Collection
PHARE

Mathématiques 3e

Laurent Ploy
Professeur au Collège Vincent Auriol à Revel (31)

Roger Brault
Professeur au Lycée Maréchal Soult à Mazamet (81)

Ludovic Requis
Professeur au Lycée de Touscayrats (81)

Cahier d'activités

Nom : ______________________________

____

Prénom : ______________________________

____

Classe : ______________________________

hachette
ÉDUCATION

Maquette de couverture : N. Piroux
Maquette intérieure : F. Jély
Mise en page : C*MB* Graphic
Dessins techniques : G. Poing
Suivi éditorial : J. Cottereau
Crédit photographique couverture : Phare de Peggy's Point, Canada – © Jean Guichard

Cet ouvrage est imprimé sur du papier composé de fibres naturelles, renouvelables, recyclables, et fabriqué à partir de bois issu de forêts gérées de façon durable conformément à l'article 206 de la loi n° 2010-788 du 12 juillet 2010.

www.hachette-education.com

© Hachette Livre 2012, 43, quai de Grenelle, 75905 Paris Cedex 15.
ISBN : 978-2-01-120110-2
Tous droits de traduction, de reproduction et d'adaptation réservés pour tous pays.

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes des articles L. 122-4 et L. 122-5, d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective », et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite ».

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, sans autorisation de l'éditeur ou du Centre français de l'exploitation du droit de copie (20, rue des Grands-Augustins 75006 Paris), constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles 425 et suivants du Code pénal.

SOMMAIRE

© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

CHAPITRE 1

Calcul numérique

SC1 Effectuer des opérations sur les nombres relatifs en écriture fractionnaire.

SC2 Utiliser les règles de calcul sur les puissances.

JE REVOIS LE COURS… ÉCRITURES FRACTIONNAIRES

Soient a, b, c et d quatre nombres relatifs avec b et d non nuls.

- $\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{a+c}{b}$; $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$; Et si $c \neq 0$, on a : $\frac{a}{b} : \frac{c}{d}=\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}$.

1 SC1 Calculer, puis simplifier si possible les fractions suivantes :

$A=\frac{-9}{8}+\frac{15}{8}=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$

$B=\frac{17}{12}-\frac{11}{3}=\frac{17}{12}-\frac{44}{12}=-\frac{27}{12}=-\frac{9}{4}$

$C=\frac{3}{4}-\frac{4}{3}=\frac{9}{12}-\frac{16}{12}=\frac{-7}{12}$

$D=2+\frac{5}{6}-\frac{7}{2}=\frac{12}{6}+\frac{5}{6}-\frac{21}{6}=\frac{-4}{6}=-\frac{2}{3}$

2 SC1 Calculer, puis simplifier si possible les expressions suivantes :

$A=\frac{-7}{4}\times\frac{11}{9}=\frac{-7\times 11}{4\times 9}=-\frac{77}{36}$

$B=15\times\frac{14}{35}=\frac{3\times 5\times 2\times 7}{5\times 7}=6$

$C=\frac{24}{(-35)}\times\frac{(-42)}{36}=\frac{-3\times 4\times 2\times 3\times 2\times 7}{-5\times 7\times 4\times 3\times 3}=\frac{4}{5}$

3 SC1 Calculer, puis simplifier si possible le résultat des expressions suivantes :

$A=\frac{6}{7} : \frac{9}{5}=\frac{6}{7}\times\frac{5}{9}=\frac{2\times 3\times 5}{7\times 3\times 3}=\frac{10}{21}$

$B=\frac{15}{8} : (-6)=\frac{15}{8}\times\frac{-1}{6}=\frac{-5\times 3}{8\times 2\times 3}=-\frac{5}{16}$

$C=\frac{12}{35} : \frac{8}{21}=\frac{12}{35}\times\frac{21}{8}$

$C=\frac{3\times 4\times 7\times 3}{5\times 7\times 4\times 2}=\frac{9}{10}$

$D=-18 : \frac{27}{-8}=-18\times\frac{-8}{27}$

$D=\frac{-2\times 9\times 8}{-3\times 9}=\frac{16}{3}$

4 SC1 Calculer, puis simplifier si possible le résultat des expressions suivantes :

$A=\frac{3}{2}+\frac{7}{2}\times\frac{5}{3}=\frac{3}{2}+\frac{35}{6}=\frac{9}{6}+\frac{35}{6}=\frac{44}{6}=\frac{22}{3}$

$B=\frac{5}{7}-\frac{4}{7} : \frac{5}{3}=\frac{5}{7}-\frac{4}{7}\times\frac{3}{5}=\frac{5}{7}-\frac{4\times 3}{7\times 5}$

$B=\frac{5}{7}-\frac{12}{35}=\frac{25}{35}-\frac{12}{35}=\frac{13}{35}$

$C=\left(\frac{2}{3}+\frac{2}{5}\right) : \left(1-\frac{5}{7}\right)=\left(\frac{10}{15}+\frac{6}{15}\right) : \left(\frac{7}{7}-\frac{5}{7}\right)$

$C=\left(\frac{16}{15}\right) : \left(\frac{2}{7}\right)=\frac{16}{15}\times\frac{7}{2}=\frac{56}{15}$

5 SC1 Calculer les expressions suivantes et donner chaque résultat sous forme d'une fraction la plus simple possible.

$A=\dfrac{\frac{5}{8}-\frac{5}{3}}{1+\frac{29}{6}}=\dfrac{\frac{15}{24}-\frac{40}{24}}{\frac{35}{6}}$

$A=\dfrac{\frac{-25}{24}}{\frac{35}{6}}=\frac{-25}{24}\times\frac{6}{35}$

$A=\frac{-5\times 5\times 6}{4\times 6\times 7\times 5}=-\frac{5}{28}$

$B=\frac{2}{9}-\frac{5}{4} : 3=\frac{2}{9}-\frac{5}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{9}-\frac{5}{12}$

$B=\frac{8}{36}-\frac{15}{36}=-\frac{7}{36}$

$C=\frac{3}{5}-2 : \left(\frac{2}{3}-\frac{3}{2}\right)=\frac{3}{5}-2 : \left(\frac{4}{6}-\frac{9}{6}\right)$

$C=\frac{3}{5}-2 : \left(\frac{-5}{6}\right)=\frac{3}{5}-2\times\left(\frac{-6}{5}\right)$

$C=\frac{3}{5}+\frac{12}{5}=\frac{15}{5}=3$

© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

JE REVOIS LE COURS... CALCULER AVEC DES PUISSANCES

■ a désigne un nombre relatif et n un nombre entier positif non nul.

On a : $a^n = \underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{n \text{ facteurs}}$ et $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n} = \dfrac{1}{\underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{n \text{ facteurs}}}$

■ a et b désignent deux nombres non nuls, n et p désignent deux nombres entiers relatifs.

$a^n \times a^p = a^{n+p}$ $\quad \dfrac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$ $\quad (a^n)^p = a^{n \times p}$ $\quad a^n \times b^n = (a \times b)^n$ $\quad \dfrac{a^n}{b^n} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^n$

6 SC2 Calculer chaque expression sans calculatrice.

a) $(-1)^6 = (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) = 1$

b) $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$

c) $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$

d) $3^{-2} = \dfrac{1}{3^2} = \dfrac{1}{3 \times 3} = \dfrac{1}{9}$

e) $(-2)^{-3} = \dfrac{1}{(-2)^3} = \dfrac{1}{(-2) \times (-2) \times (-2)} = -\dfrac{1}{8}$

f) $(-175)^0 = 1$

g) $5^{-1} = \dfrac{1}{5} = 0{,}2$

h) $-7^2 = -7 \times 7 = -49$

7 SC2 Écrire chaque nombre sous la forme a^n.

a) $7^2 \times 7^3 = 7^{2+3} = 7^5$

b) $(5^6)^3 = 5^{6 \times 3} = 5^{18}$

c) $\dfrac{2^7}{2^4} = 2^{7-4} = 2^3$

d) $11^{-5} \times 11^7 = 11^{-5+7} = 11^2$

e) $(6^4)^{-3} = 6^{4 \times (-3)} = 6^{-12}$

f) $\dfrac{10^{-2}}{10^5} = 10^{-2-5} = 10^{-7}$

g) $3^{-5} \times 3^{-2} = 3^{-5-2} = 3^{-7}$

h) $\dfrac{5^{-3}}{5^{-2}} = 5^{3-(-2)} = 5^5$

8 SC2 Écrire chaque produit sous la forme a^n.

a) $3^5 \times 2^5 = (3 \times 2)^5 = 6^5$

b) $10^7 \times 3^7 = (10 \times 3)^7 = 30^7$

c) $5^{-9} \times 3^{-9} = (5 \times 3)^{-9} = 15^{-9}$

d) $10^{-2} \times 100^{-2} = (10 \times 100)^{-2} = 1\,000^{-2}$

e) $(7^{-3})^2 = 7^{-3 \times 2} = 7^{-6}$

f) $\dfrac{10^{-5}}{10^{-7}} = 10^{-5-(-7)} = 10^2$

g) $(2^4)^3 = 2^{4 \times 3} = 2^{12}$

h) $\dfrac{1}{(3^4)^2} = \dfrac{1}{3^{4 \times 2}} = \dfrac{1}{3^8} = 3^{-8}$

9 SC2 Pour chaque expression, déterminer une écriture sans parenthèses.

a) $(3a)^2 = 3^2 \times a^2 = 9a^2$

b) $(10b)^3 = 10^3 \times b^3 = 1\,000b^3$

c) $\left(\dfrac{x}{2}\right)^4 = \dfrac{x^4}{2^4} = \dfrac{x^4}{16}$

d) $\left(\dfrac{-5y}{7}\right)^2 = \dfrac{(-5)^2 \times y^2}{7^2} = \dfrac{25y^2}{49}$

e) $\left(\dfrac{2}{3a}\right)^{-2} = \left(\dfrac{3a}{2}\right)^2 = \dfrac{9a^2}{4}$

f) $\left(\dfrac{11x}{7y}\right)^0 = 1$

10 SC2 Compléter les égalités suivantes :

a) $5^2 \times 5^{3} = 5^5$

b) $\dfrac{10^{7}}{10^5} = 10^2$

c) $7^{-3} \times 7^8 = 7^5$

d) $\dfrac{6^{-5}}{6^{-2}} = 6^{-3}$

e) $(10^3)^{-2} = 10^{-6}$

f) $\dfrac{2^{-3}}{2^5} = 2^{-8}$

11 SC2 Écrire chaque expression sous la forme a^n.

a) $\dfrac{7^6 \times 7^2}{7^4} = 7^{6+2-4} = 7^4$

b) $11^7 \times (11^5)^{-3} = 11^7 \times 11^{-15} = 11^{7-15} = 11^{-8}$

c) $\dfrac{5^{-9}}{(5^4)^3} = \dfrac{5^{-9}}{5^{12}} = 5^{-9-12} = 5^{-21}$

d) $\dfrac{13^8 \times 13^{-11}}{13^{-3}} = 13^{8+(-11)+3} = 13^0$

e) $\dfrac{10^{-9} \times 10^3}{(10^5)^{-4}} = \dfrac{10^{-9+3}}{10^{-20}} = \dfrac{10^{-6}}{10^{-20}} = 10^{-6+20} = 10^{14}$

f) $\dfrac{2^4 \times 2^{-7}}{2^5} = 2^{4-7-5} = 2^{-8}$

g) $\dfrac{3 \times 3^4}{(3^{-2})^5} = \dfrac{3^{1+4}}{3^{-10}} = 3^{5+10} = 3^{15}$

h) $\dfrac{(10^4)^3}{10} = \dfrac{10^{12}}{10^1} = 10^{12-1} = 10^{11}$

© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

JE REVOIS LE COURS... L'ÉCRITURE SCIENTIFIQUE D'UN NOMBRE

L'écriture scientifique d'un nombre décimal positif est l'unique forme $a \times 10^n$ dans laquelle le nombre a est un nombre décimal ayant un seul chiffre avant la virgule, ce chiffre étant non nul, et n est un nombre entier relatif.

12 Donner l'écriture décimale des produits suivants :

a) $7{,}21 \times 10^2 = 721$

b) $1{,}35 \times 10^{-4} = 0{,}000\,135$

c) $9{,}413 \times 10^5 = 941\,300$

d) $48{,}3 \times 10^{-3} = 0{,}048\,3$

e) $57 \times 10^7 = 570\,000\,000$

f) $452 \times 10^{-6} = 0{,}000\,452$

13 Donner l'écriture scientifique des nombres suivants :

a) $0{,}000\,05 = 5 \times 10^{-5}$

b) $90\,000\,000 = 9 \times 10^7$

c) $307\,500 = 3{,}075 \times 10^5$

d) $0{,}012\,7 = 1{,}27 \times 10^{-2}$

e) $153\,940\,000 = 1{,}539\,4 \times 10^8$

f) $0{,}000\,081 = 8{,}1 \times 10^{-5}$

14 Donner l'écriture scientifique des produits suivants :

a) $315 \times 10^3 = 3{,}15 \times 10^{2} \times 10^3 = 3{,}15 \times 10^5$

b) $0{,}075 \times 10^{-2} = 7{,}5 \times 10^{-2} \times 10^{-2} = 7{,}5 \times 10^{-4}$

c) $92 \times 10^7 = 9{,}2 \times 10^1 \times 10^7 = 9{,}2 \times 10^8$

d) $0{,}000\,9 \times 10^8 = 9 \times 10^{-4} \times 10^8 = 9 \times 10^4$

15 **1)** Calculer les expressions suivantes :

$A = 3 \times 10^4 \times 7 \times 10^{-9}$

$A = 3 \times 7 \times 10^{4} \times 10^{-9}$

$A = 21 \times 10^{4-9}$

$A = 21 \times 10^{-5}$

$B = 3{,}2 \times 10^8 \times 0{,}3 \times 10^5$

$B = 3{,}2 \times 0{,}3 \times 10^8 \times 10^5$

$B = 0{,}96 \times 10^{8+5}$

$B = 0{,}96 \times 10^{13}$

$C = 15 \times 10^{-7} \times 24 \times 10^{-12}$

$C = 15 \times 24 \times 10^{-7} \times 10^{-12}$

$C = 360 \times 10^{-7-12}$

$C = 360 \times 10^{-19}$

2) Donner les résultats en écriture scientifique.

$A = 2{,}1 \times 10^1 \times 10^{-5} = 2{,}1 \times 10^{-4}$

$B = 9{,}6 \times 10^{-1} \times 10^{13} = 9{,}6 \times 10^{12}$

$C = 3{,}6 \times 10^2 \times 10^{-19} = 3{,}6 \times 10^{-17}$

16 **1)** Calculer les expressions suivantes :

$A = \dfrac{8 \times 10^{-5} \times 3 \times (10^3)^4}{6 \times 10^8}$

$A = \dfrac{8 \times 3}{6} \times \dfrac{10^{-5} \times (10^3)^4}{10^8}$

$A = 4 \times \dfrac{10^{-5} \times 10^{3\times 4}}{10^8}$

$A = 4 \times 10^{-5+12-8} = 4 \times 10^{-1}$

$B = \dfrac{24 \times 10^7 \times 35 \times 10^5}{21 \times (10^{-4})^2}$

$B = \dfrac{8 \times 3 \times 7 \times 5}{3 \times 7} \times \dfrac{10^7 \times 10^5}{10^{-8}}$

$B = 40 \times \dfrac{10^{12}}{10^{-8}}$

$B = 40 \times 10^{12-8} = 40 \times 10^4$

2) Donner les résultats en écriture scientifique.

$A = 4 \times 10^{-1}$ et $B = 4 \times 10^1 \times 10^4 = 4 \times 10^5$

17 **1)** Calculer les expressions suivantes :

$A = \dfrac{27 \times 10^8}{15 \times 10^6 \times 12 \times (10^{-5})^3}$

$A = \dfrac{27}{15 \times 12} \times \dfrac{10^8}{10^6 \times (10^{-5})^3}$

$A = 0{,}15 \times \dfrac{10^8}{10^6 \times 10^{-5\times 3}}$

$A = 0{,}15 \times 10^{8-6+15} = 0{,}15 \times 10^{17}$

$B = \dfrac{54 \times 10^{-17} \times 35 \times (10^4)^3}{14 \times 10^{16} \times 12 \times (10^{-6})^2}$

$B = \dfrac{2 \times 3 \times 9 \times 5 \times 7}{2 \times 7 \times 4 \times 3} \times \dfrac{10^{-17} \times (10^4)^3}{10^{16} \times (10^{-6})^2}$

$B = 11{,}25 \times \dfrac{10^{-17} \times 10^{4\times 3}}{10^{16} \times 10^{-6\times 2}}$

$B = 11{,}25 \times \dfrac{10^{-5}}{10^4}$

$B = 11{,}25 \times 10^{-9}$

2) Donner les résultats en écriture scientifique.

$A = 1{,}5 \times 10^{-1} \times 10^{17} = 1{,}5 \times 10^{16}$

$B = 1{,}125 \times 10^1 \times 10^{-9} = 1{,}125 \times 10^{-8}$

© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

Questions à Choix Multiples

Pour chacune des questions suivantes, entourer la (ou les) bonne(s) réponse(s).

Attention : Il peut y avoir plusieurs réponses exactes pour chaque énoncé ! Les trouver toutes.

Énoncé	A	B	C	D
18 $-\frac{7}{4}+\frac{5}{3}=$	$-\frac{12}{7}$	$-\frac{41}{12}$	$\boxed{-\frac{1}{12}}$	$-\frac{35}{12}$
19 $\frac{9}{2}\times\frac{5}{3}=$	$\boxed{7{,}5}$	$\boxed{\frac{15}{2}}$	$\frac{-1}{6}$	$\frac{270}{36}$
20 $\frac{5}{6}:\frac{4}{9}=$	$\frac{20}{54}$	$\boxed{\frac{15}{8}}$	$\frac{6}{5}\times\frac{4}{9}$	$\boxed{\frac{5}{6}\times\frac{9}{4}}$
21 $\frac{4}{3}-\frac{5}{3}:\frac{2}{7}=$	$\frac{-7}{6}$	$\frac{-2}{21}$	$\boxed{\frac{-9}{2}}$	$\frac{-31}{3}$
22 2^{-4} est égal à	-16	$\boxed{\frac{1}{16}}$	8	-2^4
23 $7^5\times7^{-3}$ est égal à	7^{-15}	$\boxed{7^2}$	14^2	49^{-15}
24 $\frac{10^{12}}{10^{-4}}$ est égal à	10^8	$\boxed{10^{16}}$	10^{-48}	10^{-3}
25 $(-9x)^2$ est égal à	$-81x^2$	$-9x^2$	$81x$	$\boxed{81x^2}$
26 $7{,}83\times10^{-5}$ est égal à	78 300 000	783 000	$\boxed{0{,}000\,078\,3}$	0,000 007 83
27 L'écriture scientifique de $4\times10^6\times5\times10^5$ est	20×10^{11}	$\boxed{2\times10^{12}}$	2×10^{10}	$0{,}2\times10^{13}$

© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

CHAPITRE 2

Calcul littéral

SC1 Calculer la valeur d'une expression littérale en donnant aux variables des valeurs numériques.

