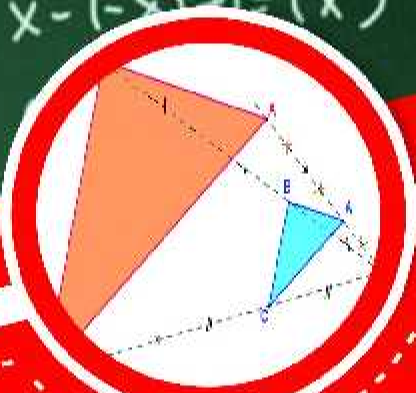
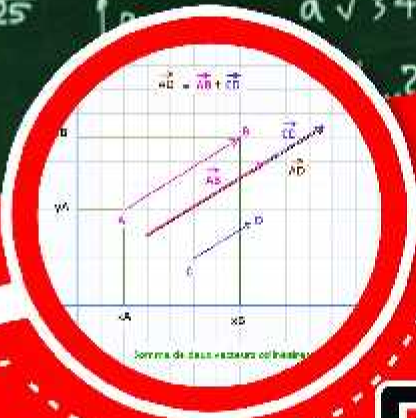
MATHEMATIQUES en 3 ème

100% GRATUIT





EXERCICES

Des exercices de savoir, savoir-faire, et savoir-etre après chaque leçon

COURS

Cours détaillés et illustrés selon l'Aproche Par Compétence (APC)

NOUVEAU PROGRAMME

Cours et exercices selon le nouveau programme en vigueur

Groupe WhatsApp **Les grandprofs de Maths**

AVANT-PROPOS

Cet ouvrage est l'œuvre des enseignants du groupe WhatsApp dénommé « Grandprofs de maths(GPM) ». Ce groupe a vu le jour le 12-05-2017. Cette collection est la mise en pratique de l'un de ses objectifs majeurs. Rendu à sa deuxième édition, c'est le fruit de près de trois mois de travail organisé par les administrateurs dans des sous-groupes (13 ateliers).

Destinés exclusivement à l'usage de l'enseignant, les documents de cette collection n'ont pas la prétention de remplacer les livres inscrits au programme par la haute hiérarchie, encore moins le cours de l'enseignant. Il vient juste en appuis à ces documents. Dans le fond et la forme, chaque chapitre de cette collection est conforme au nouveau programme et respecte la structure de l'APC pour les classes de la 6ème en première.

Cette deuxième édition doit son succès à un groupe d'enseignants de mathématiques exerçant dans toutes les régions du Cameroun. Une mention spéciale est à décerner aux administrateurs qui ont travaillé inlassablement pour mener le projet à bon port. Il s'agit de : *M. Guela Kamdem Pierre* , *M. Pouokam Léopold Lucien* , *M. Tachago Wabo Wilfried Anderson* et le fondateur du groupe *M. Ntakendo Emmanuel.* A ce dernier, nous devons toutes les couvertures de cette deuxième édition. Un coup de chapeau est à donner à certains enseignants qui ont fait de la réussite de ce projet, un objectif à atteindre pendant les vacances : ce sont les chefs d'ateliers. Nous avons *M. Siyapdje Henri* (6ème), *M.Joseph Fogang* (5ème), *M.Ngongang Nivel* (4ème), *M.Jidas Tchouan* (3ème), *M. Simplice Dongmo* (2nde A_4), *M. Guela Kamdem Pierre* (2nde C), *M. Tachago Wabo Wilfried Anderson* (1ère A_4), *M.*

Nguefo Takongmo (1èreC), *M. Jidas Tchouan* (1èreD-TI), *M. Bayiha André Ghislain* (T^{le}A$_4$), *M. Ouafeu Tokam Guy Paulin* (T^{le} C) et *M. Nganmeni Konguep Hervé Battiston* (T^{le} D-TI). Nous ne saurons terminer sans féliciter tous les acteurs principaux, ceux-là qui ont cru en ce projet et y ont consacré leur précieux temps non seulement dans la réalisation d'au moins l'un des 164 chapitres du projet mais aussi pour les critiques constructives qui ont permis d'optimiser la qualité des cours réalisés.

La perfection étant utopique, nous avons l'intime conviction et le ferme espoir que des éventuelles coquilles que pourrait contenir chacun des documents de cette collection rencontreront l'indulgente compréhension des utilisateurs. Pour ainsi dire, nous serons ouverts aux suggestions et critiques constructives.

Tous les enseignants voulant intégrer ce groupe WhatsApp ou désirant prendre part à la 3ème édition qui débutera en Mai 2020 sont priés bien vouloir écrire à l'un des administrateurs ci-dessous : *M. Guela Kamdem Pierre* (697 473 953 / 678 009 612), *M. Pouokam Léopold Lucien* (696 090 236/ 651 993 749), *M. Tachago Wabo Wilfried Anderson* (699 494 671) et *M. Ntakendo Emmanuel* (676 519 464).

Projet Grandprofs de math(GPM)

2ème édition

Atelier 3ème

Table des matières

MODULE 1 : RELATIONS ET OPERATIONS FONDAMENTALES DANS L'ENSEMBLE DES NOMBRES REELS.

CHAPITRE 1 : ARITHMETIQUE

COMPETENCES ATTENDUES :

Représenter, déterminer des quantités et identifier des objets par des nombres.

Durée : 2 périodes

Objectifs pédagogiques :

- ✓ *Déterminer le PGCD, à l'aide de l'algorithme des soustraction et l'algorithme d'Euclide.*
- ✓ *Utiliser la relation entre le PGCD et le PPCM*
- ✓ *Résoudre les problèmes simples faisant appel au PGCD et au PPCM.*

Motivation :

- Déployer un raisonnement mathématique pour résoudre des problèmes relatifs à des situations de vie faisant appel au PGCD au PPCM

- Communiquer des informations comportant des nombres.

Pré-requis :

1-Définir PGCD et PPCM

2-Déterminer le reste de la division de 75 par 4 et de 258 par 5.

Situation problème

Deux voitures partent en même temps de la ligne de départ et font plusieurs tours d'un même circuit. La voiture A fait le tour du circuit en 36 minutes et la voiture B en 30 minutes.

Tâche : Apres le départ, au bout de combien de temps les voitures se rencontrent (se croisent) pour la première fois ?

Activité d'apprentissage :

1-Decomposer en facteur de nombres premiers les nombres 351 et 252

2-En déduire le pgcd (351 ;252) et le PPCM (351 ;252)

3-Observer et compléter le tableau (1) suivant avec $a > b$:

a	b	a-b
351	252	99
252	99	153
153	99	54
99	54	

4- Observer et compléter le tableau (2) ci-dessous en utilisant la division euclidienne de a par b :

Dividende :a	Diviseur : b	Reste : r
351	252	99
252	99	54

5-Comparer le dernier résultat non nul de a-b dans le tableau (1) ainsi que le dernier reste non nul du tableau (2)
avec le résultat du PGCD trouvé à la question 2).

6-Faire le calcul suivant : $p = \frac{351\times252}{PGCD(351:252)}$ et comparer le résultat à la valeur du PPCM trouvé à la question 2 et conclure.

<u>RESUME</u> :

<u>1- Définitions</u>

On dit que d est un diviseur commun de deux nombres entiers a et b si d divise à la fois a et b.
On appelle PGCD de deux nombre entiers a et b, le plus grand diviseur commun de a et b. On note : PGCD (a ;b).
On appelle PPCM de deux nombres entiers non nuls a et b, leur plus petit multiple commun. On note : PPCM (a ;b).
Un algorithme est une suite d'opération à effectuer.
Un algorithme itératif est un algorithme dans lequel on répète plusieurs fois la même action.
Ainsi, pour calculer le PGCD de deux nombres entiers, on peut utiliser soit l'algorithme des soustractions, soit l'algorithme d'Euclide.

<u>2- Algorithme des soustractions</u>

C'est un algorithme itératif qui consiste à effectuer des soustractions successives. Le dernier résultat des soustractions non nul est le PGCD.

<u>Remarque :</u> Cette méthode repose sur la propriété suivante : PGCD (a ;b) = PGCD (b ; a-b) avec $a > b$.

<u>Exemple :</u> Déterminer le PGCD de 578 et 408. De 45 et 16.

a	b	a-b
578	408	170
408	170	238
238	170	68
170	68	102
102	68	34
68	34	34
34	34	0

PGCD (578 ;408) = 34

<u>3-Algorithme d'Euclide ou algorithme des divisions</u>

C'est un algorithme itératif qui consiste à effectuer une succession de division euclidienne.

<u>Remarques</u> :

- Il repose sur la propriété suivante : soient a et b deux nombres entiers naturels non nuls.

Si $a = b \times q + r$ alors PGCD (a ;b) = PGCD (b ; r). Où r est le reste de la division euclidienne de a par b.

- Dans l'algorithme d'Euclide, le PGCD (a ; b) est le diviseur de la division dont le reste est nul.

<u>Exemple :</u>

Déterminer par l'algorithme d'Euclide, le PGCD de 578 et 408. 6001 et 4284

Dividende :a	Diviseur : b	Reste : r
6001	4284	1717
4284	1717	850
1717	850	17
850	17	0

Donc PGCD (6001 ;1717) = 17.

Remarques :

Considérons deux nombres entiers a et b.

PGCD (a ;b) = PGCD(b ;a)

PGCD (a ;a)=a

PGCD (a ;1) = 1

PGCD (a ;b)=b si b divise a

Propriété :

On peut déterminer le PPCM de deux nombre a et b en utilisant la relation suivante :

$$PPCM(a;b) = \frac{a\times b}{PGCD(a;b)}$$

4- Applictions

Exercice 1 :

Un boutiquier a un lot de 3150 sucettes et 1350 bonbons. Il veut réaliser des paquets contenant tous le même nombre de bonbons et le même nombre de sucettes, en utilisant tous les bonbons et toutes les sucettes.

1-Combien de tels paquets pourras-t-il réaliser au maximum ?

2-chaque bonbon coute 25f et chaque sucette 50F. Quel est le prix d'un paquet ?

Exercice 2(intégration)

Monsieur KAMGA est un propriétaire de terrains. Il engage des jeunes élèves d'une classe de 3ème pour fabriquer des petites bornes (des poteaux de petites tailles) afin de délimiter ses terrains, et planter des fleurs à chaque coin de ces terrains. Il engage donc **40** garçons et **20** filles. Il décide de repartir ces élèves en plusieurs groupes identiques contenant le maximum de garçons et de filles. Tous ces groupes doivent avoir le même nombre de garçons et le même nombre de filles. A la fin du travail, chaque garçon doit percevoir **10 000 F** et chaque fille aura **15 000F**.

Les garçons de chaque groupe doivent fabriquer les petites bornes en mélangeant du sable et du ciment. Monsieur KAMGA leur fournit **285 Kg** de sable et **114 Kg** de ciment. Toutes ces bornes doivent être identiques. Il voudrait obtenir le maximum de bornes.

1Kg de sable coûte **10F** et **1Kg** de ciment coûte **150F**.

Quant aux filles elles doivent planter les fleurs identiques dans les coins des terrains de monsieur KAMGA. Il remet donc aux filles **294** fleurs roses et **210** fleurs blanches. Chaque coin doit avoir le même nombre de fleurs rose et le même nombre de fleurs blanches. Toutes les fleurs devront être utilisée et en plus monsieur KAMGA voudrait obtenir le maximum de coins de fleurs. Une fleur rose coûte **300F** alors qu'une fleur blanche coûte **200F**.

Tâches :

1/A combien peut être évalué le montant de la dépense totale pour chaque coin de fleur ?

2 /A combien peut être évalué le montant de la dépense totale pour la fabrication des petites bornes ?

3 /A combien peut être évalué le montant de la dépense totale à donner chaque groupe ?

COURS DE MATHÉMATIQUES EN CLASSE DE TROISIÈME.
Professeur de Mathématiques et Informatique

NZOUEKEU MBITKEU PATRICE

8 septembre 2019

Table des matières

Module $N^{\underline{\circ}}15$

Configurations et transformations élémentaires du plan.

Chapitre Deux

THALÈS dans le triangle.

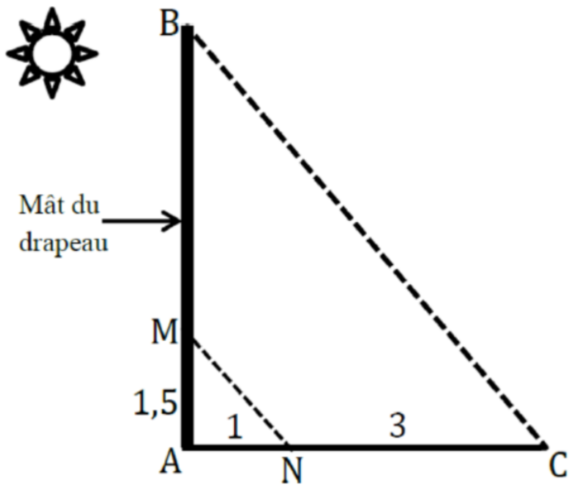
Leçon 1.1. Propriété de THALÈS

Objectifs Pédagogiques : Reconnaître une configuration de Thalès et utiliser la propriété de Thalès pour déterminer les longueurs.

Motivation : Dans la vie courante , nous sommes souvent confronté à des problèmes comme déterminer certaines longueurs telles que : la hauteur d'un mur, la hauteur d'un mât de drapeau. Cette leçon donne des outils pour pouvoir le faire aisément.

Situation de vie :

À 11 h d'une journée ensoleillée, deux camarades Laura et Willy respectivement en classe de 3^{eme} et 4^{eme} s'entretiennent dans la cour de récréation de l'établissement. Laura dit à Willy , je peux mesurer la hauteur du mât du drapeau sans toutefois y grimper à l'aide d'un tissu et d'un mètre. Elle commence par attacher le tissu sur le mât à $1,5$ m du sol ; elle mesure la distance du pied du mât à l'ombre du tissu au sol et trouve 1 m ; ensuite elle mesure la distance du pied du mât à son ombre et trouve 4 m. Cependant , on sonne la fin de la récréation et les deux camarades rejoignent chacun sa salle de classe. À votre avis comment peut-on continuer la tâche entreprise par Laura ?



Contrôle des Pré-requis :

1. x est un nombre différent de 0. Déterminer la valeur de x dans chacun des cas suivants :
   (a) $\frac{x}{5} = \frac{8}{6}$
   (b) $\frac{5}{6} = \frac{10}{3+x}$

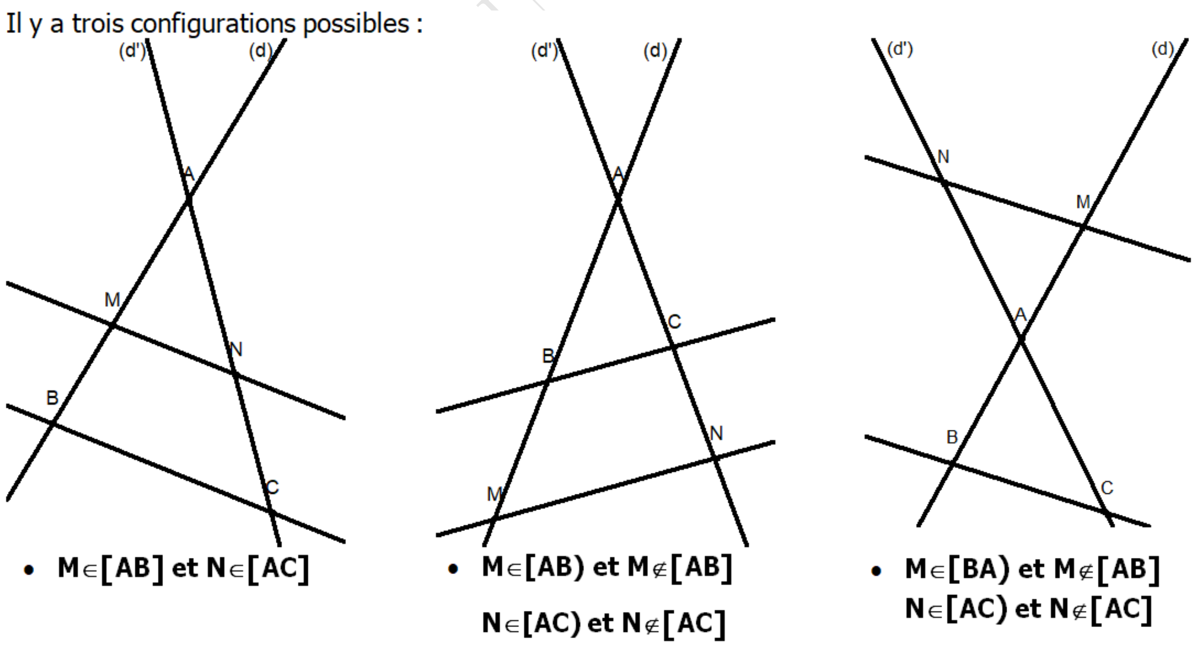
2. Soit (D) une droite du plan et A un point n'appartenant pas à (D). Tracer une droite (D') passant par le point A et parallèle à (D).
3. Comment reconnaître deux droites parallèles ?

Activité d'apprentissage :

1. Constuire un triangle ABC tel que $AB = 6$ cm , $AC = 4$ cm et $BC = 7$ cm.
2. Placer un point M sur le segment $[AB]$ telque $AM = 3$ cm ; puis tracer la droite passant par M et parallèle à (BC). Cette droite coupe le côté $[AC]$ en N.
3. À l'aide votre règle graduée , mesurer les longueurs des segments $[AN]$ et $[MN]$.
4. Calculer les quotients $\frac{AM}{AB}$, $\frac{AN}{AC}$ et $\frac{MN}{BC}$. Que costate-tu ?

Résumé :

1. **Propriété directe de Thalès.**

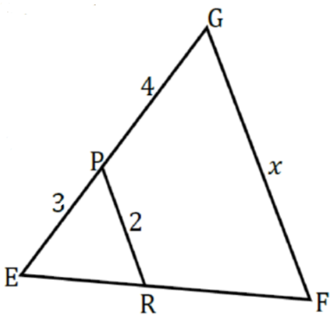


Etant données deux droites (d) et (d') sécantes en A , deux points B et M de (d) distincts de A , deux points C et N de (d') distincts de A , Si les droites (BC) et (MN) sont parallèles , alors :$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.

2. **Exercices d'application sur la propriété directe de Thalès.**

Exemple 1.1. *()*
Pour chacunes des figures ci-dessous, si (BC) et (MN) sont parallèles alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.

L'unité de longueur est le centimètre.
Dans la figure ci-contre, $(FG)//(PR)$*. Calculons la valeur de* x*.*



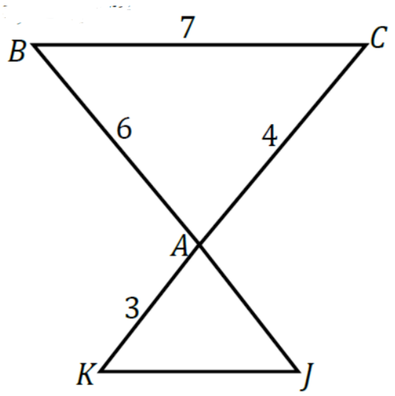
Solution 1.1. *Comme* $(FG)//(PR)$ *alors d'après la propriété de Thalès , on a :*
$\frac{EP}{EG} = \frac{ER}{EF} = \frac{PR}{FG}$ *si et seulement si* $\frac{3}{7} = \frac{2}{x}$ *car* $EG = 3 + 4 = 7$ *cm.*
On a $3 \times x = 7 \times 2$ *c'est-à-dire que* $3x = 14$ *d'où* $x = \frac{14}{3}cm$ *donc* $x = 4,67cm$

Exemple 1.2. *()*
L'unité de longueur est le centimètre.
ABC *est un triangle tel que* $AB = 6$ *,* $AC = 4$ *,* $BC = 7$*.* K *est un point de la démi-droite* $[CA)$ *tel que* $AK = 3$*. La droite passant par* K *et parallèle à* (BC) *coupe* (AB) *en* J*.*

(a) *Réaliser une figure.*

(b) *Calculer les longueurs* BJ *et* KJ*.*

Solution 1.2. *Calculons les longueurs* BJ *et* KJ*.*
Comme les droites (BC) *et* (KJ) *sont parallèles, alors d'après la propriété de Thalès, on a :*
$\frac{AJ}{AB} = \frac{AK}{AC} = \frac{KJ}{BC}$ *si et seulement si* $\frac{AJ}{6} = \frac{3}{4}$ *c'est-à-dire* $4 \times AJ = 6 \times 3$.
On a $AJ = \frac{18}{4} = 4,5cm$
D'où $BJ = BA + AJ = 6 + 4,5 = 10,5cm$
De même $\frac{AJ}{AB} = \frac{AK}{AC} = \frac{KJ}{BC}$ *si et seulement si* $\frac{3}{4} = \frac{KJ}{7}$ *d'où* $KJ = \frac{7\times3}{4} = \frac{21}{4} = 5,25cm$

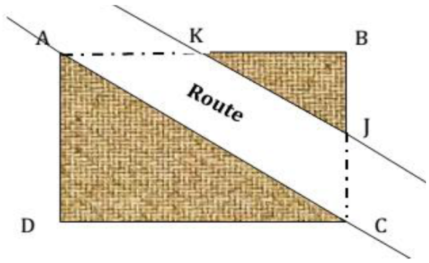


Leçon 1.2. Réciproque de la propriété de THALÈS.

Objectifs Pédagogiques :
Appliquer la réciproque de la propriété de Thalès pour justifier un parallélisme de deux droites.

Situation de vie :

Mr Kamdem possède un champ de forme rectangulaire $ABCD$ tel que $AD = 60$; $AC = 100$ et $AB = 80$. Le champ étant très vaste, il décide de faire passer une route qui lui facilitera le transport des cultures d'un bout à l'autre comme l'indique la figure ci-dessous qui n'est pas en vrai grandeur. On donne $BK = 28$ et $BJ = 21$. Mais il se pose bien la question de savoir si cette route garde la même largeur. Aider Mr Kamdem à répondre à cette question.



Contrôle des Pré-requis :

1. Construis un triangle ABC. Place les points M et N milieux respectifs des segments $[AB]$ et $[AC]$.
2. Calculer et comparer les rapports $\frac{AM}{AB}$ et $\frac{AN}{AC}$.

Activité d'apprentissage :

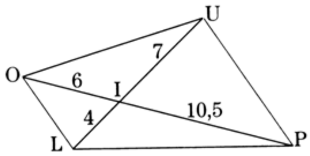
1. I et J sont les milieux respectifs des segments $[AB]$ et $[AC]$ d'un triangle ABC.
   (a) Faire la figure.
   (b) Comparer les quotients $\frac{AI}{AB}$ et $\frac{AJ}{AC}$.
   (c) Justifier que $(IJ)//(BC)$.
2. (a) Placer sur les côtes $[AB]$ et $[AC]$ les points M et N tels que $\frac{AM}{AB} = \frac{1}{4}$ et $\frac{AN}{AC} = \frac{1}{4}$
   (b) Justifier que $(MN)//(IJ)$ et $(MN)//(BC)$.
3. Généraliser le constat fait en 1) et en 2)

Résumé :

Etant données deux droites (d) et (d') sécantes en A , deux points B et M de (d) , distincts de A , deux points C et N de (d') , distincts de A , Si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ et si les points A , B , M sont alignés dans le même ordre que les points A , C , N , Alors les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

Exercice d'application :

Avec les données de la figure suivante,
démontrer que (OL) est parallèle à (UP)



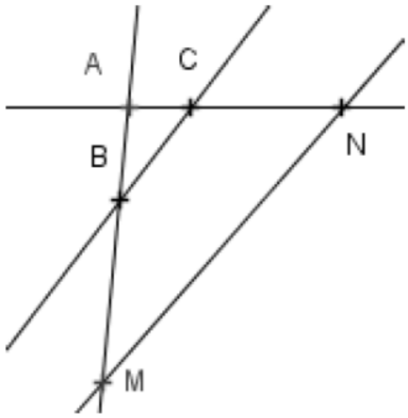
→ Les droites (OP) et (UL) sont sécantes en I.
- Les points O, I, P et L, I, P sont alignés dans le même ordre.
- D'autre part, on a : $\frac{IP}{IO} = \frac{10,5}{6} = 1,75$ et $\frac{IU}{IL} = \frac{7}{4} = 1,75$

Puisque les deux rapports sont égaux, on peut appliquer la réciproque de la propriété de Thalès, et on déduit que (OL) est parallèle à (UP).

Leçon 1.3. Conséquence de la propriété directe de THALÈS.

Propriété 1.1. *(contraposée du théorème de Thalès)*
Soient (d) et (d') deux droites sécantes en un point A.
Soient B et M deux points de la droite (d) distincts du point A.
Soient C et N deux points de la droite (d') distincts du point A.
Si $\frac{AM}{AB} \neq \frac{AN}{AC}$ alors les droites (BC) et (MN) ne sont pas parallèles.

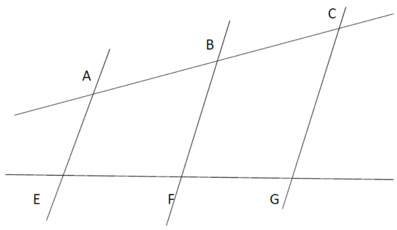
Exemple 1.3. *()*
On considère la figure ci-contre pour laquelle : $AB = 3$ cm ; $AM = 9$ cm ; $AN = 7$ cm et $AC = 2$cm ; Les droites (MN) et (BC) sont-elles parallèles ?



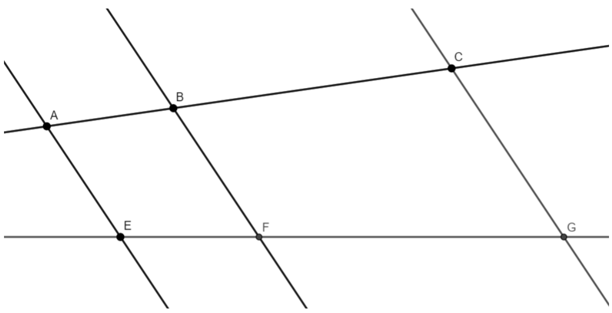
Solution 1.3. *Les droites (CN) et (BM) sont sécantes en A. De plus :*
D'une part $\frac{AM}{AB} = \frac{9}{3} = 3$
D'autre part $\frac{AN}{AC} = \frac{7}{2} = 3,5$
On constate que $\frac{AM}{AB} \neq \frac{AN}{AC}$
Donc, par conséquence du théorème de Thalès, les droites (BC) et (MN) ne sont pas parallèles.
Car si les droites étaient parallèles, d'après le théorème de Thalès, les rapports seraient égaux.

Leçon 1.4. Propriétés de THALÈS dans le cas général.

Des droites parallèles découpent des segments de longueurs proportionnelles sur deux droites qui leur sont sécantes. Si $(AE)//(BF)$ et $(BF)//(CG)$, alors : $\frac{AB}{AC} = \frac{EF}{EG}$ et $\frac{AB}{EF} = \frac{BC}{FG} = \frac{AC}{EG}$



<u>Exercice d'application :</u>
L'unité de longueur est le cm. Sur la figure ci-contre :
- Les droites (AE) , (BF) , et (CG) sont parallèles.
- Les points A , B , C , E , F et G sont tels que $AB = 2$, $BC = 5$, et $EF = 1$. Calculer EG.



<u>Solution :</u>
$\frac{AB}{EF} = \frac{BC}{FG} = \frac{AC}{EG} = \frac{2}{1}$ or $AC = AB + BC = 2 + 5 = 7$ d'où $\frac{AC}{EG} = \frac{7}{EG} = \frac{AB}{EF} = \frac{2}{1}$ et $2EG = 7 \times 1 \Rightarrow EG = \frac{7}{2} \Rightarrow EG = 3,5$

MODULE 1 : RELATIONS ET OPERATIONS FONDAMENTALES DANS L'ENSEMBLE DES NOMBRES REELS.

CHAPITRE : NOMBRES RATIONNELS **Durée :** 2 périodes

COMPETENCES ATTENDUES : Représenter, déterminer des quantités et identifier des objets par des nombres.

Objectifs pédagogiques : Résoudre les problèmes se reportant aux opérations sur les nombres rationnels

Motivation : - Déployer un raisonnement mathématique pour résoudre des problèmes relatifs à des situations de vie faisant appel aux nombres rationnels

Communiquer des informations comportant des nombres.

