définie par* $f(x) = \frac{x^2-1}{x}$ *et on désigne par* $(\mathcal{C})$ *sa courbe représentative dans un repère orthonormé* $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

1. Déterminer l'ensemble de définition E_f *de* f

2. a) Montrer que pour tout réel x *appartenant à* E_f, $-x$ *appartient à* E_f, $f(-x) + f(x) = 0$

b) La fonction f *est-elle paire ou impaire ? Justifier la réponse.*

3. La courbe $(\mathcal{C})$, *représentative de* f, *admet-elle un centre de symétrie ? Justifier la réponse.*

Exercice 2

On considère les fonctions f *et* g *définies respectivement par :*

$f(x) = 2x^2 + 8x - 1$ *et* $g(x) = \frac{2x-2}{-x+1}$

1. Donner les ensembles de définition des fonctions f *et* g.

2. Montrer que la droite d'équation $x = -2$ *est axe de symétrie à la courbe* $(\mathcal{C}_f)$ *de* f.

3. Montrer que le point $I(1;-2)$ *est centre de symétrie à la courbe* $(\mathcal{C}_g)$ *de* g.

Exercice 3

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

Soit la fonction g *de la variable réelle* x *définie par :*

$g(x) = x^2 + 4x + 3$, $(\mathcal{C})$ *sa courbe représentative et* (Δ) *la droite d'équation* $x = -2$.

1. *Préciser l'ensemble de définition* E_g *de* g

2. *Calculer les limites de* g *en* $-\infty$ *et en* $+\infty$

3. *Montrer que :* $\forall\, x \in E_g$*, on a :* $-4 - x \in E_g$

4. *Calculer* $g(-4 - x)$

5. *Que dire alors de la droite* (Δ) *pour* $(\mathcal{C})$ *?*

Exercice 4

Cet exercice comporte sept affirmations. Indiquer pour chacune d'elles, si elle est vraie $(\boldsymbol{V})$ *ou fasse* $(\boldsymbol{F})$*, (Aucune justification n'est demandée).*

Soit f *une fonction polynôme du 2ème degré telle que* $f(1) = 0$ *et* $f(3) = 0$*, dont le tableau de variation est le suivant :*

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty \searrow$	-1	$\nearrow +\infty$

1. *L'ensemble de définition de* f *est* $\mathbb{R}$

2. *L'image de* -1 *par* f *est* 2

3. $f(x)$ *tend vers* $-\infty$ *quand* x *tend vers* $+\infty$

4. *Le minimum de* f *est* -1

5. *La fonction* f *est croissante sur l'intervalle* $]2;+\infty[$

6. *La courbe* $(\mathcal{C})$ *de* f *est appelée hyperbole.*

7. *Pour tout réel* $x \in\,]-\infty;1[\, \cup\,]3;+\infty[,\ f(x) > 0$

Exercice 5

On considère la fonction f *définie par :* $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 9x + 4$

1. Déterminer l'ensemble de définition E de f.

2. Déterminer les limites suivantes :

a) Limite de f quand x tend vers $-\infty$
b) Limite de f quand x tend vers $+\infty$

3. Calculer la dérivée f' de f

4. Etudier le signe de la dérivée f' puis dresser le tableau de variation de f

5. Etudier les branches infinies de la courbe $(\mathcal{C})$ de f.

Exercice 6

On considère la fonction f définie sur $]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$ par

$f(x) = \frac{-3x-1}{x+1}$ *et $(\mathcal{C})$ la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé. Unité graphique : 1cm.*

1. a) Calculer la dérivé f' de f.

c) Déterminer le signe de f' de f.

d) En déduire le sens de variation de f

2. a) Vérifier que $f(x) = -3 + \frac{2}{x+1}$.

3. Déterminer les limites aux bornes du domaine de définition.

4. Déduire les branches infinies à la courbe $(\mathcal{C})$.

Exercice 7

Dans le plan rapporté au repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$. Unité graphique : 2cm.

Soit $(\mathcal{C}_f)$ la courbe représentative de la fonction numérique f définie sur $]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$ par : $f(x) = \frac{2+x}{1-x}$

1) Montrer que f est bien définie sur $]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$

2) Déterminer : $\lim_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim_{x\to1^-} f(x)$, $\lim_{x\to1^+} f(x)$ et $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

3) Montrer que $f(x) = -1 + \frac{3}{1-x}$

4) Montrer que la droite (d) d'équation : $x = 1$ est une asymptote verticale à la courbe $(\mathcal{C}_f)$

En déduire la nature et l'équation de l'autre asymptote

5) Calculer la dérivée f' de f pour tout $x \in E_f$.

Exercice 8

On considère les fonctions f et g définies par : $f(x) = x^2 + 4x + 3$ et $g(x) = \frac{3x-5}{x}$

Soit (C) la courbe représentative de la fonction f et $(\mathcal{H})$ celle de g dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$. Unité 1cm.

1. Déterminer les ensembles de définition D_f et D_g de ces fonctions

2. Calculer les limites aux bornes du domaine de définition de la fonction f

3. Calculer les dérivées premières f' et g' des fonctions respectives f et g

4. Tracer la courbe (C) sur $[-3; 2]$

Exercice 9

Soit la fonction numérique f définie par $f(x) = \frac{3x-1}{x-1}$ et (C) sa courbe représentative dans le plan rapporté au repère orthonormé $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$. Unité 1cm.

1. Déterminer l'ensemble de définition E_f de la fonction f

2. Calculer les limites aux bornes de E_f. Puis en déduire les équations des asymptotes verticale et horizontale

3. Calculer la dérivée f' de la fonction f puis donner son signe

4. Donner le sens de variations de f et dresser son tableau de variation.

5. Tracer (C)

Exercice 10

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{ax+b}{x+c}$; $(\mathcal{C})$ sa représentation graphique de f dans un plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$. (Unité graphique : 1cm)

1. Déterminer les réels $a; b$ et c vérifiant les conditions suivantes :

a) f est définie sur $]-\infty; -1[\, \cup\,]-1; +\infty[$
b) $f(0) = -3$ et la courbe de f passe par le point $A(-1{,}5; 0)$
c) $lim_{x\to-\infty} f(x) = -2$

2. On donne $f(x) = \frac{-2x-3}{x+1}$

a) Vérifier que $f'(x) = \frac{1}{(x+1)^2}$. Déduire le signe de $f'(x)$.
b) Dresser le tableau de variation de f.
c) Construire $(\mathcal{C})$

Exercice 11

Soit f une fonction définie par : $f(x) = \frac{2-x}{x}$. On désigne par $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans le plan muni du repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, unité graphique 1cm.