SC2 Transformer une expression littérale du premier degré à une variable.

JE REVOIS LE COURS... DÉVELOPPER, FACTORISER ET RÉDUIRE UNE EXPRESSION

- Si a, b et k désignent des nombres relatifs, on a : $k(a + b) = ka + kb$.
- Si a, b, c et d désignent des nombres relatifs, on a : $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$.

1 **SC2** Développer, puis réduire ces expressions :

a) $6(a - 2) - (3 + 4a) = 6a - 12 - 3 - 4a$

$= 2a - 15$

b) $(3b - 8)(1 + b) = 3b + 3b^2 - 8 - 8b$

$= 3b^2 - 5b - 8$

c) $(5 - 3x)(4 - 5x) = 20 - 25x - 12x + 15x^2$

$= 15x^2 - 37x - 20$

2 Développer, puis réduire ces expressions :

$A = (3a - 4)(2a + 5) - 4a(1 + 3a)$

$A = 6a^2 + 15a - 8a - 20 - 4a - 12a^2$

$A = -6a^2 + 3a - 20$

$B = 3(2b - 7) - (5b - 1)(3 - b)$

$B = 6b - 21 - (15b - 5b^2 - 3 + b)$

$B = 6b - 21 - 15b + 5b^2 + 3 - b$

$B = 5b^2 - 10b - 18$

3 **SC1** On donne les expressions A et B suivantes :

$A = (3x + 4)(5x - 1)$ et $B = 4x(3x + 4) - 2(-9 - 3x)$

1) Calculer A et B pour $x = -2$

$A = (3 \times (-2) + 4)(5 \times (-2) - 1) = -2 \times (-11) = 22$

$B = 4 \times (-2) \times (3 \times (-2) + 4) - 2(-9 - 3 \times (-2))$

$= -8 \times (-2) - 2 \times (-3) = 16 + 6 = 22$

2) Développer, puis réduire les expressions A et B.

$A = (3x + 4)(5x - 1) = 15x^2 - 3x + 20x - 4$

$= 15x^2 + 17x - 4$

$B = 4x(3x + 4) - 2(-9 - 3x) = 12x^2 + 16x + 18 + 6x$

$= 12x^2 + 22x + 18$

3) Les expressions A et B sont-elles égales ?

Non, les expressions A et B ne sont pas égales.

4 **SC2** Factoriser chacune de ces expressions :

a) $15a + 25 = 5 \times 3a + 5 \times 5 = 5(3a + 5)$

b) $21b - 49 = 7 \times 3b - 7 \times 7 = 7(3b - 7)$

c) $x + 5x^2 = 1 \times x + 5x \times x = x(1 + 5x)$

d) $12y^2 - 8y = 4y \times 3y - 4y \times 2 = 4y(3y - 2)$

5 Factoriser chacune des expressions suivantes :

$A = (3 - x)(2x + 1) + 5x(2x + 1)$

$A = (2x + 1)[(3 - x) + 5x]$

$A = (2x + 1)(3 - x + 5x) = (2x + 1)(3 + 4x)$

$B = (4x + 5)(3x + 2) - (3x + 2)(2x - 7)$

$B = (3x + 2)[(4x + 5) - (2x - 7)]$

$B = (3x + 2)(4x + 5 - 2x + 7)$

$B = (3x + 2)(2x + 12)$

$C = (x + 1)(5 - 2x) - (x + 1)$

$C = (x + 1)(5 - 2x) - (x + 1) \times 1$

$C = (x + 1)[(5 - 2x) - 1] = (x + 1)(4 - 2x)$

$D = (7x - 5)(3 - 2x) - (3 - 2x)(x + 4)$

$D = (3 - 2x)[(7x - 5) - (x + 4)]$

$D = (3 - 2x)(7x - 5 - x - 4)$

$D = (3 - 2x)(6x - 9)$

$E = (5 - 4x)^2 - (2x - 1)(5 - 4x)$

$E = (5 - 4x)[(5 - 4x) - (2x - 1)]$

$E = (5 - 4x)(5 - 4x - 2x + 1)$

$E = (5 - 4x)(6 - 6x)$

© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

JE REVOIS LE COURS... RÉSOUDRE UNE ÉQUATION

Résoudre une équation d'inconnue x, c'est trouver toutes les valeurs possibles du nombre x qui vérifient l'égalité.
Chacune de ces valeurs est une solution de l'équation.

6 Résoudre les équations suivantes :

1) $3x - 7 = 5$

$3x - 7 + 7 = 5 + 7$

$3x = 12$, donc $x = 4$

Vérification : $3 \times 4 - 7 = 12 - 7 = 5$

L'équation admet une solution : 4.

2) $4(2x - 3) = 6$

$8x - 12 = 6$

$8x = 6 + 12$

$8x = 18$

$x = 2{,}25$

Vérification : $4(2 \times 2{,}25 - 3) = 4 \times 1{,}5 = 6$

L'équation admet une solution : 2,25.

3) $\dfrac{5x}{3} = 10$

$x = 10 \times \dfrac{3}{5}$

$x = 6$

Vérification : $\dfrac{5 \times 6}{3} = \dfrac{30}{3} = 10$

L'équation admet une solution : 6.

7 Résoudre les équations suivantes :

1) $2x + 11 = 4 - 5x$

$2x + 5x = 4 - 11$

$7x = -7$, donc $x = -1$

Vérification :

1er membre : $2 \times (-1) + 11 = -2 + 11 = 9$

2e membre : $4 - 5 \times (-1) = 4 + 5 = 9$

L'équation admet une solution : -1.

2) $7(3x - 1) - 5(x + 5) = 0$

$21x - 7 - 5x - 25 = 0$

$16x - 32 = 0$

$16x = 32$

$x = 2$

Vérification :

$7(3 \times 2 - 1) - 5(2 + 5) = 7 \times 5 - 5 \times 7 = 0$

L'équation admet une solution : 2.

8 Un groupe de 60 personnes, composé d'élèves de 3e et de professeurs, veut visiter un musée ; les places « élèves » sont à 5 € et les places « professeurs » sont à 8 €. Le groupe paie 318 €.
Combien y a-t-il d'élèves dans ce groupe ?

Choix de l'inconnue :

On note x le nombre d'élèves du groupe. Le nombre de professeurs est alors $60 - x$.

Mise en équation :

$5x + 8(60 - x) = 318$

Résolution :

$5x + 480 - 8x = 318$

$-3x + 480 = 318$, donc $480 - 318 = 3x$

$162 = 3x$, donc $54 = x$

Vérification :

$5 \times 54 + 8(60 - 54) = 270 + 48 = 318$

Conclusion : Il y a 54 élèves dans ce groupe.

9 Dans une classe de 3e, $\dfrac{2}{3}$ des élèves ont choisi l'anglais comme LV1, $\dfrac{1}{4}$ ont choisi l'espagnol, et les 2 derniers élèves ont choisi l'allemand.

Combien y a-t-il d'élèves dans cette classe ?

Choix de l'inconnue :

On note x le nombre d'élèves dans cette classe.

Mise en équation :

$\dfrac{2}{3}x + \dfrac{1}{4}x + 2 = x$

Résolution :

$2 = x - \dfrac{2}{3}x - \dfrac{1}{4}x$

$2 = \dfrac{12}{12}x - \dfrac{8}{12}x - \dfrac{3}{12}x$

$2 = \dfrac{1}{12}x$

$24 = x$

Vérification :

$\dfrac{1}{4} \times 24 + \dfrac{1}{4} \times 24 + 2 = 16 + 6 + 2 = 24$

Conclusion : Il y a 24 élèves dans cette classe.

© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

JE REVOIS LE COURS... ÉQUATION PRODUIT NUL

Si un produit est nul, alors l'un, au moins, de ses facteurs est nul.

Autrement dit : si $a \times b = 0$, alors $a = 0$ ou $b = 0$.

10 Résoudre les équations suivantes :

1) $(3x - 6)(2x + 8) = 0$

Si un produit est nul, alors l'un, au moins, de ses facteurs est nul.

Donc : $3x - 6 = 0$ ou $2x + 8 = 0$

$3x = 6$ ou $2x = -8$

$x = 2$ ou $x = -4$

Vérification :

$3 \times 2 - 6 = 0$ Le premier facteur est nul.

$2 \times (-4) + 8 = 0$ Le deuxième facteur est nul.

Cette équation a deux solutions : 2 et -4.

2) $(3 - 2x)(4x + 5) = 0$

Si un produit est nul, alors l'un, au moins, de ses facteurs est nul.

Donc : $3 - 2x = 0$ ou $4x + 5 = 0$

$3 = 2x$ ou $4x = -5$

$1{,}5 = x$ ou $x = -1{,}25$

Vérification :

$3 - 2 \times 1{,}5 = 0$ Le premier facteur est nul.

$4 \times (-1{,}25) + 5 = 0$ Le deuxième facteur est nul.

Cette équation a deux solutions : 1,5 et $-1{,}25$.

3) $(5x - 7)(3x - 5) = 0$

Si un produit est nul, alors l'un, au moins, de ses facteurs est nul.

Donc : $5x - 7 = 0$ ou $3x - 5 = 0$

$5x = 7$ ou $3x = 5$

$x = \frac{7}{5}$ ou $x = \frac{5}{3}$

Vérification :

$5 \times \frac{7}{5} - 7 = 0$ Le premier facteur est nul.

$3 \times \frac{5}{3} - 5 = 0$ Le deuxième facteur est nul.

Cette équation a deux solutions : $\frac{7}{5}$ et $\frac{5}{3}$.

11 On note $A = (2x + 4)^2 + (2x + 4)(4x - 1)$.

1) Factoriser A.

$A = (2x + 4)[(2x + 4) + (4x - 1)]$

$A = (2x + 4)(2x + 4 + 4x - 1)$

$A = (2x + 4)(6x + 3)$

2) Résoudre l'équation $A = 0$.

$(2x + 4)^2 + (2x + 4)(4x - 1) = 0$

$(2x + 4)(6x + 3) = 0$

Si un produit est nul, alors l'un, au moins, de ses facteurs est nul.

Donc : $2x + 4 = 0$ ou $6x + 3 = 0$

$2x = -4$ ou $6x = -3$

$x = -2$ ou $x = -0{,}5$

Vérification :

$2 \times (-2) + 4 = 0$ Le premier facteur est nul.

$6 \times (-0{,}5) + 3 = 0$ Le deuxième facteur est nul.

L'équation A = 0 a deux solutions : -2 et $-0{,}5$.

12 On note $B = (3x - 5)(x + 1) - (2x + 4)(3x - 5)$.

1) Factoriser B.

$B = (3x - 5)[(x + 1) - (2x + 4)]$

$B = (3x - 5)(x + 1 - 2x - 4)$

$B = (3x - 5)(-x - 3)$

2) Résoudre l'équation.

$(3x - 5)(x + 1) - (2x + 4)(3x - 5) = 0$

$(3x - 5)(-x - 3) = 0$

Si un produit est nul, alors l'un, au moins, de ses facteurs est nul.

Donc : $3x - 5 = 0$ ou $-x - 3 = 0$

$3x = 5$ ou $-3 = x$

$x = \frac{5}{3}$ ou $x = -3$

Vérification :

$3 \times \left(\frac{5}{3}\right) - 5 = 0$ Le premier facteur est nul.

$-(-3) - 3 = 0$ Le deuxième facteur est nul.

L'équation B = 0 a deux solutions : $\frac{5}{3}$ et -3.

© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

13 On considère les expressions suivantes :

$E = x^2 + 4x + 3$ et $F = (x + 3)(3x + 2) - (x + 3)(2x + 1)$

1) Développer, puis réduire F.

$F = 3x^2 + 2x + 9x + 6 - (2x^2 + x + 6x + 3)$

$F = 3x^2 + 2x + 9x + 6 - 2x^2 - x - 6x - 3$

$F = x^2 + 4x + 3$

2) Factoriser F.

$F = (x + 3)(3x + 2) - (x + 3)(2x + 1)$

$F = (x + 3)[(3x + 2) - (2x + 1)]$

$F = (x + 3)(3x + 2 - 2x - 1) = (x + 3)(x + 1)$

3) En déduire une factorisation de E.

Comme $E = F$, alors $E = (x + 3)(x + 1)$.

4) Résoudre l'équation : $x^2 + 4x + 3 = 0$.

$(x + 3)(x + 1) = 0$

Si un produit est nul, alors l'un, au moins, de ses facteurs est nul.

Donc : $x + 3 = 0$ ou $x + 1 = 0$

$x = -3$ ou $x = -1$

Vérification :

$(-3)^2 + 4 \times (-3) + 3 = 9 - 12 + 3 = 0$

$(-1)^2 + 4 \times (-1) + 3 = 1 - 4 + 3 = 0$

Cette équation a deux solutions : -3 et -1.

14 **1)** Factoriser $A = (2x - 5)(4x + 3) - (2x - 5)$.

$A = (2x - 5)(4x + 3) - (2x - 5)$

$A = (2x - 5)[(4x + 3) - 1] = (2x - 5)(4x + 2)$

2) Résoudre l'équation : $(2x - 5)(4x + 3) - (2x - 5) = 0$.

$(2x - 5)(4x + 2) = 0$

Si un produit est nul, alors l'un, au moins, de ses facteurs est nul.

Donc : $2x - 5 = 0$ ou $4x + 2 = 0$

$2x = 5$ ou $4x = -2$

$x = \frac{5}{2}$ ou $x = -\frac{1}{2}$

Vérification :

$2 \times \left(\frac{5}{2}\right) - 5 = 0$

$4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) + 2 = 0$

Cett équation a deux solutions : $\frac{5}{2}$ et $-\frac{1}{2}$.

15 On considère l'expression $A = (3x - 5)^2 - (3x - 5)$.

1) Développer, puis réduire A.

$A = (3x - 5)(3x - 5) - (3x - 5)$

$A = 9x^2 - 15x - 15x + 25 - 3x + 5$

$A = 9x^2 - 33x + 30$

2) Factoriser A.

$A = (3x - 5)[(3x - 5) - 1]$

$A = (3x - 5)(3x - 6)$

3) Choisir la meilleure expression pour calculer A.

lorsque :

a) $x = 0$ $A = 9 \times 0^2 - 33 \times 0 + 30 = 30$

b) $x = 2$ $A = (3 \times 2 - 5)(3 \times 2 - 6) = 1 \times 0 = 0$

16 Dans une classe de troisième, il y a eu 2 fois plus d'élèves qui ont eu la moyenne au premier contrôle de mathématiques, que d'élèves qui ne l'ont pas eue.

Au contrôle suivant, il y a eu 5 élèves de plus qui n'ont pas eu la moyenne, et maintenant ils sont aussi nombreux que ceux qui l'ont eue.

Combien y a- t-il d'élèves dans cette classe ?

Choix de l'inconnue :

On note x le nombre d'élèves dans cette classe.

Mise en équation :

Au premier contrôle, $\frac{2}{3}$ des élèves ont eu la moyenne, soit : $\frac{2x}{3}$.

Au deuxième contrôle, les élèves ayant eu la moyenne sont au nombre de : $\frac{2x}{3} - 5$.

Ils représentent alors la moitié de la classe.

Donc : $\frac{2x}{3} - 5 = \frac{x}{2}$.

Résolution :

$\frac{2x}{3} - \frac{x}{2} = 5$ $\frac{4x}{6} - \frac{3x}{6} = 5$

$\frac{x}{6} = 5$, donc $x = 30$

Vérification :

1er membre : $\frac{2 \times 30}{3} - 5 = 20 - 5 = 15$

2e membre : $\frac{30}{2} = 15$

Conclusion : Il y a 30 élèves dans cette classe.

© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

Questions à Choix Multiples

Pour chacune des questions suivantes, entourer la (ou les) bonne(s) réponse(s).

Attention : Il peut y avoir plusieurs réponses exactes pour chaque énoncé ! Les trouver toutes.

Énoncé	A	B	C	D
17 $4x(3-5x)$ est égal à	$12x-5x$	$7x-9x$	$12x-20x$	$12x-20x^2$
18 $3a-(a-2b+5)$ est égal à	$2a-2b+5$	$2a-2b-5$	$2a+2b-5$	$2a+2b+5$
19 $(x+3)(4+2x)$ est égal à	$4x+6x$	$2x^2+10x+12$	$14x$	$12x+12$
20 $24x-15x^2$ est égal à	$x(24-15x)$	$3(8x-5x^2)$	$3x(8-5x)$	$x(24-15x^2)$
21 La forme développée de $(2x-1)(5-3x)-(2x-1)(x+3)$ est	$(2x-1)(2-4x)$	$(2x-1)(8-4x)$	$-8x^2+8x-2$	$-8x^2+18x-8$
22 La forme factorisée de $(x+3)(4x-5)-(4x-5)^2$ est	$(4x-5)(-3x-2)$	$(4x-5)(-3x+8)$	$-12x^2+7x+10$	$-12x^2+47x-40$
23 L'équation $2x+8=5x-1$ a pour solution(s)	1	-3	3	-1
24 L'équation $5(2x+3)=8$ a pour solution(s)	$\frac{1}{2}$	$-1,1$	1	$-0,7$
25 L'équation $(3x-4)(2+x)=0$ admet comme solution(s)	0	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{3}$	-2
26 L'équation $(2x-3)(x-1)=(x-1)$ admet comme solution(s)	1	$-\frac{3}{2}$	4	2

© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

CHAPITRE 3

Arithmétique

SC Déterminer les diviseurs communs à deux entiers.

JE REVOIS LE COURS... DIVISIBILITÉ

a et b désignent deux nombres entiers positifs avec $b \neq 0$.

- On dit que b est un diviseur de a lorsqu'il existe un nombre entier positif n tel que : $a =$ $n \times b$.
- Un nombre entier positif qui admet exactement deux diviseurs (1 et lui-même) est un nombre premier.