Prérequis :

1-Qu'est-ce qu'un nombre rationnel ?

3- Différence entre un nombre décimal et un nombre rationnel.

2-ecrire sous forme de fraction les nombres décimaux suivant : 3,7 ; 1,56

3-calculer les opérations suivantes : $\frac{5}{7}+\frac{11}{7}=$; $\frac{12}{7}-3{,}12=$

SITUATION DE VIE :

Pour les fêtes de fin d'année, Olama a reçu de son oncle une certaine somme d'argent. Il a utilisé les $\frac{3}{7}$ de cet argent pour s'acheter une paire de chaussure et la moitié du reste pour s'acheter une chemise. Quelle fraction de la somme de départ représente l'argent utilisé pour l'achat de la chemise ?

Activités d'apprentissage :

1- Complete par le nombre rationnel qui convient :
   - $5 = 7 \times \ldots\ldots..$
   - $\frac{3}{4} = \frac{12}{\ldots\ldots\ldots}$
   - L'opposé de $\frac{25}{11}$ est ....
   - L'inverse de $\frac{2}{5}$ est ....
2- Eric a offert les $\frac{3}{7}$ de son pain à son ami Romeo. Quelle fraction de son pain lui reste-t-il ?
3- Quelle est la moitié du nombre rationnel $\frac{4}{7}$?

RESUME :

1- **Définitions**
- Les nombres entiers naturels sont les nombres que nous utilisons tous les jours pour compter. Exemple : 0 ; 1 ; 2 ; 4 ;....10 ; 12 ;....
- Les nombres entiers relatifs sont les nombres entiers positifs et négatifs. Exemple : -3 ; +5 ; 0 ; -17 ; +45
- Un nombre décimal est un nombre qui peut s'écrire comme quotient d'un nombre entier relatif par une puissance de 10 ou un nombre donc la partie décimale s'écrit avec un nombre fini de chiffre non nuls. Exemple : 15,546 ; 3 ; - 3,54 ; $\frac{2}{5}$.

- Un nombre rationnel est un nombre qui peut s'écrire comme quotient d'un nombre entier relatif par un nombre entier relatif non nul. Il s'écrit sous la forme $\frac{a}{b}$ avec $b \neq 0$.

  Exemple : 3 ; 4,76 ; - 7,4 ; $\frac{2}{3}$; $-\frac{20}{6}$

Remarque : l'ensemble des nombres rationnels est noté $\mathbb{Q}$

2- Opérations sur les nombres rationnels

- Si a et b sont deux nombres relatifs quelconque et $k \neq 0$, alors :

  $\frac{a}{k}+\frac{b}{k}=\frac{a+b}{k}$ et $\frac{a}{k}-\frac{b}{k}=\frac{a-b}{k}$

 Exemple : $\frac{5}{11}+\frac{4}{11}=\frac{5+4}{11}=\frac{9}{11}$; $\frac{37}{17}-\frac{59}{17}=\frac{37-59}{17}=-\frac{22}{17}$

- Si les deux nombres rationnels n'ont pas le même dénominateur, on peut aussi utiliser la règle suivante : si a, b, c et d sont des nombres entiers relatifs, avec $b \neq 0$ et $d \neq 0$), alors

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a\times d+b\times c}{b\times d} \text{ et } \frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{a\times d-b\times c}{b\times d}$$

Exemple :

$$\frac{7}{4}+\frac{9}{5}=\frac{5\times 7+4\times 9}{4\times 5}=\frac{35+36}{20}=\frac{71}{20}$$

$$-\frac{7}{4}-\frac{9}{5}=\frac{-5\times7-4\times9}{4\times5}=\frac{-35-36}{20}=-\frac{71}{20}$$

$$\frac{15}{4}+\frac{7}{12}=\frac{45}{12}+\frac{7}{12}=\frac{52}{12}$$

- Si a, b, c et d sont des nombres entiers relatifs, avec $b \neq 0$ et $d \neq 0$, alors

$$\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}$$

Exemple :

$$\frac{9}{8}\times\frac{11}{5}=\frac{99}{40}$$

Remarque : dans une multiplication de nombres rationnels, les nombres du numérateur peuvent se simplifier avec ceux du dénominateur :
Exemple :

$$\frac{6}{21}\times\frac{7}{4}=\frac{3}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$$

- Si a, b, c et d sont des nombres entiers relatifs non nuls alors :

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}$$

Exemple :

$$\frac{7}{9}\div\frac{2}{5}=\frac{7}{9}\times\frac{5}{2}=\frac{35}{18}$$

3- Règles de priorités

Dans une suite d'opérations, l'ordre de priorité est le suivant :

- Les parenthèses : elles indiquent les calculs à effectuer en premier. On commence les calculs par ceux qui sont dans les parenthèses les plus intérieures.
- Les puissances
- La multiplication et la division
- L'addition et la soustraction

Exemple : Calcule puis écris D sous la forme d'une fraction irréductible.

On donne $D = \frac{7}{4} + \frac{4}{3} \times \left(\frac{3}{2} - \left(7 - \frac{23}{2}\right)\right)$

$$= \frac{7}{4} + \frac{4}{3} \times \left(\frac{3}{2} - \left(-\frac{9}{2}\right)\right)$$

$$= \frac{7}{4} + \frac{4}{3} \times \left(\frac{3}{2} + \frac{9}{2}\right)$$

$$= \frac{7}{4} + \frac{4}{3} \times 6$$

$$= \frac{7}{4} + 8$$

$$= \frac{39}{4}$$

Exercice d'application : Ecrire sous forme irréductible.

$E = \left(\frac{2}{3}\right)^2 - \frac{3}{7}$ $\quad F = \frac{5}{6} - \frac{7}{6} \times \frac{10}{3}$ $\quad G = 3 - \frac{\frac{3}{4} - \frac{5}{2}}{\frac{3}{4} + \frac{5}{2}}$

Solution à la situation de vie : La fraction de la somme de départ utilisée pour l'achat de la chemise est : $\left(1 - \frac{3}{7}\right) \div 2 = \frac{4}{7} \div 2 = \frac{2}{7}$

Module 13 : CONFUGURATION ET TRANSFORMATIONS ELEMENTAIRES DU PLAN

Chapitre 13 : ANGLES INSCRITS ET POLYGONES REGULIERS

Leçon1 : Angles inscrits.
Durée : 50 min

Objectifs pédagogiques : reconnaissance des formes planes et transformation dans l'environnement physique.

Motivation : Utiliser les mathématiques en toutes confiances pour résoudre des problèmes de la vie quotidienne. Communiquer et mener un raisonnement mathématique.

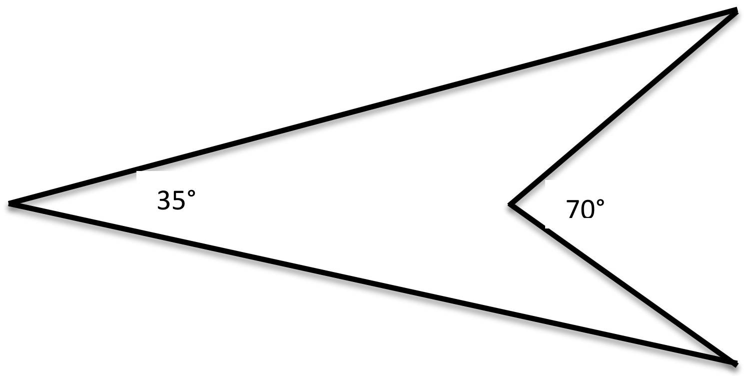
Pré –requis :

1) combien d'angles contient un triangle ?

2) donner la relation entre les mesures des angles d'un triangle.

Situation problème :

pour confectionner le col (dit col «V») d'un vêtement, MR EBODO utile une pièce de tissu de forme triangulaire dont un angle au sommet mesure 35°. MR EBODO souhaite couper un morceau sous forme triangulaire suivant la base de l'angle 35° de sorte l'angle sommet ayant la même base avec le morceau de tissu initial soit 70° (c'est –à-dire le double de l'angle initial 35°). Aide MR EBODO a réalisé son col.



Activité d'apprentissage:

Soit (C) un cercle de centre O et de rayon 1,5 cm.

1) Construit (C) et place les points A, B et C sur (C) tel que le centre O soit dans le triangle ABC.
2) Démontrer que le triangle ABO, ACO sont tous isocèles.
3) a) donner une relation entre mes ($\widehat{AOB}$) et mes ($\widehat{ABO}$).
b) donner la relation entre mes ($\widehat{AOC}$) et mes ($\widehat{CAO}$).
c) donner une relation entre mes ($\widehat{COB}$) et mes ($\widehat{BCO}$).

d) donner une relation entre mes ($\widehat{ABC}$), mes ($\widehat{ACB}$) et mes ($\widehat{BAC}$)

e) Donner une relation entre mes ($\widehat{ABO}$), mes ($\widehat{BCO}$) et mes ($\widehat{CAO}$).

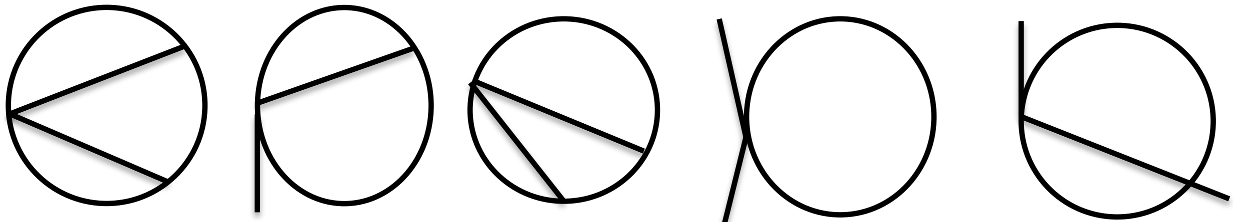
4) En utilisant la question 3), donner une relation entre mes ($\widehat{ACB}$) et mes ($\widehat{AOB}$).

RESUME:

Définition : angle inscrit

Dans un cercle, un angle inscrit est un angle dont le sommet est sur le cercle et dont les cotés coupent le cercle.

Exemple 1 : dans l'activité précédente, les BAC , BCA et AOC sont les angles au centre



(a) (b) (c) (d) (e)

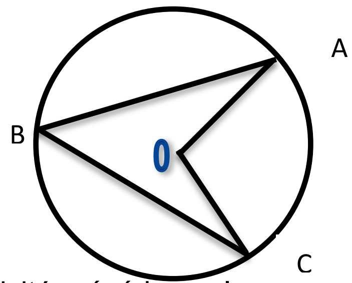
2. les angles sur les figures (a) et (c) sont inscrits par contre les figures (b) , (d) et (e) ne sont pas inscrit

Définition : angle au centre

Dans un cercle, un angle au centre est un angle dont le sommet est le centre d'un cercle.

Exemple 2 : Dans l'activité précédente, les angles $\widehat{BOC}$, $\widehat{BOA}$, et $\widehat{AOC}$ sont les angles au centre

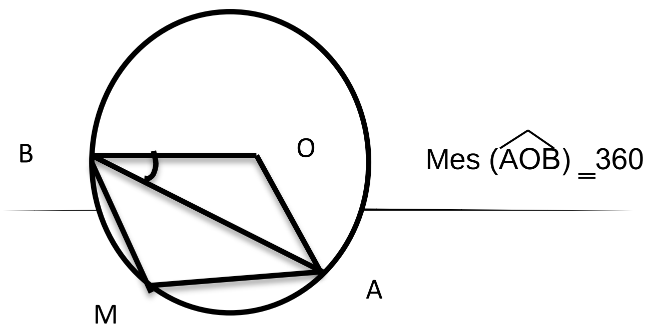
Propriété 1 : dans un cercle, si un angle inscrit et un angle au centre interceptent le même arc (petit arc) , alors la mesure de l'angle au centre est le double de celle de l'angle inscrit .



Mes ($\widehat{COA}$) = 2 mes($\widehat{CBA}$)

Exemple 3 : Dans l'activité précédente, les angles mes ($\widehat{BOA}$) = 2mes ($\widehat{BCA}$)

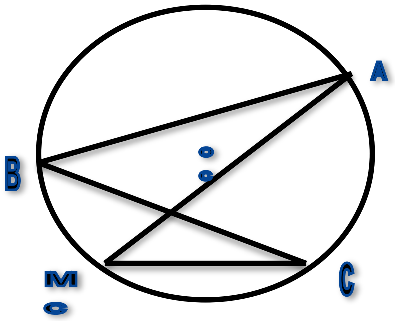
Propriété 2 : dans un cercle, si un angle inscrit et un angle a centre interceptent le même le même arc (grand arc), alors la relation entre l'angle au centre et l'angle inscrit est donnée par :



Mes ($\widehat{AOB}$) = 360°-2mes($\widehat{AMB}$)

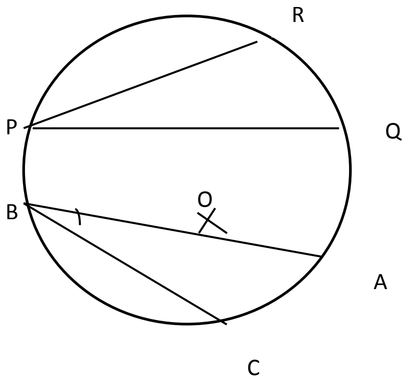
Propriété 4 : Dans un cercle , si deux angles inscrits interceptent le même arc, alors ils ont la même mesure.

Mes



mes($\widehat{CMA}$) = mes ($\widehat{ABC}$)

Propriété 4 : deux angles inscrits qui interceptent les arcs de même longueur ont la même mesure.



mes ($\widehat{QPR}$) = mes ($\widehat{CBA}$)

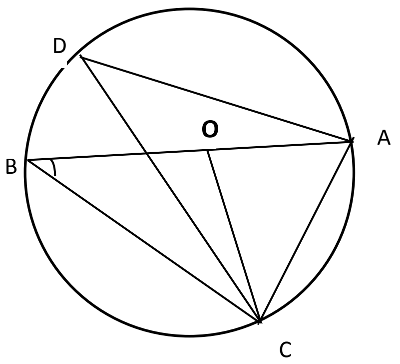
EXERCICES D'APPLICATION

1)soit ABC un triangle équilatéral et O son centre de gravité . Détermine la mesure de l'angle $\widehat{BOA}$.

2) soit PQR un triangle dont mes ($\widehat{PQR}$) = 45° et mes ($\widehat{PRQ}$) =80° ; soit I le centre du cercle circonscrit du triangle PQR . Détermine mes ($\widehat{QIR}$).

Devoir :

A-on considère la figure ci-dessous :



1- Donner la nature du triangle ABC
2- Recopier et compléter les tableaux ci-dessous

Angles	$\widehat{ABC}$	$\widehat{ADC}$	$\widehat{BAC}$	$\widehat{AOC}$	$\widehat{ACB}$
Mesure	30°				

3- Donner la nature du triangle AOC

B- quatre exercices du livre sur le chapitre.

Leçon 2 : Polygones réguliers **Durée : 50 min**

Objectifs pédagogiques : Reconnaissance des formes planes et transformations dans l'environnement physique.

Motivation : Utiliser les mathématiques en toute confiance pour résoudre des problèmes de la vie quotidienne. Communiquer et mener un raisonnement mathématique.

Pré-requis :

Trace un cercle (ج) de centre 0 et de rayon 2cm.

Place deux points A et B sur le cercle (ج) tel que mes ($\widehat{A0B}$)= 49°.

Place un point C sur le cercle (ج) tel que les arcs $\overset{\frown}{AB}$ et $\overset{\frown}{BC}$ ont la même longueur.

Situation problème :

Le patriote camerounais Ali veut réaliser le drapeau de son pays, mais il a un problème de réaliser l'étoile d'or au cœur du drapeau. Aide Ali à réaliser cette étoile.

Activité d'apprentissage :

Soit ABC un triangle équilatéral de côté 2cm.

1) Construire ce triangle et place un point D symétrie de A par rapport à l'axe (BC).
2) Construire les points E, F et G respectivement symétrie centrale par rapport à B des points A, C et D.
3) Montre que les points A, C, D, E, F et G appartiennent au cercle de centre B et de rayon 2cm.
4) Sur la figure ci-dessus, donne 9 figures géométriques ayant 3 côtés de même longueur et les angles aux sommets de même mesure ; une figure géométrique ayant 6 côtés de même longueur et les angles aux sommets de même mesure.

Résumé :

Définition : Polygone régulier

Un polygone régulier est un polygone qui a tous ses côtés de même longueur et tous ses angles de même mesure.

Propriété 1 : Si un polygone est régulier, alors il est inscriptible dans un cercle. Le centre du cercle est appelé **centre du polygone**.

Propriété 2 : Si un polygone est régulier, alors la mesure de chaque angle au centre interceptant un côté du polygone est égale à : $\frac{\mathbf{360°}}{\boldsymbol{n}}$ où n est le nombre de côté du polygone.

Exemple : Tableau récapitulatif

Nombre de côtés	Polygones régulier
3	Triangle équilatéral
4	Carré
5	Pentagone régulier
6	Hexagone régulier
7	Heptagone régulier
8	Octogone régulier
9	Ennéagone régulier
10	Décagone régulier

Exercice d'application :

1. a) Construire un Octogone régulier ABCDEFGH.
   b) En déduire un carré et 2 rectangles.

2. a) Construire un décagone régulier ABCDEFGHIJ.
   b) En déduire deux pentagones réguliers.
   c) En vous servant de la question a) réalisez une étoile.

Devoirs : Cinq exercices dans le livre sur le chapitre.

<u>MODULE 1</u> : RELATIONS ET OPERATIONS FONDAMENTALES DANS L' ENSEMBLE DES NOMBRES REELS.

<u>CHAPITRE 3</u> : NOMBRES REELS

<u>LECON 1</u> : RACINES CARREES (DUREE : 45 min)

Objectifs pédagogiques :

- **Déterminer la racine carrée ou une troncature ou un arrondi d'un réel positif à l'aide d'une calculatrice.**
- **Justifier qu'un réel positif est la racine carrée d'un nombre positif.**

Motivation

- **Déployer un raisonnement mathématique et résoudre des problèmes relatifs à des situations de vie.**
- **Communiquer des informations comportant des nombres.**

Pré-requis

1) **Déterminer la distance à zéro des nombres suivants : 7 et – 3, 24.**
2) **Donner la troncature et l'arrondi de 15,38731 aux millièmes prés.**

Situation problème

Belinga a une pièce de tissu de forme carrée qui a une surface de 24 cm². Quelle est la longueur d'un coté de cette pièce ?

Activité d'apprentissage

1) **Remplacer les pointillés par les nombres qui conviennent :**
   $5 \times 5 = 5^{\cdots\cdots} = \cdots$; $(-3) \times (-3) = (\ldots.)^2 = \cdots$
2) **Quels sont les nombres dont le carrée donne 4 ?**
3) **Effectuer les opérations suivantes en utilisant la calculatrice.**

$$(\sqrt{5})^2 = \cdots \; ; \; \sqrt{4} = \cdots \; ; \; \sqrt{-4} = \cdots \; ; \; \sqrt{3^2} = \cdots \; ; \; \sqrt{(-6)^2} = \cdots$$

Résumé

La racine carrée d'un nombre positif C est le nombre positif dont le carré est C. Ce nombre est noté $\sqrt{C}$ et se lit « racine carrée de C ». Le symbole $\sqrt{\ }$ est appelé « radical ».

Exp : $\sqrt{4} = 2\ car\ 2^2 = 4$.

Propriété : **pour tout nombre positif b on a :**

- $\left(\sqrt{b}\right)^2 = b$.
- $\sqrt{b^2} = \begin{cases} b\ si\ b \geq 0 \\ -b\ si\ b \leq 0 \end{cases}$

Exp : $\sqrt{3^2} = 3$; $\sqrt{(-5)^2} = 5$; $\left(\sqrt{7}\right)^2 = 7$.

RQ : *** La racine carrée d'un nombre négatif n'existe pas.**

- **La racine carrée d'un nombre est toujours positive.**

Exercice d'application

ABC est un triangle tel que : AB= 5cm et AC= 3cm.

1) **Calculer $AB^2\ et\ AC^2$.**
2) **Calculer la valeur exacte de BC sachant que $BC^2=AB^2+AC^2$.**
3) **Donner la troncature et l'arrondi de cette valeur à 10^{-3} prés.**
4) **Construire un segment de longueur $\sqrt{3}$ cm et l'autre $\sqrt{5}$ cm.**

LECON 2 : ENSEMBLE DES NOMBRES REELS R (40min)

Objectifs pédagogiques

- **Reconnaitre un nombre réel.**
- **Distinguer l'ensemble des nombres réels et ses sous ensembles.**

Motivation

- **Déployer un raisonnement mathématique et résoudre des problèmes relatifs à des situations de vie.**

- **Communiquer des informations comportant des nombres.**

Pré-requis

- **Compléter par appartient ou n'appartient pas.**
- $-4,6 \ldots . N$; $-654 \ldots . Z$; $4 \ldots . Z$; $\frac{-3}{4} \ldots . D$; $\frac{22}{7} \ldots . Q$

Situation problème

Paul en voulant calculer la longueur du coté d'un carrée de surface 11cm², découvre $\sqrt{11}$. Ayant entendu parler des nombres rationnels, il déclare que $\sqrt{11}$ n'est pas un nombre rationnel. A-t-il raison ?

Activité d'apprentissage

1) **Donner la valeur approchée de $\frac{2}{3}$ $à$ 10^{-6} $prés$.**
2) $\sqrt{3}$ **est un nombre décimal ? Pourquoi ?**

Résumé

Les ensembles de nombres que nous connaissons jusqu'à présent sont :

- **L'ensemble des nombres entiers naturels N qui désigne l'ensemble des nombres entiers naturels. Exp : 0 ; 1 ; 2 …………..**
- **L'ensemble des nombres entiers relatifs Z qui désigne l'ensemble des nombres entiers naturels et leur opposé. Par conséquent $N \in Z$ Exp : 3; 5 ; 7; −3; −5 ; −7 … …**
- **L'ensemble des nombres décimaux relatifs D qui contient des nombres ayant une partie entière et une partie décimal qui doit être limitée. Tout nombres entier relatif est aussi un nombre décimal par conséquent $Z \in D$. Exp : 2,5 ; 6,34 ………**
- **L'ensemble des nombres rationnels Q qui contient tous nombres pouvant s'écrire sous la forme $\frac{a}{b}$ ou $a \in Z$ et $b \in Z^*$. Ces nombres sont des fractions ou l'opposé des fractions simplifiables ou irréductibles. Exp : 0 ; 54 ; 5,54 ; $\frac{2}{5}$…**

Mais il existe des nombres qui ne sont pas rationnels tels que $\sqrt{3}$. Ces nombres sont appelés nombres irrationnels qui sont des nombres contenant des radicaux. L'ensemble des nombres réels noté R est la réunion des nombres rationnels et irrationnels.

NB : Toutes les racines carrées de nombres entiers naturels qui ne peuvent pas se simplifier sont des irrationnels ($\sqrt{2}$; $\sqrt{3}$ ...).

$\boldsymbol{N \in Z \in D \in Q \in R}$.

Exercice d'application

Compléter le tableau suivant par appartient ou n'appartient pas.

	N	Z	D	R	Q
15,45					
23,00					
-265					
64 ,23….					
$\sqrt{11}$					
$\frac{-8}{2}$					
$\frac{7}{3}$					

LECON 3 : OPERATIONS DANS R (DUREE : 2h)

Objectifs pédagogiques

- **Effectuer des calcules élémentaires sur les radicaux.**
- **Réduire l'écriture des expressions numériques comportant des radicaux.**
- **Ecrire des quotients sans radical au dénominateur.**
- **Calculer a^n ou a et n convenablement choisis sont respectivement un nombre réel et un nombre entier relatif.**
- **Réduire l'écriture des expressions numériques comportant des radicaux de la forme $\sqrt{a^{2n}}$ et/ou $\sqrt{a^{2n+1}}$.**

Motivation

- **Déployer un raisonnement mathématique et résoudre des problèmes relatifs à des situations de vie.**
- **Communiquer des informations comportant des nombres.**

Pré-requis

1) **Réduire les expressions suivantes :** $6a-2a$; $3x+5y-x+y$.
2) **Développer et réduire les expressions suivantes** $2x+(x-3y)$; $2x+2(5-6x)$
3) **Ecrire sous la forme** a^n : 8 ; $(2^3)^4$; $3^4\times 3^{-3}$.
4) **Ecrire sous la forme** $a\sqrt{b}$: $\sqrt{75}$ *et* $\sqrt{12}$.

Situation problème

L'élève NANA de la classe de 5e du collège Roger Mfupa vit les opérations suivantes sur le tableau dans une classe de 3e Esp :

$\sqrt{3}+5\sqrt{3}=\cdots$; $\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\cdots$; $\sqrt{3^4}=\cdots$; $\sqrt{2^5}=\cdots$; $3^4=\cdots$. **Stupéfait, il se demanda s'il est possible de les résoudres.Quels résultats peut-on attribuer à ces opérations ?**

Activité d'apprentissage

1) **Compléter les expressions suivantes par les nombres qui convient :**

- $2\sqrt{3}+3\sqrt{3}=(\ldots\ldots+\cdots\ldots)\sqrt{3}=\cdots.\sqrt{3}$.
- $-2\sqrt{5}+2\sqrt{5}=(\ldots\ldots+\cdots)\sqrt{5}=\cdots$..
- $\sqrt{7}\times\sqrt{2}=\sqrt{\ldots\ldots\times\ldots\ldots}=\sqrt{\ldots\ldots\ldots}$.
- $3\sqrt{5}\times 2\sqrt{3}=\cdots\times\ldots\ldots\sqrt{\ldots\ldots\times\ldots\ldots}=6\sqrt{\ldots\ldots}$.
- $(\sqrt{2})^3=(\ldots.)\times(\ldots\ldots)\times(\ldots\ldots)=\cdots\sqrt{2}$.
- $\sqrt{5^6}=\sqrt{(5^3)^2}=5^{\cdots\cdots}$.
- $\sqrt{7^{13}}=\sqrt{7^{2\times\ldots+1}}=\sqrt{(7^3)^2\times 7}=7^{\cdots\cdots}\sqrt{7}$

2) **Par quel nombre peut-on multiplier** $\sqrt{3}$ **pour qu'il n'y ait plus de radical ? Même question pour** $\sqrt{3}+1$ *et* $2-\sqrt{2}$.

3) Ecrire sans radical au dénominateur : $\frac{2}{\sqrt{3}}$; $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}+2}$; $\frac{3-\sqrt{3}}{2-\sqrt{2}}$.

4) Ecrire sous la forme $a\sqrt{b}$: $\sqrt{20}$ *et* $\sqrt{125}$.

Résumé

- **Règle de calcul avec les radicaux :**

Pour tous nombres a et b positifs :

- $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$.
- *Si b est différent de zéro,* $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.
- $\sqrt{a^2 \times b^1} = a\sqrt{b}$.

Exp : $\sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{16}} = \frac{3}{4}$; $\sqrt{2} \times \sqrt{18} = \sqrt{2 \times 18} = \sqrt{36} = 6$; $\sqrt{45} = \sqrt{9 \times 5} = \sqrt{3^2 \times 5^1} = 3\sqrt{5}$.

RQ : $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ **est différent de** $\sqrt{a+b}$, *de meme si* $a > b$, $\sqrt{a} - \sqrt{b}$ **est différent de** $\sqrt{a-b}$.

Exp : $\sqrt{4} + \sqrt{9} = 2 + 3 = 5$ *et* $\sqrt{4+9} = \sqrt{13}$.

- **Expression conjuguées :**

Il existe quelques techniques permettant d'écrire une fraction sans radical au dénominateur :

* $\frac{b}{\sqrt{a}} = \frac{b \times \sqrt{a}}{\sqrt{a} \times \sqrt{a}} = \frac{b\sqrt{a}}{a}$.

- $\frac{c}{b+\sqrt{a}} = \frac{c(b-\sqrt{a})}{(b+\sqrt{a})(b-\sqrt{a})} = \frac{cb-c\sqrt{a}}{b^2-\sqrt{a}^2} = \frac{cb-c\sqrt{a}}{b^2-a}$.

Exp : $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$; $\frac{3}{2+\sqrt{3}} = \frac{3(2-\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} = \frac{6-3\sqrt{3}}{2^2-\sqrt{3}^2} = \frac{6-3\sqrt{3}}{4-3} = \frac{6-3\sqrt{3}}{1}$.