1. Déterminer l'ensemble de définition de f.

2. Calculer les limites suivantes :

$\lim_{x\to-\infty} f(x)$; $\lim_{x\to0^-} f(x)$; $\lim_{x\to0^+} f(x)$ *et* $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

3. Calculer la dérivée f' de f puis en déduire le sens de variation.

4. Dresser le tableau de variation de f.

5. Recopier puis compléter le tableau suivant :

x		-1		2
y	-2		1	

6. Construire la courbe $(\mathcal{C})$ et les droites d'équations $x = 0$ et $y = -1$

Exercice 12

Soit f une fonction numérique à variable x définie par : $f(x) = \frac{-x+3}{x-2}$ et ayant $E_f =]-\infty; 2[\cup]2; +\infty[$

1. Trouver les réels a et b tel que $f(x) = a + \frac{b}{x-2}$

2. Calculer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.

3. Montrer que $f'(x) = \frac{-1}{(x-2)^2}$ avec : $\lim_{x\to 2^-} f(x) = -\infty$ et $\lim_{x\to 2^+} f(x) = +\infty$

4. En déduire le signe de $f'(x)$ sur E_f.

5. Donner le tableau de variation de f

6. Compléter le tableau suivant :

x	-1		1		4	
y		$-3/2$		0		$-2/3$

7. Tracer dans un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ les droites $(D_1): x = 2$; $(D_2): y = -1$ et la courbe $(\mathcal{C})$ de f. Unité graphique : 1cm.

Exercice 13

Soit la fonction numérique f définie par : $f(x) = \frac{x+1}{2x-3}$ et (Γ) sa courbe dans le plan rapporté au repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$. Unité 1cm.

1. Déterminer l'ensemble de définition E_f de la fonction f

2. Déterminer les réels a et b tels que l'on ait : $\forall\ x \in E_f$,

$f(x) = a + \frac{b}{2x-3}$

3. Calculer $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim_{x\to\frac{3}{2}^-} f(x)$

(On admet que $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \frac{1}{2}$ et $\lim_{x\to\frac{3}{2}^+} f(x) = +\infty$)

4. Montrer que la droite (Δ) d'équation $y = \frac{1}{2}$ est asymptote à (Γ) puis donner l'équation de l'autre asymptote

5. Calculer la dérivée f' de la fonction f puis donner son signe

6. Dresser le tableau de variation de la fonction f

7. Construire la courbe représentative (Γ) de f puis les asymptotes éventuelles.

Exercice 14

On considère la fonction f définie par : $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ et on désigne par $(\mathcal{C})$ la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$. Unité 1cm.

1. Déterminer l'ensemble de définition E_f de f

2. Calculer les limites suivantes : $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

3. a) Calculer la dérivée $f'(x)$ de $f(x)$

   b) Etudier le signe de $f'(x)$ et donner le sens de variations de f

   c) Dresser le tableau de variations de f

   d) Que représente les points $A(0; 4)$ et $B(2; 0)$ pour la courbe $(\mathcal{C})$

4. a) Compléter le tableau de valeurs suivant :

x	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$						

   b) Construire la courbe $(\mathcal{C})$

Exercice 15

On considère les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par :

$f(x) = -x^2 + 3x + 1$; $g(x) = \frac{2x}{1-x}$

1. Préciser les ensembles de définition E_f de f et E_g de g.

2. Calculer les limites suivantes :

$\lim_{x\to-\infty} f(x)$; $\lim_{x\to+\infty} f(x)$;$\lim_{x\to-\infty} g(x)$; $\lim_{x\to1^-} g(x)$;$\lim_{x\to1^+} g(x)$

$\lim_{x\to+\infty} g(x)$.

3. Calculer les dérivées f' de f et g' de g.

4. Etudier le signe de $f'(x)$ puis dresser le tableau de variation de f

5. Compléter le tableau suivant :

x	-1	$3/2$	2	
$f(x)$				1

6. Tracer la courbe de f dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$.

Exercice 16

Soit f la fonction numérique définie par : $f(x) = -2x^2 + 4x + b$, où b est un réel.

1. Déterminer la valeur de b pour que la courbe $(\mathcal{C})$ de f passe par le point $A(0;3)$

2. Dans la suite de l'exercice, on prendra $b = 3$.

Déterminer l'ensemble de définition de f, noté E_f.

3. Calculer les limites de f à $-\infty$ et $+\infty$.

4. a) Montrer que $f'(x) = -4x + 4$

b) Trouver le signe de f'

c) Dresser le tableau de variation de f

5. Calculer $\lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}$ *et* $\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}$*, puis conclure.*

6. Compléter, après avoir recopié, le tableau de valeurs suivant :

x	-1	0	1	2	3
$f(x)$					

7. Placer les points du tableau et tracer la courbe $(\mathcal{C})$ dans le repère orthonormé $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$ du plan.

Exercice 17

Soit f la fonction numérique définie par : $f(x)=\frac{4}{x-1}$

On désigne par $(\mathcal{C})$ la courbe représentative de f dans le plan rapporté au repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

1. Déterminer l'ensemble de définition E_f de f

2. Calculer les limites de f en $-\infty, +\infty, 1^-$ et 1^+

3. Montrer que la dérivée f' de f est : $f'(x)=\frac{-4}{(x-1)^2}$

4. Dresser le tableau de variation de f sur E_f.

5. Montrer que les droites d'équations $x=1$ et $y=0$ sont respectivement asymptote verticale et horizontale de la courbe $(\mathcal{C})$.