1 Effectuer les divisions euclidiennes suivantes :

a) 523 par 7 **b)** 535 par 12 **c)** 1283 par 59

a)

$$\begin{array}{r|l} 523 & 7 \\ \hline 33 & 74 \\ 5 & \end{array}$$

Donc $523 = 7 \times$ 74 + 5

b)

$$\begin{array}{r|l} 535 & 12 \\ \hline 55 & 44 \\ 7 & \end{array}$$

Donc 535 = 12 × 44 + 7

c)

$$\begin{array}{r|l} 1283 & 59 \\ \hline 103 & 21 \\ 44 & \end{array}$$

Donc 1 283 = 59 × 21 + 44

2 Compléter le tableau suivant avec OUI ou NON.

est divisible par	par 2	par 3	par 4	par 5	par 9
413	non	non	non	non	non
540	oui	oui	oui	oui	oui
7 834	oui	non	non	non	non
2 175	non	oui	non	oui	non
81 316	oui	oui	oui	non	oui

3 SC Compléter les égalités suivantes :

a) $56 = 1 \times$ 56
$56 = 2 \times$ 28
$56 = 4 \times$ 14
$56 = 7 \times$ 8

b) $42 = 1 \times$ 42
$42 = 2 \times$ 21
$42 = 3 \times$ 14
$42 = 6 \times$ 7

Les diviseurs de 42 sont : 1, 2, 3, 6, 7, 14, 21 et 42.

Les diviseurs de 56 sont : 1, 2, 4, 7, 8, 14, 28 et 56.

Les diviseurs communs à 56 et 32 sont : 1, 2, 7 et 14.

4 **1)** Donner la liste des diviseurs de chacun des nombres suivants :

a) 48 **b)** 63 **c)** 75 **d)** 59 **e)** 51

a) Les diviseurs de 48 sont 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 18, 24 et 48.

b) Les diviseurs de 63 sont 1, 3, 7, 9, 21 et 63.

c) 75 Les diviseurs de 75 sont 1, 3, 5, 15, 25 et 75.

d) Les diviseurs de 59 sont 1 et 59.

e) Les diviseurs de 51 sont 1, 3, 17 et 51.

2) Parmi ces nombres, lequel est un nombre premier ?

59 est un nombre premier.

5 Pour chacun des nombre suivants, justifier s'il est premier ou pas.

a) 77 **b)** 31 **c)** 19 **d)** 91

a) 77 n'est pas premier, il est divisible par 11.

b) 31 est premier.

c) 19 est premier.

d) 91 n'est pas premier, il est divisible par 7.

© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Cahier d'activités. Collection PHARE, La photocopie non autorisée est un délit.

JE REVOIS LE COURS... NOTION DE PGCD

a et *b* désignent deux nombres entiers strictement positifs.

Le PGCD de *a* et *b* est le plus grand des diviseurs communs des nombres *a* et *b*.

On dit que deux nombres entiers non nuls sont premiers entre eux lorsque leur PGCD est égal à 1.

6 SC Compléter.

1) Les diviseurs de 24 sont 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 et 24.

Les diviseurs de 36 sont 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 et 36.

Les diviseurs communs à 24 et 36 sont 1, 2, 3, 4, 6 et 12.

Donc PGCD (24 ; 36) = 12.

2) Les diviseurs de 80 sont 1, 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20, 40 et 80.

Les diviseurs de 105 sont 1, 3, 5, 7, 15, 21, 35 et 105.

Les diviseurs communs à 80 et 105 sont 1 et 5.

Donc PGCD (80 ; 105) = 5.

7 SC En s'inspirant de l'exercice précédent, déterminer le calcul des PGCD suivants :

1) PGCD (54 ; 49).

Les diviseurs de 54 sont 1, 2, 3, 6, 9, 18, 27 et 54.

Les diviseurs de 49 sont 1, 7 et 49.

Le seul diviseur commun à 54 et 49 est 1.

Donc PGCD (54 ; 49) = 1.

2) PGCD (91 ; 65).

Les diviseurs de 91 sont 1, 7, 13 et 91.

Les diviseurs de 65 sont 1, 5, 13 et 65.

Les diviseurs communs à 91 et 65 sont 1 et 13.

Donc PGCD (91 ; 65) = 13.

8 Compléter le calcul du PGCD de 1 078 et 322 par l'algorithme d'Euclide.

Dividende	Diviseur	Reste
1 078	322	112
322	112	98
112	98	14
98	14	0

Donc PGCD(1 078 ; 322) = PGCD (322 ; 112)

= PGCD (112 ; 98)

= PGCD (98 ; 14)

= 14

9 Déterminer le PGCD de 592 et de 999.

Dividende	Diviseur	Reste
999	592	407
592	407	185
407	185	37
185	37	0

Donc PGCD (999 ; 592) = PGCD (592 ; 407)

= PGCD (407 ; 185)

= PGCD (185 ; 37)

= 37

10 **1)** Les nombres 32 et 27 sont-ils premiers entre eux ? Justifier la réponse.

Les diviseurs de 32 sont 1, 2, 4, 8, 16 et 32.

Les diviseurs de 27 sont 1, 3, 9 et 27.

Le diviseur commun à 32 et 27 est 1.

Donc PGCD (32 ; 27) = 1.

Les nombres 32 et 27 sont premiers entre eux.

2) Justifier, sans calcul, que 965 et 7 610 ne sont pas premiers entre eux.

Les nombres 965 et 7 610 sont tous les deux divisibles par 5.

On en déduit que 965 et 7 610 ne sont pas premiers entre eux.

11 **1)** Les nombres 115 et 231 sont-ils premiers entre eux ? Justifier la réponse.

$231 = 115 \times 2 + 1$ et $115 = 115 \times 1$

Donc PGCD (231 ; 115) = PGCD (115 ; 1).

Les nombres 115 et 231 sont premiers entre eux.

2) Les nombres 225 et 744 sont-ils premiers entre eux ? Justifier la réponse.

Les nombres 225 et 744 sont tous les deux divisibles par 3.

On en déduit que 225 et 744 ne sont pas premiers entre eux.

© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

JE REVOIS LE COURS… FRACTIONS IRRÉDUCTIBLES

- Si le numérateur et le dénominateur d'une fraction sont premiers entre eux, alors cette fraction est irréductible.
- Si l'on divise le numérateur et le dénominateur d'une fraction par leur PGCD, alors la fraction obtenue est irréductible.

12 Rendre irréductibles les fractions suivantes :

a) $\frac{45}{36} = \frac{5 \times 9}{4 \times 9} = \frac{5}{4}$

b) $\frac{48}{72} = \frac{2 \times 2 \times 3 \times 4}{3 \times 3 \times 2 \times 4} = \frac{2}{3}$

c) $\frac{77}{121} = \frac{7 \times 11}{11 \times 11} = \frac{7}{11}$

d) $\frac{92}{115} = \frac{2 \times 2 \times 23}{5 \times 23} = \frac{4}{5}$

e) $\frac{78}{42} = \frac{2 \times 3 \times 13}{2 \times 3 \times 7} = \frac{13}{7}$

f) $\frac{225}{175} = \frac{25 \times 9}{25 \times 7} = \frac{9}{7}$

13 **1)** Déterminer le PGCD de 264 et de 231.

Dividende	Diviseur	Reste
264	231	33
231	33	0

Donc PGCD (264 ; 231) = PGCD (231 ; 33)
= 33

2) Rendre irréductible la fraction $\frac{264}{231}$.

$\frac{264}{231} = \frac{8 \times 33}{7 \times 33} = \frac{8}{7}$

14 **1)** Déterminer le PGCD de 680 et de 935.

Dividende	Diviseur	Reste
935	680	255
680	255	170
255	170	85
170	85	0

Donc PGCD (935 ; 680) = PGCD (680 ; 255)
= PGCD (255 ; 170)
= PGCD (170 ; 85)
= 85

2) Rendre irréductible la fraction $\frac{680}{935}$.

$\frac{680}{935} = \frac{8 \times 85}{11 \times 85} = \frac{8}{11}$

15 Un collectionneur de timbres décide de se séparer d'une partie de sa collection, soit 3 283 timbres français et 2 144 timbres étrangers. Pour cela, il souhaite faire des lots de la manière suivante :

- tous les lots sont identiques ;
- le stock de timbres doit être entièrement réparti.

Déterminer le nombre maximum de lots que peut constituer le collectionneur, ainsi que le nombre de timbres français et de timbres étrangers dans chaque lot.

Choix de l'inconnue :
On note x le nombre maximum de lots que peut constituer le collectionneur.
Mise en équation :
Le nombre x est un nombre entier positif.
Il doit être un diviseur commun à 3 283 et à 2 144. De plus, x doit être le plus grand possible. Donc x = PGCD (3 283 ; 2 144).
Résolution :

Dividende	Diviseur	Reste
3283	2144	1139
2144	1139	1005
1139	1005	134
1005	134	67
134	67	0

Donc PGCD (3 283 ; 2 144) = PGCD (2 144 ; 1 139)
= PGCD (1 139 ; 1 005)
= PGCD (1 005 ; 134)
= PGCD (134 ; 67)
= 67

Conclusion :
Le collectionneur peut constituer 67 lots.
De plus, 3 283 : 67 = 49 et 2 144 : 67 = 32.
Donc chaque lot est constitué de 49 timbres français et 32 timbres étrangers.

© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

Questions à Choix Multiples

Pour chacune des questions suivantes, entourer la (ou les) bonne(s) réponse(s).

Attention : Il peut y avoir plusieurs réponses exactes pour chaque énoncé ! Les trouver toutes.

Énoncé	A	B	C	D
16 12 est un	multiple de 3	diviseur de 3	multiple de 36	diviseur de 36
17 2 724 est divisible par	2	3	5	6
18 Les diviseurs de 42 sont	6 et 7	1, 6, 7 et 42	1, 2, 3, 6, 7, 14, 21 et 42	1, 2, 3, 4, 6, 7, 14, 21 et 42
19 Les nombres 36 et 30 ont exactement	un diviseur commun	deux diviseurs communs	trois diviseurs communs	quatre diviseurs communs
20 Les nombres 31 et 23	n'ont pas de diviseur commun	ont un seul diviseur commun	sont des nombres premiers	sont premiers entre eux
21 Les nombres 51 et 76	n'ont pas de diviseur commun	ont un seul diviseur commun	sont des nombres premiers	sont premiers entre eux
22 Le PGCD de 68 et de 85 est	1	2	5	17
23 Le PGCD de 2 268 et de 1 400 est	1	2	28	81
24 Pour rendre irréductible la fraction $\frac{256}{192}$, on simplifie par	2	4	64	le PGCD de 256 et de 192
25 Un collège désire répartir 279 filles et 217 garçons en équipes mixtes. Le nombre de filles et le nombre de garçons doivent être les mêmes dans chaque équipe. Et le nombre d'équipes doit être maximal. Alors	Il y a 31 filles par équipe.	Il y a 7 garçons dans chaque équipe.	Il y a 16 joueurs par équipe.	Il y a 31 équipes.

© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

CHAPITRE 4

Racine carrée

SC Déterminer à la calculatrice la racine carrée d'un nombre positif.

JE REVOIS LE COURS... DÉFINITION ET PROPRIÉTÉ

a désigne un nombre positif.

La racine carrée du nombre a est le nombre positif dont le carré est a.

La racine carrée de a se note $\sqrt{a}$.

On a : $\sqrt{a} \geqslant 0$ $\quad (\sqrt{a})^2 = a$ $\quad$ et $\quad \sqrt{a^2} = a$

1 Déterminer mentalement la racine carrée des nombres suivants :

a) $\sqrt{9} = 3$ $\qquad$ b) $\sqrt{49} = 7$

c) $\sqrt{100} = 10$ $\qquad$ d) $\sqrt{0{,}04} = 0{,}2$

e) $\sqrt{0{,}01} = 0{,}1$ $\qquad$ f) $\sqrt{0} = 0$

g) $\sqrt{\dfrac{1}{4}} = \dfrac{1}{2}$ $\qquad$ h) $\sqrt{\dfrac{81}{16}} = \dfrac{9}{4}$

2 Calculer mentalement la racine carrée des nombres suivants :

a) $\sqrt{9^2} = 9$ $\qquad$ b) $\sqrt{36^2} = 36$

c) $\sqrt{17^2} = 17$ $\qquad$ d) $(\sqrt{16})^2 = 16$

e) $(\sqrt{3{,}5})^2 = 3{,}5$ $\qquad$ f) $\left(\sqrt{\dfrac{5}{7}}\right)^2 = \dfrac{5}{7}$

3 Calculer mentalement la racine carrée des nombres suivants :

a) $\sqrt{(-7)^2} = 7$ $\qquad$ b) $(-\sqrt{23})^2 = 23$

c) $-(\sqrt{15})^2 = -15$ $\qquad$ d) $(-\sqrt{3})^2 = 3$

e) $\sqrt{(-25)^2} = 25$ $\qquad$ f) $-(\sqrt{0{,}2})^2 = -0{,}2$

4 SC Déterminer, à l'aide de la calculatrice, l'arrondi au centième de chaque nombre.

a) $\sqrt{5} \approx 2{,}24$ $\qquad$ b) $\sqrt{40} \approx 6{,}32$

c) $\sqrt{175} \approx 13{,}23$ $\qquad$ d) $\sqrt{0{,}8} \approx 0{,}89$

e) $\dfrac{\sqrt{3}}{2} \approx 0{,}87$ $\qquad$ f) $\sqrt{\dfrac{3}{2}} \approx 1{,}22$

g) $\dfrac{3}{\sqrt{2}} \approx 2{,}12$ $\qquad$ h) $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \approx 1{,}22$

5 Calculer :

a) $(3\sqrt{5})^2 = 3^2 \times (\sqrt{5})^2 = 9 \times 5 = 45$

b) $(10\sqrt{11})^2 = 10^2 \times (\sqrt{11})^2 = 100 \times 11 = 1\,100$

c) $(2\sqrt{7})^2 = 2^2 \times (\sqrt{7})^2 = 4 \times 7 = 28$

d) $(6\sqrt{2})^2 = 6^2 \times (\sqrt{2})^2 = 36 \times 2 = 72$

e) $\left(5\sqrt{\dfrac{2}{3}}\right)^2 = 5^2 \times \left(\sqrt{\dfrac{2}{3}}\right)^2 = 25 \times \dfrac{2}{3} = \dfrac{50}{3}$

f) $(-4\sqrt{6})^2 = (-4)^2 \times (\sqrt{6})^2 = 16 \times 6 = 96$

6 Réduire chaque expression :

a) $2\sqrt{7} + 3\sqrt{7} = (2 + 3)\sqrt{7} = 5\sqrt{7}$

b) $8\sqrt{3} + \sqrt{3} = (8 + 1)\sqrt{3} = 9\sqrt{3}$

c) $5\sqrt{11} - \sqrt{11} = (5 - 1)\sqrt{11} = 4\sqrt{11}$

d) $\sqrt{5} + 5\sqrt{5} - 7\sqrt{5} = (1 + 5 - 7)\sqrt{5} = -\sqrt{5}$

e) $-5\sqrt{6} + 7\sqrt{6} - 2\sqrt{6} = (-5 + 7 - 2)\sqrt{6} = 0$

f) $\dfrac{9}{4}\sqrt{2} - \dfrac{5}{3}\sqrt{2} + \sqrt{2} = \left(\dfrac{9}{4} - \dfrac{10}{4} + \dfrac{4}{4}\right)\sqrt{2} = \dfrac{3}{4}\sqrt{2}$

7 Développer et réduire chaque expression :

a) $A = (\sqrt{2} - \sqrt{5})(\sqrt{2} + \sqrt{5})$

$A = (\sqrt{2})^2 + \sqrt{2} \times \sqrt{5} - \sqrt{2} \times \sqrt{5} - (\sqrt{5})^2$

$A = (\sqrt{2})^2 - (\sqrt{5})^2$

$A = 2 - 5 = -3$

b) $A = (3\sqrt{5} + 5\sqrt{7})(3\sqrt{5} - 5\sqrt{7})$

$A = (3\sqrt{5})^2 + 15\sqrt{5} \times \sqrt{7} - 15\sqrt{5} \times \sqrt{7} - (5\sqrt{7})^2$

$A = (3\sqrt{5})^2 - (5\sqrt{7})^2$

$A = 45 - 175 = -130$

© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

JE REVOIS LE COURS... RÈGLES DE CALCUL

a et b désignent deux nombres positifs.