Bon à savoir : $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6}$; $3 \times \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$; $3\sqrt{2} \times 2\sqrt{5} = 6\sqrt{10}$; $\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3$; $2\sqrt{3} \times 5\sqrt{3} = 10 \times 3 = 30$.

RQ : **L'expression conjuguée de (a+b) est (a-b) et celui de (a-b) est (a+b). Pour écrire une fraction sans radical au dénominateur, il suffit**

de multiplier le numérateur et le dénominateur de cette fraction par l'expression conjuguée de son dénominateur.

- **Puissances :**

a désigne un nombre réel non nul et n un entier naturel. La puissance de a exposant n est le nombre réel noté a^n et défini par : a^n= a$\times$ $a \times \dots \times a$ $(n\ fois)$.

Propriété : Soit à un réel positif et n un entier.

$\sqrt{a^{2n}} = a^n$; $\sqrt{a^{2n+1}} = a^n\sqrt{a}$.

Exp : $\sqrt{625} = \sqrt{5^{2\times2}} = 5^2 = 25$; $\sqrt{343} = \sqrt{7^{2+1}} = 7\sqrt{7}$.

Exercice d'application :

On donne : A=$\sqrt{63} + 2\sqrt{28} - 3\sqrt{7}$; $C = \sqrt{75} + \sqrt{48} + \sqrt{25}$; $D = (3\sqrt{2} + 5)(3\sqrt{2} + 5)$; $E = \frac{2+\sqrt{3}}{3-\sqrt{2}}$.

1) Ecrire A sous la forme $a\sqrt{b}$.
2) Ecrire C sous la forme $a + b\sqrt{d}$.
3) Calcule D et écrit E sans radical au dénominateur.

LECON 4 : COMPARAISON DES NOMBRES REELS (1H30)

Objectifs pédagogiques

- Comparer 2 nombres réels, 2 rationnels, 2 irrationnels, un rationnel et un irrationnel.
- Ranger des nombres réels.
- Encadrer un nombre réel par deux nombres décimaux de même ordre.
- Encadrer par deux nombres décimaux de même ordre : une somme, une différence, un produit et un quotient de deux réels.

Motivation

- Déployer un raisonnement mathématique et résoudre des problèmes relatifs à des situations de vie.
- Communiquer des informations comportant des nombres.

Pré-requis :

1) Comparer les nombres suivants : $3\ et -7; 1,576\ et\ 1,6$; $7\ et\ \frac{5}{4}$.
2) Encadrer les nombres suivants par deux nombres entiers consécutifs : 14 ; - 3,3 et $\frac{3}{2}$.

Situation problème

Nina possède une table rectangulaire de 2m de long et 1m de large qu'elle veut recouvrir entièrement par une natte. Au marché, une commerçante lui propose une nappe circulaire d'un rayon de 1m. Cette nappe sera-t-elle suffisante pour recouvrir toute la table ? (ne pas oublier que Nina n'a pas de calculatrice).

Activité d'apprentissage

1) En utilisant la calculatrice, comparer les nombres suivants : $\sqrt{3}\ et\ \sqrt{2}$; $2\ et\ \sqrt{3}$.
2) Donner un encadrement de $\sqrt{13}$ par deux nombres entiers consécutifs puis par deux nombres décimaux consécutifs n'ayant qu'un chiffre après la virgule.

Résumé

- Comparaison
  Règles :

R_1 : Pour comparer deux nombres réels a et b , on peut étudier le signe de leur différence.

- $Si\ a-b<0$, $alors\ a<b$.

- $Si\ a - b > 0\ , alors\ a > b$.
- $Si\ a - b = 0\ , alors\ a = b$.

Exp : $3 - 8 = -5 < 0\ donc\ 3 < 8$.

R_2 : Soient a et b deux réels positifs.

- $a^2 \leq b^2$ *implique que* $a \leq b$.
- $\sqrt{a} \leq \sqrt{b}$ *implique que* $a \leq b$.
- $a \leq b$ *implique que* $\frac{1}{a} \geq \frac{1}{b}$ $(a \neq 0\ et\ b \neq 0)$.

R_3 : Soient a et b deux réels négatifs.

- $a^2 \leq b^2$ *implique que* $a \geq b$.
- $a^2 \geq b^2$ *implique que* $a \leq b$.

R_4 : Soient a et b deux réels (a positif et b négatif).

- $a^2 \geq b^2$ *implique que* $a \geq -b$.
- $a^2 \leq b^2$ *implique que* $a \leq -b$.

Exp : Compare $4\ et\ 3\sqrt{2}$.

$$(3\sqrt{2})^2 = 9 \times 2 = 18\ et\ 4^2 = 16\ or\ 18 > 16\ donc\ 3\sqrt{2} > 4.$$

- **Encadrement :**

Encadrer un nombre signifie écrire ce nombre entre deux valeurs l'une inférieur à ce nombre et l'autre supérieur.

Exp : $1{,}41 < \sqrt{2} < 1{,}42$

Règles : Soit a, b et c trois nombres réels.

- $Si\ a \leq b\ , alors\ a + c \leq b + c$.
- $Si\ c > 0\ et\ a \leq b\ , alors\ a \times c \leq b \times c$.
- $Si\ c < 0\ et\ a \leq b\ , alors\ a \times c \geq b \times c$.
- $Si\ a\ et\ b\ sont\ deux\ nombres\ strictement\ positifs\ et\ a \leq b\ , alors\ \frac{1}{a} \geq \frac{1}{b}$.

RQ : Il est important que le nombre que l'on multiplie de chaque coté de l'égalité soit positif, dans le cas contraire on permute les bornes.

Exercice d'application

1) Comparer 4 et $2\sqrt{2}$ $puis$ en $deduis$ le $signe$ de $2\sqrt{2}-4$.
2) Calculer $(2\sqrt{2}-4)^2$.
3) Ecrire plus simplement $B=\sqrt{24-16\sqrt{2}}$.
4) En déduire un encadrement de B sachant que $11,41<\sqrt{2}<11,42$ puis donner l'amplitude de cet encadrement à 10^{-2} près.

LECON 5 : INTERVALLES DANS R (DUREE : 1H)

Objectifs pédagogiques

- Reconnaitre un intervalle.
- Déterminer la réunion et l'intersection de deux intervalles.

Motivation

- Déployer un raisonnement mathématique et résoudre des problèmes relatifs à des situations de vie.
- Communiquer des informations comportant des nombres.

Pré-requis

- Qu'est ce qu'un intervalle ? Donner un exemple.

Situation problème

Dans ce parc de loisirs, certaines attractions sont réservées à des enfants d'une taille bien précise :

1	2	3	4
Réservée aux enfants de moins de 1,40m.	Réservée aux enfants d'au moins 1,40 m.	Interdite aux enfants de 1,40 m et moins.	Interdite aux enfants de plus de 1,40 m.

Soit t la taille d'un enfant en mètres. Ecrire pour chaque attraction une inégalité traduisant le fait que l'enfant est autorisé à y participer.

Activité d'apprentissage

(D) est une droite munie du repère (O, I).

1) Tracer sur (D) l'ensemble des points dont les abscisses sont plus petites que -2 (en rouge).

2) Tracer sur (D) l'ensemble des points dont les abscisses sont plus grandes que -1 et plus petites ou égal à 3 (en bleu).

3) Traduit graphiquement cette phrase : x est compris entre $-2,5$ *et* 6.

Résumé

- **Intervalles :**

Un intervalle de R est une partie de R vérifiant une condition donnée. Les différents types d' intervalles de R sont répertoriés dans le tableau suivant dans lequel a et b sont des nombres réels tels que $\boldsymbol{aa < b}$.

Intervalles	Inégalités	Représentation graphique
$[\![a; b]\!]$ intervalle fermé	$a \leq x \leq b$	
$[a; b[$ ouvert en b et fermé en a	$a \leq x < b$	
$]a; b[$ ouvert en a et b	$a < x < b$	
] $\longleftarrow$; a] intervalle des réels inférieurs ou égaux à a	$x \leq a$	
] $\longleftarrow$; a [intervalle des réels inférieurs à a	$x < a$	

[a ; $\longrightarrow$ [intervalle des réels supérieurs ou égaux à a	$x \geq a$	
] a ; $\longrightarrow$ [intervalle des réels supérieurs à a	$x > a$	
$]a; b]$ ouvert en a et fermé en b	$a < x \leq b$	

NB : l'enseignant complètera les représentations graphiques du tableau avec les élèves.

RQ :

- L'amplitude d'un intervalle $[a; b[$ est $b - a$.
- Le centre d'un intervalle $[a; b[$ $est\ \frac{a+b}{2}$.
- **Réunion et intersection des intervalles dans R :**

Soit I et J deux intervalles de R.

- I ∪ J se lit : « I union J »
- I ∩ J se lit : « I inter J »
- I ∪ J désigne l'ensemble des nombres réels qui appartiennent à I ou à J.
- I ∩ J désigne l'ensemble des nombres réels qui appartiennent à I et à J.

Exercice d'application

1) Traduire à l'aide d'inégalités : $x \in]\longleftarrow; 3[$; $x \in]-4; 7]$.
2) Traduire à l'aide d'intervalles : $x > \frac{2}{3}$; $-4 \leq x \leq 3$; $x \geq -3$.
3) On donne les intervalles suivants : A=]$\longleftarrow$; 3] et B=[-3 ;$\longrightarrow$ [.
   Déterminer A ∪ B et A ∩ B.

Module15 : Configuration et transformations élémentaires du plan.

Chapitre 5: TRIANGLE RECTANGLE ET TRIGONOMETRIE

Leçon 1 : Propriété de Pythagore. Durée : 2periodes.

Compétences exigées :

- Calculer les distances dans un triangle rectangle à travers la propriété de Pythagore.
- Résoudre les problèmes de vies faisant appel aux propriétés de Pythagore

Motivation : Déployer un raisonnement mathématique pour résoudre des problèmes relatifs à des situations de vie faisant appel aux transformations.

Prérequis :

- Définir et reconnaitre un triangle rectangle

-Quel nom donne-t-on au côté le plus long dans un triangle rectangle ?

Situation Problème :

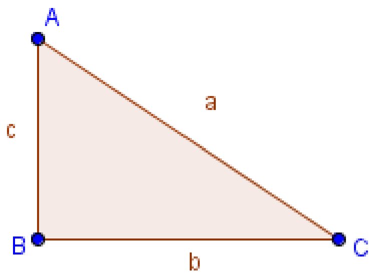
Mr Dongho veut construire un hangar de forme rectangulaire de 10 mètre de long et 7 mètre de large. Mais il ne dispose que des piquets, d'une machette, et d'un deca- mètre pour faire l'implantation. Aide-le à réaliser cette implantation.

Activité d'apprentissage

-Trace un triangle ABC rectangle en B de ton choix

- Détermine les distances AB, AC, et BC.

- Quel constat faites-vous ?



- Calculer $AB^2 + BC^2$ et AC^2.
- Comparer AC^2 et $AB^2 + BC^2$

Solution : suivre l'élève

Résumé :

1- Propriété de Pythagore :
Dans un triangle rectangle, le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, qui forment l'angle.
2- Réciproque de la propriété de Pythagore

Si dans un triangle le carré du côté le plus long est égal à la somme des carrés des 2 autres côtés, alors ce triangle est rectangle.

Activité d'apprentissage :

EFG est un triangle tel que : $EF = \sqrt{2}$; $FG = \sqrt{5}$;$EG = \sqrt{3}$.

Calculer $EF^2 + EG^2$ puis FG^2. Que constatez-vous ?

Correction de l'activité : Suivre l'élève.

Devoir à faire à la maison : 3 exercices du livre au programme.

Correction de la situation problème :

Supposons 2 points A et B distant de 10m, puis un point C tel que distance AC=7m. Avec un angle droit en A. (Faire un schéma à l'appui)

On a : $BC^2 = AB^2 + AC^2$

$BC = \sqrt{AC^2 + AB^2}$

$=\sqrt{7^2 + 10^2}$

$=\sqrt{149}$.

LECON 2 : TRIGONOMETRIE DANS UN TRIANGLE RECTANGLE. Durée : 2periodes:

Compétences exigées

- Déterminer les mesures et les positions,
- trouver à l'aide d'une calculatrice : le sinus, le cosinus, la tangente d'un angle aigu de mesure donnée.
- La mesure en degrés d'un angle aigu dont on connait le sinus, le cosinus ou la tangente.

Motivation : Déployer un raisonnement mathématique pour résoudre des problèmes relatifs à des situations de vie faisant appel aux transformations

Pré-requis :

- égalité des fractions : Détermination de la 4 eme proportionnalité.
- Faire des calculs dans un triangle rectangle.

I) SINUS ET COSINUS DANS UN TRIANGLE RECTANGLE

Situation problème : Pour faire une bonne photo d'un monument, Tamo (photographe amateur) se place à 30 mètre de celui-ci et le voit sous un angle de 50^0 ; les yeux de Tamo sont à 1,60 mètre du sol. Peut-on donner la hauteur de ce monument ?

Activité d'apprentissage :

- Trace un triangle ABC rectangle en B $\left(mes\ \widehat{BAC} = 60^0\right)$
- En déduire mes $\widehat{BCA}$
- déterminer à l'aide d'une règle graduée les longueurs $[AB], [BC]\ et\ [AC]$
- Calculer $\frac{BC}{AC}\ et\ \frac{AB}{AC}$
- A l'aide de votre calculatrice déterminer sin$60^0\ et\cos 60^0$, puis comparer $\frac{BC}{AC}$ et sin60^0, $\frac{AB}{AC}$ et $\cos 60^0$

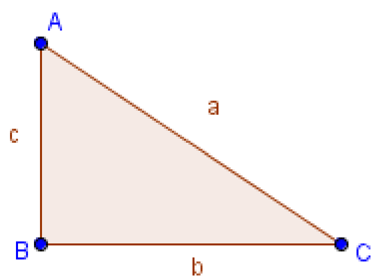
Complete :

- $sin\ \widehat{BAC} = \frac{longueur[....]}{longueur[....]}$
  $= \frac{cote\ [...]}{cote\ [...]}$
- Cos $\widehat{BAC} = \frac{longueur[....]}{longueur[....]}$
  $= \frac{cote\ [...]}{cote\ [...]}$

Solution : Suivre l'élève

Résumé :

ABC est un triangle rectangle en B comme suit :



- Le rapport
- Le rapport $\frac{BC}{AC}$ est appelé sinus de l'angle$\widehat{BAC}$. On note
  $0sin\ \widehat{BAC} = \frac{coté\ opposé}{hypothenuse} = \frac{BC}{AC}$
- Le rapport $\frac{AB}{AC}$ est appelé cosinus de l'angle$\widehat{BAC}$. On note
  $cosinus\ \widehat{BAC} = \frac{cote\ adjacent}{hypothenuse}$
  $= \frac{AB}{AC}$

Remarque :

1) L'hypoténuse est le plus grand coté dans un triangle rectangle.

2) Pour tout angle x, $on\ a$:
   0$\leq cosx \leq 1\ et\ \ 0 \leq sinx$
3) $sin^2x + cos^2x = 1$
4) La valeur de l'angle x se trouve entre : $0^0 \leq x \leq \ 90^0$ (angle aigu).
   <u>NB :</u>
   -Lorsqu'on demande de calculer le côté opposé on utilise le sinus et l'hypoténuse.
   - Lorsqu'on demande de calculer le côté adjacent on utilise le cosinus et l'hypoténuse.

ABC est un triangle rectangle en B. tel que AB=3cm, BC=4cm, et AC= 5cm. déterminer $sin\widehat{BCA}$ et $cos\ \widehat{BCA}$.

II) <u>TANGENTE</u>
<u>NB :</u> les schémas dans cette partie seront faits par les élèves qui seront envoyés au tableau.

<u>Problème :</u>

Un piquet est pose sur un mur de 3metre et fait un angle de 60^0 avec le plan horizontal.

Comment peut-on déterminer la distance de CB ?

<u>Remarque</u> : l'angle en mes $\widehat{B} = 60^0$

<u>Activité</u>

- Trace un triangle ABC rectangle en B tel que $\widehat{B\,AC} \ = 60^0$, BC= 5 cm.
- Déterminer AC puis AB.
- Calculer $\frac{BC}{AB}$
- A l'aide de la calculatrice, déterminer tan 60^0 .
- Compare tan 60^0 et $\frac{BC}{AB}$.

  <u>Solution</u> : suivre l'élève.

<u>Résumé :</u>

ABC est un triangle rectangle en B.

Le rapport $\frac{BC}{AB} = \frac{Cote\ oppose\ de\ \widehat{B\,AC}}{cote\ adjacent\ de\ \widehat{B\,AC}}$ est appelé la tangente de l'angle$\widehat{B\,AC}$. On note :

$$tan\widehat{B\,AC} \ = \frac{BC}{AB}, \quad \text{et } BC = \ tan\widehat{B\,AC} \ \times AB$$

<u>Remarque :</u> x est un angle aigu :

- Tan $x = \frac{Cote\ oppose}{Cote\ adjacent}$
- $sinx = \frac{Cote\ oppose}{Hypothenuse}$
- $\cos x = \frac{cote\ adjacent}{Hypothenuse}$
- Cote adjacent= Cos$x \times hypothenuse.$

- $Tanx = \frac{sin\,x}{cosx}$.

<u>Activité d'apprentissage :</u> exercices 3 du livre au programme

MODULE 1 : RELATIONS ET OPERATIONS FONDAMENTALES DANS L'ENSEMBLE DES NOMBRES REELS.

CHAPITRE : CALCUL LITTERAL

COMPETENCES ATTENDUES : Représenter, déterminer des quantités et identifier des objets par des nombres

LECON 1 : EXPRESSSION LITTERALE **Durée : 1 périodes**

Objectifs pédagogiques :

-Utiliser les expressions littérales pour résoudre certaines situations de la vie.

-Calculer la valeur numérique d'une expression littérale donnée

Motivation : - Déployer un raisonnement mathématique pour résoudre des problèmes relatifs à des situations de vie faisant appel au calcul littéral

- Communiquer des informations comportant des nombres.

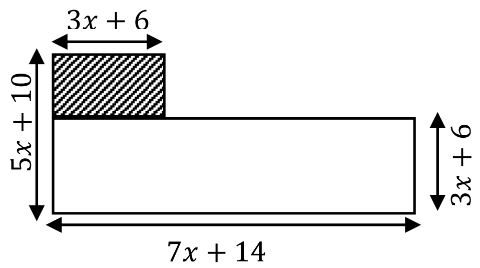
Prérequis :

1-Trouver les valeurs manquantes : 5+…..= 7 ; -2 +……..= -15 ; $a^2 \times a = \cdots ….$; $x + x = \cdots$

2-Développer les expressions suivantes : $2(x+1) =$; $\frac{2}{3}(5y-3) =$; et $(x+2)^2 =$

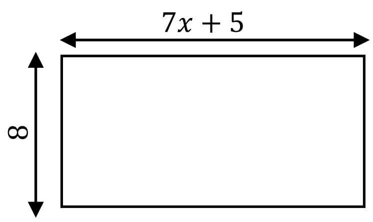
Situation problème :

M. TALLA, votre voisin est un homme d'affaire qui possède un terrain donc la forme est donnée par la figure ci-contre. Il désire cultiver la partie hachurée. Pour cela il veut connaitre la surface de cette partie à fin d'acheter les semences. Mais il a oublié ses formules mathématiques et il s'est rappelé que vous allez à l'école et il faire appel à vous pour l'aider à trouver l'aire de la partie hachurée en fonction de x.



Pour x = 10 que pourrait être la valeur de l'aire de cette partie.

Activité d'apprentissage :
La figure ci-contre est un rectangle.
1- Exprimer le périmètre P de cette figure en fonction de x.
2-Trouver la valeur de P pour x=2 ; x=5 ; x=10. Que constatez- vous ?
3-Quel nom peut-on donner à l'expression de P ?



RESUME :

1-Definition

Une expression littérale est une expression algébrique dans laquelle un ou plusieurs nombres sont remplacés par des lettres. Une expression de variable x peut être noté $p(x)$; $Q(x)$ …

Exemples : $P(x) = 2x$; $B(a) = a + 1.5$; $F(y) = y^2 - 3y + 2$; $S(r) = \pi r^2$…

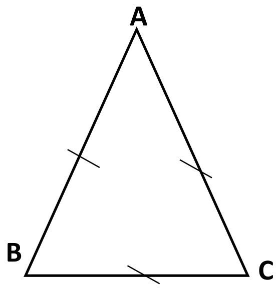
N.B : les lettres (x, y, a, r….) utilisées en mathématiques servent à designer des nombres dont on ne connait pas les valeurs.

2-Valeur d'une expression littérale

La valeur numérique d'une expression littérale est obtenue en remplaçant la variable (la lettre) par sa valeur numérique donnée.

Exemple : Calculer ; $Q(x) = 3 - 8x + 5x^2$ pour x = 3, x = -2 ; $x = \sqrt{2}$.

Exercice d'application



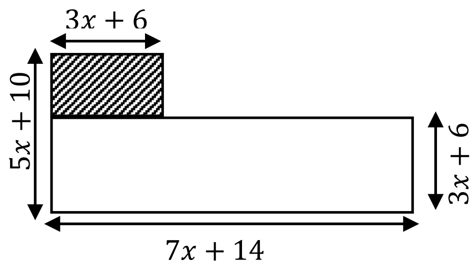
ABC est un triangle équilatéral de coté x.

1-Determiner le périmètre P(x) et l aire$A(x)$ en fonction de x.

2-Donne le degré de P(x) et $A(x)$.

3-Determiner la valeur numérique de P(x) et $A(x)$ pour $x = 2\ cm$

Résolution de la situation problème



M. TALLA, votre voisin est un homme d'affaire qui possède un terrain donc la forme est donnée par la figure ci-contre. Il désire cultiver la partie hachurée. Pour cela il veut connaitre la surface de cette partie à fin d'acheter les semences. Mais il a oublié ses formules mathématiques et il s'est rappelé que vous allez à l'école et il faire appel à vous pour l'aider à trouver l'aire de la partie hachurée en fonction de x.

Pour x = 10 que pourrait être la valeur de l'aire de cette partie.

Devoir de maison à corriger le :

LECON 2 : POLYNOMES ET LES OPERATIONS SUR LES POLYNOMES **Durée : 2 périodes**

Objectifs pédagogiques :

- ✓ Identifier un polynôme
- ✓ Développer et réduire une expression littérale
- ✓ Ranger un polynôme dans un ordre donné

Motivation : - Déployer un raisonnement mathématique pour résoudre des problèmes relatifs à des situations de vie faisant appel au calcul littéral

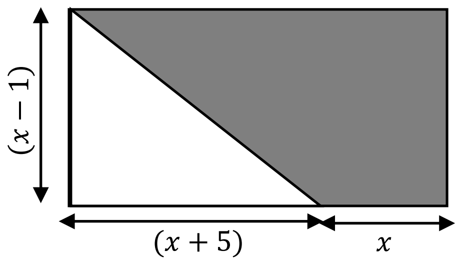
- Communiquer des informations comportant des nombres.

Prérequis :

1- Trouver les valeurs manquantes : 5+…..= 7 ; -2 +……..= -15 ; $a^2 \times a = \cdots$…. ; $x + x = \cdots$

2-Développer les expressions suivantes : $3(x+1) =$; $\frac{2}{3}(5y-3)(1+y) =$; et $(x+2)^2 =$

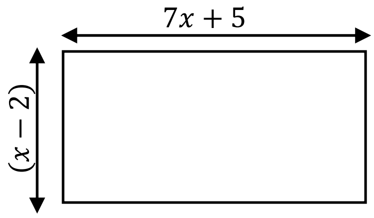
Situation problème



La figure ci-contre un terrain de forme rectangulaire. On désire connaitre la nature l'expression de l'aire de la partie grise.
La superficie de la partie grise est un polynôme de degré 3. Vrai ou faux ? justifie ta réponse.

Activité d'apprentissage :
1-Prend un nombre x, élève ce nombre au carré et multiplie le résultat par 3. L'expression obtenue est un monôme en x de degré 2.

2-On considère le rectangle ci-contre.



	Expressions développées	Nombre de monôme	Degré du monôme le plus haut
longueur	$7x+5$		
largeur	$x-2$		
périmètre			
Aire			

RESUME

1-monôme

Un monôme de la variable x est une expression littérale de la forme ax^n, où a est un nombre réel appelé coefficient ou constante ; x est appelée inconnue et n est un entier naturel appelé degré du monôme.

Exemple : $\frac{2}{3}x^2$ est un monôme de degré 2 et de coefficient : $\frac{2}{3}$

$-2x$ est un monôme de degré 1 et de coefficient -2

1 ; 2,5 ; $-\frac{2}{5}$;$\sqrt{3}$ sont tous des monômes de degré zéro(0) car $2{,}5x^0 = 2{,}5 \times 1 = 2{,}5$.

2-polynôme

Un polynôme de la variable x est une somme de monômes de la variable x. La variable peut être n'importe quelle lettre de l'alphabet. Le degré d'un polynôme est celui de son monôme de plus haut degré.

Exemples :

$P(x) = 5x^3 + 7x^2 - 4x + 1$, est un polynôme de la variable x et de degré 3. $F(x) = a^2 + 2a + 1$ est un polynôme de degré 2.

Exercice d'application

Donner le degré de chacun des polynômes suivants :

$A(a) = 10a^2 - 12a - 2$; $Q(x) = 3 - 8x + 5x^2 - 2x^4$; $P(x) = x + 3$

3-Developpement d'une expression littérale

3-1-Définition

Développer une expression littérale c'est transformer un produit (résultat d'une multiplication) en somme (résultat d'une addition).

3-2-Règle de suppression des parenthèses

En effet, développer une expression c'est « supprimer » les parenthèses pour expliciter un calcul. Quand on veut supprimer des parenthèses dans un calcul, on peut le faire si les parenthèses sont après le signe « + » ou « -».

- Quand on a un (+) devant, on supprime les parenthèses sans rien faire d'autres
- Quand on a un (-) devant, on supprime les parenthèses mais en changeant tous les signes des opérations qui se trouvent à l'intérieur en leur opposé.

Exemples :

$-(5x^2 - 7x + 3) = \ -5x^2 + 7x - 3$; $+(15 + 3x - 8x^2) = 15 + 3x - 8x^2$

3-3-Utilisation des égalités ou identités remarques

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$; $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$; $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$.

3-4-Regle de priorité

Dans le développement d'une expression littérale, l'ordre de priorité est le suivant :

-l'élévation à une puissance

- la multiplication ou division

-l'addition ou soustraction.

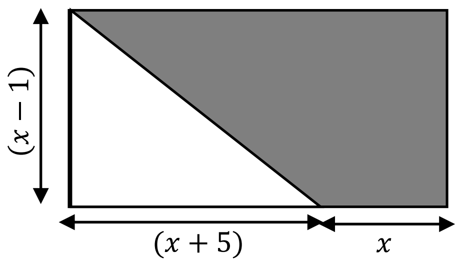
Exemple

Développer les expressions suivantes, puis réduire et ordonner les expressions suivantes les puissances décroissantes de x.

a) $(2x + 1)^2 - 3(x - 5) =$
b) $(3x + 5) + (x - 8)(x + 8) =$

Résolution de la Situation problème :

Situation problème



La figure ci-contre un terrain de forme rectangulaire. On désire connaitre la nature l'expression de l'aire de la partie grise.
La superficie de la partie grise est un polynôme de degré 3. Vrai ou faux ? justifie ta réponse.
Solution : l'aire de la partie grise est : $A = (x - 1)(2x + 5) - \frac{(x+5)(x-1)}{2}$
C'est un polynôme de degré 2

Devoir à domicile pour corriger le :

LECON 3 : LA FACTORISATION **Durée : 2 périodes**

Objectifs pédagogiques :

-Factoriser une expression littérale

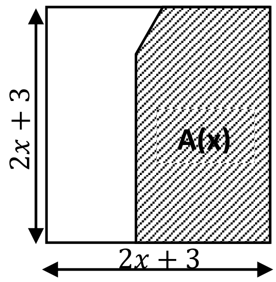
Motivation : - Déployer un raisonnement mathématique pour résoudre des problèmes relatifs à des situations de vie faisant appel à la notion de factorisation.

- Communiquer des informations comportant des nombres.