6. Recopier et compléter le tableau suivant :

x	-3	-2	-1	0	2	3
$f(x)$						

7. Tracer la courbe $(\mathcal{C})$ et les droites d'équations $x=1$ et $y=0$ dans le plan.

Exercice 18

On considère la fonction numérique f *à la variable réel* x*, telle que* $f(x) = \frac{2x-1}{1-x}$*.* $(\mathcal{C})$ *désigne la courbe représentative de* f *dans le repère orthonormé. Unité graphique 2 cm.*

1. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f

2. Calculer les limites de f *en* $-\infty$; $+\infty$ *et en* 1 *à gauche et à droite*

3. Déterminer la dérivée f' *de* f

4. Préciser le signe de f' *de* f

5. Dresser le tableau de variation de f

6. Calculer $f(-2)$; $f(-1)$; $f(2)$; $f(3)$

7. Tracer $(\mathcal{C})$ *et les droites d'équations* $x = 1$ *et* $y = -2$ *dans le même repère.*

Exercice 19

Soit $g(x)$ *une fonction définie par* $g(x) = \frac{-3x+1}{x+2}$

1. Déterminer l'ensemble de définition de g*.*

2. Déterminer les réels a et b tels que $g(x) = a + \frac{b}{x+2}$

3. Calculer les limites aux bornes de l'ensemble de définition de g

4. Déterminer $g'(x)$*.*

5. Dresser le tableau de variation de g

6. Compléter le tableau suivant :

x	-3	-1	0	1	2
y					

7. Construire la courbe $(\mathcal{C}_g)$

Exercice 20

On considère la fonction f à variable réelle x définie par $f(x) = \frac{2x-3}{1-x}$ et on note $(\mathcal{C})$ la courbe représentative de f dans un plan muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$. Unité graphique 1cm.

1. Préciser l'ensemble de définition de f

2. Déterminer la dérivée f' de f et préciser son signe.

3. Calculer les limites aux bornes de E_f.

4. Dresser le tableau de variation de f.

5. Que représentent les droites (D_1) et (D_2) d'équations respectives $x = 1$ et $y = -1$?

6. Recopier et compléter le tableau suivant :

x	-2	-1	0		2	3
$f(x)$				0		

7. Tracer dans le même repère les points d'abscisses -2 ; $-1; 0$; $\frac{3}{2}$; 1; 2, les droites (D_1) et (D_2) et la courbe $(\mathcal{C})$.

Exercice 21

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$. On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie par : $f(x) = \frac{3-2x}{x+1}$ et on désigne par $(\mathcal{C})$ la courbe représentative dans le plan P.

1. Préciser l'ensemble de définition de f

2. Déterminer les réels a et b tel que $\forall\, x \in E_f, f(x) = a + \frac{b}{x+1}$

3. Calculer les limites de f aux bornes du domaine de définition E_f

4. Que représentent les droites (D) d'équation $x = -1$ et (D') d'équation $y = -2$. ?

5. Dresser le tableau de variation de f

7. a) Recopier et compléter le tableau suivant :

x	-4	-3	-2	$-1/2$	0	1	2	3
$y = f(x)$								

b) Placer ces points dans le même repère que la courbe de f

c) Tracer les droites (D) et (D') et la courbe $(\mathcal{C})$.

Exercice 22

Soi la fonction numérique de la variable réelle x définie par :

$$f(x) = 2 + \frac{1}{x+1}$$

1. Déterminer E_f l'ensemble de définition de f

2. Déterminer les limites aux bornes de E_f

3. Déterminer la fonction dérivée f' de f

4. Déterminer le signe de la dérivée et indiquer le sens de variation.

5. Dresser le tableau de variation de f

6. Recopier et compléter le tableau suivant :

On prendra un chiffre après la virgule.

x	-5	-4	-3	-2	0	1	2	3	4
$f(x)$									

7. Etudier les branches infinies à la courbe de f.

8. Construire la courbe $(\mathcal{C})$ de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

Exercice 23

Soit la fonction f définie par : $f(x) = \frac{x+3}{2-x}$

1. Déterminer l'ensemble de définition E_f de f

2. Déterminer les réels a et b tels que $\forall\ x \neq 2,\ f(x) = a + \frac{b}{2-x}$

3. Calculer les limites suivantes : $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ *;*
$\lim_{x\to2^-} f(x)$ *;* $\lim_{x\to2^+} f(x)$ *;* $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

4. Montrer que $\forall\ x \in E_f, f'(x) = \frac{5}{(2-x)^2}$

5. Etudier le signe de $f'(x)$*, puis en déduire le sens de variation de* f

6. Dresser le tableau de variation de f

7. Que représente les droites $(d_1) : x = 2$ *et* $(d_1) : y = -1$ *pour la courbe* $(\mathcal{C}_f)$ *de* f*.*

8. a) Compléter le tableau suivant :

x	-3	-2	-1	0	1	3
y						

b) Construire $(\mathcal{C}_f)$ *de* f*, les droites* (d_1) *et* (d_2) *dans un repère orthonormé* $(O,\vec{i},\vec{j})$*.*

Exercice 24

On considère la fonction f *définie par :* $f(x) = \frac{1-2x}{1-x}$

On désigne par $(\mathcal{C})$ *sa courbe représentative dans un repère orthonormé* $(O,\vec{i},\vec{j})$*. Unité graphique : 1 cm.*

1. Déterminer l'ensemble de définition E_f *de* f*.*

2. Trouver les réels a et b tels que pour tout réel $x \neq 1$ *on a :*
$f(x) = a + \frac{b}{1-x}$

3. Calculer les limites de f *en* $-\infty$*, en* $+\infty$*, en* 1^- *et en* 1^+

4. En déduire les équations des deux asymptotes (D_1) *et* (D_2)*.*

5. Montrer que le point $S(1;2)$ *est centre de symétrie de la courbe* $(\mathcal{C})$*.*

6. Montrer que la dérivée f' *de* f *est telle que :* $f'(x) = \frac{-1}{(1-x)^2}$

7. Etudier le signe de cette dérivée puis dresser le tableau de variations de f

8. Recopier et compléter le tableau suivant :

x			2	3
$f(x)$	$\frac{3}{2}$	1		

9. Tracer la courbe $(\mathcal{C})$, les droites (D_1) et (D_2) dans le repère.

Exercice 25

On considère la fonction f définie sur $]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$ par : $f(x)=\frac{2x+3}{1-x}$ et (C) sa courbe représentative dans le repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$. Unité graphique 1 cm.