On a : $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ et pour $b \neq 0$ $\sqrt{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

8 Calculer les produits suivants :

a) $\sqrt{12} \times \sqrt{3} = \sqrt{12 \times 3} = \sqrt{36} = 6$

b) $\sqrt{6{,}4} \times \sqrt{10} = \sqrt{6{,}4 \times 10} = \sqrt{64} = 8$

c) $\sqrt{10^3} \times \sqrt{10} = \sqrt{10^3 \times 10} = \sqrt{10^4} = 10^2$

d) $\sqrt{75} \times \sqrt{3} = \sqrt{25 \times 3 \times 3} = \sqrt{25} \times \sqrt{3^2}$

$= 5 \times 3 = 15$

e) $\sqrt{63} \times \sqrt{7} = \sqrt{9 \times 7 \times 7} = \sqrt{9} \times \sqrt{7^2}$

$= 3 \times 7 = 21$

f) $\sqrt{6} \times \sqrt{21} \times \sqrt{14} = \sqrt{6 \times 21 \times 14}$

$= \sqrt{2 \times 3 \times 3 \times 7 \times 2 \times 7}$

$= \sqrt{2^2} \times \sqrt{3^2} \times \sqrt{7^2}$

$= 2 \times 3 \times 7 = 42$

9 Calculer les quotients suivants :

a) $\dfrac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\dfrac{32}{2}} = \sqrt{16} = 4$

b) $\dfrac{\sqrt{45}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\dfrac{45}{5}} = \sqrt{9} = 3$

c) $\dfrac{\sqrt{147}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\dfrac{147}{3}} = \sqrt{49} = 7$

d) $\dfrac{\sqrt{50}}{\sqrt{18}} = \sqrt{\dfrac{25 \times 2}{9 \times 2}} = \dfrac{\sqrt{25}}{\sqrt{9}} = \dfrac{5}{3}$

e) $\sqrt{\dfrac{20}{3}} \times \sqrt{\dfrac{27}{5}} = \sqrt{\dfrac{4 \times 5 \times 3 \times 9}{3 \times 5}} = \sqrt{36} = 6$

f) $\sqrt{\dfrac{10}{21}} \times \dfrac{\sqrt{14}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\dfrac{5 \times 2 \times 2 \times 7}{7 \times 3 \times 3}}$

$= \dfrac{\sqrt{2^2} \times \sqrt{5}}{\sqrt{3^2}} = \dfrac{2}{3}\sqrt{5}$

10 Écrire les nombres suivants sous la forme $a\sqrt{3}$ avec a entier naturel.

a) $\sqrt{27} = \sqrt{9 \times 3} = \sqrt{9} \times \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$

b) $\sqrt{48} = \sqrt{16 \times 3} = \sqrt{16} \times \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$

c) $\sqrt{75} = \sqrt{25 \times 3} = \sqrt{25} \times \sqrt{3} = 5\sqrt{3}$

d) $\sqrt{300} = \sqrt{100 \times 3} = \sqrt{100} \times \sqrt{3} = 10\sqrt{3}$

e) $\sqrt{108} = \sqrt{36 \times 3} = \sqrt{36} \times \sqrt{3} = 6\sqrt{3}$

f) $\sqrt{243} = \sqrt{81 \times 3} = \sqrt{81} \times \sqrt{3} = 9\sqrt{3}$

11 Écrire les nombres suivants sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b deux nombres entiers naturels et b le plus petit possible.

a) $\sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = \sqrt{4} \times \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$

b) $\sqrt{24} = \sqrt{4 \times 6} = \sqrt{4} \times \sqrt{6} = 2\sqrt{6}$

c) $\sqrt{72} = \sqrt{36 \times 2} = \sqrt{36} \times \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$

d) $\sqrt{45} = \sqrt{9 \times 5} = \sqrt{9} \times \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$

e) $\sqrt{80} = \sqrt{16 \times 5} = \sqrt{16} \times \sqrt{5} = 4\sqrt{5}$

12 Réduire chaque expression en l'écrivant sous la forme $a\sqrt{2}$ avec a entier naturel.

a) $A = \sqrt{2} - 3\sqrt{8} + \sqrt{200}$

$A = \sqrt{2} - 3\sqrt{4 \times 2} + \sqrt{100 \times 2}$

$A = \sqrt{2} - 3\sqrt{4} \times \sqrt{2} + \sqrt{100} \times \sqrt{2}$

$A = \sqrt{2} - 3 \times 2\sqrt{2} + 10\sqrt{2}$

$A = \sqrt{2} - 6\sqrt{2} + 10\sqrt{2}$

$A = 5\sqrt{2}$

b) $B = \sqrt{50} - 5\sqrt{18} + \sqrt{98}$

$B = \sqrt{25 \times 2} - 5\sqrt{9 \times 2} + \sqrt{49 \times 2}$

$B = \sqrt{25} \times \sqrt{2} - 5\sqrt{9}\sqrt{2} + \sqrt{49} \times \sqrt{2}$

$B = 5\sqrt{2} - 5 \times 3\sqrt{2} + 7\sqrt{2}$

$B = 5\sqrt{2} - 15\sqrt{2} + 7\sqrt{2}$

$B = -3\sqrt{2}$

13 Réduire chacune des expressions suivantes :

a) $C = 5\sqrt{7} + 2\sqrt{28} - \sqrt{63}$

$C = 5\sqrt{7} + 2\sqrt{4 \times 7} - \sqrt{9 \times 7}$

$C = 5\sqrt{7} + 2\sqrt{4} \times \sqrt{7} - \sqrt{9} \times \sqrt{7}$

$C = 5\sqrt{7} + 2 \times 2\sqrt{7} - 3\sqrt{7}$

$C = 5\sqrt{7} + 4\sqrt{7} - 3\sqrt{7}$

$C = 6\sqrt{7}$

b) $D = \sqrt{6} + 2\sqrt{600} - 7\sqrt{54}$

$D = \sqrt{6} + 2\sqrt{100 \times 6} - 7\sqrt{9 \times 6}$

$D = \sqrt{6} + 2\sqrt{100} \times \sqrt{6} - 7\sqrt{9} \times \sqrt{6}$

$D = \sqrt{6} + 2 \times 10\sqrt{6} - 7 \times 3\sqrt{6}$

$D = \sqrt{6} + 20\sqrt{6} - 21\sqrt{6} = 0$

© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

Questions à Choix Multiples

Pour chacune des questions suivantes, entourer la (ou les) bonne(s) réponse(s).

Attention : Il peut y avoir plusieurs réponses exactes pour chaque énoncé ! Les trouver toutes.

	Énoncé	A	B	C	D
14	La racine carrée de 4 est	-16	-2	2	16
15	$\sqrt{(-9)^2}$ est égal à	9	-9	81	-81
16	Le carré de $\sqrt{7}$ est égal à	49	14	$3{,}5$	7
17	Le carré de $2\sqrt{5}$ est égal à	10	100	$4\sqrt{5}$	20
18	$\sqrt{12} \times \sqrt{27}$ est égal à	$\sqrt{324}$	18	$2\sqrt{27}$	$3\sqrt{12}$
19	$\dfrac{\sqrt{63}}{\sqrt{28}}$ est égal à	$1{,}5$	$\dfrac{\sqrt{9}}{4}$	$\sqrt{\dfrac{3}{2}}$	$\dfrac{9}{4}$
20	Le nombre $\sqrt{32}$ est égal à	$\sqrt{25} + \sqrt{7}$	$2\sqrt{16}$	$\sqrt{16} \times \sqrt{2}$	$4\sqrt{2}$
21	Le nombre $\sqrt{150}$ est égal à	$10 + \sqrt{50}$	$5\sqrt{6}$	$\sqrt{6} \times \sqrt{25}$	$6\sqrt{5}$
22	$\sqrt{8} + \sqrt{18}$ est égal à	$5\sqrt{2}$	10	$\sqrt{26}$	$13\sqrt{2}$
23	$\sqrt{27} - 5\sqrt{12}$ est égal à	$-4\sqrt{3}$	$-5\sqrt{13}$	$-7\sqrt{3}$	$12{,}12$

© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

CHAPITRE 5

Identités remarquables et applications

SC1 Utilisation des identités remarquables pour calculer une expression numérique.

SC2 Utilisation des identités remarquables pour transformer une expression littérale.

JE REVOIS LE COURS... DÉVELOPPER À L'AIDE DES IDENTITÉS REMARQUABLES

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $\qquad$ $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $\qquad$ $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

1 SC2 Développer les expressions suivantes :

$A = (x + 2)^2$

$A = x^2 + 2 \times x \times 2 + 2^2 = x^2 + 4x + 4$

$B = (5 + x)^2$

$B = 5^2 + 2 \times 5 \times x + x^2 = 25 + 10x + x^2$

$C = (2x + 1)^2$

$C = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 1 + 1^2 = 4x^2 + 4x + 1$

$D = (3 + 4x)^2$

$D = 3^2 + 2 \times 3 \times 4x + (4x)^2 = 9 + 24x + 16x^2$

2 SC2 Développer les expressions suivantes :

$A = (3 - a)^2$

$A = 3^2 - 2 \times 3 \times a + a^2 = 9 - 6a + a^2$

$B = (4a - 5)^2$

$B = (4a)^2 - 2 \times 4a \times 5 + 5^2 = 16a^2 - 40x + 25$

$C = (6 - 7a)^2$

$C = 6^2 - 2 \times 6 \times 7a + (7a)^2 = 36 - 84a + 49a$

$D = (8a - 9)^2$

$D = (8a)^2 - 2 \times 8a \times 9 + 9^2 = 64a^2 - 144a + 81$

3 SC2 Développer les expressions suivantes :

$A = (3 - b)(3 + b)$

$A = 3^2 - b^2 = 9 - b^2$

$B = (2b - 1)(2b + 1) = (2b)^2 - 1^2 = 4b^2 - 1$

$C = (5b + 7)(5b - 7) = (5b)^2 - 7^2 = 25b^2 - 49$

$D = (11b + 8)(11b - 8)$

$D = (11b)^2 - 8^2 = 121b^2 - 64$

4 Calculer astucieusement :

a) $14^2 = (10 + 4)^2$

$14^2 = 10^2 + 2 \times 10 \times 4 + 4^2$

$14^2 = 100 + 80 + 16 = 196$

b) $99^2 = (100 - 1)^2$

$99^2 = 100^2 - 2 \times 100 \times 1 + 1^2$

$99^2 = 10\,000 - 200 + 1 = 9\,801$

c) $48 \times 52 = (50 - 2)(50 + 2)$

$48 \times 52 = 50^2 - 2^2$

$48 \times 52 = 2\,500 - 4 = 2\,496$

5 Développer et réduire chaque expression :

$A = (4x + 3)^2 + 3(5x - 2)$

$A = (4x)^2 + 2 \times 4x \times 3 + 3^2 + 15x - 6$

$A = 16x^2 + 24x + 9 + 15x - 6$

$A = 16x^2 + 39x + 3$

$B = 2(4x - 7) - (1 - x)^2$

$B = 8x - 14 - (1^2 - 2 \times 1 \times x + x^2)$

$B = 8x - 14 - 1 + 2x - x^2$

$B = -x^2 + 10x - 15$

$C = (3x + 2)^2 + (4 - x)^2$

$C = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 2 + 2^2 + 4^2 - 2 \times 4 \times x + x^2$

$C = 9x^2 + 12x + 4 + 16 - 8x + x^2$

$C = 10x^2 + 4x + 20$

$D = (4x + 7)(4x - 7) - (x + 8)^2$

$D = (4x)^2 - 7^2 - (x^2 + 2 \times x \times 8 + 8^2)$

$D = 16x^2 - 49 - x^2 - 16x - 64$

$D = 15x^2 - 16x - 113$

© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

JE REVOIS LE COURS... FACTORISER À L'AIDE DES IDENTITÉS REMARQUABLES

$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$. $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$. $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

6 Compléter les expressions suivantes :

a) $x^2 + 4x + 4 = x^2 + 2 \times x \times 2 + 2^2$
$= (x + 2)^2$

b) $9 - 6x + x^2 = 3^2 - 2 \times 3 \times x + x^2$
$= (3 - x)^2$

c) $25 - 4x^2 = 5^2 - (2x)^2 = (5 - 2x)(5 + 2x)$

d) $16x^2 + 8x + 1 = (4x)^2 + 2 \times 4x \times 1 + 1^2$
$= (4x + 1)^2$

7 Factoriser les expressions suivantes :

a) $x^2 - 10x + 25 = x^2 - 2 \times x \times 5 + 5^2 = (x - 5)^2$

b) $49 - 4x^2 = 7^2 - (2x)^2 = (7 - 2x)(7 + 2x)$

c) $36 + 48x + 16x^2 = 6^2 + 2 \times 6 \times 4x + (4x)^2$
$= (6 + 4x)^2$

d) $64x^2 - 81 = (8x)^2 - 9^2 = (8x - 9)(8x + 9)$

e) $100x^2 + 60x + 9 = (10x)^2 + 2 \times 10x \times 3 + 3^2$
$= (10x + 3)^2$

8 Factoriser les expressions suivantes :

a) $(3x - 1)^2 - 25 = (3x - 1)^2 - 5^2$
$= [(3x - 1) - 5][(3x - 1) + 5]$
$= (3x - 1 - 5)(3x - 1 + 5)$
$= (3x - 6)(3x + 4)$

b) $(5x + 2)^2 - 16x^2 = (5x + 2)^2 - (4x)^2$
$= [(5x + 2) - 4x][(5x + 2) + 4x]$
$= [5x + 2 - 4x][5x + 2 + 4x]$
$= (x + 2)(9x + 2)$

c) $9x^2 - (4 - x)^2 = (3x)^2 - (4 - x)^2$
$= [3x - (4 - x)][3x + (4 - x)]$
$= (3x - 4 + x)(3x + 4 - x)$
$= (4x - 4)(2x + 4)$

d) $4 - (2x + 5)^2 = 2^2 - (2x + 5)^2$
$= [2 - (2x + 5)][2 + (2x + 5)]$
$= (2 - 2x - 5)(2 + 2x + 5)$
$= (-2x - 3)(7 + 2x)$

9 Factoriser les expressions suivantes :

a) $(x - 3)^2 - (2x + 1)^2$
$= [(x - 3) - (2x + 1)][(x - 3) + (2x + 1)]$
$= (x - 3 - 2x - 1)(x - 3 + 2x + 1)$
$= (-x - 4)(3x - 2)$

b) $(3x + 2)^2 - (2x + 5)^2$
$= [(3x + 2) - (2x + 5)][(3x + 2) + (2x + 5)]$
$= [3x + 2 - 2x - 5][3x + 2 + 2x + 5]$
$= (x - 3)(5x + 7)$

c) $(5x - 7)^2 - (4x - 9)^2$
$= [(5x - 7) - (4x - 9)][(5x - 7) + (4x - 9)]$
$= [5x - 7 - 4x + 9][5x - 7 + 4x - 9]$
$= (x + 2)(9x - 16)$

10 On donne l'expression ci-dessous :

$A = 4x^2 + 4x + 1 - (2x + 1)(3 - 2x)$

1) Factoriser $4x^2 + 4x + 1$.

$4x^2 + 4x + 1 = (4x)^2 + 2 \times 2x \times 1 + 1^2$
$= (2x + 1)^2$

2) En déduire une expression factorisée de A.

$A = (2x + 1)^2 - (2x + 1)(3 - 2x)$
$A = (2x + 1)[(2x + 1) - (3 - 2x)]$
$A = (2x + 1)[2x + 1 - 3 + 2x]$
$A = (2x + 1)(4x - 2)$

11 On considère les expressions suivantes :

$A = 25x^2 - 30x - 7$ et $B = (5x - 3)^2 - 16$

1) Développer et réduire l'expression B.

$B = 25x^2 - 30x + 9 - 16 = 25x^2 - 30x - 7$

2) Factoriser l'expression B.

$B = (5x - 3)^2 - 4^2$
$B = [(5x - 3) - 4][(5x - 3) + 4]$
$B = (5x - 7)(5x + 1)$

3) En déduire une factorisation de l'expression A.

D'après la question 1), on a $A = B$.
Donc $A = (5x - 7)(5x + 1)$

© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

UTILISER LES IDENTITÉS REMARQUABLES POUR RÉSOUDRE UNE ÉQUATION

12 Soit $A = (2x - 3)^2 - (5x + 4)(2x - 3)$.

1) Factoriser l'expression A.

$A = (2x - 3)[(2x - 3) - (5x + 4)]$

$A = (2x - 3)(2x - 3 - 5x - 4)$

$A = (2x - 3)(-3x - 7)$

2) Résoudre l'équation $(2x - 3)(-3x - 7) = 0$.

Si un produit est nul, alors l'un, au moins, de ses facteurs est nul.

Donc : $2x - 3 = 0$ ou $-3x - 7 = 0$

$2x = 3$ ou $-7 = 3x$

$x = \frac{3}{2}$ ou $-\frac{7}{3} = x$

Vérification :

$2 \times \left(\frac{3}{2}\right) - 3 = 3 - 3 = 0$

$-3 \times \left(-\frac{7}{3}\right) - 7 = 7 - 7 = 0$

Cette équation a deux solutions : $\frac{3}{2}$ et $-\frac{7}{3}$.

13 Soit $C = (4 + 3x)^2 - (2x - 1)^2$.

1) Développer et réduire l'expression C.

$C = 16 + 24x + 9x^2 - (4x^2 - 4x + 1)$

$C = 16 + 24x + 9x^2 - 4x^2 + 4x - 1$

$C = 5x^2 + 28x + 15$

2) Factoriser l'expression C.

$C = [(4 + 3x) + (2x - 1)][(4 + 3x) - (2x - 1)]$

$C = [4 + 3x + 2x - 1][4 + 3x - 2x + 1]$

$C = (5x + 3)(x + 5)$

3) Résoudre l'équation $(5x + 3)(x + 5) = 0$.

Or, si un produit est nul, alors l'un, au moins, de ses facteurs est nul.

Donc : $5x + 3 = 0$ ou $x + 5 = 0$

$5x = -3$ ou $x = -5$

$x = -\frac{3}{5}$ ou $x = -5$

Vérification :

$5 \times \left(-\frac{3}{5}\right) + 3 = -3 + 3 = 0$

$(-5) + 5 = 0$

Cett équation a deux solutions : $-\frac{3}{5}$ et -5.

14 Soit $B = (4x + 7)^2 - 9x^2$.

1) Factoriser l'expression B.

$B = [(4x + 7) - 3x][(4x + 7) + 3x]$

$B = (x + 7)(7x + 7)$

2) Résoudre l'équation $(x + 7)(7x + 7) = 0$.

Si un produit est nul, alors l'un, au moins, de ses facteurs est nul.

Donc : $x + 7 = 0$ ou $7x + 7 = 0$

$x = -7$ ou $x = -1$

Vérification :

$(-7) + 7 = 0$

$7 \times (-1) + 7 = -7 + 7 = 0$

Cette équation a deux solutions : -7 et -1.

15 **1)** On pose $H = (x - 4)^2 - x(x - 10)$.

a) Développer et réduire l'expression H.

$H = x^2 - 8x + 16 - x^2 + 20x = 12x + 16$

b) Résoudre l'équation $H = 16$.

$12x + 16 = 16$, soit $12x = 0$, donc $x = 0$

Vérification :

$12 \times 0 + 16 = 16$

2) On pose $I = (7x - 3)^2 - 5^2$.

a) Factoriser l'expression I.

$I = [(7x - 3) - 5][(7x - 3) + 5]$

$I = (7x - 8)(7x + 2)$

b) Résoudre l'équation $I = 0$.

$(7x - 8)(7x + 2) = 0$

Si un produit est nul, alors l'un, au moins, de ses facteurs est nul.

Donc : $7x - 8 = 0$ ou $7x + 2 = 0$

$7x = 8$ ou $7x = -2$

$x = \frac{8}{7}$ ou $x = -\frac{2}{7}$

Vérification :

$7 \times \left(\frac{8}{7}\right) - 8 = 8 - 8 = 0$

$7 \times \left(-\frac{2}{7}\right) + 2 = -2 + 2 = 0$

Cette équation a deux solutions : $\frac{8}{7}$ et $-\frac{2}{7}$.

© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

Questions à Choix Multiples

Pour chacune des questions suivantes, entourer la (ou les) bonne(s) réponse(s).

Attention : Il peut y avoir plusieurs réponses exactes pour chaque énoncé ! Les trouver toutes.