Pré-requis :

Factoriser les expressions suivantes : $2x + 4 =$; $x^2 + x =$;

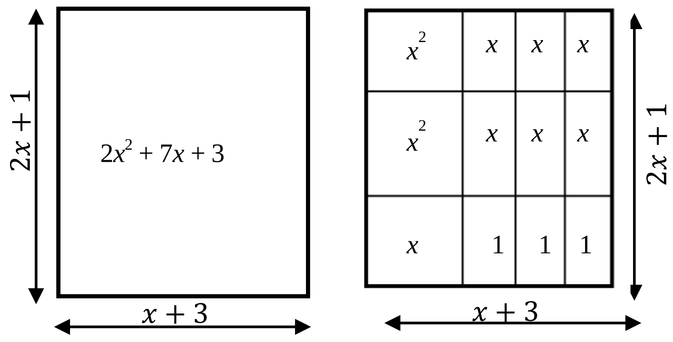
Situation problème



M. TALLA possède un terrain de forme carré et de coté $(2x + 3)$. L'aire de la partie non hachuré est $(4x + 7)(2x + 3)$. Il veut vendre la partie hachurée pour cela il décide de connaitre l'aire de cette partie. Il trouve que l'aire de la partie hachurée est :
$A_1(x) = 4x^2 + 12x + 9 - (4x + 7)(2x + 3)$. Mais l'acheteur arrive et trouve plutôt que :
$A_1(x) = -2(2x + 3)(x + 2)$ ou $A_1(x) = -4x^2 - 14x - 12$
Les deux ont-ils raison ?

Activité d'apprentissage :

Utiliser les deux figures ci-contre pour montrer que : $2x^2 + 7x + 3 = (2x + 1)(x + 3)$



RESUME :

1- Définition

Factoriser signifie : transformer une somme en produit.

2-Methodes de factorisation

2-1-Utilisation des identités remarquables

- $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$
- $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$
- $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

Exemple : factoriser les expressions suivantes :

$A = 81x^2 - 36$; $B = 9x^2 - 30x + 25$; $C = 25 + 10x + x^2$.

2-2-La mise en évidence

Cette méthode consiste à mettre en évidence le facteur commun aux différents termes de l'expression à factoriser. Cette méthode s'appuie sur la propriété de distributivité de la multiplication :

$k.a + k.b = k(a + b)$ et $k.a - k.b = k(a - b)$ ou k est le facteur commun.

Exemple : Factoriser l'expressions suivante :

A = $2x(x + 3) - (x + 3)^2$

2-3-Utilisation simultanée des deux méthodes précédentes

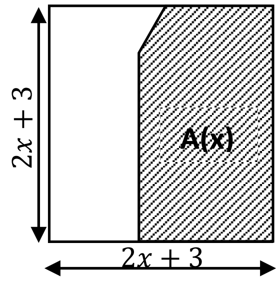
Dans certains cas de factorisation il peut arriver qu'on utiliser à la fois les égalités remarquables et la mises en évidence pour factoriser une expression.

Exemple : Factoriser l'expressions suivante

C=$4x^2 - 12x + 9 - (4x + 7)(2x - 3)$

D = $(3x^2 + 8)(-x + 4) + 9x^2 - 64$.

Résolution de la Situation problème



M. TALLA possède un terrain de forme carré et de coté $(2x + 3)$. L'aire de la partie non hachuré est $(4x + 7)(2x + 3)$. Il veut vendre la partie hachurée pour cela il décide de connaitre l'aire de cette partie. Il trouve que l'aire de la partie hachurée est :
$A_1(x) = 4x^2 + 12x + 9 - (4x + 7)(2x + 3)$. Mais l'acheteur arrive et trouve plutôt que $A_1(x) = -2(2x + 3)(x + 2)$.
Les deux ont-ils raison ?

Devoir à domicile à corriger le :

Leçon 4 : FRACTION RATIONNELLE **Durée : 2 périodes**

Objectif pédagogique :

-Reconnaitre une fraction rationnelle

-Simplifier une fraction rationnelle

Motivation : - Déployer un raisonnement mathématique pour résoudre des problèmes relatifs à des situations de vie faisant appel au calcul littéral.

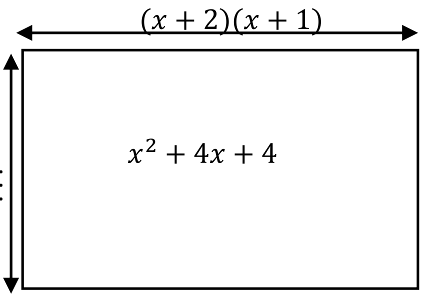
- Communiquer des informations comportant des nombres.

Pré-requis :

1-Factoriser l'expression suivante : $P(x) = 4x^2 - 12x + 9 - (4x + 7)(2x - 3)$

2-on considère que b et a sont différents de zéro. Simplifier les fractions ci-dessous : $\frac{a\times b\times a}{b\times a}$; $\frac{2x\times b}{b\times b}$.

Situation problème



M. Atangana possède un terrain de forme rectangulaire de superficie : $S(x) = x^2 + 4x + 4$ et de longueur $L(x) = (x + 2)(x + 1)$. Il veut déterminer la largeur de son terrain en fonction de x. Il se rapproche de son entrepreneur et celui-ci lui dit que la largeur de son terrain est : $l(x) = \frac{(x+2)}{(x+1)}$.
Aidez M Atangana à comprendre comment l'entrepreneur à procéder pour arriver au résultat.

Activité d'apprentissage :

1-Factoriser les expressions suivantes : $2x + 2 =$; $x^2 + x =$;

2-calculer la valeur de la fraction suivante : $f(x) = \frac{x^2+x}{2x+2}$ pour $x = 0, x = 1, x = -1$ et mètre le sresultat sous la forme d'une fraction iredutible.

3-pour x=-1, vérifier la valeur de la fraction obtenue avec la calculatrice. Que peut-on conclure ?

4-Metter la fraction $f(x)$, sous la forme d'une fraction irrésistible.

RESUME :

1- Définition

Une fraction rationnelle est le quotient de deux polynômes. Elle s'écrit sous la forme :$F(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$

2-Condition d'existence

La fraction rationnelle $F(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ existe si et seulement si son dénominateur est non nul. C'est-à-dire différent de zéro ($Q(x) \neq 0$). Cette condition est appelée condition d'existence de $F(x)$.

Exemple : la fraction $F(x) = \frac{x+2}{x-1}$ existe si et seulement si $x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$ donc $x \neq 1$, est la condition d'existence de F(x).

3-Simplification d'une fraction rationnelle.

Pour simplifier une fraction rationnelle on procède comme suit :

- On factorise le numérateur et le dénominateur si possible.
- On détermine la condition d'existence
- On simplifie les facteurs identiques au numérateur et au dénominateur. Et on déduit l'expression simplifiée de la fraction précédée de la condition d'existence.

Exercice d'application

On donne les fractions rationnelles suivantes : $F(x) = \frac{2(x+3)(x-1)}{x^2+6x+9}$

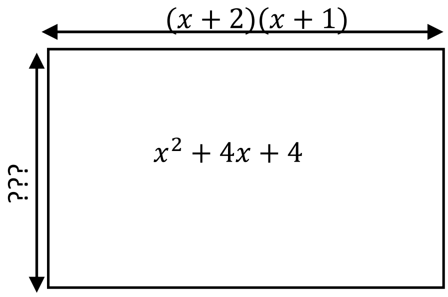
1-factorise l'expression :$x^2 + 6x + 9$

2-Detreminer la condition d'existence de F(x)

3-simplifier la fraction F(x)

Résolution de la Situation problème

Situation problème



M. Atangana possède un terrain de forme rectangulaire de superficie : $S(x) = x^2 + 4x + 4$ et de longueur $L(x) = (x+2)(x+1)$. Il veut déterminer la largeur de son terrain en fonction de x. Il se rapproche de son entrepreneur et celui-ci lui dit que la largeur de son terrain est : $l(x) = \frac{(x+2)}{(x+1)}$. Aidez M Atangana à comprendre comment l'entrepreneur à procéder pour arriver au résultat.

Solution : $\boldsymbol{l(x)} = \frac{x^2+4x+4}{(x+2)(x+1)} = \frac{\boldsymbol{(x+2)(x+2)}}{\boldsymbol{(x+2)(x+1)}}$

Pour $x \neq -2$ et $x \neq -1$, $l(x) = \frac{(x+2)}{(x+1)}$.

Devoir à domicile à corriger le :

Module 13: Relations et opérations dans l'ensemble des nombres réels

Chapitre : Équations et inéquations du premier degré dans IR

Leçon 1 : Équations du premier degré dans IR

Objectifs pédagogiques :

- Résoudre dans $\mathbb{R}$ une équation du type : $ax + b = cx + d$
- Résoudre les problèmes du premier degré
- Résoudre les équations du type $(ax + b)(cx + d) = 0$; ou les équations se ramenant à cette forme
- Résoudre les équations du type $x^2 = a$
- Déterminer la quatrième proportionnelle d'une suite de quatre réels

Motivation : De nombreux problèmes de vie sont souvent modélisés par les équations du 1er degré dans IR afin de permettre leurs résolutions.

Pré requis :

Résous dans IR les équations suivantes

a) $6x + 3 = 12$
b) $4x - 7 = 0$

Situation Problème :

Un jardin carré est tel que si l'on augmentait son côté de $5\ m$; son aire augmenterait de $155\ m^2$. Essaye de trouver le côté de ce jardin.

Activités d'apprentissage :

Résoudre les équations suivantes

a) $2x + 5 = 8x + 7,$
b) $2x + 5 = 0 \quad et \quad 8x + 7 = 0,$
c) $(2x + 5)(8x + 7) = 0,$ (sachant que $AXB = 0$ signifie que $A = 0\ ou\ B = 0$)
d) Développe $(x + 5)^2$; puis résous $(x + 5)^2 = x^2 + 155$
e) Cependant, peux-tu répondre avec exactitude à la situation problème ci-dessous ?

Retenons : *(Tous les exemples du retenons se doivent d'être totalement résolus avec explications détaillées par l'enseignant)*

R.1) Dans une équation, lorsqu'un terme change de membre, alors son signe change également :

$$x + a = b \quad \text{équivaut à} \quad x = b - a$$

Exemple : Résous $4x + 5 = 7$; $\quad -x - 3 = 10$

R.2) Pour deux réels donnés $\boldsymbol{a}$ **et** $\boldsymbol{b}$ avec $\boldsymbol{a \neq 0}$; l'équation $\boldsymbol{ax+b=0}$ a pour solution dans $\mathbb{R}$ $\boldsymbol{x=-\frac{b}{a}}$

Exemple : Résous $\boldsymbol{-x-3=0}$; $\boldsymbol{4x+5=0}$

R.3) Pour résoudre une équation du type $\boldsymbol{ax+b=cx+d}$:

- On regroupe d'abord les termes contenant l'inconnue dans un même membre de l'égalité et les autres termes sans inconnue dans l'autre membre en prenant soin de changer le signe des termes qui traversent l'égalité,
- On réduit ensuite l'équation obtenue, telle à obtenir une équation de la forme $\boldsymbol{Ax=B}$
- On donne la solution finale qui est x=B/A

Exemple : Résous $\boldsymbol{-x-4=4x+7}$; $\boldsymbol{6x-9=\frac{2}{3}x-6}$

R.4) Pour résoudre une équation de la forme $\boldsymbol{(ax+b)(cx+d)=0}$; toujours s'inspirer que

$\boldsymbol{FXG=0}$ ***signifie que*** $\boldsymbol{F=0}$ ***ou*** $\boldsymbol{G=0}$. Ainsi, en posant $\boldsymbol{F=(ax+b)}$ et $\boldsymbol{G=(cx+d)}$,on obtient

$\boldsymbol{(ax+b)=0}$ ***ou*** $\boldsymbol{(cx+d)=0}$. Ce qui nous ramène à **R.2)** ; à la différence qu'on obtient ici, deux solutions $\boldsymbol{x=-\frac{b}{a}}$ ***ou*** $\boldsymbol{x=-\frac{d}{c}}$

Exemple : Résous $\boldsymbol{(2x+1)(3x-4)=0}$; $\boldsymbol{16x^2=48}$; $\boldsymbol{y(3y-7)=0}$

Remarques :

- $\boldsymbol{a\times b\times c=0}$ ***équivaut*** à $\boldsymbol{a=0}$ ***ou*** $\boldsymbol{b=0}$ ***ou*** $\boldsymbol{c=0}$
- $\boldsymbol{(ax+b)(cx+d)=0}$ ***équivaut*** à $\boldsymbol{ax+b=0}$ ***ou*** $\boldsymbol{cx+d=0}$
- $\boldsymbol{x(ax+b)=0}$ ***équivaut*** à $\boldsymbol{x=0}$ ***ou*** $\boldsymbol{ax+b=0}$
- $\boldsymbol{xy=0}$ ***équivaut*** à $\boldsymbol{x=0}$ ***ou*** $\boldsymbol{y=0}$

R.5) Pour résoudre une équation contenant des fractions rationnelles, on pensera primordialement à la condition d'existence ; qui voudrait que le dénominateur d'une fraction (rationnelle) soit toujours différent de zéro. Nous procéderons par un exemple pour comprendre de quoi il est question.

Donnons la condition d'existence des fractions rationnelles suivantes : $\boldsymbol{f(x)=\frac{x^2+x}{x^2-1}}$; $\boldsymbol{g(x)=\frac{3x-6}{x^2-2x}}$

Ainsi pour simplifier ou calculer une valeur numérique d'une fraction rationnelle de variable (ou d'inconnue) $\boldsymbol{x}$, il faut s'assurer que son dénominateur soit différent de zéro

Exemple : Simplifie $\boldsymbol{H(x)=\frac{x^2-25}{(x-5)(x+2)}}$ et calcule $\boldsymbol{H(x)}$ ***pour*** $\boldsymbol{x=-2}$

R.6) Soient $\boldsymbol{a, b, c, et\ d}$ quatre réels non nuls, on a :

- $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ $\boldsymbol{équivaut}$ à $\boldsymbol{a \times d = b \times c}$,
- $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ $\boldsymbol{équivaut}$ à $\boldsymbol{a = \frac{b \times c}{d}}$,
- $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ $\boldsymbol{équivaut}$ à $\boldsymbol{b = \frac{a \times d}{c}}$,
- $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ $\boldsymbol{équivaut}$ à $\boldsymbol{c = \frac{a \times d}{b}}$,
- $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ $\boldsymbol{équivaut}$ à $\boldsymbol{d = \frac{b \times c}{a}}$,

Exemple : Calcule $\boldsymbol{x}$, dans les cas suivants : $\boldsymbol{i)}$ $\frac{4}{x} = \frac{1}{2}$; $\boldsymbol{ii)}$ $\frac{x}{4} = \frac{5}{3}$

Exercices d'apprentissage : (4 exercices choisis à la sagesse de l'enseignant)

Exercices d'intégration : (2 Exercices problèmes de compétence, sous la sagesse de l'enseignant)

Leçon 2 : Inéquations du premier degré dans IR

Objectifs pédagogiques

- Résoudre une équation du 1er degré à une inconnue dans ℝ et donner l'ensemble solution sous la forme d'intervalles,
- Traduire en inéquation un problème de la vie se ramenant à une inéquation de 1er degré dans ℝ, le résoudre puis interpréter le résultat,

Motivations : Plusieurs problèmes de la vie sont souvent issues des inégalités mal interprétées. Savoir les représenter mathématiquement et les résoudre est un avantage.

Pré requis : Résoudre les inéquations suivantes : $\boldsymbol{4x + 7 < 0 \quad et \quad -2x - 6 > 8}$

Situation problème :

L'unité de longueur est le m. Une pièce rectangulaire a pour largeur a et pour longueur b, telles que :

$$\boldsymbol{2,5 < a < 3,5 \quad et \quad 4,6 < b < 4,7}$$

a) Quels sont le plus grand et le plus petit périmètres d'un tapis pouvant couvrir le sol de cette pièce,
b) Même question pour l'aire de ce tapis

Activités d'apprentissage :

a) Montre que $\boldsymbol{2 < 5x < 7}$ $\boldsymbol{équivaut}$ à $\boldsymbol{4 < 10x < 14}$
b) Montre que si, $\boldsymbol{4 < x < 7 \quad et \quad 3 < y < 5}$; $\boldsymbol{alors\ 14 < (x + y) \times 2 < 24 \quad et\ aussi\ 12 < xy < 35}$
c) Cependant, peux-tu exactement répondre aux questions de la situation problème ci haut ?

Retenons :

R1) Vocabulaires et significations

- Les symboles $<$ *et* $>$ sont désormais appelés : symboles des **inégalités strictes**. Le premier signifie ''strictement plus petit'', et le second ''strictement plus grand''
- Les symboles $\leq$ *et* $\geq$ sont désormais appelés : symboles des **inégalités larges**. Le premier signifie ''plus petit ou égale'', le second ''plus grand ou égale''
- Pour tous nombres réels a et b,
  - $\boldsymbol{a \leq b}$ ***se lit*** « ***a inférieur ou égale*** à ***b*** »
  - $\boldsymbol{a \geq b}$ ***se lit*** « ***a supérieur ou égale*** à ***b*** »
  - $\boldsymbol{a < b}$ ***se lit*** « ***a strictement inférieur*** à ***b*** »
  - $\boldsymbol{a > b}$ ***se lit*** « ***a strictement supérieur*** à ***b*** »

- **Un intervalle de ℝ** : est un sous-ensemble de ℝ, qu'on peut représenter sur une droite graduée par une partie (ou portion) que l'on peut parcourir sans interruption d'un bout à l'autre. Exemples :

  - $[\boldsymbol{a}\,;\,\boldsymbol{b}]$ se lit intervalle fermé en $\boldsymbol{a}$ et fermé en $\boldsymbol{b}$. Si $\boldsymbol{x} \in [\boldsymbol{a}\,;\boldsymbol{b}]$, $\boldsymbol{alors\ a \leq x \leq b}$. $x \in [2\,;8]$ équivaut à $2 \leq x \leq 8$ **(représentation graphique ici)**

  - $[\boldsymbol{a}\,;\boldsymbol{b}[$ se lit intervalle fermé en $\boldsymbol{a}$ et ouvert en b. Si $\boldsymbol{x} \in [\boldsymbol{a}\,;\boldsymbol{b}[$, $\boldsymbol{alors\ a \leq x < b}$. $\boldsymbol{x} \in [\boldsymbol{-3}\,;\ \boldsymbol{0}[$ équivaut à $-3 \leq x < 0$ **(représentation graphique ici)**

  - $]\boldsymbol{a}\,;\boldsymbol{b}]$ se lit intervalle ouvert en **a** et fermé en **b**. Si $\boldsymbol{x} \in]\boldsymbol{a}\,;\boldsymbol{b}]$, alors $\boldsymbol{a < x \leq b}$. $\boldsymbol{x} \in]-\boldsymbol{2,5}\,;\boldsymbol{17}]$ équivaut à $\boldsymbol{-2,5 < x \leq 17}$ **(représentation graphique ici)**

  - $]\boldsymbol{a}\,;\boldsymbol{b}[$ se lit intervalle ouvert en a et ouvert en b. Si $\boldsymbol{x} \in]\boldsymbol{a}\,;\boldsymbol{b}[$, alors $\boldsymbol{a < x < b}$. $\boldsymbol{x} \in]-\boldsymbol{3}\,;\ \boldsymbol{0}[$ équivaut à $\boldsymbol{-3 < x < 0}$ **(représentation graphique ici)**

  - $[\boldsymbol{a}\,;\ \rightarrow[$ se lit intervalle fermé en $\boldsymbol{a}$ et jusqu' à **plus l'infini**. Si $\boldsymbol{x} \in [\boldsymbol{a}\,;\ \rightarrow[$, alors $\boldsymbol{a \leq x}$. $\boldsymbol{x} \in [\boldsymbol{7,4}\,;\ \rightarrow[$ équivaut à $\boldsymbol{7,4 \leq x}$ **(représentation graphique ici)**

  - $]\leftarrow;\boldsymbol{b}[$ se lit intervalle de **moins l'infini** et ouvert en $\boldsymbol{b}$. Si $\boldsymbol{x} \in]\leftarrow;\boldsymbol{b}[$, alors $\boldsymbol{x < b}$. $\boldsymbol{x} \in]\leftarrow;\ \boldsymbol{-4}[$ équivaut à $\boldsymbol{x < -4}$ **(représentation graphique ici)**

  - Les intervalles $[\boldsymbol{a}\,;\ \boldsymbol{b}]$; $[\boldsymbol{a}\,;\boldsymbol{b}[$; $]\boldsymbol{a}\,;\boldsymbol{b}]$; $]\boldsymbol{a}\,;\boldsymbol{b}[$ sont tous des intervalles bornés, car leurs bornes à gauche ou à droite sont des nombres finis, différent de l'infini

Remarques : lorsque $a \leq x \leq b, ou \ a < x < b, ou \ a < x \leq b, ou \ a \leq x < b$, on dit que x est **encadré** par $a \ et \ b$

Exemples :

a) Résous les inéquations suivantes, en écrivant les résultats sous la forme d'intervalles
$-5x < -3$; $\frac{4}{5}x \geq \frac{11}{8}$

b) $a \ et \ b$ sont les dimensions d'un champ rectangulaire. Sachant que $a = 5m$ et que l'aire de ce champ est comprise entre $41,5 \ m^2 \ et \ 42,5 \ m^2$, encadre b puis le périmètre de ce champ

R2) Lorsqu'on ajoute ou retranche un même nombre réel aux deux membres d'une inégalité, on obtient une nouvelle inégalité de même sens que la première :

$$x < 8 \ \text{équivaut à} \ x + 4 < 8 + 4 \quad ; \quad x \geq 5 \ \text{équivaut à} \ x - 1 \geq 5 - 1$$

R3) Lorsqu'on multiplie ou divise les deux membres d'une inégalité par un nombre réel positif non nul, on obtient une nouvelle inégalité de même sens que la première :

$$-2 \geq 6x \ \text{équivaut à} \ (5) \times (-2) \geq (5) \times 6x \quad ; \quad 7x > 3,5 \ \text{équivaut à} \ \frac{7x}{4} > \frac{3,5}{4}$$

R4) Lorsqu'on multiplie ou divise les deux membres d'une inégalité par un nombre réel négatif non nul, on obtient une nouvelle inégalité de sens contraire à celui de la première :

- $x < -7$ équivaut à $(-2) \times x > (-2) \times (-7)$

  équivaut à $-2x > 14$

- $-4x \geq 10$ équivaut à $\frac{-4x}{-3} \leq \frac{10}{-3}$

  équivaut à $\frac{4}{3}x \leq -\frac{10}{3}$

Exercices d'application : (4 exercices du livre au programme, choisis expressément par l'enseignant)

Exercices d'intégration : (2 problèmes de compétence du livre au programme, choisis expressément par l'enseignant)

Module 13: **CONFIGURATIONS ET TRANSFORMATIONS ÉLÉMENTAIRES DU PLAN**
Chapitre 9: **MULTIPLICATION D'UN VECTEUR PAR UN REEL.**

Leçon 1: MULTIPLICATION D'UN VECTEUR PAR UN REEL
Date : ……………………………………………………………… Durée: ……………. périodes
Objectif pédagogique:

- ✓ Construire le vecteur $k\vec{\imath}$ connaissant $\vec{\imath}$ et k.
- ✓ Utiliser une égalité vectorielle pour justifier le parallélisme de deux droites et l'alignement de trois points

Motivation : De nombreuses situations dans la vie de tous les jours font intervenir les vecteurs, par exemple en aviation, en physique, ce cours nous donnera les outils nécessaires pour comprendre ces notions.

Contrôle de pré requis

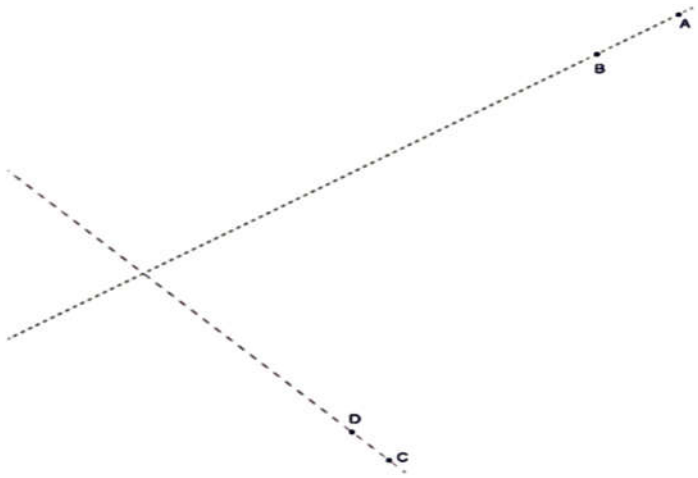
Vérifier la notion des vecteurs vue en 4e (définition ; égalité de vecteurs ; opposé d'un vecteur ; relation de Chasles ; sommes de vecteurs etc…)

Situation problème :

Voici une copie de l'écran radar d'un poste maritime de limbe nous présentant deux bateaux dans la Mer, un voilier venant de limbe et un porte-conteneurs s'y dirigeant.

La position A du porte-conteneur et la position C du voilier à l'instant initial et La position B du porte-conteneur et la position D du voilier cinq minutes plus tard.

Les deux bateaux vont-ils entrer en collision ?



Activité d'apprentissage :

Soit ABC trois points non alignés.

1- Construire le point D tel que $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.
2- Construire le point E et F tel que $\overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DF} = -\overrightarrow{DC}$.

Résumé :

A- Rappel sur les vecteurs

1- Définition et exemple

a) Définition : Un vecteur est un segment de droite orienté ayant une origine et une extrémité et caractérisé par une direction, un sens et une longueur.

Si A et B sont deux points du plan, le vecteur AB noté $\overrightarrow{AB}$ a pour origine le point A, pour extremité le point B et est caracterisé par :

- Direction : celle de la droite (AB).
- Sens : de A vers B.
- Longueur : la longueur du segment $[AB]$.

b) Vecteurs particuliers

Le vecteur nul est un vecteur qui a une longueur nulle, on le note $\vec{0}$. Ce vecteur n'a ni direction, ni sens. Pour tout point A, le vecteur $\overrightarrow{AA} = \vec{0}$

Deux vecteurs sont égaux s'ils ont la même direction, le même sens, et la même longueur.

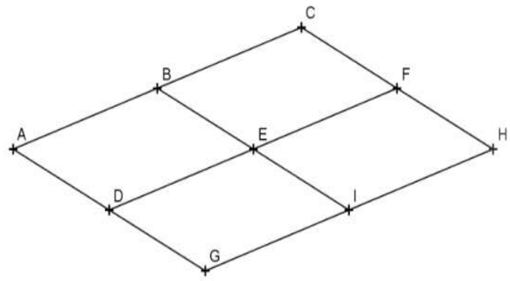
Deux vecteurs sont opposés s'ils ont la même direction, même longueur, mais de sens différents ; le vecteur $\overrightarrow{BA}$ est l'opposé du vecteur $\overrightarrow{AB}$, on le note encore $-\overrightarrow{AB}$.

c) <u>Exemple:</u>

Dans la figure ci-contre ABED, BCFE,DEJG et EFHI sont des parallélogrammes superposables.

a) Citer deux vecteurs égaux à $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AD}$;$\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AG}$.

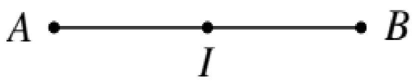
b) Citer deux vecteurs opposés à $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AD}$;$\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AG}$.



2- Propriétés :

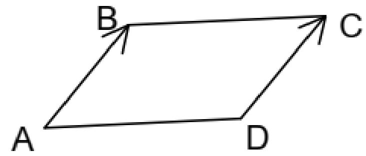
P1) Vecteurs et milieu d'un segment

Considérons trois points A, I et B. Si I est le milieu du segment [AB], alors $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$; réciproquement si $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$ alors I est le milieu du segment [AB].



P2) Vecteurs et parallélogramme

Considérons les points A, B, C et D. Si ABCD est un parallélogramme, alors $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$; réciproquement, si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ alors le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.