1) *Déterminer l'ensemble de définition E_f de f*
2) *On admet que : $lim_{x\to-\infty} f(x) = lim_{x\to-\infty} f(x) = -2$*

Calculer les limites suivantes :

$lim_{x\to1^-} f(x)$ *et* $lim_{x\to1^+} f(x)$

- ✓ *Interpréter les résultats*

3) *Démontrer que, $\forall\, x \in E_f : f(x) = -2+\frac{5}{1-x}$*
4) *a) Montrer que : $f'(x)=\frac{5}{(1-x)^2}$, $\forall\, x \in E_f$*
   b) En déduire le signe de f' sur E_f
   c) Dresser le tableau de variation de f
   d) Compléter le tableau suivant

x	-2		-1		2
y		0		3	

   e) Tracer la courbe (C) de f et les droites dans le même repère.

Exercice 26

On considère la fonction f définie par : $f(x) = \frac{ax+2}{-x+3}$

$(\mathcal{C})$ est la courbe représentative de f dans le repères orthonormé $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$.

1. Déterminer l'ensemble de définition de f

2. Déterminer le réel a pour que la courbe $(\mathcal{C})$ passe par le point $A(1;\frac{1}{2})$

3. Dans la suite, on prendra $a = -1$.

   a) Calculer les limites aux bornes de l'ensemble de définition de f.
   b) Que représentent les droites $(D) : x = 3$ et $(D'): y = 1$ pour la courbe $(\mathcal{C})$?

4. a) Déterminer la dérivée f' de f

   b) Etudier le signe de $f'(x)$; puis déduire le sens de variation de f

   c) Dresser le tableau de variation de f

5. Recopier puis compléter le tableau suivant :

x	-2		1	
$f(x)$		$\frac{3}{4}$		0

6. Tracer la courbe $(\mathcal{C})$ et les droites (D) et (D').

Exercice 27

Soit f la fonction numérique définie par : $f(x) = \frac{-2x-1}{x+1}$ et $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$. Unité : 1cm.

1. Déterminer son ensemble de définition E_f

2. a) Déterminer deux réels α et β tels que : pour tout $x \in E_f$:

$$f(x) = \alpha + \frac{\beta}{x+1}$$

b) Montrer que pour tout $x \in E_f,\ 2\alpha - x \in E_f$

c) Montrer que pour tout $x \in E_f, f(2\alpha - x) + f(x) = 2\beta$

d) En déduire que $(\mathcal{C})$ admet un centre de symétrie I dont on précisera les coordonnées.

3. Calculer les limites suivantes : $\lim_{x\to-\infty} f(x)$; $\lim_{x\to+\infty} f(x)$; $\lim_{x\to-1^-} f(x)$; $\lim_{x\to-1^+} f(x)$.

4. En déduire les branches infinies de la courbe $(\mathcal{C})$.

5. a) Calculer $f'(x)$; où f' désigne la fonction dérivée de f.

b) Dresser le tableau de variation de f sur E_f.

6. Recopier puis compléter le tableau de valeurs suivant :

x	-3	-2	0	1	3	4
$f(x)$						

7. Tracer $(\mathcal{C})$.

Exercice 28

Soit f la fonction numérique définie par : $f(x) = \frac{2x+3}{x-2}$

On note $(\mathcal{C})$ la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. Déterminer l'ensemble de définition E_f de f

2. Montrer que le point $A(2; 2)$ est un centre de symétrie de la courbe $(\mathcal{C})$.

3. Calculer les limites suivantes :

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)\ ;\ \lim_{x\to+\infty} f(x)\ ;\ \lim_{x\to2^-} f(x)\ ;\ \lim_{x\to2^+} f(x)$$

4. Déterminer la fonction dérivée f' de f

5. Etudier le signe de $f'(x)$ sur E_f.

6. Dresser le tableau de variation de f

7. Que représentent les droites $(D) : x = 2$ et $(D') : y = 2$?

8. Tracer dans le même repère les droites (D) et (D'), puis la courbe $(\mathcal{C})$.

Exercice 29

On considère la fonction numérique f à variable réelle x et définie par : $f(x) = x^2 - 2x - 3$

Et on désigne par $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative dans le plan rapporté au repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. Unité graphique : 1 cm.

1. Déterminer le domaine de définition D_f de f

2. Calculer $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \to +\infty} f(x)$

3. Déterminer la dérivée f' de f

4. En déduire le signe de $f'(x)$ et étudier le sens de variations de f

5. Dresser le tableau de variations de f

6. a) Calculer $f(0)$

   b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = 0$

7. Reproduire et compléter le tableau suivant :

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	12	$\dots$	0	-3	-4	$\dots$	0

8. Tracer la courbe $(\mathcal{C}_f)$ dans l'intervalle $[-3; 3]$

Exercice 30

On considère la fonction numérique f à variable réelle x et définie par : $f(x) = \frac{3x+2}{x-4}$

Et on désigne par $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative dans le plan rapporté au repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$

1. Déterminer le domaine de définition D_f de f

2. Calculer les limites de f à $-\infty$; 4^- ; 4^+ et $+\infty$

3. Déterminer deux réels a et b tels que : $f(x) = a + \frac{b}{x-4}$

4. Montrer que $(\mathcal{C}_f)$ admet deux asymptotes (d) et (d') que l'on précisera.

5. Montrer que la dérivée f' de f est $f'(x) = \frac{-6}{(x-4)^2}$ pour tout $x \in D_f$

6. En déduire le signe de $f'(x)$ et étudier le sens de variations de f

7. Dresser le tableau de variation de f

8. Calculer $f(0)$ puis résoudre l'équation $f(x) = 0$

9. Tracer $(\mathcal{C}_f)$

Exercice 31

On considère la fonction f définie sur $E_f =]-\infty; -1[\cup]-1; +\infty[$ par $f(x) = \frac{2x+3}{x+1}$.