Énoncé	A	B	C	D
16 $(x + 3)^2$ est égal à	$x^2 + 9$	$x^2 + 3x + 9$	$x^2 + 6x + 9$	$x^2 + 6x + 6$
17 $(5 - x)^2$ est égal à	$25 - x^2$	$10 - 10x + x^2$	$25 + x^2$	$25 - 10x + x^2$
18 $(4 + 2x)(4 - 2x)$ est égale à	$4 - 2x^2$	$16 - 4x^2$	$16 - 2x^2$	$16 - (2x)^2$
19 $(9x - 5)^2$ est égal à	$9x^2 - 90x + 25$	$81x^2 - 90x + 25$	$9x^2 - 45x + 25$	$81x^2 - 25$
20 $(2x - 1)^2 - (x + 3)^2$ est égal à	$3x^2 - 10x - 8$	$x^2 - 10x - 8$	$3x^2 + 2x + 10$	$x^2 + 2x + 10$
21 Une forme factorisée de $16x^2 + 24x + 9$ est	$(4x + 9)^2$	$(4x - 3)(4x + 3)$	$(4x - 9)^2$	$(4x + 3)^2$
22 Une forme factorisée de $4x^2 - 36$ est	$(2x - 6)(2x + 6)$	$(2x - 6)^2$	$(4x - 6)(4x + 6)$	$(4x - 6)^2$
23 Une forme factorisée de $49 - 56x + 16x$ est	$(7 + 4x)^2$	$(7 - 4x)(7 + 4x)$	$(7 - 4x)^2$	$(49 - 16x)^2$
24 Une forme factorisée de $(2x + 3)^2 - 25$ est	$(2x - 2)^2$	$(2x - 2)(2x + 8)$	$4x^2 + 12x - 16$	$(2x - 2)(2x + 2)$
25 Une forme factorisée de $36x^2 - (8 + 5x)^2$ est	$(x - 8)(11x + 8)$	$(31x - 8)(41x - 8)$	$11x^2 - 80x + 64$	$(11x - 8)(x + 8)$

© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

CHAPITRE 6 Systèmes d'équations Inéquations

Aucune compétence de ce chapitre ne fait partie du socle commun.

JE REVOIS LE COURS... SYSTÈME DE DEUX ÉQUATIONS

Résoudre un système de deux inconnues x et y revient à trouver tous les couples de nombres $(x\,;\,y)$ qui sont simultanément solutions des deux équations.

1 Dans chaque cas, déterminer si le couple proposé est solution du système suivant :

$$\begin{cases} 2x - 3y = 12 \\ x + 2y = 13 \end{cases}$$

a) Pour $(12\,;\,4)$:

$2x - 3y = 2 \times 12 - 3 \times 4 = 24 - 12 = 12$

$x + 2y = 12 + 2 \times 4 = 12 + 8 = 20$

Donc le couple $(12\,;\,4)$ n'est pas solution du système.

b) Pour $(9\,;\,2)$:

$2x - 3y = 2 \times 9 - 3 \times 2 = 18 - 6 = 12$

$x + 2y = 9 + 2 \times 2 = 9 + 4 = 13$

Donc le couple $(2\,;\,9)$ est solution du système.

c) Pour $(2\,;\,9)$:

$2x - 3y = 2 \times 2 - 3 \times 9 = 4 - 27 = -23$

Donc le couple $(2\,;\,9)$ n'est pas solution du système.

2 Compléter chaque étape pour résoudre par substitution le système suivant :

$$\begin{cases} 3x + y = 1 & (E_1) \\ 2x + 3y = -4 & (E_2) \end{cases}$$

a) Dans l'équation (E_1), exprimer y en fonction de x :

$3x + y = 1$, donc $y = 1 - 3x$.

b) Dans l'équation (E_2), remplacer y par $1 - 3x$:

$2x + 3y = -4$, donc $2x + 3(1 - 3x) = -4$.

c) Résoudre l'équation obtenue.

$2x + 3(1 - 3x) = -4$, donc $2x + 3 - 9x = -4$

donc $7 = 7x$

donc $1 = x$.

d) Remplacer x par sa valeur dans l'expression obtenue en **a)**, puis déterminer la valeur de y.

$y = 1 - 3 \times 1$, donc $y = -2$.

e) Vérification :

$3x + y = 3 \times 1 + (-2) = 3 - 2 = 1$

$2x + 3y = 2 \times 1 + 3 \times (-2) = 2 - 6 = -4$

f) Conclusion :

Le système admet un couple solution $(1\,;\,-2)$.

3 Compléter chaque étape pour résoudre par addition le système suivant :

$$\begin{cases} 4x - 3y = 22 & (E_1) \\ 6x + 9y = 6 & (E_2) \end{cases}$$

a) Multiplier les deux membres de l'équation (E_1) par 3, puis ajouter membre à membre les deux équations :

$$\begin{cases} 4x - 3y = 22 & (\times 3) \\ 6x + 9y = 6 & (\times 1) \end{cases} \qquad \begin{array}{rr} & 12x - 9y = 66 \\ + & 6x + 9y = 6 \\ \hline & 18x = 72 \end{array}$$

b) En déduire la valeur de x : $x = 4$.

c) Multiplier l'équation (E_1) par 3, l'équation (E_2) par -2, puis ajouter membre à membre les deux équations :

$$\begin{cases} 4x - 3y = 22 & (\times 3) \\ 6x + 9y = 6 & (\times (-2)) \end{cases} \qquad \begin{array}{r} 12x - 9y = 66 \\ -12x - 18y = -12 \\ \hline -27y = 54 \end{array}$$

d) En déduire la valeur de y : $y = -2$.

e) Vérification :

$4x - 3y = 4 \times 4 - 3 \times (-2) = 16 + 6 = 22$

$6x + 9y = 6 \times 4 + 9 \times (-2) = 24 - 18 = 6$

f) Conclusion :

Le système admet un couple solution $(4\,;\,-2)$.

© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

4 Résoudre les systèmes suivants :

a) $\begin{cases} x - 3y = 14 & (E_1) \\ 3x + 7y = -6 & (E_2) \end{cases}$

Dans l'équation (E_1), j'exprime x en fonction de y : $x - 3y = 14$, donc $x = 14 + 3y$.

Dans l'équation (E_2), je remplace x par $14 + 3y$.

$3x + 7y = -6$, donc $3(14 + 3y) + 7y = -6$

donc $42 + 9y + 7y = -6$

donc $16y = -48$

donc $y = -3$.

Je remplace y par sa valeur dans l'expression :

$x = 14 + 3y$, donc $x = 14 + 3 \times (-3)$

donc $x = 5$.

Vérification :

$x - 3y = 5 - 3 \times (-3) = 5 + 9 = 14$

$3x + 7y = 3 \times 5 + 7 \times (-3) = 15 - 21 = -6$

Conclusion :

Le système admet un couple solution $(5 ; -3)$.

b) $\begin{cases} 2x + 9y = 24 & (E_1) \\ 4x - 3y = 6 & (E_2) \end{cases}$

Je multiplie l'équation (E_1) par 2, l'équation (E_2) par -1, puis j'ajoute membre à membre les deux équations :

$\begin{cases} 2x + 9y = 24 & (\times 2) \\ 4x - 3y = 6 & (\times (-1)) \end{cases}$

$4x + 18y = 48$

$+ \quad -4x + 3y = -6$

$21y = 42$

Donc $y = 2$.

Je multiplie l'équation (E_2) par 3, puis j'ajoute membre à membre les deux équations :

$\begin{cases} 2x + 9y = 24 \\ 4x - 3y = 6 & (\times 3) \end{cases}$

$2x + 9y = 24$

$+ \quad 12x + 9y = 18$

$14x = 42$

Donc $x = 3$.

Vérification :

$2x + 9y = 2 \times 3 + 9 \times 2 = 6 + 18 = 24$

$4x - 3y = 4 \times 3 - 3 \times 2 = 12 - 6 = 6$

Conclusion :

Le système admet un couple solution $(3 ; 2)$.

5 Mat a payé 6,60 € pour 3 éclairs au chocolat et 2 religieuses au café.

Ben a payé 9,30 € pour 4 éclairs au chocolat et 3 religieuses au café dans la même pâtisserie.

Combien Julien va-t-il payer pour 2 éclairs au chocolat et 4 religieuses au café ?

Choix des inconnues :

Soient x le prix d'un éclair et y celui d'une religieuse.

Les nombres x et y doivent être positifs.

Mise en équations :

$\begin{cases} 3x + 2y = 6{,}60 \\ 4x + 3y = 9{,}30 \end{cases}$

Résolution :

$\begin{cases} 3x + 2y = 6{,}60 & (\times 3) \\ 4x + 3y = 9{,}30 & (\times (-2)) \end{cases}$

$9x + 6y = 19{,}8$

$+ \quad -8x - 6y = -18{,}60$

$x = 1{,}20$

Donc $x = 1{,}20$.

$\begin{cases} 3x + 2y = 6{,}60 & (\times 4) \\ 4x + 3y = 9{,}30 & (\times (-3)) \end{cases}$

$12x + 8y = 26{,}40$

$+ \quad -12x - 9y = -27{,}90$

$-y = 1{,}50$

Donc $y = 1{,}50$.

Vérification :

$3 \times 1{,}20 + 2 \times 1{,}50 = 3{,}60 + 3 = 6{,}60$

$4 \times 1{,}20 + 3 \times 1{,}50 = 4{,}80 + 4{,}50 = 9{,}30$

Conclusion :

Le prix d'un éclair est 1,20 € et celui d'une religieuse au café est 1,50 €.

$2 \times 1{,}20 + 4 \times 1{,}50 = 2{,}40 + 6 = 8{,}40$

Julien va payer 8,40 € pour 2 éclairs au chocolat et 4 religieuses au café.

© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

6 ***(D'après Brevet)***

Le prix du billet d'entrée dans un parc d'attractions est 3 euros pour les enfants et 5 euros pour les adultes. On a acheté 275 billets pour 1 071 euros. Combien d'enfants sont entrés dans le parc d'attractions ?

Choix des inconnues :

Soient x le nombre d'entrées « enfants » et y celui d'entrées « adultes ». Les nombres x et y sont positifs.

Mise en équations :

$$\begin{cases} x + y = 275 & (E_1) \\ 3x + 5y = 1071 & (E_2) \end{cases}$$

Résolution :

Dans l'équation (E_1), j'exprime x en fonction de y : $x + y = 275$, donc $x = 275 - y$.

Dans l'équation (E_2), je remplace x par $275 - y$.

$3x + 5y = 1071$, donc $3(275 - y) + 5y = 1071$

donc $825 - 3y + 5y = 1071$

donc $2y = 246$

donc $y = 123$.

Je remplace y par sa valeur, donc $x = 275 - 123$ donc $x = 152$.

Vérification :

$x + y = 123 + 152 = 275$

$3x + 5y = 3 \times 152 + 5 \times 123 = 456 + 615 = 1071$

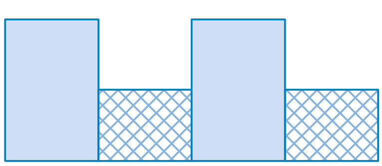
Conclusion :

152 enfants sont entrés dans le parc d'attractions.

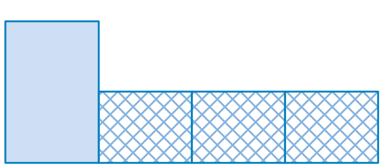
7 ***(D'après Brevet)***

Deux compositions de meubles sont exposées en magasin : la première au prix de 234 € et la deuxième au prix de 162 €.

Composition **1**
à 234 €



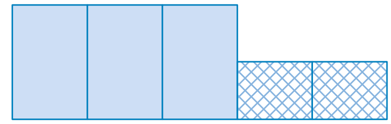
Composition **2**
à 162 €



Quel sera le prix de la composition **3** ci-dessous ?

Justifier la démarche suivie.

Composition **3**



Choix des inconnues :

Soient x le prix d'un meuble haut et y celui d'un meuble bas.

Les nombres x et y sont positifs.

Mise en équations :

$$\begin{cases} 2x + 2y = 234 & (E_1) \\ x + 3y = 162 & (E_2) \end{cases}$$

Résolution :

Dans l'équation (E_2), j'exprime x en fonction de y : $x + 3y = 162$, donc $x = 162 - 3y$.

Dans l'équation (E_1), je remplace x par $162 - 3y$.

$2x + 2y = 234$, donc $2(162 - 3y) + 2y = 234$

donc $324 - 6y + 2y = 234$

donc $90 = 4y$

donc $y = 22{,}5$.

Je remplace y par sa valeur dans l'équation (E_1) :

$x + 3 \times 22{,}5 = 162$

donc $x = 162 - 67{,}5$ donc $x = 94{,}5$.

Vérification :

$2x + 2y = 2 \times 94{,}5 + 2 \times 22{,}5 = 189 + 45 = 234$

$x + 3y = 94{,}5 + 3 \times 22{,}5 = 94{,}5 + 67{,}5 = 162$

Le couple solution est $(94{,}5 ; 22{,}5)$.

Conclusion :

Le meuble haut coûte 94,50 € et le meuble bas coûte 22,50 €.

La troisième composition est formée de 3 meubles hauts et 2 meubles bas :

$3 \times 94{,}5 + 2 \times 22{,}5 = 283{,}5 + 45 = 328{,}5$.

La troisième composition coûtera 328,50 €.

© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

JE REVOIS LE COURS... INÉQUATION

Résoudre une inéquation à une inconnue x, revient à trouver toutes les valeurs du nombre x qui vérifie l'inégalité.

Les nombres $a + c$ et $b + c$ sont rangés dans le même ordre que les nombres a et b.

Si $c > 0$, alors ac et bc sont rangés dans le même ordre que les nombres a et b.

Si $c < 0$, alors ac et bc sont rangés dans l'ordre contraire des nombres a et b.

8 Pour chacune des inéquations suivantes, déterminer si le nombre -3 est solution.

Justifier la réponse.

a) $2 - 5x > 8$

$2 - 5x = 2 - 5 \times (-3) = 2 + 15 = 17$

$17 > 8$, donc -3 est solution de cette inéquation.

b) $4x + 17 < 5$

$4x + 17 = 4 \times (-3) + 17 = -12 + 17 = 5$

$5 \geqslant 5$, donc -3 n'est pas solution de cette inéquation.

c) $8 - (2x + 5) \leqslant 5$

$8 - (2x + 5) = 8 - (2 \times (-3) + 5)$

$= 8 - (-6 + 5) = 8 + 1 = 9$

$9 > 5$, donc -3 n'est pas solution de cette inéquation.

d) $5 - 2x \geqslant 3x + 20$

$5 - 2x = 5 - 2 \times (-3) = 5 + 6 = 11$

$3x + 20 = 3 \times (-3) + 20 = -9 + 20 = 11$

$11 \geqslant 11$, donc -3 est solution de cette inéquation.

9 Résoudre les inéquations suivantes :

a) $5 + x > 8$, donc $x > 8 - 5$, donc $x > 3$.

Les solutions de l'inéquation sont tous les nombres strictement supérieurs à 3.

b) $4x \leqslant -10$, donc $x \leqslant -\dfrac{10}{4}$, donc $x \leqslant -2{,}5$.

Les solutions de l'inéquation sont tous les nombres inférieurs ou égaux à $-2{,}5$.

c) $1 - x \geqslant -6$, donc $1 \geqslant -6 + x$, donc $7 \geqslant x$.

Les solutions de l'inéquation sont tous les nombres inférieurs ou égaux à 7.

10 Résoudre les inéquations suivantes :

a) $3 + 2x \leqslant 5$

donc $2x \leqslant 2$

donc $x \leqslant 1$

Les solutions de l'inéquation sont tous les nombres inférieurs ou égaux à 1.

b) $1 - (6 + 3x) > 7$

donc $1 - 6 - 3x > 7$, donc $-5 - 7 > 3x$

donc $-12 > 3x$, donc $-4 > x$.

Les solutions de l'inéquation sont tous les nombres strictement inférieurs à -4.

c) $\dfrac{2x - 5}{3} \geqslant 1$

donc $2x - 5 \geqslant 3$

donc $2x \geqslant 8$, donc $x \geqslant 4$.

Les solutions de l'inéquation sont tous les nombres supérieurs ou égaux à 4.

11 Résoudre les inéquations suivantes :

a) $2x + 5 < 7 + 6x$

donc $5 - 7 < 6x - 2x$

donc $-2 < 4x$, donc $-0{,}5 < x$.

Les solutions de l'inéquation sont tous les nombres strictement supérieurs à $-0{,}5$.

b) $5 - \dfrac{2x}{3} \geqslant \dfrac{7}{2} - 2x$

donc $2x - \dfrac{2x}{3} \geqslant \dfrac{7}{2} - 5$

donc $\dfrac{4x}{3} \geqslant -\dfrac{3}{2}$

donc $x \geqslant -\dfrac{3}{2} \times \dfrac{3}{4}$

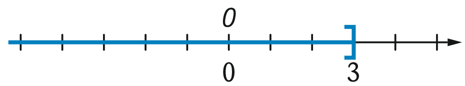
donc $x \geqslant -\dfrac{9}{8}$.

Les solutions de l'inéquation sont tous les nombres supérieurs ou égaux à $-\dfrac{9}{8}$.

© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

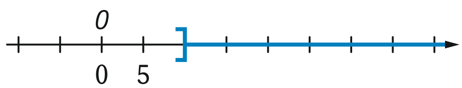
12 Compléter les phrases suivantes :

a)



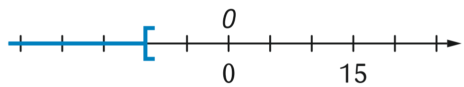
La partie colorée représente les nombres x tels que : x ...$\leqslant$... 3.

b)



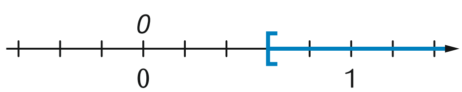
La partie colorée représente les nombres x tels que : x > 10.

c)



La partie colorée représente les nombres x tels que : x < -10.

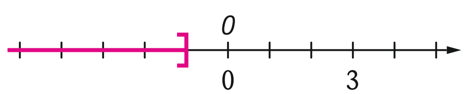
d)



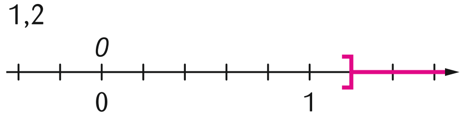
La partie colorée représente les nombres x tels que : x $\geqslant 0{,}6$.