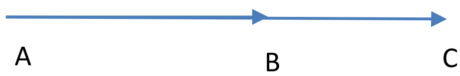
3- Somme de deux vecteurs.

a) <u>Propriété</u> : Relation de Chasles

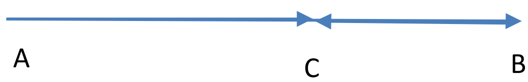
A, B et C sont trois points quelconques, la somme des vecteurs $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.

b) Somme de deux vecteurs: la somme des vecteurs $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$;

1er cas : $\overrightarrow{AB}$ *et* $\overrightarrow{BC}$ ont même direction et même sens

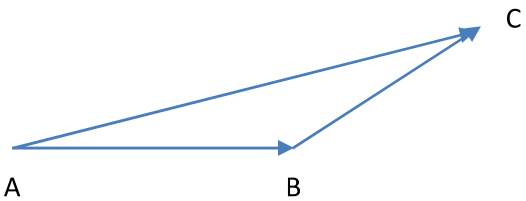


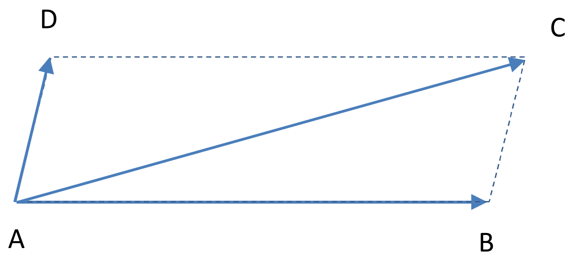
2e cas : $\overrightarrow{AB}$ *et* $\overrightarrow{BC}$ ont même direction et de sens contraire



3e cas : $\overrightarrow{AB}$ *et* $\overrightarrow{BC}$ ont des directions différentes

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$





c) <u>Exemple</u>

Compléter les égalités suivante :

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{\dots B}$; $\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{F\dots} + \overrightarrow{U\dots}$; $\overrightarrow{OU} + \overrightarrow{RS} + \overrightarrow{UR} = \overrightarrow{\dots}$

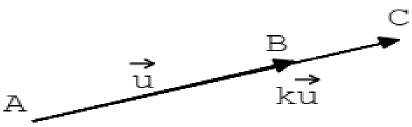
B- Multiplication d'un vecteur par un réel.

1- Multiplication d'un vecteur par un réel

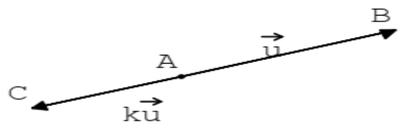
a) Définition : Pour tout réel k et pour tout vecteur $\vec{u}$ non nul, le vecteur $k\vec{u}$ est tel que :

- $k\vec{u}$ et $\vec{u}$ sont de même direction.
- $k\vec{u}$ et $\vec{u}$ sont de même sens si $k > 0$ et de sens contraire si $k < 0$.
- $k\vec{u}$ a pour longueur $|k|\vec{u}$

$\boldsymbol{k > 0}$



$\boldsymbol{k < 0}$



b) Propriétés :

- $k\vec{u} = \vec{0}$ équivaut à $k = 0$ ou $\vec{u} = \vec{0}$
- Pour tous réels k, k' et tous vecteurs $\vec{u}$ *et* $\vec{v}$

$k(\vec{u} + \vec{v}) = k\vec{u} + k\vec{v}$; $k(k'\vec{u}) = (kk')\vec{u}$; $(k + k')\vec{u} = k\vec{u} + k'\vec{u}$; $1.\vec{u} = \vec{u}$

c) Exemples :

2- Colinéarité de deux vecteurs

a) Définition : Deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires ou de même direction, s'il existe un nombre réel k tel que $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{CD}$ ou $\overrightarrow{CD} = k\overrightarrow{AB}$.

b) Propriétés :

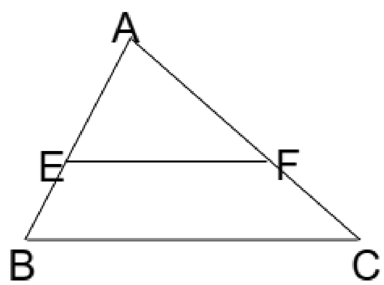
- Trois points A, B et C sont alignés si et seulement si qu'il existe un nombre réel k non nul tel que $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$
- Dire que les droites (AB) et (CD) sont parallèles équivaut à dire qu'il existe un

  nombre réel k non nul tel que $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{CD}$
- Un point I est milieu d'un segment $[AB]$ si et seulement si, $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{BI} = \vec{0}$ ou $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

c) Exemple

Exercice:

On considère un triangle ABC, ainsi que les points E et F définis par $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AF} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AC}$.



a) En utilisant Chasles calcule $\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AF}$

b) Démontre que les droites (BC) et (EF) sont parallèles

Devoirs : Exercices

MODULE 15 : CONFIGURATIONS ET TRANSFORMATIONS ELEMENTAIRES DU PLAN

CHAPITRE 10 : COORDONNEES D'UN VECTEUR

LECON 1 : COORDONNEES D'UN VECTEUR

MOTIVATION : La notion de coordonnées d'un vecteur intervient dans la navigation aérienne et maritime et beaucoup dans l'application de la physique mécanique (force, quantité de mouvement, vitesse, accélération…)

1-) OBJECTIFS PEDAGOGIQUES :

- **Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ connaissant les coordonnées des points A et B**
- **Calculer les coordonnées d'un des points A, B connaissant les coordonnées de l'autre point et celle du vecteur $\overrightarrow{AB}$**
- **Déterminer les coordonnées du vecteur somme de deux vecteurs, du vecteur $k\vec{u}$**

2-)PREREQUIS : Le plan est muni d'un repère (O, I, I)

1- Quel est le couple coordonné des points M et N tels que $\overrightarrow{OM} = -2\overrightarrow{OI} + 3\overrightarrow{OJ}$, $\overrightarrow{ON} = 3\overrightarrow{OI} - \overrightarrow{OJ}$

2- Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) on donne les points $A(2\,;-2)$ $B(-2\,;3)$

a-) Construire le repère orthonormé (O, I, J)

b-) Déterminer les coordonnées des points O, I et J

c-) Placer les points A et B dans ce repère.

d-) Trace une droite (D) et construis un point An'appartenant pas (D).Quelle est la distance de A à la droite (D) ?

3-) SITUATION PROBLEME

Quadrillage du GPS du téléphone de Bouba à partir d'un point hors de sa mison

Le GPS (système de positionnement par satellites) du téléphone de Babou indique que sa maison est située à 5 km de son nouveau Lycée ne pouvant pas voler comme un oiseau il est obligé de contourner par le marché.

On rappelle ici que l'unité de longueur est le kilomètre.

Le quadrillage ci-contre représente l'image du GPS du téléphone de Babou à partir d'un point hors de sa maison.

Quelle distance Babou pourra-t-il parcourir de sa maison pour atteindre le point de contournement (Marché) ? Ensuite la distance marché-Lycée ?

NB : faire Photocopier le quadrillage aux élèves une semaine avant la leçon.

4-)ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

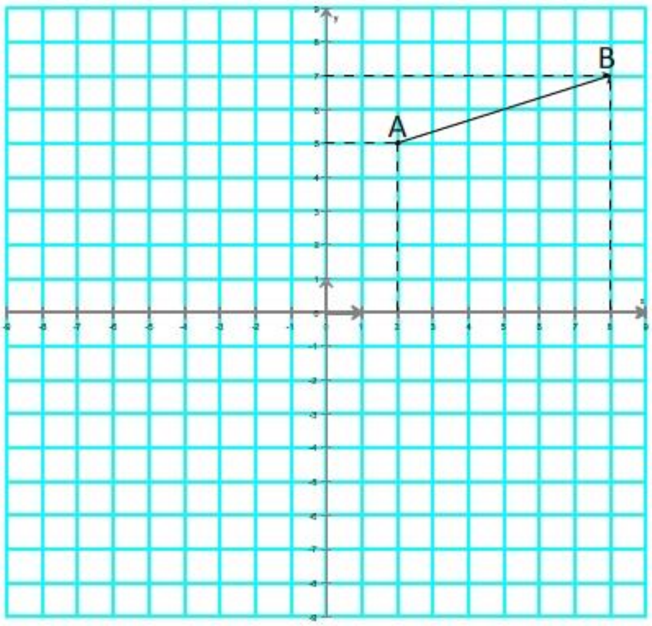
ACTIVITE 1

1-) Le quadrillage ci-dessous représente un repère $(O; I; J)$

a-) Construire une droite verticale (D) passant par le point B .Quelle est la distance du point A à la droite (D) ?

b-) -) Construire une droite horizontale (D') passant par le point A. Quelle est la distance du point B à la droite (D')

c-) Compléter la phrase suivante : Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est parfaitement déterminé par les nombres … et … Ces deux nombres (dans cet ordre) sont les …….du vecteur $\overrightarrow{AB}$. On écrit $\overrightarrow{AB}(\dots\ ,\dots)$



2-) Le plan est muni d'un repère orthonormé(O, I, J), placer les points $A(1\,;2)$ $B(5\,;3)$ $C(-2\,;-1)$

a) Lire les coordonnées du vecteur$\overrightarrow{AB}$.

b-) Avec les données ci-dessus Calculer $x_B - x_A$ et $y_B - y_A$. Quelle remarque peut-on faire (x_A *et* x_B sont respectivement les abscisses des points A *et* B ; y_A *et* y_B sont resp. les ordonnées des points$A$ *et* B)

c)Placer le point D tel que$\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}$. Recopier et compléter avec deux nombres : $x_D = x_C + \cdots$

Et $y_D = y_C + \cdots$ En déduire que le vecteur $\overrightarrow{CD}$ a pour coordonnées $(x_D - x_C;\ y_D - y_c)$ et que le point Da pour coordonnés $(x_C + x_{AB};\ y_c + y_{AB})$

Conclusion sur les questions a et b : ***Nous admettrons que les coordonnées d'un vecteur sont égales à :***

- ***Abscisse de" l'extrémité » moins abscisse de « l'origine » (première coordonnée)***
- ***Ordonnée de « l'extrémité » moins ordonnée de « l'origine »(seconde coordonnée)***

Tirer également une conclusion sur la question c par rapport aux coordonnées du point D

ACTIVITE 2

1- Le plan est muni d'un repère orthonormé(O, I, J). On donne un point $A(-2; 1)$.

a-) Construire le point B tel qu'on ait $\overrightarrow{AB}(3; 2)$Indicatifs : On sait que $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{OI} + 2\overrightarrow{OJ}$ marque un point C tel que :$\overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{OI}$ un point B tel que $\overrightarrow{CB} = 2\overrightarrow{OJ}$

b-) Complète l'égalité vectorielle par le point qui convient $\overrightarrow{...B} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{...B}$

2- Le plan est muni du repère (O, I, J). On donne $\overrightarrow{AB}(2; -5)$ $\overrightarrow{CD}(3; -1)$ $\overrightarrow{EF}(1; 4)$. Quel est le couple de coordonnées de chacun des vecteurs somme : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$; $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{EF}$.

3- Le plan est muni du repère (O, I, J). On donne les vecteurs $\overrightarrow{OM} = 3\overrightarrow{OI} + 6\overrightarrow{OJ}$, $\overrightarrow{ON} = \overrightarrow{OI} + 2\overrightarrow{OJ}$

a-) Factoriser $3\overrightarrow{OI} + 6\overrightarrow{OJ}$ et compléter les égalités suivantes par le nombre qui convient $\overrightarrow{OM} = \cdots \overrightarrow{ON}$; $\overrightarrow{ON} = \cdots \overrightarrow{OM}$

b-) Quel est le couple de coordonnées du vecteur tel que $\overrightarrow{OK} = -2\overrightarrow{ON}$?

5-) RESUME

a-) COORDONNEES D'UN VECTEUR CONNAISSANT LES COORDONNEES DE DEUX POINTS A ET B

Dans le plan muni d'un repère, soit deux points A et B de coordonnées $(x_A;\ y_A)$ et $(x_B; y_B)$. Alors, le vecteur $\overrightarrow{AB}$

A pour coordonnées : $x_B - x_A;\ \ y_B - y_A)$

Exemple soit les points $M(-5; 1)$ et $N(-2; 3)$ $\overrightarrow{MN}(\dots; \dots)$ on contrôle aussi graphiquement

b-) Le plan est muni d'un repère (O, I, J) $A, B, A'et\ B'$ sont des points du plan.

Si $\overrightarrow{AB}\binom{x}{y}$ $et\ \overrightarrow{A'B'}\binom{x\prime}{y\prime}$, alors $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A'B'})\binom{x+x\prime}{y+y\prime}$

Exemple : calculer la somme des vecteurs $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{CD}$ $\overrightarrow{EF}\binom{3}{-2}$ $\overrightarrow{CD}\binom{-3}{2}$

c-) COORDONNEES DU PRODUIT D'UN VECTUER PAR UN NOMBRE

Le plan est muni d'un repère (O, I, J). A et B sont des points du plan, k est un nombre réel.

Si $\overrightarrow{AB}(x; y)$ alors $k\overrightarrow{AB}(kx; ky)$

Exemple $\overrightarrow{AB}(-3; 2)$ $k = -2$ $k\overrightarrow{AB}(\dots; \dots)$

6-)EXERCICE D'APPLICATION

Le plan est muni du repère (O, I, J). On donne les points $A(2\ ; 3)$ $B(4\ ; 9)$ $C(3\ ; 1)$ $D(2\ ; -1)$

a-) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{CD}$

b-) Démontre que $\overrightarrow{CD} = (\frac{-1}{2})\overrightarrow{AB}$

c-) Calculer la somme vectorielle $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$; $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}$

d-) En supposant que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CE}$ déterminer les coordonnées du point E

Résolution situation problème

LECON 2 CALCULS DANS UN REPERE

MOTIVATION : Les calculs dans un repère intervienne dans la navigation aérienne et maritime et beaucoup dans l'application de la physique mécanique (force, quantité de mouvement, vitesse, accélération…) cette leçon donne les outils nécessaires pour pouvoir le faire aisément

1-)OBJECTIFS PEDAGOGIQUES :

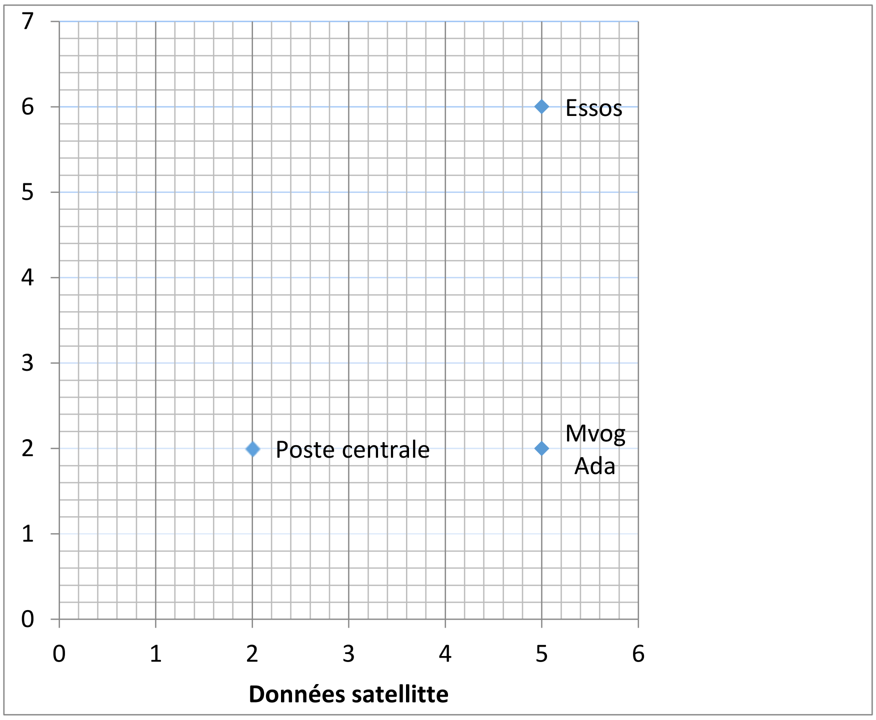
- Justifier que deux vecteurs donnés par leurs coordonnées sont : Colinéaires, orthogonaux.
- Calculer la distance entre deux points donnés par leurs coordonnées dans un repère orthonormé
- Calculer les coordonnées du milieu d'un segment

3-)PREREQUIS :

1- Le plan est muni d'un repère (O, I, J) On donne les vecteurs $\overrightarrow{AB}(2; 4)$ $\overrightarrow{CD}(1.2)$ traduire le vecteur $\overrightarrow{CD}$ en fonction $\overrightarrow{AB}$ que peut-on dire de ces deux vecteurs ?

2-) ABC est un triangle rectangle en B on donne AB= 4 et BC= 3 calculer AC Quel est la position relative entre la droite (AB) et la droite (BC).

2-)SITUATION PROBLEME



Les données satellitaires sont données par le quadrillage graphique ci-contre l'unité graphique est le kilomètre.

Déterminer la vitesse moyenne du trajet d'un cycliste lorsqu'il fait 30 minutes Essos-Poste centrale.

4-)ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

ACTIVITE 1

Le plan est muni d'un repère(O, I, J). On donne les vecteurs $\overrightarrow{MN}(2; 4)$ $\overrightarrow{OP}(1; 2)$

1- Construire les vecteurs $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{OP}$ dans le repère

2- A l'aide des instruments à dessin Justifier que les droites (MN) et (OP) sont parallèles

3- Justifier le calcul $2 \times 2 - 4 \times 1$ est égal à zéro (qui correspond au développement de $\binom{2}{4}$ $\binom{1}{2}$)

4-Plus généralement $\overrightarrow{MN}\binom{x}{y}$ et $\overrightarrow{OP}\binom{x'}{y'}$ ont la même direction équivaut à $xy' - x'y = 0$ vérifier si les vecteurs suivants ont la même direction $\overrightarrow{EF}\binom{3}{-2}$ $\overrightarrow{CD}\binom{-3}{2}$

ACTIVITE 2

Le plan est muni d'un repère orthonormé(O, I, J). On donne les vecteurs $\overrightarrow{CD}\binom{4}{2}$ et $\overrightarrow{EF}\binom{-3}{6}$

1- Construire ces vecteurs dans un repère

2- A l'aide des instruments vérifier que (CD) et (EF) sont perpendiculaires

3- vérifier que $4 \times (-3) + 2 \times 6$ est égal à zéro

4- Plus généralement $\overrightarrow{MN}\binom{x}{y}$ et $\overrightarrow{OP}\binom{x'}{y'}$ sont orthogonaux équivaut à $xx' + yy' = 0$ soient $\overrightarrow{MN}\binom{2}{-3}$ et $\overrightarrow{OP}\binom{6}{4}$

Vérifier si ces vecteurs sont orthogonaux

ACTIVITE 3

1- Dans un repère(O, I, J), placer dans chacun des cas les points A et B puis le milieu M de $[AB]$

a- $A\binom{2}{4}$ et $B\binom{3}{5}$ Recopier et compléter le tableau ci-dessous une conjecture s'impose laquelle ?

b- $A\binom{-1}{2}$ et $B\binom{5}{2}$

	Par lecture		Par calcul	
	x_M	y_M	$\frac{1}{2}(x_A + x_B)$	$\frac{1}{2}(y_A + y_B)$
a				
b				

2- Le plan est muni d'un repère orthonormé(O, I, J) on donne les points $A(1; 2)$ $B(5; 4)$$et$ $C(5; 2)$

On veut calculer la distance AB pour cela, C est le point ayant la même abscisse que A et la même ordonnée que B

a- placer les points $A, B et$ C dans le repère

b- Déterminer AC et BC et dans le triangle ABC rectangle en C, Calculer AB avec la propriété de Pythagore

c- Plus généralement $AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$ on donne les points A $\binom{2}{4}$ et $B\binom{3}{5}$, calculer la distance AB

5-)RESUME

a-) Vecteurs colinéaires

Le plan est muni d'un repère $\overrightarrow{AB}\binom{x}{y}$ et $\overrightarrow{A'B'}\binom{x'}{y'}$ sont colinéaires équivaut à $xy' - x'y = 0$

Exemple vérifier si les vecteurs suivants ont la même direction $\overrightarrow{EF}\binom{3}{-2}$ $\overrightarrow{CD}\binom{-3}{2}$

b-) Vecteur orthogonaux

Le plan est muni d'un repère $\overrightarrow{AB}\binom{x}{y}$ et $\overrightarrow{A'B'}\binom{x'}{y'}$ sont orthogonaux équivaut à $xx' + yy' = 0$

Exemple $\overrightarrow{MN}\binom{2}{-3}$ et $\overrightarrow{OP}\binom{6}{4}$ Vérifier si ces vecteurs sont orthogonaux

c-) Coordonnées du milieu d'un segment

Le plan est muni d'un repère K est le milieu du segment $[AB]$ si $A(x_A;\ y_A)$ et $B(x_B;\ y_B)$ alors

$K\left(\frac{1}{2}(x_A + x_B); \frac{1}{2}(y_A + y_B)\right)$

Exemple on donne les points $A(1; 2)$ $B(5; 4)$ calculer les coordonnées de I milieu du segment $[AB]$

d-) Distance de deux points

Le plan est muni d'un repère A et B sont des points du plan si $A(x_A;\ y_A)$ et $B(x_B;\ y_B)$ alors
$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

Exemple calculer la distance BC $B(5; 4)et$ $C(5; 2)$

6-) EXERCICES D'APPLICATION

EXERCICE 1

Le plan étant muni d'un repère (O, I, J), Placer les points : $A(-1\ ;2)$ $B(5\ ;3)$ $C(3\ ;0)et$ $D(-3\ ;-1)$

1- Démontrer que le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme.

2- Soit E le point tel que $ACED$ est un parallélogramme. Démontrer que

a-) Les coordonnées du point E sont $(1;\ -3)$

b-) Le point C est le milieu du segment$[BE]$

EXERCICE 2

Le plan étant muni d'un repère (O, I, J), on donne les points $A(-2; -2)$ $B(-4; 4)$ et $D(4; 0)$ K est le milieu de $[BD]$ et C le symétrique de D par rapport à K

Démontrer que le quadrilatère $ABCD$ est un carré.

Résolution de la situation problème

Module 15 : CONFIGURATION ET TRANSFORMATIONS ELEMENTAIRES DU PLAN

Chapitre 11 : Equations de droite

Motivation : En mathématiques comme dans la vie courante nous sommes appelé à utiliser les droites et à les construire. Ce ci sont utiles en ingénierie ; qui permettent d'ajuster l'inclinaison des escaliers d'un immeuble, d'une route (coefficient directeur)……. Etc.

Leçon1 : définition et caractéristiques d'une droite

Objectifs :

- Définir une droite dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.
- Déterminer le vecteur directeur d'une droite donnée connaissant son équation cartésienne.
- Déterminer le coefficient directeur d'une droite connaissant son équation réduite.

Prérequis

- Savoir tracer un repère et y placer les points.
- Déterminer les coordonnées d'un vecteur

Situation problème

Arnaud et Armand sont deux élèves d'une classe de 3ème A. Arnaud est assis au premier banc de la deuxième rangée, et Armand est assis au cinquième banc de la quatrième rangée. Si nous assimilons ces deux élèves à deux points notés A et B à base de ta règle relie ces deux points. Que vient-tus de réaliser ?

Activité d'apprentissage

Soient A et B deux points du plan de coordonnées respectives $(2,5)$ et$(-1,3)$. Soient M(x, y) un point appartenant à la droite (AB).

a- Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et$\overrightarrow{AB}$.

b- Donner une relation entre x et y pour les quels les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ soient colinéaires.

c- Cette relation est une équation de$\mathbb{R} \times \mathbb{R}$. comment la nomme-t-on ? Que représente le vecteur $\overrightarrow{AB}$ pour cette équation ?

d- Utiliser cette équation pour exprimer y en fonction de$x$. Comment la nomme-t-on la relation trouvée ?

Définition 1: On appelle équation cartésienne d'une droite toute droite de la forme (D) : a$\boldsymbol{x}$+b$\boldsymbol{y}$+c=0 où a, b et c sont des réels avec a $\neq \mathbf{0}$ ou$\boldsymbol{b} \neq \mathbf{0}$. Un vecteur directeur de (D) a pour coordonnées$(-\boldsymbol{b}; \boldsymbol{a})$.

Si$\boldsymbol{b} \neq \mathbf{0}$, alors une équation cartésienne de (D) peut se mettre sous la forme : $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{mx} + \boldsymbol{p}$

- Un vecteur directeur de (D) a pour coordonnées $(\mathbf{1}; \boldsymbol{m})$
- Le coefficient directeur ou pente de cette droite est le réel m.
- L'ordonnée à l'origine de cette droite est le réel p

Exemple

- $2x+y+3=0$ est l'équation cartésienne d'une droite. Son vecteur directeur $\vec{u}$ a pour coordonnées $\vec{u}(-1;2)$
- $2x+y+3=0 \Leftrightarrow y=-2x-3$ est son équation réduite. Ainsi le coefficient directeur de cette droite est -2 et son ordonnée à l'origine est -3.
- $y=2$ est l'équation cartésienne d'une droite. Son vecteur directeur est $\vec{u}(1;0)$; le coefficient directeur est 0 et son ordonnée à l' origine est 2.
- $x=5$ est l'équation cartésienne d'une droite. Son vecteur directeur est $\vec{u}(0;1)$. le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine n'existe pas.

Définition 2 : Un point de coordonnées $(x_0;y_0)$ appartient à une droite (D) : ax+by+c=0 ou (D) : $y=mx+p$ lorsque $ax_0+\ by_0+c=0$ ou lorsque $y_0=mx_0+p$

Exemple :

- Le point (0 :-3) appartient-il à la droite (D) : $2x+y+3=0$?
- Le point (0 ; 1) appartient-il à la droite (D) :$y=\ -3x+1$?

Définition 3 : Soit (D) : $y=ax+b$ l'équation d'une droite. Soient $A(x_A;y_A)$ et $B(x_B;y_B)$ deux points appartenant à (D) avec $x_A\neq x_B$; alors le vecteur $\overrightarrow{AB}\binom{x_B-x_A}{y_B-y_A}$ est un vecteur directeur de (D) et le coefficient directeur ou pente de (D) est $=\frac{y_B-y_A}{x_A-x_A}$.

Exemple

Soient A(1,2) et B(3,5) deux points appartenant à une droite. Déterminer les coordonnées d'un vecteur directeur $\vec{u}$ ainsi que la pente a de cette droite.

Remarques

- Une droite a plusieurs vecteurs directeurs, mais lorsqu'il existe n'a qu'un seul coefficient directeur et une seule ordonnée à l'origine.
- La forme $y=mx+p$ est appelée équation réduite de la droite (D) :$ax+by+c=0$

Exercice d'application

On considère les équations de droites suivantes (D1) : 2x-3y+1=0 (D2) : 7-2y=0 (D3)2x+6=0. Détermine :

- Les coordonnées d'un vecteur directeur de chacune d'elles
- Les coefficients directeurs a_1, a_2 et a_3 , ainsi que leurs ordonnées à l'origine respectivesb_1, b_2 etb_3 si ils existent.

Leçon 2 : Détermination et représentation de l'équation cartésienne d'une droite.

Objectifs pédagogiques :

- Ecrire l'équation cartésienne d'une droite passant par deux points ;
- Ecrire l'équation cartésienne d'une droite définie par un point et un vecteur directeur ;
- Ecrire l'équation cartésienne d'une droite définie par un point et le coefficient directeur :
- Ecrire l'équation cartésienne d'une droite définie par un point et une droite qui lui est parallèle ;
- Ecrire l'équation cartésienne d'une droite définie par un point et une droite qui lui est perpendiculaire ;
- Tracer une droite connaissant son équation cartésienne.

Motivation : Les problèmes conduisant à un système d'équations sont modélisés grâce à la connaissance qu'on a des équations de droites.

Prérequis

- Donne la condition pour que deux vecteurs $\vec{u}(x,x')$ et $\vec{v}(y,y')$ soient orthogonaux.
- Donne la condition pour que deux vecteurs $\vec{u}(x,x')$ et $\vec{v}(y,y')$ soient colinéaires
- Représente dans un repère orthonormé (O, I, J) les points A (1 ; 2) et B(0,2) et tracer la droite passant par ces deux points.

2.1 Equation d'une droite passant par deux points

Exercice guidé :

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). Soient A (-1,2) et B(0,1) deux points du plan. Déterminons une équation de la droite (AB)

Solution

Soit M(x,y) un point du plan.