On désigne par $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$

1. Déterminer les réels a et b tels que pour tout $x \in E_f, f(x) = a + \frac{b}{x+1}$

2. Calculer les limites de f en $-\infty$; -1^-; -1^+ et en $+\infty$

3. Montrer que la dérivée f' de f est telle que : $f'(x) = \frac{-1}{(x+1)^2}$

4. Etudier le signe de cette dérivée puis en déduire le sens de variation de la fonction f.

5. Dresser le tableau de variations de la fonction f

6. Préciser l'équation de l'asymptote verticale (D_1) et celle de l'asymptote horizontale (D_2) de la courbe $(\mathcal{C})$

7. Montrer que le point $A(-1;2)$ est un centre de symétrie de la courbe $(\mathcal{C})$

8. Recopier et compléter le tableau suivant :

x	-2			1
$f(x)$		0	3	

9. Tracer les droites (D_1) et (D_2) et la courbe $(\mathcal{C})$ dans le repère.

STATISTIQUES

Exercice 1

On considère le tableau d'une série statistique (x, y, n) *suivant :*

X	1	2	3	4	5
Y	$1,2$	$1,4$	$1,8$	$2,2$	$2,4$

1. Calculer les coordonnées $\bar{X}$ *et* $\bar{Y}$ *du point moyen G*

2. Calculer les variances $V(X)$ *et* $V(Y)$ *de X et Y*

3. Calculer la covariance $cov(X, Y)$ *de X et Y*

Exercice 2

On considère la série statistique suivante, donnant les notes de Mathématiques d'une classe de terminale littéraire :

Notes (x_i)	1	2	4	7	8	10	12
Effectif (n_i)	8	15	19	31	11	10	6

1. Définir ces termes : a) Mode   b) La statistique

2. Quel est l'effectif total de cette série ?

3. Déterminer la médiane puis le mode de cette série

4. Calculer les 1er *et 3*^{e} *quartiles*

5. Calculer l'écart interquartile

6. Calculer la moyenne pondérée de la série.

Exercice 3

La Direction des Etudes d'un lycée organise un devoir départemental de Mathématiques dans toutes les classes de ce Lycée. Les notes obtenues par les élèves sont consignées dans le tableau suivant :

Notes x_i	1	4	7	10	11	12	13	14	15	16	18	19
Effectifs n_i	14	70	155	185	205	150	115	65	30	5	1	5
Fréquences f_i *en %*												
Fréquences cumulées croissantes en %												

1. Donner l'effectif total des élèves de ce Lycée.

2. Compléter les lignes de ce tableau statistique.

3. Déterminer la médiane de la série.

4. Déterminer le premier quartile Q_1 et le troisième quartile Q_3 de cette série.

Exercice 4

Dans une station d'essence, on a étudié le nombre de voitures livrées par jour. Le tableau ci-dessous donne les résultats de cette étude :

Jour (x_i)	1	2	3	4	5
Nombre de voitures (n_i)	16	20	25	28	11
EEC					

1. Calculer la moyenne $\bar{x}$, puis compléter ce tableau statistiques.

2. a) Déterminer la médiane M_e de la série.

b) Déterminer les quartiles Q_1 et Q_3 ainsi que l'écart interquartile I_0

3. a) Déterminer le premier et le neuvième déciles de cette série, notés respectivement D_1 et D_9.

b) Construire le diagramme en boîte ou boîte à moustache de la série en étude.

Exercice 5

Pour mettre en place une promotion sur les tarifs des petites annonces d'un quotidien, un publicateur étudie la longueur des 25 *petites annonces du dernier numéro. Les résultats de cette enquête ont été donnés dans le tableau suivant :*

Nombre de linges (x_i)	2	3	4	5	6	7	8
Nombre des annonces (n_i)	1	2	2	8	3	7	9
EEC							
FCC (%)							

1. Recopier puis compléter le tableau ci-dessus

2. Quel est l'effectif total de la série statistique ?

3. Déterminer la médiane de la série.

4. Déterminer le premier et le troisième quartiles de la série. Préciser l'écart inter-quartiles. Justifier que la médiane est un quartile de la série.

5. Déterminer le premier et le neuvième déciles de la série. Préciser l'intervalle inter-déciles.

6. Construire un diagramme en boîte de la série.

Exercice 6

Pendant le bac test interdépartemental de FEVRIER 2022, on a relevé les notes de mathématiques obtenues par 30 élèves de la Terminale A d'un lycée public de la place. Ces notes sont résumées dans le tableau statistique suivant :

Notes x_i	1	5	7	10	13	15	16	17	
Effectifs n_i	2	3	5	7	3	3	2	5	N=30
EEC	…	…	…	…	…	…	…	…	

1. Recopier ce tableau puis compléter les pointillés correspondants à la ligne des effectifs cumulés croissants (EEC) de cette série.

2. Calculer la médiane M_e de cette série

3. a. Déterminer le 1^er^ quartile Q_1

b. Déterminer le 3^ème^ quartile Q_3 de cette série

4. a. Déterminer le 1^er^ décile D_1

b. Déterminer le 9e décile D_9

5. a. Déterminer l'intervalle inter-quartiles

b. Déterminer l'écart inter-déciles

6. Construire le diagramme en boite

Exercice 7

1. On considère la série statistique suivante :

x_i	1	2	4	7	8	10	12
n_i	8	15	19	31	11	10	6

a) Quel est l'effectif total de cette série ?
b) Déterminer le premier et le neuvième décile.

2. Le tableau suivant donne les statistiques portant sur le pourcentage x des jeunes filles et y des jeunes garçons qui ne poursuivent plus les études après le Baccalauréat pendant les dix dernières années au Congo Brazzaville.

x	4	7	8	10	11	12	14	15	9	20
y	2	3	4	6	15	5	10	11	13	16

a) Donner les séries marginales de x et y puis calculer $\bar{x}$ et $\bar{y}$
b) En déduire les coordonnées du point moyen G de ce nuage
c) Soit $(D) : 5x - 6y - 4 = 0$ une droite trouvée par la méthode de Mayer.
Estimer le pourcentage des jeunes filles qui ne poursuivent plus les études après le Bac si celui des garçons est 31%.