13 Dans chaque cas, représenter les solutions de l'inéquation sur la droite graduée.

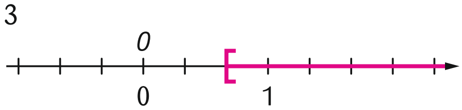
a) $x \leqslant -1$



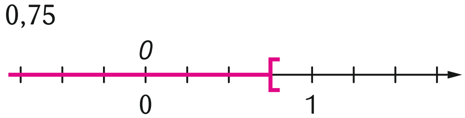
b) $x > 1{,}2$



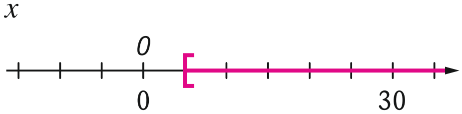
c) $x \geqslant \dfrac{2}{3}$



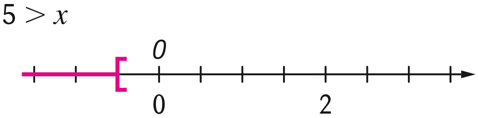
d) $x < 0{,}75$



e) $5 \leqslant x$



f) $-0{,}5 > x$



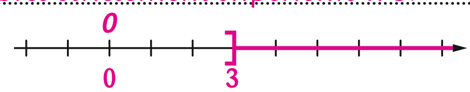
14 Résoudre chacune des inéquations suivantes et représenter ses solutions sur une droite graduée.

a) $1 + 5x > 3x + 7$

donc $5x - 3x > 7 - 1$

donc $2x > 6$, donc $x > 3$.

Les solutions de l'inéquation sont tous les nombres strictement supérieurs à 3.

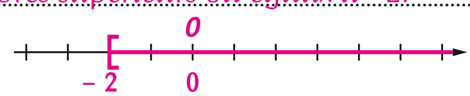


b) $4x - 6 \leqslant 9x + 4$

donc $-4 - 6 \leqslant 9x - 4x$, donc $-10 \leqslant 5x$

donc $\dfrac{-10}{5} \leqslant x$, donc $-2 \leqslant x$.

Les solutions de l'inéquation sont tous les nombres supérieurs ou égaux à -2.



15 Une salle de spectacle propose deux tarifs pour assister aux représentations.

– Le plein tarif : chaque place coûte 17 €.

– L'abonnement : on achète une carte d'abonnement 25 €, ce qui permet de ne payer que 13 € la place.

À partir de combien de représentations, l'abonnement est-il le plus avantageux ?

Choix de l'inconnue :

Soit x le nombre de représentations.

x est un entier positif.

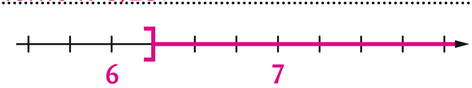
Mise en inéquation :

L'abonnement est plus avantageux lorsque $17x > 25 + 13x$.

Résolution de l'inéquation :

$17x > 25 + 13x$, donc $4x > 25$, donc $x > 6{,}25$.

Les solutions de l'inéquation sont tous les réels supérieurs à 6,25.



Conclusion :

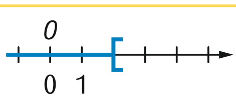
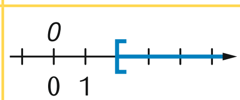
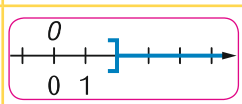
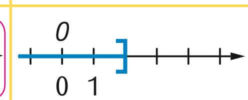
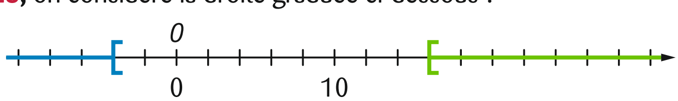
Comme x doit être un nombre entier positif, l'abonnement est avantageux à partir de 7 représentations.

© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

Questions à Choix Multiples

Pour chacune des questions suivantes, entourer la (ou les) bonne(s) réponse(s).

Attention : Il peut y avoir plusieurs réponses exactes pour chaque énoncé ! Les trouver toutes.

Énoncé	A	B	C	D
Pour les exercices 16 à 19, on considère le système (S) suivant : $\begin{cases} 3x + 5y = 1 & (L_1) \\ 2x - y = 5 & (L_2) \end{cases}$				
16 Si on exprime y en fonction de x dans (L_2), on obtient	$y = 5 + 2x$	$y = 5 - 2x$	$y = 2x - 5$	$y = -5 - 2x$
17 Si on remplace y par $2x - 5$ dans (L_1), on obtient	$5x + 10 = 1$	$5x + 5 = 1$	$13x + 25 = 1$	$13x - 25 = 1$
18 Si on multiplie (L_1) par 2 et (L_2) par (-3), on obtient	$\begin{cases} 6x + 10y = 1 \\ -6x + 3y = 5 \end{cases}$	$\begin{cases} 6x + 10y = 2 \\ -6x + 3y = -15 \end{cases}$	$\begin{cases} 6x + 5y = 1 \\ -6x - y = 5 \end{cases}$	$\begin{cases} 6x + 10y = 2 \\ -6x + 3y = 5 \end{cases}$
19 Le couple solution du système (S) est	$(2 ; -1)$	$(-1 ; 2)$	$(5 ; 5)$	$(-3 ; 2)$
20 -3 est une solution de l'inéquation	$2 - 3x > 5$	$2x + 7 \geqslant 1$	$3x + 5 < x - 1$	$5 + 2x \leqslant 4 - x$
21 Les solutions de l'inéquation $2x - 5 \geqslant 1 - x$ sont	$x \geqslant -4$	$x \geqslant 2$	$x \geqslant -2$	$x \leqslant 2$
22 Les solutions de l'inéquation $7 - 5x < -3$ sont tous les nombres	strictement supérieurs à 2	strictement inférieurs à 2	strictement supérieurs à -2	strictement inférieurs à -2
23 Les solutions de l'inéquation $3x - 2 > 4$ sont				
Pour les exercices 24 et 25, on considère la droite graduée ci-dessous : 				
24 La partie colorée en bleu représente les solutions de l'inéquation	$x > -4$	$x < -4$	$x < -2$	$-4 > x$
25 La partie colorée en vert représente les solutions de l'inéquation	$x \geqslant 16$	$x > 16$	$x \leqslant 16$	$16 \leqslant x$

© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

CHAPITRE 7 Notion de fonction

Aucune compétence n'est exigible au socle commun.

JE REVOIS LE COURS... LES NOTATIONS

Soit la fonction f qui, à un nombre, associe son triple auquel on soustrait 2.

On note alors : $f : x \mapsto$ ...... $3x - 2$ ...... ou encore $f(x) =$ ...... $3x - 2$ ......

1 Pour chaque fonction, associer sa définition et sa notation.

Définition
La fonction qui, à un nombre, associe son carré.
La fonction qui, à un nombre, associe son inverse.
La fonction qui, à un nombre, associe son opposé.
La fonction qui, à un nombre, associe son double.

Notation
$f : x \mapsto 2x$
$f : x \mapsto -x$
$f : x \mapsto \dfrac{1}{x}$
$f : x \mapsto x^2$

2 Définir chacune des fonctions suivantes à l'aide d'une phrase.

a) $f : x \mapsto 2x + 3$

La fonction f est la fonction qui, à un nombre, associe son double augmenté de 3.

b) $g(x) \mapsto x^2 - 1$

La fonction g est la fonction qui, à un nombre, associe son carré diminué de 1.

c) $h : x \mapsto \dfrac{2}{x}$

La fonction h est la fonction qui, à un nombre, associe le double de son inverse.

3 Donner une notation de chaque fonction.

a) La fonction f qui, à un nombre, associe la somme de son carré et de son double.

$f : x \mapsto x^2 + 2x$

b) La fonction g qui, à un nombre, associe les deux tiers de son opposé.

$g : x \mapsto \dfrac{-2}{3}x$

4 Décrire chacun des programmes de calculs suivants à l'aide d'une fonction.

a)
- Choisir un nombre.
- Additionner 3 à ce nombre.
- Calculer le carré du résultat.

$f : x \mapsto (x + 3)^2$

b)
- Choisir un nombre.
- Multiplier ce nombre par 3.
- Soustraire 1 au résultat.
- Diviser ce dernier par 2.

$g : x \mapsto \dfrac{3x - 1}{2}$

5 Pour chacune des fonctions suivantes, donner son programme de calculs.

a) $f : x \mapsto 5x - 3$

- Choisir un nombre.
- Multiplier ce nombre par 5.
- Soustraire 3 au résultat.

b) $f : x \mapsto 2(x + 4)^2$

- Choisir un nombre.
- Additionner 4 à ce nombre.
- Élever ce résultat au carré.
- Multiplier ce dernier par 2.

c) $f : x \mapsto 4 - \dfrac{x}{3}$

- Choisir un nombre.
- Diviser ce nombre par 3.
- Soustraire le résultat à 4.

© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

JE REVOIS LE COURS... LE VOCABULAIRE

Soit la fonction f définie par $f : x \mapsto 3x - 2$. On a alors $f : 4 \mapsto$ 10.

On dit que 10 est l'image de 4 par la fonction f, et on note : $f($ 4 $) =$ 10.

On dit aussi que 4 est un antécédent de 10 par la fonction f.

6 On considère une fonction f telle que :

$f : 0 \mapsto 2$ $\quad f : 1 \mapsto 0$ $\quad f : 2 \mapsto 1$

$f : -1 \mapsto 1$ $\quad f : -2 \mapsto 2$ $\quad f : -3 \mapsto 1$

Compléter les phrases suivantes :

a) L'image du nombre 2 par la fonction f est 1.

b) Un antécédent du nombre 0 par la fonction f est 1.

c) L'image du nombre -2 par la fonction f est 2.

d) L'image du nombre -3 par la fonction f est 1.

e) Des antécédents du nombre 1 par la fonction f sont 2, -1 et -3.

7 Soit la fonction f définie par :

$$f : x \mapsto 2(x + 3)^2$$

a) $f(0) = 2(0 + 3)^2 = 2 \times (3)^2 = 2 \times 9 = 18$

Donc l'image de 0 par la fonction f est 18.

b) $f(5) = 2(5 + 3)^2 = 2 \times (8)^2 = 2 \times 64 = 128$

Donc l'image de 5 par la fonction f est 128.

c) $f\left(\frac{1}{3}\right) = 2\left(\frac{1}{3} + 3\right)^2 = 2 \times \left(\frac{10}{3}\right)^2$

$= 2 \times \frac{100}{9} = \frac{200}{9}$

Donc l'image de $\frac{1}{3}$ par la fonction f est $\frac{200}{9}$.

8 Soit la fonction g définie par :

$$g : x \mapsto \frac{x + 2}{1 - 3x}$$

a) $g(0) = \frac{0 + 2}{1 - 3 \times 0} = \frac{2}{1} = 2$

Donc l'image de 0 par la fonction g est 2.

b) $g(3) = \frac{3 + 2}{1 - 3 \times 3} = -\frac{5}{8}$

Donc l'image de 3 par la fonction g est $-\frac{5}{8}$.

c) $g(1) = \frac{-1 + 2}{1 - 3 \times (-1)} = \frac{1}{4}$

Donc l'image de -1 par la fonction g est $\frac{1}{4}$.

d) $g\left(\frac{2}{5}\right) = \dfrac{\frac{2}{5} + 2}{1 - 3 \times \left(\frac{2}{5}\right)} = \dfrac{\frac{12}{5}}{\frac{-1}{5}} = -\frac{12}{5} \times \frac{5}{1} = -12$

Donc l'image de $\frac{2}{3}$ par la fonction g est -12.

9 On considère la fonction h définie par :

$$h : x \mapsto x^2 + 3x - 1$$

a) Compléter le tableau de valeurs suivant :

x	-1	0	0,2	2
$h(x)$	-3	-1	$-0,36$	9

b) Quelle est l'image de -1 par la fonction h ?

L'image de -1 par la fonction h est -3.

c) Donner un antécédent de -1 par la fonction h.

Un antécédent de -1 par la fonction h est 0.

10 On considère la fonction f définie par :

$$f : x \mapsto \frac{3x - 1}{5}$$

Déterminer les images par la fonction f de :

a) 0 $\quad$ **b)** 3 $\quad$ **c)** -2 $\quad$ **d)** $\frac{1}{4}$

a) $f(0) = \frac{3 \times 0 - 1}{5} = -\frac{1}{5}$

Donc l'image de 0 par la fonction f est $-\frac{1}{5}$.

b) $f(3) = \frac{3 \times 3 - 1}{5} = \frac{8}{5}$

Donc l'image de 3 par la fonction f est $\frac{8}{5}$.

c) $f(-2) = \frac{3 \times (-2) - 1}{5} = -\frac{7}{5}$

Donc l'image de -2 par la fonction f est $-\frac{7}{5}$.

d) $f\left(-\frac{4}{3}\right) = \dfrac{3 \times \frac{-4}{3} - 1}{5} = \frac{-5}{5} = -1$

Donc l'image de $-\frac{4}{3}$ par la fonction f est -1.

11 Soit la fonction g définie par :

$$g : x \mapsto 5x^2 - 3x + 2$$

Donner une séquence de touches de calculatrice qui donnerait l'image de $-2{,}9$ par la fonction g.

Il faudrait taper :

5 × ((-) 2 , 9) x^2 - 3 × ((-) 2 , 9) + 2 entrer

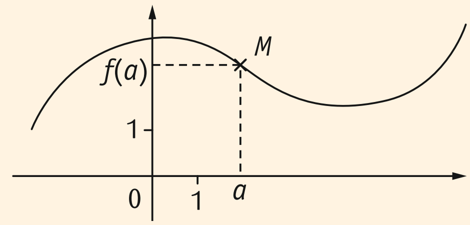
L'image de $-2{,}9$ par la fonction g est 52,7.

© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

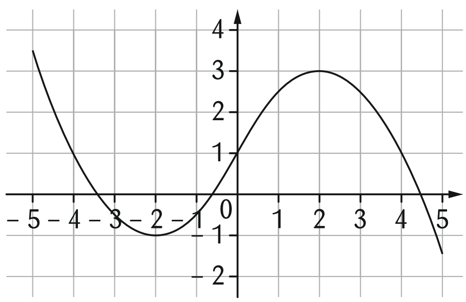
JE REVOIS LE COURS… REPRÉSENTATION GRAPHIQUE D'UNE FONCTION

a désigne un nombre et f désigne une fonction.

L'ensemble $(\mathscr{C})$ des points du plan de coordonnées (a ; f(a)) est la représentation graphique de la fonction f.



12 On a tracé, dans le repère ci-dessous, la représentation graphique $(\mathscr{C})$ d'une fonction f.



1) a) Sur la représentation graphique $(\mathscr{C})$, placer le point A d'abscisse 2.

b) Compléter les phrases suivantes :

Le point A a pour coordonnées : $A($ 2 ; 3 $)$.

L'image de 2 par la fonction f correspond à l' ordonnée du point A, c'est-à-dire : 3.

On note : $f($ 2 $) =$ 3.

2) a) Sur la représentation graphique $(\mathscr{C})$, placer les points B, C et D, ayant chacun pour ordonnée 1.

b) Compléter les phrases suivantes :

Les antécédents de 1 par la fonction f correspondent aux abscisses des points B, C et D, c'est-à-dire : –4, 0 et 4.

On note : $f($ –4 $) =$ 1 ; $f($ 0 $) =$ 1 et $f($ 4 $) =$ 1.

3) Déterminer graphiquement :

a) l'image de – 2 par la fonction f.

Graphiquement, l'image de –2 par f est –1.

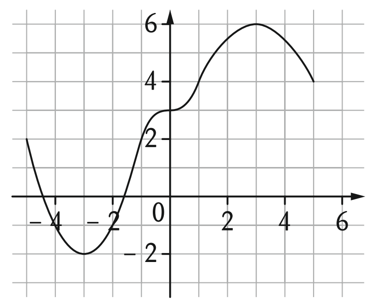
b) les antécédents de 0 par la fonction f.

Graphiquement, les antécédents de 0 par f sont –3,5 ; –0,5 et 4,5.

c) une valeur approchée des solutions de l'équation $f(x) = 2$.

Graphiquement, les solutions de l'équation f(x) = 2 sont 3,5 ; 0,5 et –4,5.

13 On a tracé, dans le repère ci-dessous, la représentation graphique $(\mathscr{C})$ d'une fonction g.



1) Déterminer graphiquement les images des nombres suivants par la fonction g :

a) – 4 **b)** – 1 **c)** 0 **d)** 5

a) Graphiquement, l'image de –4 par la fonction g est –1.

b) Graphiquement, l'image de –1 par la fonction g est 2.

c) Graphiquement, l'image de 0 par la fonction g est 3.

d) Graphiquement, l'image de 5 par la fonction g est 4.

2) Déterminer graphiquement les antécédents des nombres suivants par la fonction g :

a) – 2 **b)** – 1 **c)** 2

a) Graphiquement, l'antécédent de –2 par la fonction g est –3.

b) Graphiquement, les antécédents de –1 par la fonction g sont –4 et –2.

c) Graphiquement, les antécédents de 2 par la fonction g sont –5 et –1.

3) Vlad a écrit : $g(2) = 5$. A-t-il raison ? Justifier.

3) Le point de coordonnées (2 ; 5) n'appartient pas à la courbe, donc 5 n'est pas l'image de 2 par g. Vlad s'est trompé.

© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

Questions à Choix Multiples

Pour chacune des questions suivantes, entourer la (ou les) bonne(s) réponse(s).

Attention : Il peut y avoir plusieurs réponses exactes pour chaque énoncé ! Les trouver toutes.

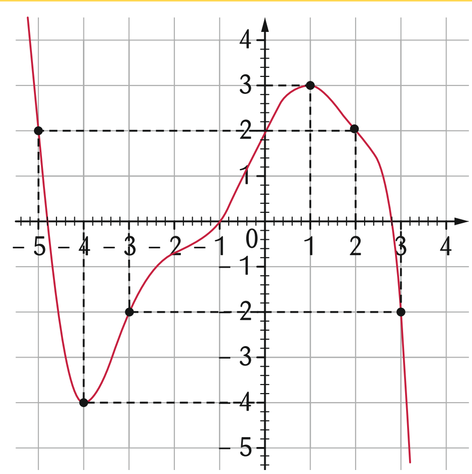
Énoncé	A	B	C
14 Soit f la fonction qui, à un nombre, associe la somme du double de son opposé et de 3. On a	$f : x \mapsto 2x - 3$	$f : x \mapsto 3 - 2x$	$f : x \mapsto \dfrac{2}{x} + 3$
15 Soit g la fonction qui, à un nombre, associe l'inverse de son carré. On a	$g : x \mapsto -x^2$	$g : x \mapsto \dfrac{1}{x} + x^2$	$g : x \mapsto \dfrac{1}{x^2}$
16 Soit la fonction f définie par $f : x \mapsto 3x - 5$. Par cette fonction,	l'image de 0 est – 5	l'image de 2 est 1	l'image de 2 est 0
17 Soit la fonction g définie par $g : x \mapsto 2(3 - x)^2$. On a	$g(1) = 8$	$g(8) = 1$	$g(1) = 4$

Pour les exercices 18 à 21, on utilise le tableau de valeurs ci-contre d'une fonction h :

x	– 2	1	3	4
$h(x)$	3	2	0	– 2

Énoncé	A	B	C
18 Par la fonction h, l'image de	3 est – 2	3 est 0	– 2 est 3
19 Par la fonction h, un antécédent de	– 2 est 3	– 2 est 4	1 est 2
20 Par la fonction h,	1 est un antécédent de 2	l'image de 2 est 1	l'image de 1 est 2
21 La représentation graphique de la fonction h passe	par le point A (2 ; 1)	par le point B (3 ; 0)	par le point C (– 2 ; 3)

Pour les exercices 22 et 23, on utilise la représentation graphique ci-contre de la fonction i :



Énoncé	A	B	C
22 Par la fonction i, l'image de	3 est 1	1 est 3	2 est 3
23 Par la fonction i, un antécédent de 2 est	0	– 5	2

© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

CHAPITRE

8 Proportionnalité et fonctions linéaires

SC1 Reconnaître la proportionnalité dans une situation de la vie courante.