M$\in AB \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires. Or $\overrightarrow{AM}(x+1,y-2)$ et $\overrightarrow{AB}(1,-1)$ ainsi

M$\in AB \Leftrightarrow -1(x+1)-1(y-2)=0$

$\Leftrightarrow -x-y+2=0$

$\Leftrightarrow x+y-2=0$

Par conséquent, (AB) : $x+y-2=0$ est l'équation cartésienne de la droite (AB).

Exercice d'application

Ecris l'équation cartésienne de la droite (D) passant par les ponts A (1,-1) et B (3,2). En déduire l'expression de la forme réduite associée à cette droite.

2.2 Equation d'une droite passant par un point et de vecteur directeur donné

Exercice guidé

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). Déterminer l'équation cartésienne de la droite (D) passant par A (1,2) et de vecteur directeur$\vec{u}(1,1)$.

Solution

Soit M(x,y) un point du plan.

M$\in D \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}$ et $\vec{u}$ sont colinéaires. Or $\overrightarrow{AM}(x-1,y-2)$ et $\vec{u}(1,1)$ ainsi

M$\in D \Leftrightarrow 1(x-1)-1(y-2)=0$

$\Leftrightarrow x-1-y+2=0$

$\Leftrightarrow x-y+1=0$

Par conséquent, $x-y+1=0$ est l'équation cartésienne de la droite (D).

Exercice d'application

Ecris l'équation de la droite (D) passant par le point E (3,2) et de vecteur directeur $\vec{u}(-2,1)$

2.3 Equation d'une droite passant par un point et de coefficient directeur donné.

Exercice guidé

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). Déterminons l'équation de la droite (D) passant par F (1, 3) et de coefficient directeur $\frac{1}{3}$.

Solution

La droite (D) a une équation de la forme$y=ax+b$. Comme le coefficient directeur est $\frac{1}{3}$ alors a=$\frac{1}{3}$, ainsi (D) : $y=\frac{1}{3}x+b$. Or :

F$\in$ (D) $\Leftrightarrow y_E=\frac{1}{3}x_E+b$

$\Leftrightarrow 3 = \frac{1}{3} \times 1 + b$

$\Leftrightarrow b = \frac{8}{3}$

Par conséquent, (D) : $y = \frac{1}{3}x + \frac{8}{3}$ où (D) : $x - 3y + 8 = 0$.

Exercice d'application

Ecris l'équation de la droite (D) passant par le point A (-1,3) et de coefficient directeur -2.

2.4 Equation d'une droite passant par un point et parallèle à une droite donnée

Exercice guidé

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). Déterminons une équation cartésienne de la droite (D') passant par A (2,1) et parallèle à la droite (D) :$-4x - y + 5 = 0$.

Solution :

La droite (D) a pour vecteur directeur $\vec{u}(1\,, -4)$. Soit M(x, y) un point du plan.

Puisque (D') passe par A et est parallèle à (D) alors M∈(D') $\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{AM}$ *et* $\vec{u}$ sont colinéaires.

Or $\overrightarrow{AM}(x-2, y-1)$ et $\vec{u}(1\,, -4)$ ainsi M∈(D') $\Leftrightarrow -4(x-2) - 1(y-1) = 0$

$\Leftrightarrow -4x - y + 9 = 0$

$\Leftrightarrow 4x + y - 9 = 0$

Par conséquent $4x + y - 9 = 0$ est l'équation cartésienne de la droite (D').

Exercice d'application

Ecris l'équation de la droite (D') passant par le point E (4 -2) et parallèle à la droite (D) :$-2x + y - 3 = 0$.

2.5 Equation d'une droite passant par un point et perpendiculaire à une droite donnée.

Exercice guidé

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). Déterminons une équation de la droite (D') passant par A (2,2) et perpendiculaire à la droite (D) :$2x - y + 5 = 0$.

Solution

La droite (D) a pour vecteur directeur $\vec{u}(1,2)$. Soit M(x, y) un point du plan.

Puisque (D') passe par A et est perpendiculaire à (D), alors M∈(D') $\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{AM}$ *et* $\vec{u}$ sont orthogonaux.

Or $\overrightarrow{AM}(x-2, y-2)$ et $\vec{u}(1,2)$ ainsi M∈(D') $\Leftrightarrow 1(x-2) + 2(y-2) = 0$

$\Leftrightarrow x - 2 + 2y - 4 = 0$

$\Leftrightarrow x + 2y - 6 = 0$

Par conséquent $x + 2y - 6 = 0$ est l'équation cartésienne de la droite (D').

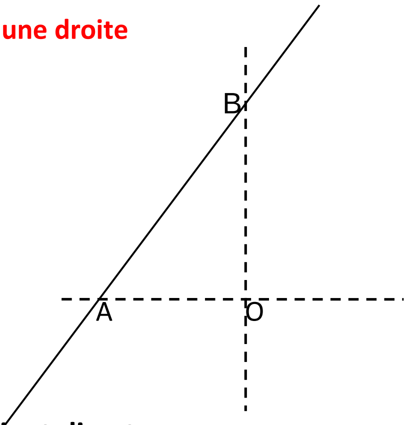
Exercice d'application

Ecris l'équation de la droite (D') passant par le point C (3,-1) et perpendiculaire à la droite B(D) :$3x - 5y + 2 = 0$.

2.6 Représentation graphique d'une droite

a) cas d'une droite d'équation cartésienne connue

Soit (D) : 3x-2y+6 = 0



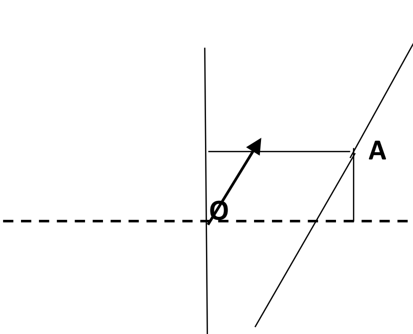
Si x=0 alors y prendra la valeur 3

Si y=0 alors x prendra la valeur-2

	A	B
X	0	-2
y	3	0

b) cas d'une droite connaissant un de ces points et son coefficient directeur

Soit (L) une droite passant par un point A (3 ; 1) et ayant pour coefficient directeur a=2.



Résumé 1 : Pour construire dans un repère orthonormé une droite (D) de vecteur directeur $\vec{u}$ passant par un point A on procède comme suit :

- On construit le vecteur $\vec{u}$ dans ce repère ;
- On place le point A dans le même repère ;
- On trace la droite passant par A et parallèle à (D) : c'est la droite demandé.

Exemple : construis la droite (D) passant par A (2,1) et dirigé par le vecteur $\overrightarrow{CD}(-34)$

Résumé 2 : pour construire dans un repère une droite d'équation cartésienne donnée, on procède comme suit :

- On trace un tableau on sera déterminé les couples de coordonnées de deux points distincts.
- On les place dans le repère, puis on trace la droite qui passe par ces deux points.

Exemple Construis la droite (D) :$x + 2y - 2 = 0$

Remarques : Dans un repère du plan,

1- Toute droite donc une équation cartésienne est sous la forme $x = a$, est parallèle à l'axe des ordonnées.
2- Toute droite donc une équation cartésienne est sous la forme $y = b$, est parallèle à l'axe des abscisses.

Exercice d'application : Le plan est muni d'un repère orthonormé

1- Construis la droite (L) passant par C (-2 ; 2) et de vecteur directeur $\overrightarrow{BE}(3{,}1)$
2- Représente dans un repère orthonormé (O, I, J) les droites d'équations suivantes : $2x - 3y + 2 = 0$; $y = \frac{5}{2}$; $x = -2$

Leçon 3 Position relative de deux droites du plan

Objectifs :

- Justifier que deux droites sont parallèles où perpendiculaires à partir de leurs coefficients directeurs.

Motivation : en menuiserie et dans le génie civil en générale nous faisons des meubles et des ponts qui font appel aux parallélismes et l'orthogonalité de deux droites.

Prérequis :

1- Qu'en dit-on que deux droites sont parallèles ?
2- Qu'en dit-on que deux droites sont perpendiculaires ?

Situation problème

Au cours des olympiades de mathématiques organisé par le groupe INTELLIGENTIA, il est demandé aux élèves de troisième de choisir parmi les droites suivantes :
$D_1 : x - 2y + 3 = 0$, $D_2 : 2x + y + 5 = 0$et$D_3 : -x + 2y + 12 = 0$, deux droites qui sont parallèles et deux droites qui sont perpendiculaires. Compte tenu qu'ils ne disposent pas assez de temps, aide ses élèves à trouver les droites demandées.

Activité d'apprentissage

On donne les droites$(D_1) : y = -3x + 6$, $(D_2) : 3x + y - 7 = 0$ et$(D_3) : y = \frac{1}{3}x - 1$.

1- Donner une équation réduite de(D_2), puis déterminer les coefficients directeursa_1, a_2 et a_3 des droites(D_1),(D_2), et (D_3).
2- Quel est la relation qui relie a_1 et a_2 ? que peut-on conclure pour les droites(D_1),(D_2)?
3- Calculer $a_1 \times a_3$ et conclure sur la nature des droites(D_1), et(D_3).

Retenons : soient (D) et (D') deux droites d'équations réduites respectives $\boldsymbol{y = ax + b}$ et $\boldsymbol{y = a'x + b'}$ où **a** et **a'** sont les vecteurs directeurs respectifs de (D) et (D').

- **(D)**$//$ **(D')** si et seulement si **a=a'**
- **(D)**$\perp$ **(D')** si et seulement si $\boldsymbol{a \times a' = -1}$

Exemple1 : Dans un repère orthonormé, les droites (D) : $x - 3y + 5 = 0$ et (D') :$\frac{-1}{3}x + y - 3 = 0$ sont-elles parallèles ?

Solution : (D) a pour coefficient directeur $a = \frac{1}{3}$ et (D') a pour coefficient directeur $a' = \frac{1}{3}$ donc a=a' par conséquent (D) et (D') sont parallèles.

Exemple2 Dans le repère (O, I, J) les droites (L) : $x + y + 2 = 0$ et (L') :$-2x - 2y + 3 = 0$ sont-elles perpendiculaires ?

Solution (L) a pour coefficient directeur $a = 1$ et (L') a pour coefficient directeur $a' = -1$ donc $a \times a' = -1$par conséquent les droites (L) et (L') sont perpendiculaires.

Exercices d'applications : voir problème d'intégration du livre.

MODULE : RELATION ET OPERATION FONDAMENTALE DANS L'ENSEMBLE DES NOMBRES REELS

CHAPITRE : SYSTEME D'EQUATION ET INEQUATION DANS IR²

LECON 1 : Système d'équation dans IR²

Objectifs pédagogiques

- ✓ **Donner des couples solutions d'une équation du 1er degré dans IRXIR.**
- ✓ **Vérifier si un couple de nombres réels est solution d'une équation du 1er degré dans IRXIR.**
- ✓ **Représenter l'ensemble des points dont les cordonnées sont solutions d'une équation du 1er degré dans IRXIR.**

Motivation : De nombreux problèmes de vie sont souvent modéliser par les équation du 1er degré dans IRXIR afin de permettre leurs résolutions.

Prérequis :

1) **Résous dans IR les équations suivantes**
   a) $\boldsymbol{x+2=0}$
   b) $\boldsymbol{5x+4=0}$

2) $\boldsymbol{place\ dans\ le\ rep\grave{e}re\ orthonorm\acute{e}\ (0,I,J) les\ points\ suivants}$
   : $\boldsymbol{A(0,1); B(-2,2); C(-1,0); D(3,-2)}$

Situation problème

Un père a 27 ans de plus que son fils. Il y a 60 ans, le père avait le double de son fils. Quel est l'âge du père et du fils.

DEFINITION

On appelle système d'équation du premier degré dans IR² , tout système de la forme

$\begin{cases} ax+by+c=0 \\ a'x+b'y+c'=0 \end{cases}$ oua b,c a', b', c' sont des nombres réels et x et y des inconnus

-Résolution : On peut résoudre de tel système en utilisant trois principales méthodes, il s'agit de la méthode par substitution, combinaison linéaire, graphique

Exemple : par substitution résoudre dans IR²

$$\begin{cases} x + 2y - 5 = 0 \\ 3x - 5y + 7 = 0 \end{cases}$$

X+2y-5=0 c'est à dire x=-2y+5

Dans 2	↔	3(-2y+5)-5y+7=0	↔	x=-2y+5
	↔	6y +15-5y+7=0	↔	-2(2)+5
	↔	-11y+22=0	↔	-4+5
	↔	-11y=-22	→	x =1
	↔	Y= -22/-11 = **2**		**S=$\{(1,2)\}$**

Remarque

Résoudre par substitution d'un système de deux équations à deux inconnues revient à tirer l'une des inconnues dans l'une des équations puis remplacer dans l'autre équation puis obtenir l'autre inconnue

Résoudre par substitution les systèmes suivants

$$\begin{cases} 2x + y + 5 = 0 \quad (1) \\ 3x - y + 10 = 0 \ (2) \end{cases}$$

$(1) \leftrightarrow 2x + y + 5 = 0$

$\leftrightarrow \ y = -2x - 5$

En remplaçant y Dans (2) on a

↔3x-(-2x-5)+10 =0

↔ $3x + 2x + 5 + 10 = 0$

↔ $5x + 15 = 0$

↔ $5x = -15$

→ $x = -3$

Exprimons y en fonction de x on a :

Remplaçons x par sa valeur dans y

↔ $y = -2x - 5$

↔ $y = -2(-3) - 5$

→ $y = 1$ **S=$\{(-3,1)\}$**

La méthode par combinaison linéaire

$$\begin{cases} 3x + y - 5 = 0 \ \ (1) \\ 5x - 3y + 2 = 0 \ \ (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 15x + 6y - 25 = 0 \\ -15x + 9y - 6 = 0 \end{cases}$$

↔ 5y+9y- 25-6=0

↔ 14y-31=0

↔ 14y=31

→ **y= 31/14**

Remplaçons y par sa valeur dans la première équation (1)

$$+\frac{31}{14} - 5 = 0$$

$$3x = 5 - \frac{31}{14}$$

$$= \frac{70}{14} - \frac{31}{14} \text{Tapez une équation ici.}$$

$$3x = \frac{39}{14}$$

$$x = \frac{39}{42}$$

S= $\left\{\left(\frac{13}{14}, \frac{31}{14}\right)\right\}$

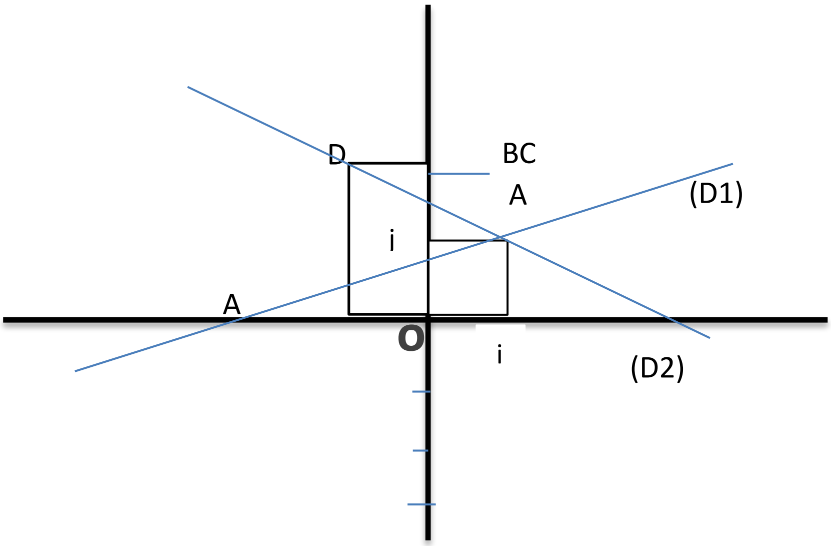
Résolution par méthode graphique.

Résoudre par la méthode graphique le système $\begin{cases} x - 3y = -4 \\ x + 5y = 12 \end{cases}$

Soit (D1) 2x-3y=-4
(D2) :   x+5y= 12

(D1)	**A**	**B**
X	-	1
Y	0	2

(D2)	C	D
X	1	-1
Y	2	2,4



Graphiquement **S=**$\{(\mathbf{1},\mathbf{2}\ )\}$

Remarque

Pour résoudre graphiquement un système du 1er degré dans IR² on trace les deux droites représentant chacune des équations. L'ensemble solution représente alors les coordonnés du point d'intersection de ces 02 droites.

Devoir

Résoudre par la méthode de votre choix les thèmes suivants

$\begin{cases} x + y = 1 \\ x - 2y = 11 = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} 3x + 5y = 0 \\ 21x - 3y = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} 7x + 2y = 51 \\ 2x - 2y = 6 \end{cases}$ $\begin{cases} 4x - 3y + 2 = 0 \\ 50x + 25y + 150 = 0 \end{cases}$

Solution de la situation problème

1) X=y+27
2) X-6=2(y-6)

x-6=2y-12   x-2y=-6   x-y=27 d'où le système $\begin{cases} x - 2y = 0 \\ x - y = 27 \end{cases}$

Leçon 2 Système d'inéquation dans IR²

Motivation : De nombreux problèmes de vie sont souvent modéliser par les inéquations du 1er degré dans IRXIR afin de permettre leurs résolutions

Définition

On appelle inéquation du 1^er degré dans IR² tout inéquation de la forme ax+by+c<0 ; ax+by +c >0 ;ax +by +c ≤ 0 ou ax+by +c ≥0 avec a, b, c ϵ IR

Prérequis :

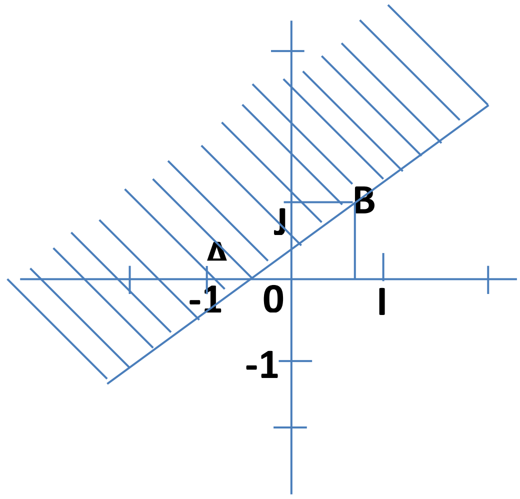
2) **Résous dans IR les inéquations suivantes**
   c) $x + 2 > 0$
   d) $5x + 4 < 0$
   e) $2x - 8 \leq 4x - 15$
   f) $5x + 2 \geq 3x - 2$

RESOLUTION

Pour résoudre une inéquation de la forme ax+by+c<0 on trace une droite (D) divise le plan en 2 demi plans dans l'un constitue l'ensemble solution

Exemple : Résoudre graphiquement**x-2y+1≤0 soit (D) : x-2y+1=0**

(D)	A	B
X	1	-1
Y	1	0



La droite (D) divise le plan en deux demi plan de frontière (D) I(1,0) appartient à l'un des demis plans ses coordonnées vérifient elle-même l'inéquation x-2y+1**≤0**
1-2(0)+1 ≤0 1-0+1 ≤0 1+1 ≤0 2 ≤0 ? faux
Donc l'ensemble solution est le demi-plan contenant par le point I (partie hachurée)

Exemple

Représenter graphiquement l'ensemble solution du système

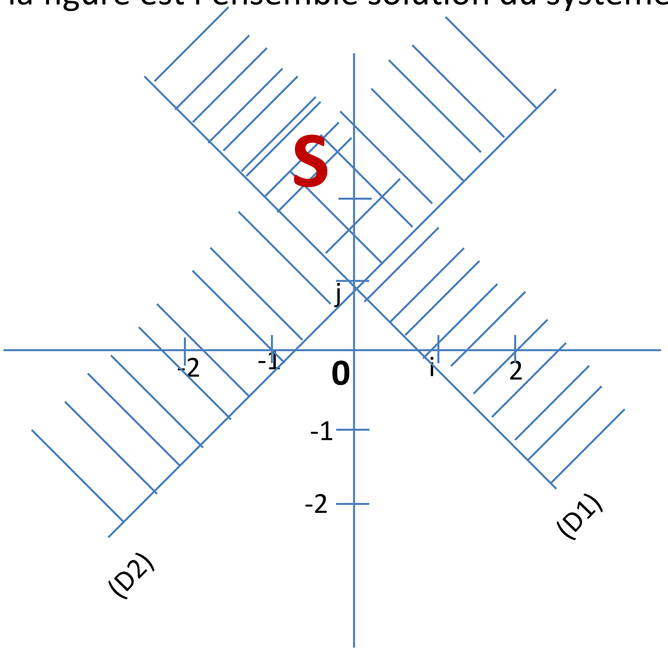
$$\begin{cases} x + y - 1 \geq 0 \\ 2x - y + 1 \geq 0 \end{cases}$$

Considérons les droites (D1) x+y-1 et (D2) 2x-y+1

(D1)	A	B
X	0	1
Y	1	0

(D2)	C	D
X	0	1
Y	1	-1

La partie hachurée deux fois sur la figure est l'ensemble solution du système



EXERCICE

Résoudre graphiquement les équations et système suivants

S(1) $\begin{cases} x + y \leq 0 \\ x - y + 2 \geq 0 \end{cases}$

S(2)

$$\begin{cases} 2x + 5y + 2 > 0 \\ x + 3y - 1 < 0 \end{cases}$$

(I) $X\text{-}y \geq$ (II) $3x-2y+1 < 0$

Activité d'intégration

Au début d'une soirée le nombre de filles surpasse de 26 le nombre de garçon. Après le départ de 15 filles et de 15 garçons, le nombre de fille est le triple de celui des garçons. Combien de garçons et de filles y avait-il au début de la soirée ?

Activités2

Un père de 46 ans a un grand fils de 26 ans et une petite fille. Dans quelques années, l'âge du père sera égal à la somme des âges des 02 enfants. Il sera aussi le triple de l'âge de sa petite fille.Quel est l'âge actuel de la petite fille ?

Activités 3

Alvin a bénéficié des soldes de la saison sèche. 20% de baisse sur un Gillet et**5 %** sur un pantalon. Elle a alors payés 115205 pour les 02 articles. Sans les soldes elle aura payés 15000. Quels est le prix initial du gilet et celui du pantalon ?

Module 16 : Solide de l'espace

CHAPITRE 13 : SECTION D'UNE PYRAMIDE ET D'UN CÔNE

Motivation : Dans notre environnement, beaucoup d'objets ont la forme d'une pyramide, cône de révolution, tronc de pyramide et de cône. On peut citer entre autre les seaux, les toitures, le cornet de glace,…. Ce chapitre nous permet de bien manipuler et de construire ces objets.

Leçon 1 : Pyramide et cône de révolution

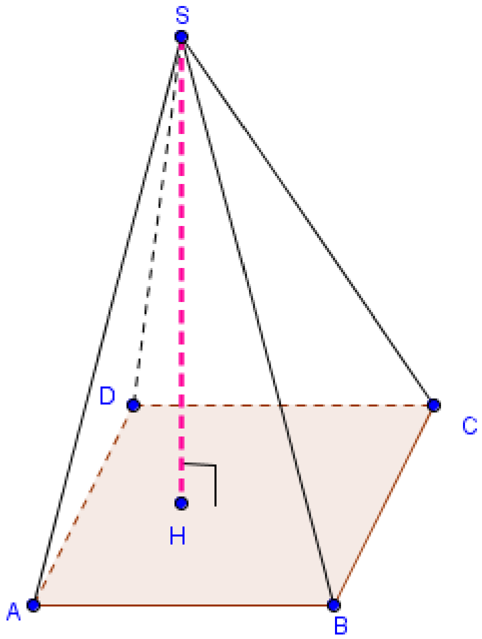
Objectifs

- Reconnaitre et représenter un cône de révolution et une pyramide.
- Calculer l'aire latérale, totale et le volume d'un cône et d'une pyramide.

Situation de vie : A l'entrée d'une chefferie dans un village de l'ouest, un menuisier a construit la charpente d'une maison qui a la forme d'une pyramide dont la base est un carré de côté 2m et la génératrice est 3m. Sachant que le menuisier veut utiliser les tôles de 3 m^2, Estimer le nombre de tôles nécessaire pour recouvrir cette charpente.

Prérequis : Polygone régulier, propriété de Pythagore, aire d'un triangle triangles

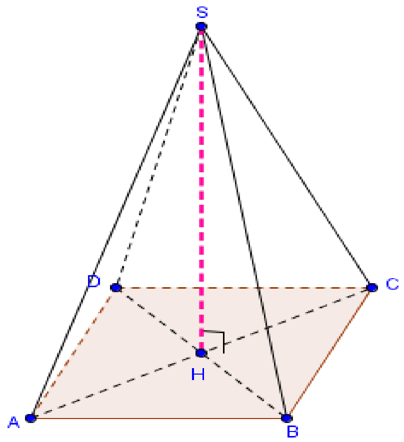
1.1 Pyramide



- Une pyramide est un solide de l'espace qui possède :
  - Une base qui est un polygone ayant n côtés.
  - Un sommet qui est un point n'appartenant pas au plan de la base.
  - n faces latérales qui sont des triangles ayant pour sommet commun le sommet de la pyramide.
- La hauteur d'une pyramide est la droite passant par le sommet et qui est perpendiculaire au plan de la base. Selon le contexte, la hauteur peut aussi désigner le segment ou la longueur du segment.

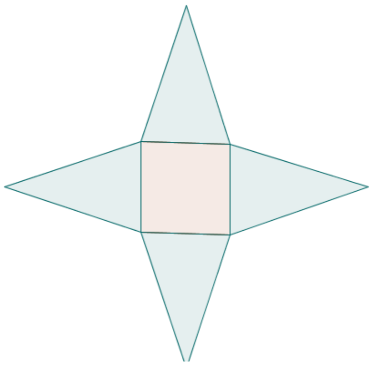
Exemple : SABCD est une pyramide de base le quadrilatère ABCD, de sommet S, de hauteur $(SH) ou\ [SH] ou\ SH$ et de faces latérales SAB, SBC, SCD et SDA.

- L'aire latérale est la somme des aires des faces latérales et l'aire totale est la somme de latérale et de l'aire de la base.
- Le volume $\mathcal{V}$ d'une pyramide est : $\boldsymbol{\mathcal{V} = \frac{1}{3}\mathcal{B}h}$ où $\mathcal{B}$ est l'aire du polygone de base et h la hauteur de la pyramide.
- Une pyramide est dite régulière lorsque sa base est un polygone régulier et les faces latérales sont des triangles isocèles en S où S est le sommet de la pyramide. Lorsqu'une pyramide est régulière, la hauteur passe par le centre du polygone régulier qui est la base. SABCD est une pyramide régulière dont la base est le carré ABCD. Les triangles SAB, SBC, SCD et SDA sont isocèle en S et superposable. SA = SB=SC=SD est appelé génératrice de la pyramide régulière.



Remarque : En perspective cavalière, un carré est représenté par un parallélogramme.

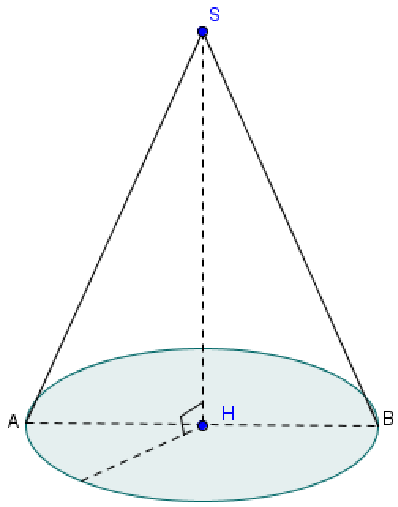
➢ Le patron d'une pyramide est une figure plane qui permet de reconstituer la pyramide. Elle est constituée du polygone de base à n côtés et de n triangles qui sont les faces latérales.
Exemple : Patron d'une pyramide à base régulière à base carrée.



1.2 Cône de révolution

➢ Un cône de révolution est une figure de l'espace obtenue en faisant pivoter un triangle rectangle autour d'un côté de l'angle droit.

➢ La base d'un cône de révolution est un disque et son axe de révolution qui passe par le centre du disque est la hauteur.