Exercice 8

Soit le tableau statistique déterminant en milliers le nombre de cas COVID 19 au cours de six premiers mois de l'année 2021

$X(mois)$	1	2	3	4	5	6
$Y(Milliers)$	15	19	21	24	25	28

1. Partager cette série en deux sous-séries S_1 et S_2 de même effectif

2. Calculer les coordonnées des points moyens G_1 et G_2 respectivement des séries S_1 et S_2

3. Déterminer l'équation cartésienne de la droite (G_1G_2) par la méthode de MAYER.

4. Déterminer, le nombre de cas COVID 19 au 10[ème] mois

Exercice 9

Une série statistique S partagée en deux sous séries S_1 et S_2 d'effectifs égaux :

S_1

x_i	1	2	3
y_i	β	4,66	6,32

S_2

x_i	4	5	6
y_i	7,98	9,64	11,30

Où x est l'âge en mois et y la masse en kg d'un nouveau-né.

1. Déterminer l'entier β pour que le point moyen du sous nuage S_1 soit $G_1(2; 4{,}66)$

2. Déterminer le point moyen G_2 du sous nuage S_2

3. Montrer qu'une équation de la droite (G_1G_2) est :

$$1{,}66x - y + 1{,}34 = 0$$

4. En combien de mois ce nouveau-né atteindra-t-il une masse de 14,62 kg ?

Exercice 10

Le tableau suivant donne en million d'année de francs CFA (y) le chiffre d'affaire d'une entreprise de Mossendjo sur une période (x) en année.

Période (x)	1	2	3	4	5	6
Chiffre d'affaire (y)	28	31	34	42	45	50

1. Représenter le nuage des points de la série statistique dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$. Echelle : 1cm pour une année sur l'axe des abscisses ; 1cm pour 10 millions sur l'axe des ordonnées.

2. La série ci-dessous est divisée en deux sous séries telle que :

Sous-série A

Période x_i	1	2	3
Chiffre d'affaire y_i	28	31	34

Sous-série B

Période x_i	4	5	6
Chiffre d'affaire y_i	42	45	50

a) *Calculer les coordonnées G_1 et G_2 points moyens respectifs des sous-séries A et B*
b) *Placer les points G_1 et G_2 puis tracer la droite (G_1G_2) dans le repère.*
c) *En utilisant la droite (G_1G_2) obtenue, estimer le chiffre d'affaire de l'entreprise pour la 7ème année.*

Exercice 11

1) Définis les termes suivants :

a) *La statistique*
b) *Le Mode*

2) Le tableau suivant donne le chiffre d'affaire d'une entreprise en milliers de francs au cours de 6 premiers mois d'une année donnée.

nombre de mois x_i	1	2	3	4	5	6
Chiffres d'affaires y_i	31,5	40	41	48	50	65

a) Déterminer les coordonnées $\bar{X}$ et $\bar{Y}$ du point moyen G. On prendra un chiffre après la virgule.

b) Représenter le nuage de points $M_i(x_i;y_i)$ dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$. En abscisse prendre 1cm pour 1 mois et en ordonnée 1cm pour 10 milliers de francs

c) Partager la série statistique ci-dessus en deux séries de même effectif. Puis calculer les coordonnées de G_1 et G_2 points moyens des sous-nuages.

d) Donner la droite de régression de y en x par la méthode de Mayer.

e) Estimer le chiffre d'affaires au 9e mois.

Exercice 12

Dans le tableau suivant figurent les résultats d'une enquête réalisée dans un magasin pour déterminer le nombre d'acheteurs potentiels y_i d'un modèle de chaussures en fonction de son prix de vente x_i en franc.

x_i	350	400	450	500	550	600
y_i	140	120	100	90	80	55

1. Représenter le nuage des points $M_i(x_i; y_i)$ correspondant à cette série statistique dans le repère orthonormal $(O; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$.

Echelle :

- $Sur\ (Ox): 1cm = 100$
- $Sur\ (Oy): 1cm = 20$

2. Soit G_1 et G_2 les points moyens des sous nuages constitués d'une part par les trois premiers points et d'autre part par les trois derniers points.

a) Calculer les coordonnées des points G_1 et G_2
b) Placer les points G_1 et G_2 sur la figure et tracer la droite (G_1G_2)
c) Déterminer une équation cartésienne de la forme $y = mx + p$ de la droite (G_1G_2)

3. a) Déduire une estimation du nombre d'acheteurs potentiel d'un modèle de chaussures vendu à 650F.

b) Déduire une estimation du prix d'un modèle dont le nombre d'acheteurs potentiels est de 150.

Exercice 13

Le tableau suivant indique les notes sur 20 obtenues en gestion et en droit par un groupe de 10 élèves d'une même classe.

Notes en droit x_i	8	10	12	11	11	9	12	5	4	8
Notes en gestion y_i	9	9	10	9	8	7	11	6	4	7

1. Calculer la moyenne $\bar{x}$ et $\bar{y}$ de x_i et y_i

2. Dans un repère orthonormal, représenter le nuage de points $(x_i; y_i)$ (on prendra 1cm pour un point)

3. Placer le point $G(\bar{x}; \bar{y})$ du nuage

4. Le nuage parait rectiligne, on se propose de déterminer un ajustement linéaire.

a) On considère le premier sous-nuage associé aux cinq élèves ayant obtenus les moins bonnes notes en droit. Déterminer le point G_1 de ce sous-nuage.
b) Déterminer de même le point G_2 du sous-nuage associé aux cinq meilleurs élèves en droit.

5. Tracer la droite (G_1G_2) et vérifier graphiquement que cela passe par G.

6. Déterminer une équation de la droite (G_1G_2)

7. Donner une estimation de la note en gestion d'un élève qui aurait obtenu 13 en droit.

Exercice 14

X	1	2	3	4	5	6
Y	12	15	18	13	28	35

Un pharmacien observe durant les six premiers mois de l'ouverture de son office, le chiffre d'affaire en million de francs CFA.

Le résultat de l'observation est résumé dans le tableau suivant où X désigne le numéro du mois et Y le chiffre d'affaire correspondant.

1. Représenter graphiquement le nuage des points de cette série statistique double. Echelle : sur l'axe des abscisses 1cm pour un mois et sur l'axe des ordonnées 1cm pour 10 millions.