SC2 Caractériser graphiquement la proportionnalité.

SC3 Calculer une augmentation ou une réduction en pourcentage.

JE REVOIS LE COURS... RECONNAÎTRE UNE FONCTION LINÉAIRE

- Soit a un nombre relatif donné.

La fonction linéaire de coefficient a est la fonction qui, à un nombre, associe le produit de ce nombre par a. On note $f : x \mapsto ax$ ou $f(x) = ax$.

- Une fonction qui modélise une situation de proportionnalité est une fonction linéaire.

Son coefficient est le coefficient de proportionnalité.

1 Pour chaque fonction, préciser si elle est linéaire et, dans ce cas, donner son coefficient.

a) $f : x \mapsto 3{,}5x$ **b)** $g : x \mapsto 2 + x$

c) $h : x \mapsto 7x^2$ **d)** $i : x \mapsto -x$

e) $j : x \mapsto 5$ **f)** $k : x \mapsto \dfrac{2x}{3}$

a) La fonction f est linéaire de coefficient 3,5.

b) La fonction g n'est pas linéaire.

c) La fonction h n'est pas linéaire.

d) La fonction i est linéaire de coefficient −1.

e) La fonction j n'est pas linéaire.

f) La fonction k est linéaire de coefficient $\dfrac{2}{3}$.

2 Pour chaque fonction, préciser si elle est linéaire et, dans ce cas, donner son coefficient.

a) $f : x \mapsto 5x + 2$ **b)** $g : x \mapsto 2$

c) $h : x \mapsto 7x - 3x$ **d)** $i : x \mapsto -3(2 + x) + 6$

e) $j : x \mapsto x$ **f)** $k : x \mapsto \dfrac{2}{x}$

a) La fonction f n'est pas linéaire.

b) La fonction g n'est pas linéaire.

c) $7x - 3x = 4x$.

La fonction h est linéaire de coefficient 4.

d) La fonction i est linéaire de coefficient −3.

e) La fonction j est linéaire de coefficient 1.

f) La fonction k n'est pas linéaire.

3 SC1 Pour chaque situation, donner la fonction qui la modélise, puis préciser si cette fonction est linéaire.

a) Le prix de x kilogrammes de poires dont le prix au kilogramme est 2,45 €.

La fonction modélisant cette situation est :

$f : x \mapsto 2{,}45x$. Cette fonction est linéaire.

b) Le périmètre d'un carré en fonction de la longueur x d'un de ses côtés.

La fonction modélisant cette situation est :

$g : x \mapsto 4x$.

Cette fonction est linéaire.

c) Le prix d'un lot « console + jeux » contenant une console de jeux à 250 € et x jeux à 35 € l'unité.

La fonction modélisant cette situation est :

$h : x \mapsto 250 + 35x$.

Cette fonction n'est pas linéaire.

d) L'aire d'un disque en fonction de son rayon x.

La fonction modélisant cette situation est :

$i : x \mapsto \pi x^2$.

Cette fonction n'est pas linéaire.

e) Le volume d'un pavé droit de longueur 3, de largeur 2, en fonction de sa hauteur x.

La fonction modélisant cette situation est :

$j : x \mapsto 6x$. Cette fonction est linéaire.

© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

4 On considère la fonction linéaire f de coefficient -5. Calculer l'image par f des nombres suivants :

a) 0 **b)** 3 **c)** -2 **d)** $\frac{3}{7}$ **e)** $-\sqrt{3}$

a) La fonction f est linéaire de coefficient -5, donc f est définie par : $f(x) = -5x$.

$f(0) = -5 \times 0 = 0$

Donc l'image de 0 par f est 0.

b) $f(3) = -5 \times 3 = -15$

Donc l'image de 3 par f est -15.

c) $f(-2) = -5 \times (-2) = 10$

Donc l'image de -2 par f est 10.

d) $f\left(\frac{3}{7}\right) = -5 \times \frac{3}{7} = \frac{-15}{7}$

Donc l'image de $\frac{3}{7}$ par f est $\frac{-15}{7}$.

e) $f(2-\sqrt{3}) = -5 \times (2-\sqrt{3})$

$= -10 + 5\sqrt{3}$

Donc l'image de $2-\sqrt{3}$ par f est $-10+5\sqrt{3}$.

5 On considère la fonction linéaire h définie par :

$$h : x \mapsto -2{,}5x$$

1) Quelle est le coefficient de la fonction h ?

Le coefficient de h est $-2{,}5$.

2) Compléter le tableau suivant :

x	0	4	-7	$\frac{4}{5}$	-5	$\frac{16}{5}$
$h(x)$	0	-10	17,5	-2	12,5	-8

6 On considère la fonction linéaire g de coefficient $\frac{2}{3}$.

1) Compléter le tableau suivant :

x	3	-15	8	$\frac{4}{5}$	-6	12
$g(x)$	2	-10	$\frac{16}{3}$	$\frac{8}{15}$	-4	8

2) Donner l'image par g de 8 et de $\frac{4}{5}$.

L'image de 8 est $\frac{16}{3}$ et celle de $\frac{4}{5}$ est $\frac{8}{15}$.

3) Donner l'antécédent par g de 8 et de 2.

L'antécédent de 8 est 12 et celle de 2 est 3.

7 Soit f une fonction linéaire telle que : $f(8) = 6$.

1) Déterminer le coefficient de la fonction f.

f est une fonction linéaire, donc : $f(x) = ax$.

On sait que : $f(8) = 6$ donc : $a \times 8 = 6$

d'où : $a = \frac{3}{4}$.

Le coefficient de la fonction f est $\frac{3}{4}$ et la fonction f est définie par $f : x \mapsto \frac{3x}{4}$.

2) Calculer l'image par f des nombres suivants :

a) 2 **b)** -3 **c)** $\frac{5}{3}$

a) $f(2) = \frac{3}{4} \times 2 = \frac{3}{2}$

Donc l'image de 2 par f est $\frac{3}{4}$.

b) $f(-3) = \frac{3}{4} \times (-3) = -\frac{9}{4}$

Donc l'image de -3 par f est $-\frac{9}{4}$.

c) $f\left(\frac{5}{3}\right) = \frac{3}{4} \times \frac{5}{3} = \frac{5}{4}$

Donc l'image de $\frac{5}{3}$ par f est $\frac{5}{4}$.

3) Calculer les antécédents par f de chacun des nombres suivants :

a) 3 **b)** $-\frac{2}{3}$

a) On cherche x tel que : $f(x) = 3$

d'où : $\frac{3x}{4} = 3$ donc : $x = \frac{4}{3} \times 3$

Donc l'antécédent de 3 par f est 4.

b) On cherche x tel que : $f(x) = \left(-\frac{2}{3}\right)$

d'où : $\frac{3x}{4} = -\frac{2}{3}$, donc : $x = \frac{4}{3} \times \left(-\frac{2}{3}\right)$.

Donc l'antécédent de $-\frac{2}{3}$ par f est $-\frac{8}{9}$.

8 Soit g une fonction linéaire telle que l'image de 12 par g est -15.

Déterminer le coefficient directeur de la fonction g.

g est une fonction linéaire, donc : $g(x) = ax$.

On sait que : $g(12) = -15$, donc : $a \times 12 = -15$

d'où : $a = -\frac{15}{12}$.

Le coefficient de la fonction g est $-\frac{5}{4}$.

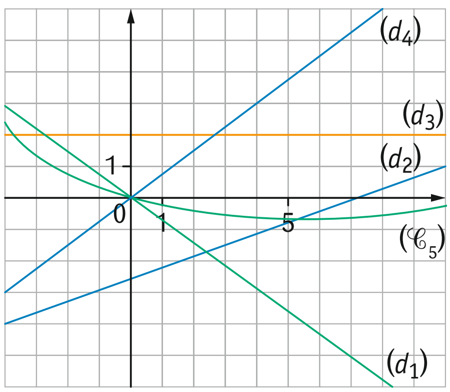
© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

JE REVOIS LE COURS… REPRÉSENTATION GRAPHIQUE D'UNE FONCTION LINÉAIRE

La représentation graphique d'une fonction linéaire de coefficient a dans un repère est une ...droite (d)... qui passe par ...l'origine du repère....

Le nombre a est appelé ...le coefficient directeur de la droite (d)....

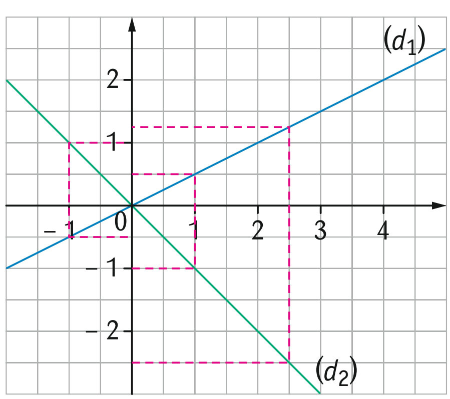
9 SC2 Préciser si les fonctions représentées graphiquement ci-dessous sont linéaires. Justifier la réponse.



Les droites (d_1) et (d_4) passent par l'origine, donc elles sont des représentations graphiques de fonctions linéaires.

La courbe (C_5) n'est pas une droite, et les droites (d_2) et (d_3) ne passent par l'origine. Donc elles ne représentent pas des fonctions linéaires.

10 On a représenté ci-dessous les fonctions f_1 et f_2 par les droites (d_1) et (d_2).



En traçant les pointillés nécessaires, déterminer les images des nombres suivants :

x	–1	0	1	2,5
$f_1(x)$	–0,5	0	0,5	1,25
$f_2(x)$	1	0	–1	–2,5

11 On considère la fonction $f : x \mapsto 1{,}5x$.

a) $f(2) =$ ...$1{,}5 \times 2 = 3$...

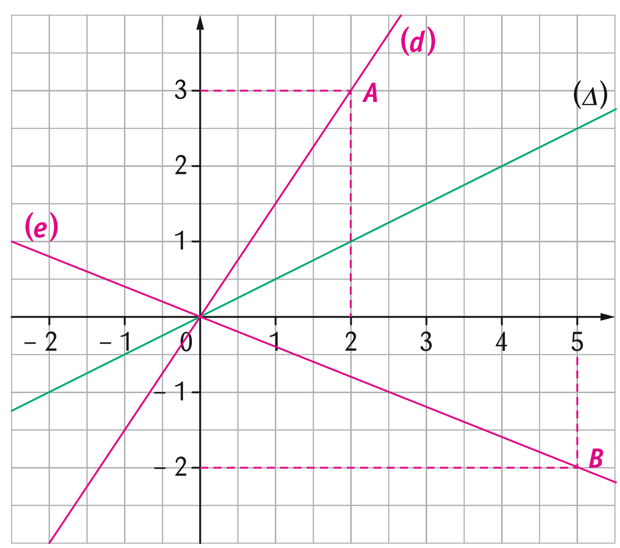
La fonction f est ...linéaire..., donc sa représentation graphique est ...une droite (d)... passant par ...l'origine... et par le point A de coordonnées A (2 ; ...3...).

b) Tracer la représentation graphique (d) de la fonction f.

c) Sur le même graphique, représenter la fonction $g : x \mapsto -\dfrac{2x}{5}$.

$g(5) = -\dfrac{2}{5} \times 5 = -2$

La fonction g est linéaire, donc sa représentation graphique est une droite (e) passant par l'origine et par le point B de coordonnées B(5 ; 2).



d) La droite (Δ) est la représentation graphique de la fonction h.

Déterminer graphiquement l'image de 2 par h.

En déduire le coefficient de la fonction h.

Graphiquement, l'image de 2 par h est 1.

Le coefficient de la fonction h est alors $\dfrac{1}{2}$.

© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

JE REVOIS LE COURS... ÉVOLUTION EN POURCENTAGE

- Augmenter un nombre positif de p % revient à multiplier ce nombre par $1 + \frac{p}{100}$.

La fonction linéaire qui modélise une augmentation de p % est $f : x \mapsto \left(1 + \frac{p}{100}\right)x$.

- Diminuer un nombre positif de p % revient à multiplier ce nombre par $1 - \frac{p}{100}$.

La fonction linéaire qui modélise une baisse de p % est $f : x \mapsto \left(1 - \frac{p}{100}\right)x$.

12 SC3 Donner la fonction linéaire modélisant une augmentation de :

a) 15 % **b)** 42 % **c)** 3 % **d)** 79 % **e)** 131 %

a) $f(x) = \left(1 + \frac{15}{100}\right)x = 1{,}15x$

b) $f(x) = \left(1 + \frac{42}{100}\right)x = 1{,}42x$

c) $f(x) = \left(1 + \frac{3}{100}\right)x = 1{,}03x$

d) $f(x) = \left(1 + \frac{79}{100}\right)x = 1{,}79x$

e) $f(x) = \left(1 + \frac{131}{100}\right)x = 2{,}31x$

13 SC3 Donner la fonction linéaire modélisant une baisse de :

a) 35 % **b)** 52 % **c)** 7 % **d)** 83 % **e)** 54 %

a) $f(x) = \left(1 - \frac{35}{100}\right)x = 0{,}65x$

b) $f(x) = \left(1 - \frac{52}{100}\right)x = 0{,}48x$

c) $f(x) = \left(1 - \frac{7}{100}\right)x = 0{,}93x$

d) $f(x) = \left(1 - \frac{83}{100}\right)x = 0{,}17x$

e) $f(x) = \left(1 - \frac{54}{100}\right)x = 0{,}46x$

14 SC3 Pour chaque fonction, déterminer le pourcentage d'augmentation ou de diminution correspondant.

a) $f(x) = 1{,}24x$ **b)** $g(x) = 0{,}9x$ **c)** $h(x) = 0{,}72x$
d) $i(x) = 0{,}3x$ **e)** $j(x) = 1{,}06x$ **f)** $k(x) = 2{,}5x$

a) La fonction f modélise une hausse de 24 %.
b) La fonction g modélise une baisse de 10 %.
c) La fonction h modélise une baisse de 28 %.
d) La fonction i modélise une baisse de 70 %.
e) La fonction j modélise une hausse de 6 %.
f) La fonction k modélise une hausse de 150 %.

15 SC3 Un gérant de magasin de vêtements décide de baisser ses prix de 15 %.

a) Quelle est la fonction linéaire modélisant cette baisse ?

La fonction linéaire modélisant une baisse de 15 % est : $f(x) = 0{,}85x$.

b) Quelle est le nouveau prix d'un pantalon qui coûtait 70 € avant cette baisse ?

$f(70) = 0{,}85 \times 70 = 59{,}5$
Donc le nouveau prix du pantalon est 59,50 €.

c) Quelle est l'ancien prix d'un pull qui coûte 50,12 € après cette baisse ?

On cherche x tel que : $f(x) = 50{,}12$
d'où : $0{,}85x = 50{,}12$ donc $x = \frac{50{,}12}{0{,}85}$
soit $x = 56$.
Donc l'ancien prix du pull était 56 €.

16 SC3 **a)** Bastien a perdu du poids ce mois-ci. Il est passé de 75 kg à 69 kg.

Quelle est l'évolution en pourcentage de son poids ?

Soit f la fonction linéaire modélisant l'évolution en pourcentage du poids de Bastien.
Alors : $f(75) = 69$ donc $a \times 75 = 69$
d'où : $a = \frac{69}{75}$, soit $a = 0{,}92$.
Cela correspond à une baisse de 8 %.

b) Laurie a grandi de 5 % cette année. Elle mesure maintenant 165,9 cm. Combien mesurait-elle l'an dernier ?

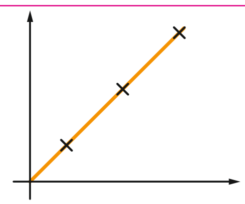
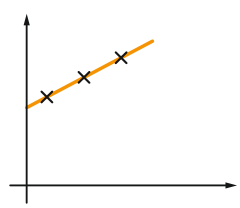
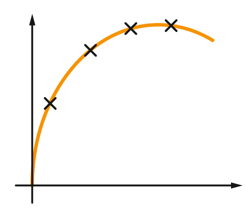
La fonction linéaire modélisant une hausse de 5 % est : $g(x) = 1{,}05x$.
On cherche x tel que : $g(x) = 165{,}9$
d'où : $1{,}05x = 165{,}9$ donc $x = \frac{165{,}9}{1{,}05}$
soit $x = 158$.
Donc Laurie mesurait 158 cm.

© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

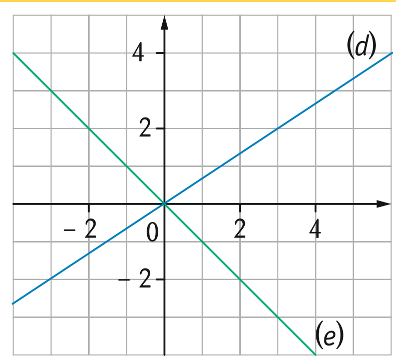
Questions à Choix Multiples

Pour chacune des questions suivantes, entourer la (ou les) bonne(s) réponse(s).

Attention : Il peut y avoir plusieurs réponses exactes pour chaque énoncé ! Les trouver toutes.

Énoncé	A	B	C
17 Un exemple de fonction affine est	$f : x \mapsto 2 - x$	$f : x \mapsto \frac{2x}{5}$	$f : x \mapsto x^2$
18 Soit $g : x \mapsto -1{,}5x$. L'image de -12 par g est	$-13{,}5$	18	8
19 Soit $g : x \mapsto -1{,}5x$. L'antécédent de 9 par g est	$-13{,}5$	-6	$7{,}5$
20 Soit h la fonction linéaire telle que $h(30) = 12$. Le coefficient de la fonction h est	$0{,}4$	$2{,}5$	$\frac{30}{12}$
21 Parmi ces graphiques, lequel représente une fonction linéaire ?			