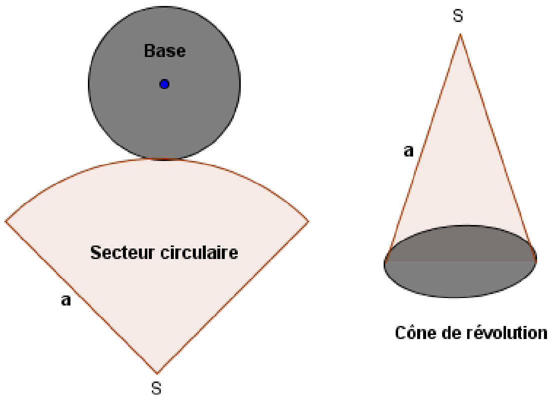


Exemple : SAB est un cône de révolution obtenu en faisant tourner le triangle SAH autour de (SH). S est le sommet du cône. La base est le cercle de diamètre $[AB]$. La hauteur est (SH) ou $[SH]$ ou SH. (SH) est l'axe de révolution. La longueur $SA = SB$ est appelé génératrice du cône.

➢ L'aire latérale du cône de révolution est l'aire du secteur angulaire. L'aire totale d'un cône de révolution est la somme de l'aire de sa base et de son aire latérale. Si la longueur de la génératrice est a, le rayon du cercle de la base r et son périmètre de base $\mathcal{P} = 2\pi r$; alors l'aire latérale est $\boldsymbol{\mathcal{A} = \frac{1}{2}\mathcal{P}a}$ **ou** $\boldsymbol{\mathcal{A} = \pi r a}$ et l'aire de la base est $\boldsymbol{\mathcal{B} = \pi r^2}$

➢ Le volume du cône de révolution est $\boldsymbol{\mathcal{V} = \frac{1}{3}\mathcal{B}h}$ où $\mathcal{B}$ est l'aire de la base et h la hauteur du cône de révolution.

➢ Le patron d'un cône de révolution est constitué d'un disque qui est la base et d'un secteur angulaire dont la longueur de l'arc de cercle de rayon la génératrice a est égale au périmètre de la base. Le secteur angulaire a pour mesure $360° \times \frac{r}{a}$



Patron du cône de révolution

Exercice

Un cône de révolution a pour volume $448\ cm^3$. La longueur de la génératrice est 16 cm et le rayon du cercle de base est 6 cm.

1. Calculer l'aire latérale de ce cône et l'aire totale de ce cône.
2. Calculer la hauteur du cône de révolution.

Solution

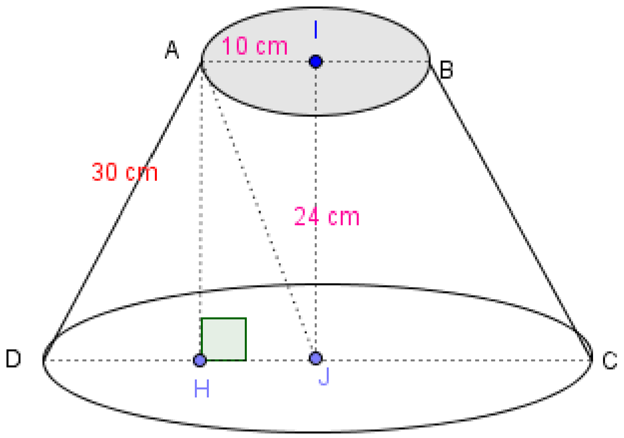
1. L'aire latérale est : $\mathcal{A} = \pi r a = 3{,}14 \times 6 \times 16 = 301{,}44\ cm^2$. L'aire de la base est : $\mathcal{B} = \pi r^2 = 3{,}14 \times 6^2 = 113{,}04\ cm^2$ et l'aire totale est $\mathcal{A}_T = \mathcal{A} + \mathcal{B} = 301{,}44 + 113{,}04 = 414{,}48\ cm^2$.
2. $\mathcal{V} = \frac{1}{3}\mathcal{B}h \Leftrightarrow h = \frac{3\mathcal{V}}{\mathcal{B}} = \frac{3\times 448}{113{,}04} = 11{,}88\ cm.$

Leçon 2 Section plane

Objectifs

- Reconnaitre et représenter une pyramide réduite et un tronc de pyramide
- Reconnaitre et représenter un cône de révolution et un tronc de conne
- Calculer l'aire et le volume d'un tronc de pyramide
- Utiliser les coefficients de réduction pour calculer les distances, aires et volumes

Situation de vie : Une entreprise fabrique les sceaux en plastique qui ont la forme d'un tronc de cône de révolution lorsque le cône est retourné. Un des sceaux est schématisé ci-contre. On donne $AD = 30cm, IJ = 24cm$ et $AI = 10cm$

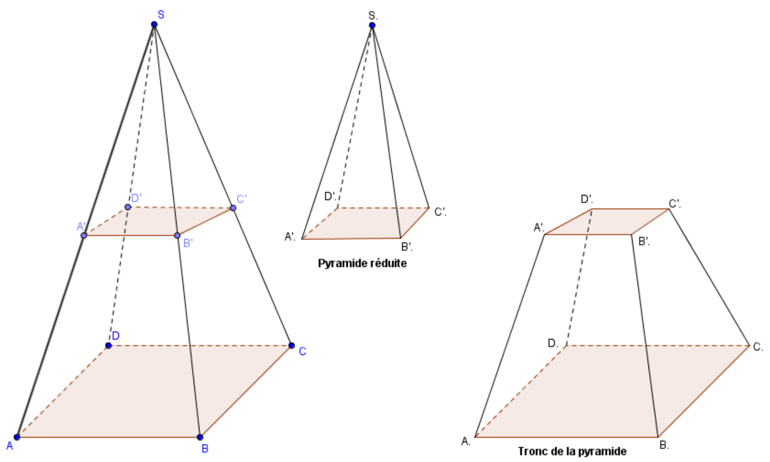


1. H est le pied de la hauteur issue de A du triangle ADJ. Montrer que $DH = 18\ cm.$
2. Calculer le rayon du cercle de la base et le volume de la bassine.
3. Une cliente cherche un sceau pouvant contenir 25 litres d'eau. Le sceau de cette entreprise peut-il convenir à ce client ?

2.1 Section plane d'une pyramide régulière

Lorsqu'on coupe une pyramide régulière par un plan parallèle à la base, on obtient deux figures :

- La pyramide réduite dont sa base est un polygone régulier de même nature que la base et dont les côtés sont parallèles à ceux de la base. La pyramide réduite a le même sommet que la grande pyramide.
- Le tronc de la pyramide qui est un solide dont la partie supérieure est la base de la pyramide réduite et la partie inférieure est la base de la grande pyramide.

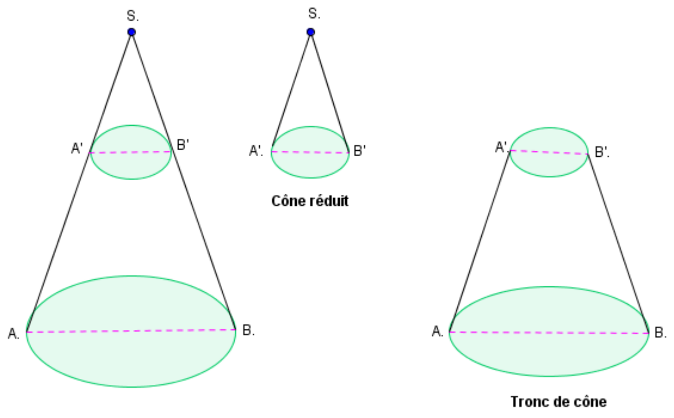


Remarque: La section d'une pyramide régulière par un plan parallèle à la base est un polygone régulier de même nature que la base. La section de la pyramide SABCD par un plan parallèle à la base est le carré A'B'C'D'

2.2 Section plane d'un cône de révolution

Lorsqu'on coupe un cône de révolution par un plan parallèle à la base, on obtient deux figures :

- Le cône réduit dont sa base est un cercle. Le cône réduit a le même sommet que le grand cône.
- Le tronc de cône qui est un solide dont la partie supérieure est la base du cône réduit et la partie inférieure est la base du grand cône.



Remarque: La section plane d'un cône de révolution est un cercle.

2.3 Propriété de réduction

Lorsqu'on coupe un cône ou une pyramide par un plan parallèle à la base, on obtient une réduction du cône ou de la pyramide. Si k est coefficient de réduction, alors les longueurs sont multipliées par k les aires par k^2 et les volumes par k^3.

Remarque :

- Soit SABCD une pyramide régulière de base le carré ABCD de côté c, de hauteur h, d'aire $\mathcal{A}$ et de volume $\mathcal{V}$. Si on coupe cette pyramide par un plan parallèle à la base, on obtient un cône réduit de base le carré de côté c', de hauteur h', d'aire $\mathcal{A}'$ et de volume $\mathcal{V}'$, alors : $\boldsymbol{k = \frac{c'}{c} = \frac{h'}{h}}$ **;** $\boldsymbol{k^2 = \frac{\mathcal{A}'}{\mathcal{A}}}$ **et** $\boldsymbol{k^3 = \frac{\mathcal{V}'}{\mathcal{V}}}$. Le volume du tronc de la pyramide est $\boldsymbol{\mathcal{V}t = \mathcal{V} - \mathcal{V}'}$
- Si SAB est un cône de révolution de base le cercle de rayon r, de hauteur h, de génératrice a, d'aire $\mathcal{A}$ et de volume $\mathcal{V}$. Si on coupe ce cône de révolution par un plan parallèle à la base, on obtient un cône réduit de base le cercle de rayon r', de hauteur h', de génératrice a', d'aire $\mathcal{A}'$ et de volume $\mathcal{V}'$, alors : $\boldsymbol{k = \frac{a'}{a} = \frac{r'}{r} = \frac{h'}{h}}$ **;** $\boldsymbol{k^2 = \frac{\mathcal{A}'}{\mathcal{A}}}$ **et** $\boldsymbol{k^3 = \frac{\mathcal{V}'}{\mathcal{V}}}$. Le volume du tronc de cône est $\boldsymbol{\mathcal{V}t = \mathcal{V} - \mathcal{V}'}$**.**

Exercice

On coupe une pyramide régulière de base le carré de côté 6 cm par un plan parallèle à la base et on obtient un pyramide réduite de base un carré de côté 2cm et de hauteur 3 cm.

1. Calculer le coefficient de réduction et en déduire la hauteur de la pyramide.
2. Calculer le volume de cette pyramide
3. Calculer le volume du tronc de la pyramide

Solution

1. Le coefficient de réduction est : $k = \frac{c'}{c} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ et on a : $k = \frac{h'}{h} \Leftrightarrow h = \frac{h'}{k} = \frac{3}{\frac{1}{3}} = 9\ cm.$
2. Le volume de cette pyramide est $\mathcal{V} = \frac{1}{3}\mathcal{B}h$ or $\mathcal{B} = c \times c = 6 \times 6 = 36\ cm^2$. $\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times 36 \times 9 = 108cm^3$.
3. Le volume du tronc de la pyramide est : $\mathcal{V}t = \mathcal{V} - \mathcal{V}' = \mathcal{V} - k^3\mathcal{V} = 108 - \frac{108}{27} = 104\ cm^3$

Table des matières

Chapitre 14

STATISTIQUES

<u>MODULE N°14</u> ORGANISATION ET GESTION DES DONNÉES

CRÉDIT : 11 heures

PRÉSENTATION DU MODULE

Ce module vise à rendre l'apprenant capable de traiter de façon réussie, des situations de vie de la famille « représentation, détermination des quantités et identification des objets par des nombres ». Il s'agit pour lui de :

❖ Déployer un raisonnement mathématique pour identifier et formaliser des situations de vie qui se rapportent aux applications affines, applications linéaires et aux statistiques.

❖ Résoudre des problèmes relatifs à des situations telles que le placement d'argent, la réduction au cours d'achat divers, le partage proportionnel, la collecte et l'exploitation des données, les interprétations des résultats des enquêtes ...

❖. Communiquer à l'aide du langage mathématique lorsque nécessaire.

Pour y parvenir, il est nécessaire de consolider et de renforcer les acquis sur les proportionnalités, les statistiques vues en quatrième tout en restant sur les habilités cognitives que sont la connaissance, la compréhension et l'application. Ce module est par excellence celui qui, à ce niveau d'étude, comporte des situations de vie les plus familières à l'élève.

LEÇON 1 : ÉTUDE D'UN CARACTÈRE QUANTITATIF

OBJECTIFS

❖ Consolider et de renforcer les acquis sur le calcul de la moyenne ;
❖ Représenter, interpreter un diagramme.

MOTIVATION

Dans les domaines de la politique(votes, scrutins), de la démographie (densité de la population,natalité,mortalité) et même en milieu scolaire (taux de réussite), les statistiques sont le plus souvent utilisées pour connaitre les tendances, les préférences, afin de pouvoir faire des prévisions et prendre de bonnes décisions. Ce chapitre tient donc une place importante dans la vie active. De plus il s'agit d'un chapitre qui est présent dans quasiment toutes les épreuves de BEPC.

Pré-requis

❖ Dans une équipe de football, 5 joueurs ont 19ans ; 3 joueurs ont 22 ans ; 2 joueurs ont 23 ans et un joueur a 25 ans. Quel est l'âge moyen de l'équipe ?.
❖ Place dans un repère orthogonal les points $A(3;5)$ et $B(1;4)$.

SITUATION PROBLEME

L'extrait d'un bulletin scolaire d'un élève de troisième a été mouillé suite aux grandes inondations survenues dans la ville de Douala. Suite à cela, plusieurs nombres, y compris la moyenne ont été effacés. Retrouve les nombres effacés, puis calcule la moyenne.

Matière	Note	coef	Total
Maths	15	4	■
PCT	12	■	36
Anglais	■	■	23
TM	16	1	16
Français	■	3	39
Histoire	11	2	■
ECM	■	2	26
SVT	16	■	32
Info	10	2	20
Total		24	■
Moyenne : ■/20			

INTRODUCTION

La statistique est une branche des mathématiques qui s'occupe de la collecte et du traitement des données, dans le but d'en tirer des informations.
Nous donnons dans la suite un rappel du vocabulaire statistique de base.

Rappel du vocabulaire statistique.

Population : Ensemble des individus ou objets sur lesquels l'étude statistique est faite.

Effectif total : C'est le nombre total d'individus d'une population.

Caractère : Trait, critère permettant de décrire ou differencier les individus d'un population. Il en existe deux types :

☞ Caractère quantitatif : lorsque le caractère à étudier est mesurable. (Exemple : poids, taille, âge, etc)

☞ Caractère qualitatif : lorsque le caractère à étudier n'est pas mesurable. (Exemple :couleur des yeux, animal préféré, etc)

modalité : valeur que peut prendre un caractère.

Mode : modalité ayant le plus grand effectif.

frequence : C'est le rapport de l'effectif d'une modalité par l'effectif toatl. On a :

$$\boxed{f = \frac{effectif\ de\ la\ modalité}{Effectif\ total}}$$

Elle peut également être exprimée en pourcentage. On a donc :

$$\boxed{f en\ \% = \frac{effectif\ de\ la\ modalité}{Effectif\ total} \times 100}$$

1.1 Etude d'un caractère quantitatif

1.1.1 Organisation et traitement des données

Activité :

Les élèves d'une classe de troisième ont été interrogés sur leurs âges. on a obtenu les resultats suivants :

$\hat{a}ge$	13	14	15	16	17	$Total$
$Effectif$	6	3	4	3	4	20

1) Quel est l'âge le plus représenté ?
2) Combien d'élèves un âge plus grand ou égal à 15 ?

Solution :

1) L'âge le plus représenté est 13. C'est le **mode**.
2) Le nombres d'élèves ayant un âge plus grand ou égal à 15 est : $4 + 3 + 4 = 11$.

Résumé

Définition 1.1.1. ☞ *On appelle mode d'une série statistique, la modalité ayant le plus grand effectif.*

1.1.2 Calcul de la moyenne

La moyenne est notée M ou $\bar{X}$.
Pour calculer la moyenne :
☞ On commence par effectuer les produits des modalités par les effectifs associés.
☞ On additionne tous ces produits.
☞ On divise la somme obtenue par l'effectif total.

$$\bar{X} = \frac{Somme\,(modalité \times effectif\ de\ la\ modalité)}{Effectif\ total}$$

Exercice d'application :

Calcule la moyenne de la série série statistique de l'activité.

Solution

$\hat{a}ge(x_i)$	13	14	15	16	17	$Total$
$Effectif(n_i)$	6	3	4	3	4	20
$n_i \times x_i$	78	42	60	48	68	296

La moyenne est : $M = \dfrac{296}{20} = 14,8\ ans$

1.1.3 Représentation par des diagrammes

1.1.3.1 Diagramme circulaire

La représentation du diagramme circulaire d'une série statistique se fait à l'aide de la mesure de l'angle au centre de chaque secteur circulaire représentant chacune des modalités. Elle est donnée par :

$$\boxed{Mesure = \frac{Effectif\ de\ la\ modalité}{Effectif\ total} \times 360}$$

ou encore

$$\boxed{Mesure = frequence\ de\ la\ modalité \times 360}$$

Exercice d'application :
Le tableau statistique suivant donne les effectifs en fonctions de l'argent de poche journalier des élèves d'un lycée.

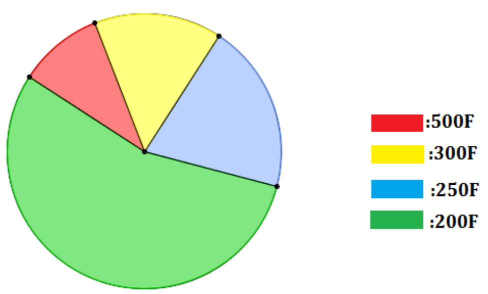
$Montant(Fcfa)$	200	250	300	500	$Total$
$Effectif$	363	132	99	66	

Construire le diagramme circulaire de cette série statistique :

Solution

$Montant(Fcfa)$	200	250	300	500	$Total$
$Effectif$	363	132	99	66	660
$Mesure$	198	72	54	36	360

Le diagramme est le suivant :



NB : Etant donné un diagramme circulaire, nous pouvons retrouver l'effectif de chaque modalité comme suit :

$$\boxed{E_m = \frac{Mesure \times Effectif\ Total}{360}}$$

1.1.3.2 Diagramme semi-circulaire

La représentation du diagramme circulaire d'une série statistique se fait à l'aide de la mesure de l'angle au centre de chaque secteur circulaire représentant chacune des modalités. Elle est donnée par :

$$\boxed{Mesure = \frac{Effectif\ de\ la\ modalité}{Effectif\ total} \times 180}$$

ou encore

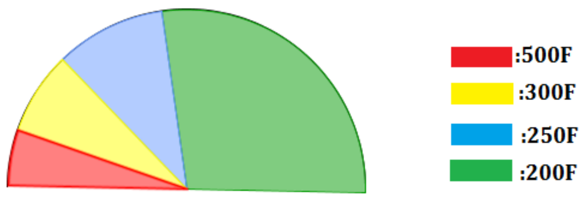
$$\boxed{Mesure = frequence\ de\ la\ modalité \times 180}$$

Exemple

Construisons le diagramme semi-circulaire de la série statistique suivante de l'activité précédente :

$Montant(Fcfa)$	200	250	300	500	$Total$
$Effectif$	363	132	99	66	660
$Mesure$	99	36	27	18	180

Le diagramme est le suivant :



NB : Etant donné un diagramme semi-circulaire, nous pouvons retrouver l'effectif de chaque modalité comme suit :

$$\boxed{E_m = \frac{Mesure \times Effectif\ Total}{180}}$$

1.1.3.3 Diagramme en bâtons

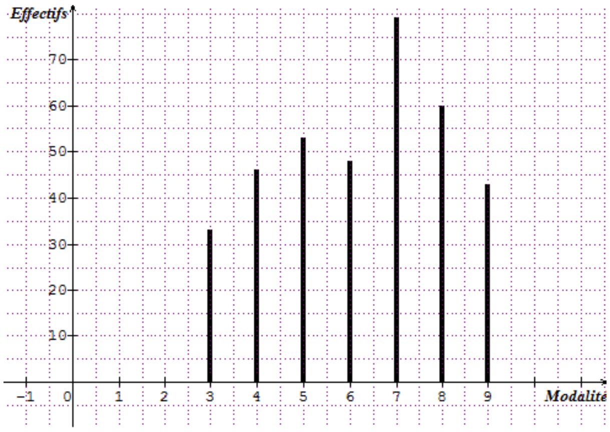
Pour construire un diagramme en bâton, on construit un repère orthogonal, ensuite on placeen abscisse les modalités, et en ordonnée les effectifs. Ici, chaque modalité est représentée par un bâton dont la longueur est proportionnelle à son effectif.

Application

Construire le diagramme en batons de la série statistique suivante, puis déterminer son mode.

$modalité$	3	4	5	6	7	8	9
$Effectif$	33	46	53	48	79	60	43

Solution



1.1.3.4 Les diagrammes à lignes brisées

Les diagrammes à lignes brisées qu'on appelle aussi diagrammes linéaires et aussi diagrammes à courbes sont utilisés pour illustrer la progression ou la régression de données enregistrées dans le temps.

Pour construire un diagramme à lignes brisées :

☞ On construit un repère orthogonal, puis on place en abscisse les modalités(le temps) et en ordonnée les effectifs.

☞ On place les points correspondant à chaque couple de valeurs.

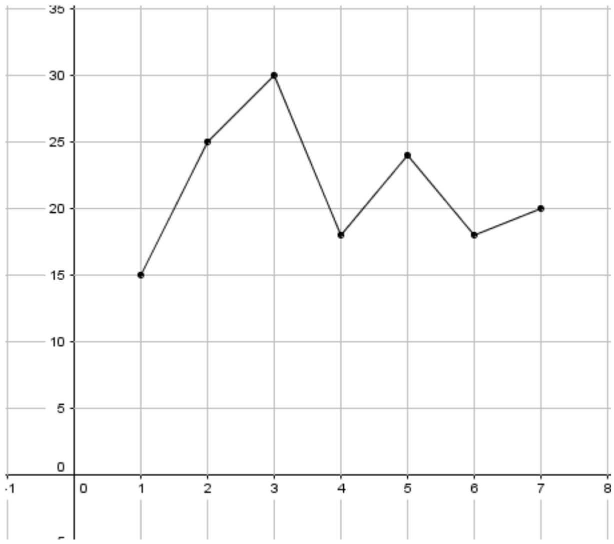
☞ On relie par un segment, chaque point à son successeur.

Exemple

Le tableau ci dessous donne l'évolution de temperature dans la ville de kribi, durant les 10 premiers jours de janvier.

$Jour$	1	2	3	4	5	6	7
$Temperature$	15	25	30	18	24	18	20

Construisons le diagramme à ligne brisées associé à cette série statistique.


35
30
25
20
15
10
5
0
-1
0
1
2
3
4
5
6
7
8

LEÇON 2 : SERIE REGROUPÉE EN CLASSES

1.2 Serie regroupée en classes

OBJECTIFS

❖ Regrouper une population en classes d'égales amplitudes ;
❖ Déterminer la (ou les) classe(s) modale(s) d'une série statistique ;
❖ Calculer la moyenne d'une série statistique regroupée en classes ;
❖ Représenter ou interpréter un diagramme.

MOTIVATION

Dans dans situations de collecte de données avec de très grand effectifs, l'on est souvent amené à regrouper les données pour un traitement plus simple et plus rapide en temps. Cette leçon nous donne les éléments de base nécessaires à un tel traitement.

Pré requis

❖ Parmi les réels 3 ; $2,5$; 5 ; 6 ; 12 ; $8,75$; $7,8$; $8,1$ lesquels appartiennent à l'intervalle $[3;6[$, à l'intervalle $[6;9[$; à l'intervalle [9 ;12[

SITUATION PROBLEME

Le proviseur d'un lycée de Kribi voudrait connaître l'âge moyen des élèves de la classe de troisième de son établissement scolaire. Les effectifs étant plétoriques, il ne peut relever tous les âges. Cependant en les regroupant, il vient que 102 élèves ont un âge compris entre 11 et 13 ans ; 83 élèves ont un âge compris entre 14 et 16 ans ; 90 élèves ont un âge compris entre 17 et 19 ans. Quelle est l'âge moyen des élèves de troisième de ce lycée ?

1.2.1 Organisation et traitement des données

a et b sont deux nombres réels tels que $a < b$

Définition 1.2.1. ☞ *On appelle **classe**, tout intervalle de la forme* $[a; b[$
☞ *L'amplitude de la classe* $[a; b[$ *est le nombre* $b - a$
☞ *Le centre de la classe* $[a; b[$ *est le nombre* $\dfrac{b+a}{2}$

Activité

Après un devoir de mathématiques, l'enseignant de mathématiques d'une classe de troisième lit les notes de ses élèves :

2	3	3	5	4	3	5	7	11	14
12	13	15	17	18	8	13	14	11	8
6	7	3	16	6	4	4	8	15	12
11	10	9	11	8	5	6	14	12	9
7	8	8	9	8	11	11	14	11	13
2	16	12	14	5	15	5	17	12	5

1) Recopie et complète :

$Classe$	$[0; 4[$	$[4; 8[$	$[8; 12[$	$[12; 16[$	$[16; 20[$	$Total$
$Effectif$						
$centre$						$-$
$effectif \times centre$						
$amplitude$						$-$

1) Quelle est l'amplitude de chaque classe ?
2) Quelle est la classe ayant le plus grand effectif ? Quel est son centre ?
3) Donne le nombre d'élèves ayant au moins 8
4) Donne le nombre d'élèves ayant une note appartenant à l'intervalle [4 ;16[
5) Divise la somme de $effectif \times centre$ par l'effectif total.

Resumé

Lorsqu'une série est regroupée en classes de mêmes amplitude, alors
☞ La classe modale est la classe ayant ayant le plus grand effectif.
☞ La moyenne d'une série statistique regroupée en classe est le quotient de la **somme des (effectifs $\times$ centres)** par l'effectif total.

Exercice d'application

Détermine la moyenne de la série statistique suivante :

$Classe$	$[0;5[$	$[5;10[$	$[10;15[$	$[15;20[$	$[20;25[$
$Effectif$	7	10	8	25	4

1.2.2 Représentation par des diagrammes

1.2.2.1 Histogramme

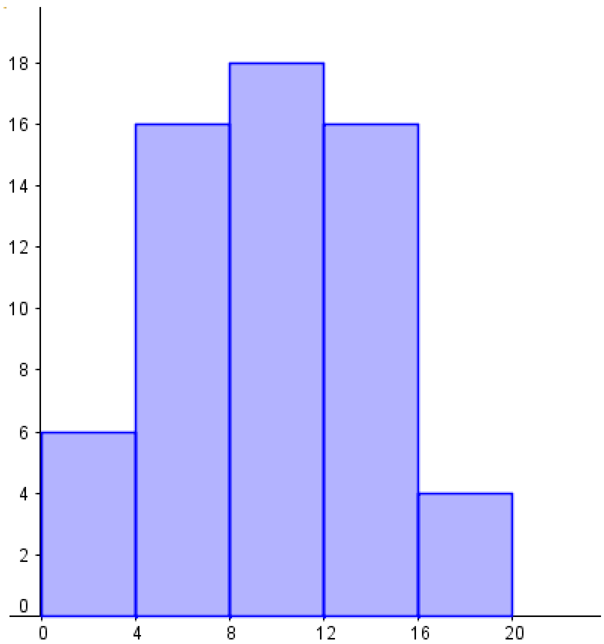
L'histogramme d'une série statistique regroupées en classes d'égales amplitudes ets représenté par des rectangles dont les "hauteurs" sont proportionnelles aux effectifs ou frequences et les "largeurs" correspondent aux amplitudes des classes associées.