2. Calculer les coordonnées des moyennes $\bar{X}$ et $\bar{Y}$ du point G et représenter le point G.

3. Soit la sous série (S_1) du tableau linéaire ci-dessous

X	1	2	3
Y	12	15	18

Calculer les coordonnées $\bar{X}_1$ et $\bar{Y}_1$ du point G_1 de la sous série S_1

4. Soit la sous série (S_2) du tableau linéaire ci-dessous

X	4	5	6
Y	23	28	35

Calculer les coordonnées $\bar{X}_2$ et $\bar{Y}_2$ du point G_2 de la sous série S_2

5. Déterminer :

a) Une équation cartésienne de la droite de régression linéaire (G_1G_2)
b) Donner l'estimation du chiffre d'affaire au bout du 8ème mois.

FONCTION LOGARITHME NEPERIEN

Exercice 1

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie par : $f(x) = lnx$

1. *Donner l'ensemble de définition de f noté E_f.*

2. *Calculer les limites suivantes :* $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ *et* $\lim_{x\to +\infty} f(x)$

3. *a) Déterminer la fonction dérivée f' de f.*

   b) Etudier le signe de f'

4. *Dresser le tableau de variation de f.*

Exercice 2

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie par : $f(x) = ln(1-2x)$

1. *Donner l'ensemble de définition de f noté E_f*

2. *Calculer les limites suivantes :* $\lim_{x\to -\infty} f(x)$ *et* $\lim_{x\to \frac{1}{2}^-} f(x)$

3. *a) Déterminer la fonction dérivée f' de f.*

   b) Etudier le signe de f'

4. *Dresser le tableau de variation de f.*

Exercice 3

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie par : $f(x) = ln(2x+3)$

1. *Donner l'ensemble de définition de f noté E_f*

2. *Calculer les limites suivantes :* $\lim_{x\to -\frac{3}{2}^+} f(x)$ *et* $\lim_{x\to +\infty} f(x)$

3. a) Déterminer la fonction dérivée f' de f.

   b) Etudier le signe de f'

4. Dresser le tableau de variation de f.

Exercice 4

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie par : $f(x) = ln(1-x)$

1. Donner l'ensemble de définition de f noté E_f

2. Calculer les limites suivantes : $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim_{x\to1^-} f(x)$

3. a) Déterminer la fonction dérivée f' de f.

   b) Etudier le signe de f'

4. Dresser le tableau de variation de f.

Exercice 5

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie par : $f(x) = ln(x-2)$

1. Donner l'ensemble de définition de f noté E_f

2. Calculer les limites suivantes : $\lim_{x\to2^+} f(x)$ et $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

3. a) Déterminer la fonction dérivée f' de f.

   b) Etudier le signe de f'

4. Dresser le tableau de variation de f.

FONCTION EXPONENTIELLE NEPERIENNE

Exercice 1

On considère la fonction numérique f *de la variable réelle* x *définie par :* $f(x) = e^{2x+3}$

1. Donner l'ensemble de définition de f *noté* E_f

2. Calculer les limites suivantes : $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ *et* $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

3. a) Déterminer la fonction dérivée f' *de* f.

b) Etudier le signe de f'

4. Dresser le tableau de variation de f.

Exercice 2

On considère la fonction numérique f *de la variable réelle* x *définie par :* $f(x) = e^{1-3x}$

1. Donner l'ensemble de définition de f *noté* E_f

2. Calculer les limites suivantes : $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ *et* $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

3. a) Déterminer la fonction dérivée f' *de* f.

b) Etudier le signe de f'

4. Dresser le tableau de variation de f.

Exercice 3

On considère la fonction numérique f *de la variable réelle* x *définie par :* $f(x) = e^{-2x}$

1. Donner l'ensemble de définition de f *noté* E_f

2. Calculer les limites suivantes : $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ *et* $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

3. a) Déterminer la fonction dérivée f' *de* f.

b) Etudier le signe de f'

4. Dresser le tableau de variation de f.

Exercice 4

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie par : $f(x) = e^{-\frac{1}{2}x}$

1. Donner l'ensemble de définition de f noté E_f

2. Calculer les limites suivantes : $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ *et* $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

3. a) Déterminer la fonction dérivée f' de f.

b) Etudier le signe de f'

4. Dresser le tableau de variation de f.

Exercice 5

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie par : $f(x) = e^{-x-1}$

1. Donner l'ensemble de définition de f noté E_f

2. Calculer les limites suivantes : $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ *et* $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

3. a) Déterminer la fonction dérivée f' de f.

b) Etudier le signe de f'

4. Dresser le tableau de variation de f.

SUITES NUMERIQUES

Exercice 1

Déterminer la raison r *et le premier terme* u_0 *d'une suite arithmétique sachant que* $u_7 = 21$ *et* $u_{15} = 33$

Exercice 2

On donne $u_n = 3n + 5$

1. Montrer que (u_n) *est une suite arithmétique dont on précisera la raison et le premier terme.*

2. Etudier la convergence de la suite (u_n)

Exercice 3

Soit (U_n) *la suite numérique définie par :* $\forall n \in \mathbb{N}, U_n = 4n - 5$.

1. Calculer U_0 *et* U_1

2. Montrer que (U_n) *est une suite arithmétique dont on préciser la raison r.*

3. En déduire le sens de variation de la suite (U_n).

Exercice 4

Soit (u_n) *une suite numérique définie par :* $u_n = \frac{1}{4}n + 3$; $\forall n \in \mathbb{N}$

1. Montrer que (u_n) *est une suite arithmétique dont on précisera la raison et le premier terme.*

2. En déduire le sens de variation de (u_n).

3. On pose $s_n = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_n$

a) Calculer s_n *en fonction de* n.

b) Etudier la convergence de s_n

Exercice 5

On considère la suite (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $U_n = -3n + 5$

1. Calculer U_0 , U_1 , U_2 et U_3

2. Montrer que (U_n) est une suite arithmétique dont on précisera la raison r

3. Calculer la somme $S_n = U_0 + U_1 + U_2 + \cdots + U_n$ en fonction de n

Exercice 6

On considère la suite (U_n) définie par : $\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = U_n + 3 \end{cases}$, $\forall\ n \in \mathbb{N}$

1. Calculer U_1 et U_2

2. Montrer que la suite (U_n) est arithmétique, puis préciser sa raison r. En déduire que la suite (U_n) est strictement croissante.

3. Exprimer le terme général U_n en fonction de n.

4. Exprimer en fonction de n, la somme :

$S_n = U_0 + U_1 + U_2 + \cdots + U_{n-1}$.