Exercice d'application

Construire l'histogramme de la série statistique suivante :

$Classe$	$[0;4[$	$[4;8[$	$[8;12[$	$[12;16[$	$[16;20[$
$Effectif$	6	16	18	16	4

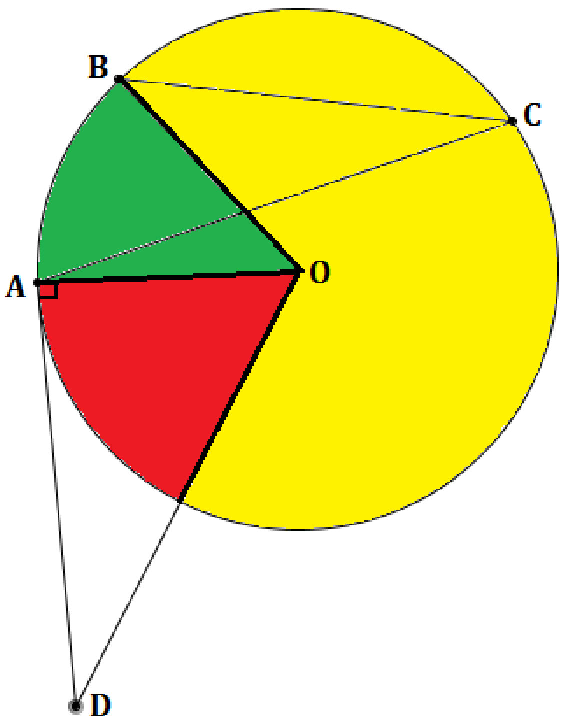
Solution



Exercices Représenter les diagrammes circulaire et semi-circulaire de cette série statistique

Exercices à faire

Integration(Angles inscrits, trigonométrie dans le triangle rectangle, statistiques)



Le disque ci-dessus représente le diagramme circulaire d'une série statistique. La partie en vert représente les personnes dont l'âge est dans l'intervalle $[9; 13[$, la partie en rouge représente les personnes dont l'âge est dans l'intervalle $[13; 17[$, et enfin, partie en vert représente les personnes dont l'âge est dans l'intervalle $[17; 21[$. Lors de la construction, Essama a oublié certaines données. Cependant il a relevé les informations suivantes : $OB = 3cm$; $OD = 6cm$ et $mes\widehat{ACB} = 45°$

L'effectif total est 660.

1) Détermine en degrés, $mes\widehat{AOD}$ et $mes\widehat{AOB}$

2) Recopie et complète le tableau statistique suivant :

$Classe$	$[9; 13[$	$[13; 17[$	$[17; 21[$
$Effectif$			
$centre$			

3) Détermine la classe modale et la moyenne de la série statistique.

4) Construis l'histogramme associé à la série.

FICHE PÉDAGOGIQUE DE PRÉPARATION D'UNE LECON

CLASSE : 3ème **SÉQUENCE :** **DATE :** **DURÉE :**

MODULE 7 : ORGANISATION ET GESTION DES DONNÉES

CHAPITRE 15 : APPLICATIONS LINÉAIRES ET APPLICATIONS AFFINES

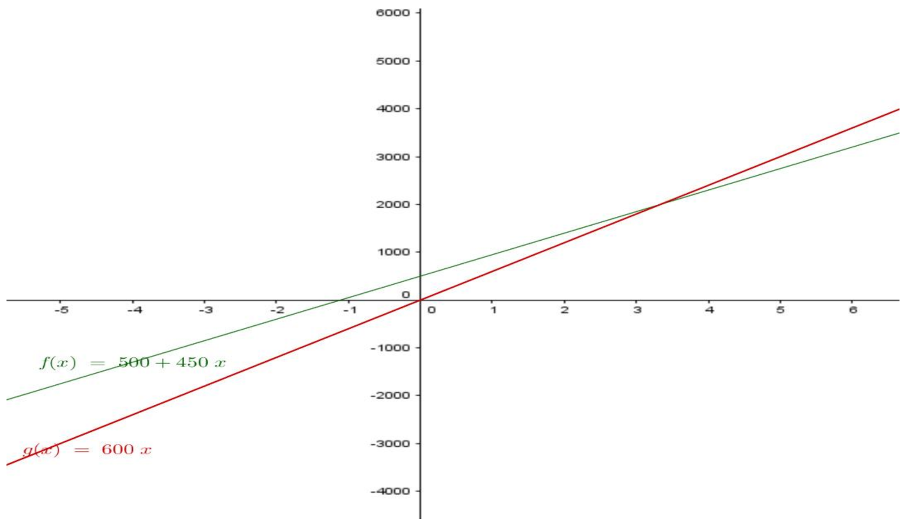
OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES : Résoudre les problèmes se rapportant à une application linéaire ou affine ; calculer l'image ou l'antécédent d'un nombre réel par une application linéaire ou affine ; utiliser le signe du coefficient directeur pour donner le sens de variation d'une application linéaire ou affine ; représenter graphiquement une application linéaire ou affine.

MOTIVATIONS : De nombreuses situations telles que les déplacements quotidiens, l'usage des médicaments, la pratique d'une activité de loisir ou sportive, l'achat ou vente d'un bien de consommation, la planification de repas ou d'activités agricoles nécessitent l'utilisation des applications linéaires ou affines. Ce chapitre nous donnera les éléments nécessaires pour le faire aisément.

ÉTAPE/ DURÉE	ACTIVITÉ DE L'ENSEIGNANT	ACTIVITÉ DE L'APPRENANT	POINT D'ENSEIGNEMENT/ APPRENTISSAGE	OBSERVATIONS
Contrôle des prérequis	1.Calcule le prix d'un article qui coûte 26000frs ayant subi une augmentation de 8%. 2.On donne A=4x et B=5x-2. Calcule les valeurs numériques de A et B pour x=14.	Traite individuellement, participe aux échanges provoqués par l'enseignant	Contrôler les prérequis	Recopier au tableau
Situation problème	Un vendeur de compact disc (CD) propose deux tarifs à ses clients. Tarif A : Forfait de 500fr et 450fr par unité. Tarif B : 600fr l'unité. 1.Deux clients BIL et JOE viennent acheter respectivement 3 CD et 10 CD. a. Quelle somme déboursera chacun des clients pour le tarif A ? b. Quelle somme déboursera chacun des clients pour le tarif B ? c. Quel est le tarif le plus avantageux pour un client qui veut acheter 2, 4, 5 ou 15 CD ? 2. Si BIL donne 5000frs et JOE donne 4200frs. a. Combien de CD recevra BIL avec le tarif A ? b. Combien de CD recevra JOE avec le tarif B ?	Ecoute, analyse et propose sa solution	Captiver l'attention des apprenants	Relever au tableau les différentes solutions des élèves sans commentaires

<table>
<tr>
<td></td>
<td>3. On désigne par x le nombre de CD à acheter et par y la somme à débourser.
Pour un client qui achète x CD, calcule la somme à débourser pour chacun des tarifs A et B.
4. Représente graphiquement les applications $f: x \rightarrow 450x + 500$ et $g: x \rightarrow 600x$ dans le même repère.</td>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>Activité d'apprentissage</td>
<td>Éric qui est un moto taximan va rencontrer un propriétaire de moto qui lui propose deux options.
Option A : Verser 100fr par Km parcouru par jour.
Option B : Verser 2000frs puis 50frs par Km parcouru par jour.
On désigne par x la distance (Km) parcourue par Éric et par y la recette à verser.
1. Exprime y en fonction de x, puis complète le tableau suivant :
a. Avec l'option A
<table>
<tr><td>x</td><td>12</td><td>15</td><td></td><td></td><td>52</td></tr>
<tr><td>y</td><td></td><td></td><td>2000</td><td>3000</td><td></td></tr>
</table>
b. Avec l'option B
<table>
<tr><td>x</td><td>10</td><td>13</td><td></td><td></td><td>60</td></tr>
<tr><td>y</td><td></td><td></td><td>2750</td><td>3250</td><td></td></tr>
</table>
2. On considère les droites $(D_1): y = 100x$ et $(D_2): y = 50x + 2000$
a. Représente ces deux droites dans le même repère orthonormé (O, I, J).
b. Quelle est la droite qui passe par l'origine du repère ?</td>
<td>Traite individuellement, participe aux échanges provoqués par l'enseignant, échange avec les voisins</td>
<td>Amener les apprenants à définir une fraction, à simplifier une fraction et à trouver les fractions égales.</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>Résumé</td>
<td>1. Soit A une partie de $\mathbb{R}$ et f une correspondance de A vers $\mathbb{R}$.
➢ f est une application lorsqu'à tout élément x de A, associe un unique élément $f(x)$ de $\mathbb{R}$.
➢ Toute application affine f est définie par $\boldsymbol{f(x) = ax + b}$ où a est le coefficient directeur de l'application et b est le terme constant de l'application. Si b=0, alors l'application est dite linéaire.
Exemple : $f(x) = 50x + 2000$; $f(x) = 100x$
➢ $\boldsymbol{x}$ est appelé antécédent de $f(x)$ et $\boldsymbol{f(x)}$ est appelé image de x par $\boldsymbol{f}$.</td>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
</table>

	Exemple : On donne Exemple : $f(x) = -3x + 1$ L'image de -4 par f est $f(-4) = 12 + 1 = 13$ L'image de 0 par f est $f(0) = 0 + 1 = 1$ L'image de 2 par f est $f(2) = -6 + 1 = -5$ L'image de $\sqrt{3}$ par f est $f(\sqrt{3}) = -3\sqrt{3} + 1$. L'antécédent de 1 est : $f(x) = 1 \Leftrightarrow -3x + 1 = 1 \Leftrightarrow x = 0$. Donc l'antécédent de 1 par f est 0. L'antécédent de 3 est : $f(x) = 3 \Leftrightarrow -3x + 1 = 3 \Leftrightarrow x = -\frac{2}{3}$. Donc l'antécédent de 1 par f est $-\frac{2}{3}$. L'antécédent de -5 est : $f(x) = -5 \Leftrightarrow -3x + 1 = -5 \Leftrightarrow x = 2$. Donc l'antécédent de -5 par f est 2. **2. Représentation graphique d'une application affine ou linéaire** Le plan est muni d'un repère orthonormé. Soit f une application d'une partie de A de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$. On appelle **représentation graphique** de f l'ensemble des points $M(x; f(x))$ du plan. **Remarques** : - La représentation graphique d'une application affine définie par $\boldsymbol{f(x) = ax + b}$ est la droite d'équation réduite $\boldsymbol{y = ax + b}$. - La représentation graphique d'une application linéaire définie par $\boldsymbol{f(x) = ax}$ est une droite qui passe par l'origine du repère d'équation réduite $\boldsymbol{y = ax}$. **Exemple :** On donne les applications suivantes : $f(x) = 450x + 500$ et $g(x) = 600x$. Représente graphiquement f et g dans un repère orthonormal.	Recopie le résumé		



3. Sens de variation d'une application affine

Soit f une application définie par $\boldsymbol{f(x) = ax + b}$.

-Si $a > 0$, alors $\boldsymbol{f}$ est une application croissante.

-Si $a < 0$, alors $\boldsymbol{f}$ est une application décroissante.

-Si $a = 0$, alors $\boldsymbol{f}$ est une application constante. (La droite de $\boldsymbol{f}$ est parallèle à l'axe des abscisses).

Une application affine définie par intervalle est une application qui coïncide avec plusieurs applications affines sur des parties de $\mathbb{R}$.

Exemples : On donne f la fonction définie par :

$$\begin{cases} \boldsymbol{f(x) = 92x + 10} & \boldsymbol{si} \quad \boldsymbol{0 \leq x < 2} \\ \boldsymbol{f(x) = 195} & \boldsymbol{si} \quad \boldsymbol{2 \leq x < 4{,}5} \\ \boldsymbol{f(x) = -25x + 7{,}5} & \boldsymbol{si} \quad \boldsymbol{4{,}5 \leq x \leq 9} \end{cases}$$

Donne le sens de variation de $\boldsymbol{f}$ dans chacun des intervalles suivants : [0 ;2[; [2; 4,5[; [4,5 ; 9].

	4. Propriétés des applications linéaires Soit $\boldsymbol{f}$ une application linéaire de la forme $\boldsymbol{f(x) = ax}$. Pour tous nombres réels u , v et k, on a : • $\boldsymbol{f(u+v) = f(u) + f(v)}$ • $\boldsymbol{f(ku) = kf(u)}$			
Exercice d'application	1- Soit f l'application affine de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ définie par : $f(x) = -3x + 7$. *a.* Calcule les images par f de chacun des nombres suivants : -10 ; $\frac{7}{3}$; 0 ; $\sqrt{5}$; 2 ; 7. b. Calcule les antécédents par f des nombres suivants : 7 ; 4 ; 0 ; -2. c. Quel est le sens de variation de cette application ? d. Construire dans un repère orthonormé l'application f. 2- Solution de la situation problème. **Devoirs à faire à la maison.**	Traite individuellement, participe aux échanges provoqués par l'enseignant, échange avec les voisins	Consolider les acquis et remédier aux insuffisances des élèves.	

MODULE 15
CONFIGURATIONS ET TRANSFORMATIONS ELÉMENTAIRES DU PLAN

Chapitre 16 : HOMOTHETIE

LECON 1 Definition et Caractéristiques d'une Homothetie (2h)

Objectif principal : Faire découvrir les éléments caractéristiques de l'homothtie en s'appuyant sur les éléments concernant l'agrandissement et la réduction.

Compétences attendues :

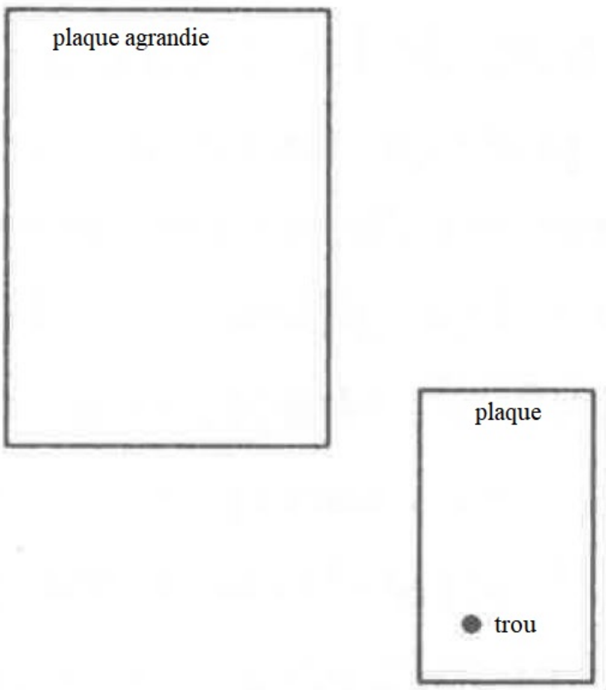
- Utiliser une homothétie pour agrandir ou réduire une figure simple.
- Construire l'image d'un point par une homothétie.

Motivation : On va voir comment agrandir/rétrecir une forme sans utiliser une photocopieuse !

Pré-requis : Théorème de Thales - Proportionnalité - Parallélisme-vecteurs colinéaires.

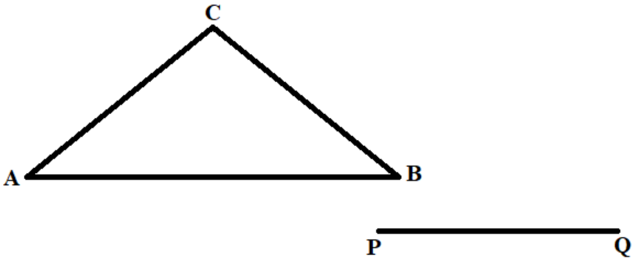
SITUATION PROBLEME

Tsogo a acheté deux plaques de formes identiques dont l'une est l'agrandissement de l'autre. Mais l'usine a oublié de percer un trou sur la plus grande. Pour les utiliser, il doit percer le trou manquant exactement où il faut. Comment doit-il procéder ?



ACTIVITE D'APPRENTISSAGE

On donne la figure suivante où $(AB)//(PQ)$.



(a) Construire (Δ_1) la parallèle à (AC) passant par P.

(b) Construire (Δ_2) la parallèle à (BC) passant par Q.

(c) Soit R le point de rencontre des droites (Δ_1) et (Δ_2). Justifier que les triangles ABC et PQR sont semblables.

(d) Vérifier graphiquement que les droites (AP), (BQ) et (CR) se rencontrent en un point O.

(e) Sur ta figure, à l'aide d'une règle graduée, mesure les distances : OP et OA ; OQ et OB, puis OR et OC. Puis, complète par le nombre qui convient :
OA=....OP, OB=....OQ et OC=....OR
-Que constates-tu ?

RESUME I. Définition et éléments caractéristiques d'une Homothetie

1- Définition.

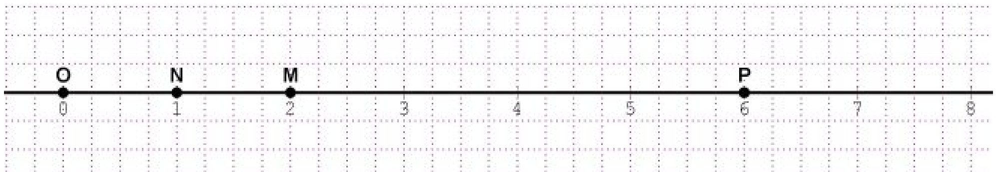
Soit O un point du plan et k un nombre réel strictement positif. On appelle homothétie de centre O et de rapport k la transformation du plan qui, à chaque point M, associe le point M' tel que :

- O, M et M' sont alignés.
- $OM' = k \times OM$ avec M et M' étant du même côté du point O.

NB : On peut traduire ces deux points par la rélation vectorielle : $\overrightarrow{OM'} = k \times \overrightarrow{OM}$.
On appelle **éléments caractéristiques** d'une homothétie, son rapport et son centre.

2-Exemple :

Soit la figure ci-dessous :



(a) Les points O, M et P sont alignés, Les points M et P sont situés d'un même côté du point O, et $OP = 3OM$.

On peut dire que P est l'image du point M par l'homothétie de centre O de rapport 3. Ce qui revient à écrire : $\overrightarrow{OP} = 3\overrightarrow{OM}$

(b) Les points O, N et M sont alignés, les points M et N sont situé d'un même côté du point O, et $ON = \frac{1}{2}OM$.

On peut donc dire que N est l'image de M par l'homothetie de centre O de rapport $\frac{1}{2}$. Ce qui revient à écrire : $\overrightarrow{ON} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OM}$

Exercices D'applications :

Exercice 1

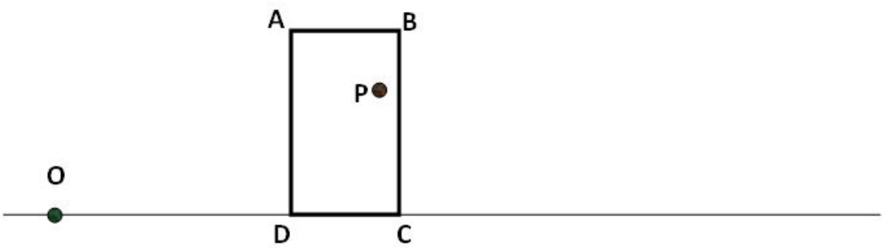
On utilisant la figure précédente, déterminer :

(i) le rapport de l'homothetie de centre N qui transforme M en P.

(ii) le centre Q de l'homothetie de rapport 4 telle que O soit l'image de M.

Exercice 2

On donne la figure ci-dessous. Soit h l'homothetie de centre O et de rapport 2. Construire les images A', B', C', D' et P' des points A, B, C, D et P par l'homothétie h. Qu'obtient-on ?



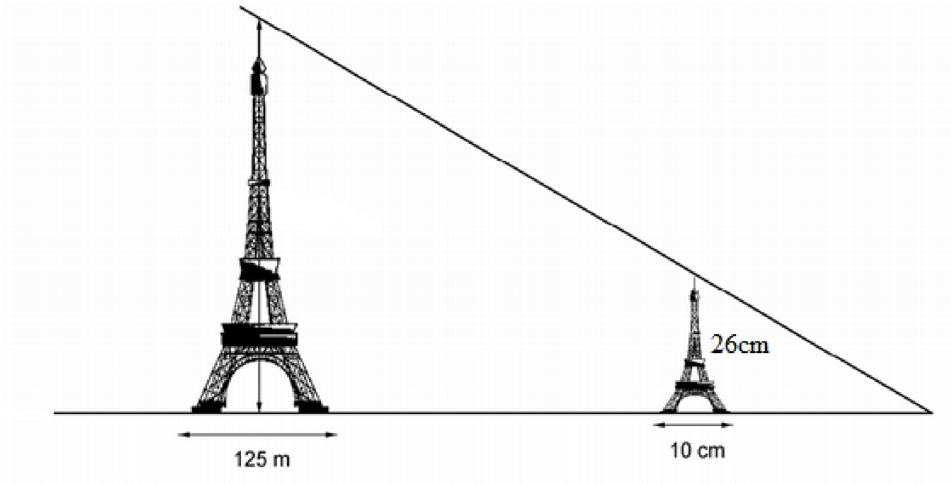
Fait avec LaTeX 2_ε par M. ADRIEN BENYOMO

LECON 2 Propriétés d'une homothétie (2h)

Objectif principal : Faire comprendre l'effet des homothéties sur les grandeurs géométriques (longueur, aire, volume etc...)
Pré-requis : Notion de base sur les homothéties

SITUATION PROBLEME

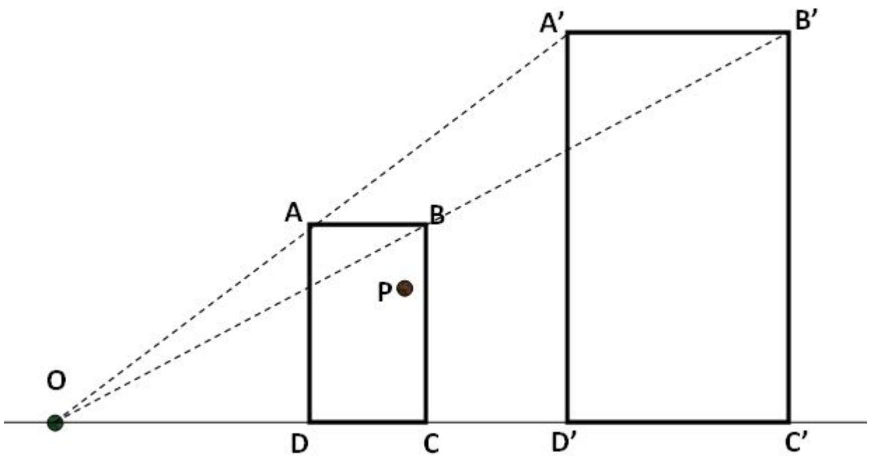
Invité par son cousin à Paris, Tsogo achète une Tour miniature qu'il dispose sur le sol, non loin de la véritable Tour, comme indiqué sur la figure ci-dessous. Il voudrait déterminer la hauteur de la véritable Tour. Comment peut-il procéder ?



On pourra distribuer les kits ou réaliser une figure au tableau et laisser les enfants chercher pendant 20 minutes en circulant et en encourageant les bonnes initiatives

Activité d'apprentissage :

On donne la figure suivante où le rectangle $A'B'C'D'$ est l'image du rectangle $ABCD$ par l'homothetie de centre O et de rapport $k = 2$.



1- En remarquant que $(AB)//(A'B')$ justifier que $A'B' = 2 \times AB$

2- Montrer de même que $A'D' = 2 \times AD$.

3- Soit $\mathcal{A}$ l'aire du rectangle $ABCD$ et $\mathcal{A}'$ l'aire du rectangle $A'B'C'D'$. En uilisant les questions précédentes, montrer que $\mathcal{A}' = 2^2 \times \mathcal{A}$. Que remarquez-vous ?

Fait avec $\LaTeX 2_\varepsilon$ par M. ADRIEN BENYOMO

RESUME II. Propriétés des Homotheties

1- Propriétés

P1 : Soit h une homothétie de rapport k. alors :

- h multiplie les distances par k.
- h multiplie les aires par k^2
- h multiplie les volumes par k^3.
- si $k > 1$, h est un agrandissement
- si $k < 1$, h est une réduction (on pourra illustrer par une figure)

P2 : Les homothéties conservent l'allignement, le parallélisme, les angles.

P3 : Les homothétie conservent la nature des figures géométriques.

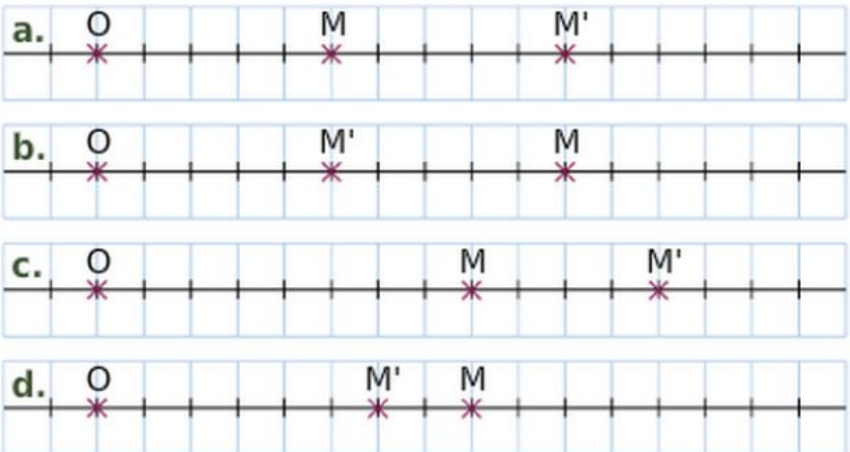
2- Application directe du cours

Soit un rectangle de longueur $L = 27cm$ et de largeur $l = 9cm$. On fait une réduction de ce rectangle à l'aide d'une homothétie de rapport $\frac{1}{3}$.

Déterminer les dimensions, puis l'aire du rectangle réduit.

EXERCICES

Exercice 1 : Soit les quatres situations suivantes :



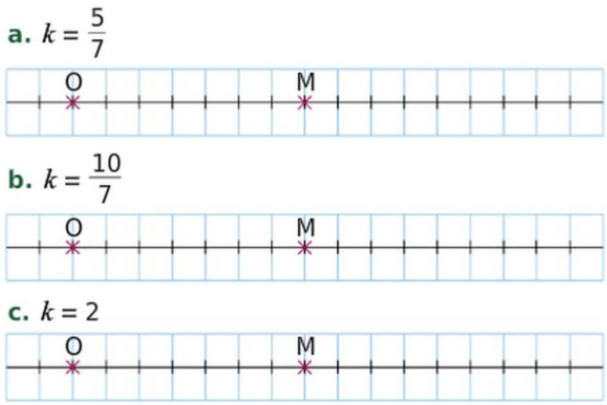
Réproduire et compléter les tableaux suivants :

	a.	b.	c.	d.
Rapport				

	a.	b.	c.	d.
Réduction				
Agrandissement				

Exercice 2 :

Pour chacune des trois situations suivante, construire le point M' image de M par l'homothétie de rapport k donné et de centre O.



Exercice 3

Le triangle $A'B'C'$ est l'image de ABC par une homothetie.

1- Construire le centre de cette homothétie.

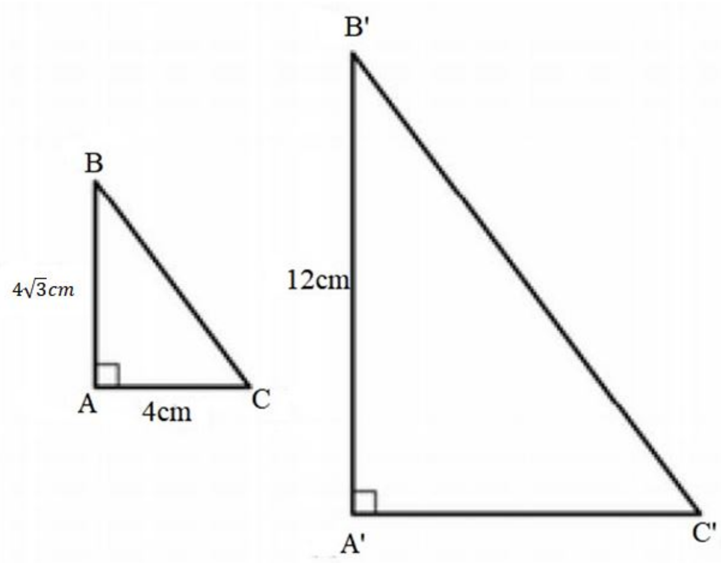
2- Déterminer le rapport k de cette homothétie

3- Calculer les dimensions de l'image.

4- Calculer la mésure de l'angle $\widehat{A'B'C'}$

5- Calculer l'aire a de ABC et l'aire a' de $A'B'C'$.

Comment passe t-on de a à a' ? De a' à a ?



Exercice 4

Soit ABC un triangle isocèle en A de hauteur h tel que $AB = AC = 73mm$ et $BC = 110mm$. Soit $A'B'C'$ l'image de ABC par l'homothétie de rapport $\frac{1}{4}$.

(a) Déterminer la hauteur h' de $A'B'C'$.

(b) Déterminer en cm^2 l'aire du triangle $A'B'C'$.

Fait avec $\LaTeX 2_\varepsilon$ par M. ADRIEN BENYOMO