Exercice 7

Pour chacune des suites (u_n) et (v_n) définies ci-dessous :

$\begin{cases} u_0 = 23 \\ u_{n+1} = u_n - 2 \end{cases}$ $n \in \mathbb{N}$ *et* $\begin{cases} v_0 = 16 \\ v_{n+1} = -\frac{1}{2} v_n \end{cases}$ $n \in \mathbb{N}$

1. Calculer les trois premiers termes.

2. Préciser la nature de la suite.

3. Ecrire les termes généraux u_n et v_n en fonction de n

4. Calculer les sommes $S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$ *et* $S'_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$ *en fonction de* n.

Exercice 8

On considère la suite $(v_n)_{n\geq 0}$ *définie par :* $v_n = 5 \times 2^n$

a) Calculer v_0 *et* v_1

b) Montrer que la suite (v_n) *est une suite géométrique.*

c) Préciser la raison de la suite (v_n)

Exercice 9

On considère la suite géométrique de raison $q = \frac{1}{2}$ *et de premier terme* $u_0 = 4$.

1. Ecrire u_{n+1} *en fonction de* u_n

2. Ecrire le terme général u_n *en fonction de* u_0 *et de* q.

3. Calculer u_1; u_2 *et* u_3.

4. On donne $s_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$

- *a) Donner la forme générale de* S_n *en fonction de* n
- *b) En déduire* s_3 *et* s_4

Exercice 10

Soit (U_n) *une suite définie par :* $U_n = \frac{3^{n-1} \times 9}{6^n}$; $n \in \mathbb{N}$

1) Calculer les trois premiers termes de cette suite.

2) Montrer que U_n *peut s'écrire :* $U_n = 3\left(\frac{1}{2}\right)^n$

3) Montrer que (U_n) *est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.*

Exercice 11

On rappelle qu'une suite $(U_n)_{n\epsilon\mathbb{N}}$ *est dite croissante si pour n de* $\mathbb{N}$ *;* $U_{n+1} - U_n \geq 0$.

1. Montrer que la suite (U_n) *de terme général* $U_n = \frac{n-2}{2n+1}$ *est croissante.*

2. On considère la suite (V_n)*définie par* $V_n = n^2 + 4n - 1$ *pour tout n de* $\mathbb{N}$

a) Calculer les quatre premiers termes de cette suite.
b) Démontrer que la suite (V_n) *est strictement croissante.*
c) Déterminer $lim_{n\to+\infty} V_n$

PROBABILITES D'UN EVENEMENT

Exercice 1

Une urne contient 10 boules indiscernables au toucher dont 3 sont noires, 2 sont rouges et 5 jaunes.

On tire au hasard une boule de l'urne. Quelle est la probabilité de tirer :

1. Une boule noire ?

2. Une boule rouge ?

3. Une boule jaune ?

Exercice 2

On lance un dé cubique parfait dont deux faces portent le numéro 1, trois faces le numéro 2 et une face le numéro 3 et on note le numéro porté sur la face supérieure du dé.

1. Qu'est-ce-qu'un évènement en probabilité ?

2. Déterminer les probabilités des évènements suivants :

- *a) A « obtenir le résultat 1 »*
- *b) B « obtenir le résultat 2 »*
- *c) C « obtenir un nombre impair »*

Exercice 3

On lance un dé non pipé de 6 faces numérotées de 1 à 6.

On appelle :

A l'évènement « Obtenir un multiple de 2 »

B l'évènement « Obtenir un diviseur de 6 »

C l'évènement « Obtenir un nombre premier supérieur à 2 ».

Déterminer la probabilité des événements : A; B; C; $\bar{C}$; $A \cap C$; $A \cup B$ *et* $A \cup C$

Exercice 4

1. Définir ces termes :

a) Cardinal d'un ensemble ; b) évènements équiprobables

2. On lance un dé équilibré à six faces numérotées de 1 à 6.

On sait qu'il y a équiprobabilité si pour un évènement A de l'univers Ω *l'on a :*

$$P(A) = \frac{CardA}{Card\Omega}$$

Soit A l'événement : « le résultat est un chiffre pair » et

B l'évènement « le résultat est un chiffre supérieur ou égal à 5 »

Calculer les probabilités des événements A et B, puis celle de $\bar{A}$ *évènement contraire de A.*

Exercice 5

Un sac contient 26 jetons indiscernables au toucher représentant les 26 lettres de l'alphabet français. On tire au hasard un jeton du sac.

1. Calculer la probabilité p_1 *de tirer un jeton portant une voyelle.*

2. Calculer la probabilité p_2 *de tirer un jeton portant une consonne.*

3. Calculer la probabilité p_3 *de tirer le jeton portant la lettre S.*

Exercice 6

Une classe est constituée de 12 garçons et 24 filles. 8 garçons et 6 filles de cette classe pratiquent la musique.

On choisit au hasard un élève de cette classe.

Calculer la probabilité des événements suivants :

1. G « l'élève est un garçon »

2. F « l'élève est une fille »

3. M « l'élève pratique la musique »

4. H « l'élève est un garçon qui pratique la musique »

Exercice 7

Une urne contient trois boules rouges ; deux boules jaunes et cinq boules bleues.

On tire simultanément trois boules de l'urne.

On définit les événements suivants :

A : « Les trois boules tirées sont jaunes »

B : « Les trois boules tirées sont de même couleurs »

C : « Les trois boules tirées sont de couleurs différentes »

D : « Les trois boules tirées, deux sont jaunes »

E : « Les trois boules tirées, deux sont jaunes et une boule est rouge »

1) Décrire comment se réalise cette épreuve.

2) Comment peut-on qualifier l'événement A ?

3) Calculer la probabilité des événements A ; B ; C ; D et E.

NOS CENTRES D'ENCADREMENT

Site 1 : Quartier **Vindoulou**, arrêt église catholique en allant vers le secteur Douanier.

Site 2 : Quartier **Makayabou 418**, vers le terminus

Suivez nous sur :

Facebook : Bureau du Centre Académique –BCA

Whatsapp : +242 06 810 90 90 / +242 06 713 32 41

Contactez-nous aux numéros indiqués à l'entête de chaque page pour plus d'informations.