● **Pour les exercices 22 à 24,** on utilise la figure ci-contre :
Les fonctions représentées par les droites (d) et (e) sont respectivement notées f et g.



Énoncé	A	B	C
22 L'image de 3 par f est	$4{,}5$	-3	2
23 La fonction f est définie par	$f(x) = 2x$	$f(x) = \frac{2x}{3}$	$f(x) = \frac{3x}{2}$
24 Le coefficient directeur de la droite (e) est	-1	1	0
25 La fonction g modélisant une baisse de 44 % est	$g : x \mapsto 0{,}44x$	$g : x \mapsto 0{,}56x$	$g : x \mapsto 1{,}44x$
26 Une remise de 10 % est offerte sur le prix d'un ordinateur. Le client paye alors 450 €. Le prix initial de cet ordinateur est	405 €	495 €	500 €

© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

Chapitre 9 Fonctions affines

Aucune compétence n'est exigible au socle commun.

JE REVOIS LE COURS... RECONNAÎTRE UNE FONCTION AFFINE

- Soient a et b deux nombres relatifs donnés.

Une fonction affine est la fonction qui, à un nombre, associe le nombre $ax + b$.

On note $f : x \mapsto$ $ax + b$ ou $f(x) =$ $ax + b$.

- Si $b = 0$, la fonction affine f ci-dessus s'écrit $x \mapsto$ ax. C'est alors aussi une fonction linéaire.
- Si $a = 0$, la fonction affine f ci-dessus s'écrit $x \mapsto$ b. C'est alors une fonction constante.

1 Pour chaque fonction, préciser si elle est affine, linéaire, constante, aucune des trois.

a) $f : x \mapsto 5x$ **b)** $g : x \mapsto 2 + x$

c) $h : x \mapsto 7x^2 + 1$ **d)** $i : x \mapsto 5$

e) $j : x \mapsto \dfrac{2x}{3} + 4$

a) La fonction f est linéaire et affine.

b) La fonction g est affine.

c) La fonction h n'est ni affine, ni linéaire, ni constante.

d) La fonction i est constante et affine.

e) La fonction j est affine.

2 Parmi ces programmes de calculs, lesquels définissent une fonction affine ? Justifier.

Programme 1	• Choisir un nombre. • Additionner 3 à ce nombre. • Multiplier le résultat par 5.
Programme 2	• Choisir un nombre. • Le multiplier par 3. • Soustraire 1 au résultat. • Diviser le résultat par 2.
Programme 3	• Choisir un nombre. • Soustraire 1 à l'inverse de ce nombre.

Les fonctions correspondantes sont respectivement :

$f_1(x) = 5(x + 3) = 5x + 15$

$f_2(x) = \dfrac{3x - 1}{2}$

$f_3(x) = \dfrac{1}{x} - 1$

Les seules fonctions f_1 et f_2 sont affines.

3 Pour chaque fonction, préciser si elle est affine.

a) $f : x \mapsto (2x - 1)(x + 4)$

b) $g : x \mapsto (3x + 2)^2 + (x - 2)(4 - 9x)$

a) $(2x - 1)(x + 4) = 2x^2 - x + 8x - 4$

$= 2x^2 + 7x - 4$

Donc la fonction f n'est pas affine.

b) $(3x + 2)^2 + (x - 2)(4 - 9x)$

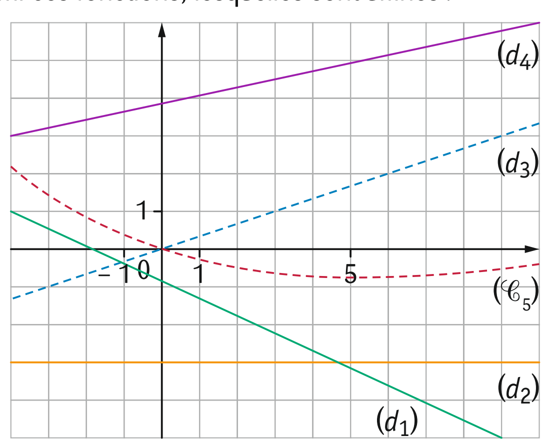
$= 9x^2 + 12x + 4 + 4x - 8 - 9x^2 + 18x$

$= 34x - 4$

Donc la fonction g est affine.

4 Dans le graphique ci-dessous, les droites (d_1), (d_2), (d_3), (d_4) et la courbe (C_5) représentent respectivement les fonctions f_1, f_2, f_3, f_4, et f_5.

Parmi ces fonctions, lesquelles sont affines ?



Les fonctions f_1, f_2, f_3 et f_4 sont affines, car elles sont représentées par des droites.

© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

5 On considère la fonction affine f qui multiplie par 2 puis ajoute 3.

1) Définir la fonction f à l'aide d'une notation.

La fonction f est définie par : $f(x) = 2x + 3$.

2) Calculer l'image par f des nombres suivants :

a) 0 **b)** -3 **c)** 5 **d)** $\frac{5}{3}$

a) $f(0) = 2 \times 0 + 3 = 3$

Donc l'image de 0 par f est 3.

b) $f(-3) = 2 \times (-3) + 3 = -6 + 3 = -3$

Donc l'image de -3 par f est -3.

c) $f(5) = 2 \times 5 + 3 = 10 + 3 = 13$

Donc l'image de 5 par f est 13.

d) $f\left(\frac{5}{3}\right) = 2 \times \frac{5}{3} + 3 = \frac{10}{3} + 3 = \frac{19}{3}$

Donc l'image de $\frac{5}{3}$ par f est $\frac{19}{3}$.

6 On considère la fonction affine g définie par :

$$g(x) \mapsto 4 - 3x$$

1) Définir la fonction g à l'aide d'une phrase.

La fonction g est la fonction qui multiplie un nombre par -3, puis ajoute 4.

2) Calculer l'antécédent par g de 0.

On cherche x tel que : $g(x) = 0$

d'où : $4 - 3x = 0$ donc : $4 = 3x$.

soit : $x = \frac{4}{3}$.

Donc l'antécédent de 0 par g est $\frac{4}{3}$.

3) Compléter le tableau suivant :

x	0	2	-5	-2	5
$g(x)$	4	-2	19	10	-11

7 On considère la fonction h qui, à un nombre, associe son quart augmenté de 5.

1) Définir la fonction h à l'aide d'une notation.

La fonction h est définie par : $h(x) = \frac{x}{4} + 5$.

2) Compléter le tableau suivant :

x	4	-2	9	$\frac{16}{5}$	-20	16
h(x)	6	$\frac{9}{2}$	$\frac{29}{4}$	$\frac{29}{5}$	0	9

8 Soit f la fonction affine définie par :

$$f : x \mapsto \frac{3x - 1}{5}$$

1) Calculer l'image par f des nombres suivants :

a) 2 **b)** -4 **c)** $\frac{-4}{3}$ **d)** $\frac{7}{4}$

a) $f(2) = \frac{3 \times 2 - 1}{5} = 1$

Donc l'image de 2 par f est 1.

b) $f(-4) = \frac{3 \times (-4) - 1}{5} = -\frac{13}{5}$

Donc l'image de -4 par f est $-\frac{13}{5}$.

c) $f\left(\frac{-4}{3}\right) = \frac{3 \times \frac{-4}{3} - 1}{5} = \frac{-4 - 1}{5} = -1$

Donc l'image de $\frac{-4}{3}$ par f est 1.

d) $f\left(\frac{7}{4}\right) = \frac{3 \times \frac{7}{4} - 1}{5} = \frac{\frac{17}{4}}{5} = \frac{17}{20}$

Donc l'image de $\frac{7}{4}$ par f est $\frac{17}{20}$.

2) Calculer les antécédents par f des nombres suivants :

a) 0 **b)** 4 **c)** $-\frac{4}{3}$

a) On cherche x tel que : $f(x) = 0$

d'où : $\frac{3x - 1}{5} = 0$ donc : $3x - 1 = 0$

soit : $x = \frac{1}{3}$

Donc l'antécédent de 0 par f est $\frac{1}{3}$.

b) On cherche x tel que : $f(x) = 4$

d'où : $\frac{3x - 1}{5} = 4$ donc : $3x - 1 = 20$

soit : $3x = 21$ d'où : $x = 7$

Donc l'antécédent de 4 par f est 7.

c) On cherche x tel que : $f(x) = -\frac{4}{3}$

d'où : $\frac{3x - 1}{5} = -\frac{4}{3}$ donc : $3(3x - 1) = -5 \times 4$

soit : $9x - 3 = -20$ d'où : $9x = -17$

donc : $x = -\frac{17}{9}$

Donc l'antécédent de $\frac{-4}{3}$ par f est $-\frac{17}{9}$.

© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

Soit f une fonction affine définie par : $f(x) = ax + b$.

Pour deux nombres distincts x_1 et x_2, on a : $a = \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}$.

9 On considère la fonction affine f telle que :

$$f(1) = 4 \quad \text{et} \quad f(3) = -2$$

On pose : $f(x) = ax + b$.

Calcul du nombre a :

$a = \frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = \frac{-2-4}{3-1} = \frac{-6}{2} = -3$

Donc : $a = -3$.

Calcul du nombre b : on sait que : $f(1) = 4$.

Donc : $-3 \times 1 + b = 4$ d'où : $-3 + b = 4$

Soit : $b = 7$.

Ainsi la fonction f s'écrit $f : x \mapsto -3x + 7$.

10 On considère la fonction affine g telle que :

$$g(-3) = 5 \quad \text{et} \quad g(6) = 11$$

On pose : $g(x) = ax + b$.

1) Calculer le nombre a :

$a = \frac{g(6) - g(-3)}{6-(-3)} = \frac{11-5}{6+3} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

Donc : $a = \frac{2}{3}$.

2) Calculer le nombre b :

On sait que : $g(6) = 11$.

Donc : $\frac{2}{3} \times 6 + b = 11$ d'où : $4 + b = 11$

Soit : $b = 7$.

3) En déduire l'expression de la fonction g.

Ainsi la fonction g s'écrit $g : x \mapsto \frac{2}{3}x + 7$.

11 On considère la fonction affine h telle que :

$$h : 0 \mapsto 5 \quad \text{et} \quad h : 4 \mapsto -1$$

Déterminer l'expression de la fonction h.

On pose : $h(x) = ax + b$.

Calcul du nombre a :

$a = \frac{h(4) - h(0)}{4-0} = \frac{-1-5}{4-0} = \frac{-6}{4} = \frac{-3}{2}$

donc : $a = \frac{-3}{2}$.

Calcul du nombre b :

On sait que : $h(0) = 5$, donc : $b = 5$.

Ainsi la fonction h s'écrit $h : x \mapsto \frac{-3}{2}x + 5$

12 On considère la fonction affine i telle que :

$$i : 12 \mapsto 7 \quad \text{et} \quad i : 20 \mapsto 13$$

1) Déterminer l'expression de la fonction i.

On pose : $i(x) = ax + b$

Calcul du nombre a :

$a = \frac{i(20) - i(12)}{20-12} = \frac{13-7}{20-12} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

Donc : $a = \frac{3}{4}$.

Calcul du nombre b :

On sait que : $i(12) = 7$

Donc : $\frac{3}{4} \times 12 + b = 7$

D'où : $9 + b = 7$

Soit : $b = 7 - 9$

Donc : $b = -2$.

Ainsi la fonction i s'écrit :

$i : x \mapsto \frac{3}{4}x - 2$

2) En déduire les images de 4 et 16 par i.

$i(4) = \frac{3}{4} \times 4 - 2 = 3 - 2 = 1$

Donc l'image de 4 par i est 1.

$i(16) = \frac{3}{4} \times 16 - 2 = 12 - 2 = 10$

Donc l'image de 16 par i est 10.

3) Déterminer les antécédents par i de 22 et de $-0{,}5$.

On cherche x tel que : $i(x) = 22$

d'où : $\frac{3}{4}x - 2 = 22$ donc : $\frac{3x}{4} = 24$

Soit : $x = \frac{24 \times 4}{3}$ d'où : $x = 32$

Donc l'antécédent de 22 par f est 32.

On cherche x tel que : $i(x) = -0{,}5$

D'où : $\frac{3}{4}x - 2 = -0{,}5$ donc : $\frac{3x}{4} = 1{,}5$

Soit : $3x = 6$ d'où : $x = 2$

Donc l'antécédent de $-0{,}5$ par f est 2.

© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

JE REVOIS LE COURS... REPRÉSENTATION GRAPHIQUE D'UNE FONCTION AFFINE

La représentation graphique d'une fonction affine dans un repère est une ..... droite (d).

Si la droite (d) est la représentation graphique de la fonction $f : x \mapsto ax + b$, alors :

- Le nombre a est appelé ..... le coefficient directeur de la droite (d).
- Le nombre b est appelé ..... l'ordonnée à l'origine de la droite (d).

13 ***Informatique***

Pour cet exercice, utiliser le logiciel *GeoGebra*.

1) Créer deux curseurs nommés « a » et « b ».

2) Dans la zone de saisie, taper « y=a*x+b », puis valider.

Qu'obtient-on ?

On obtient une droite.

3) Déplacer le curseur « a » ; que se passe-t-il ?

Quand on déplace le curseur « a », on modifie la pente de la droite.

4) Déplacer le curseur « b » ; que se passe-t-il ?

Quand on déplace le curseur « b », on modifie l'ordonnée à l'origine de la droite.

14 On considère la fonction ci-dessous :

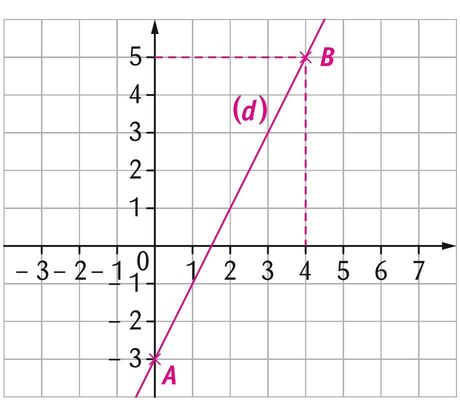
$$f : x \mapsto 2x - 3$$

a) Compléter.

x	0	4
$2x - 3$	-3	5

La fonction f est ..... affine ....., donc sa représentation graphique est ..... une droite (d) ..... passant par les points $A($ 0 ; -3 $)$ et $B($ 4 ; 5 $)$.

b) Tracer la représentation graphique (d) de la fonction f .



15 Tracer les représentations graphiques (d_1), (d_2) et (d_3) respectives des fonctions f_1, f_2, f_3, définies par : $f_1(x) = 3 - x$; $f_2(x) = 2$ et $f_3(x) = \dfrac{4x}{3}$.

Pour la fonction f_1 :

x	0	3
$3 - x$	3	0

La fonction f_1 est affine, donc sa représentation graphique est une droite (d_1) passant par les points A(0 ; 3) et B(3 ; 0).

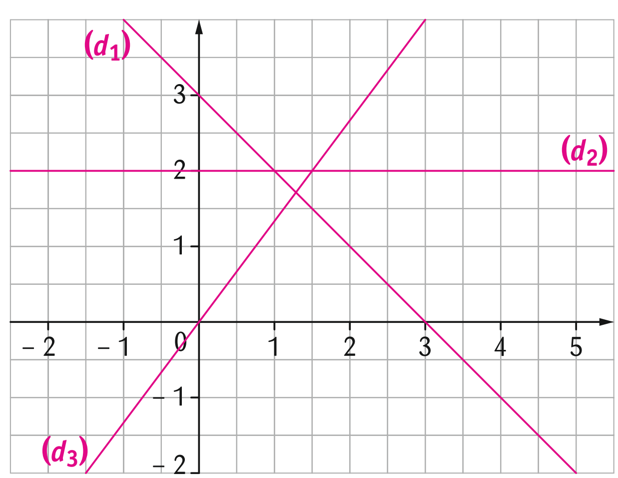
Pour la fonction f_2 :

La fonction f_2 est une fonction constante, donc elle est représentée par une droite (d_2) parallèle à l'axe des abscisses.

Pour la fonction f_3 :

x	0	3
$\dfrac{4x}{3}$	0	4

La fonction f_3 est affine, donc sa représentation graphique est une droite (d_3) passant par l'origine et le point E(3 ; 4).



© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

16 ***(D'après Brevet)***

Une école décide de tester un logiciel pour gérer sa bibliothèque. Il y a trois tarifs :

- Tarif A : 19 €
- Tarif B : 10 centimes par élève
- Tarif C : 8 € + 5 centimes par élève

1) Compléter le tableau suivant :

Nombre d'élèves	100	200	300
Tarif A	19 €	19 €	19 €
Tarif B	10 €	20 €	30 €
Tarif C	13 €	18 €	23 €

2) a) Si x représente le nombre d'élèves, laquelle des fonctions suivantes correspond au tarif C ?

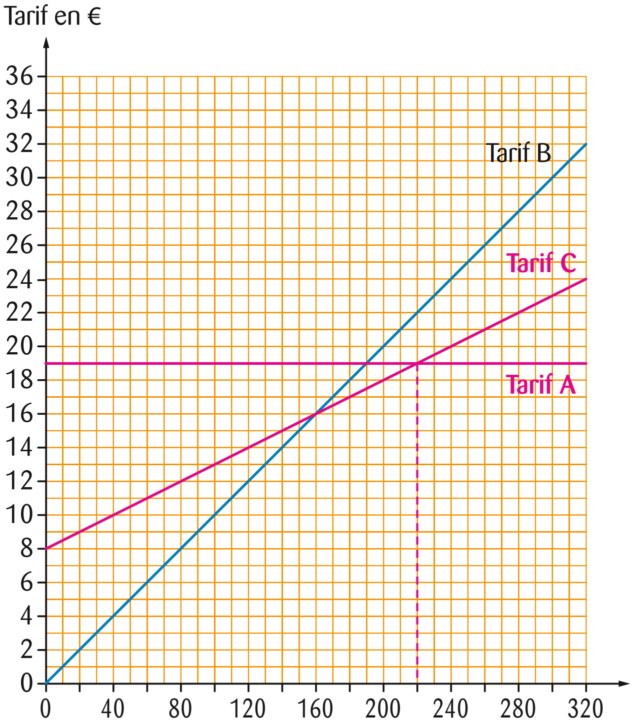
i) $x \mapsto 8+5x$ ii) $x \mapsto 8 + 0{,}05x$ iii) $x \mapsto 0{,}05 + 8x$

La fonction $x \mapsto 8 + 0{,}05x$ correspond au tarif C.

b) Quelle est la nature de cette fonction ?

Cette fonction est une fonction affine.

3) Sur le graphique donné, on a représenté le tarif B. Sur ce même graphique, représenter les tarifs A et C.



4) Par lecture graphique, à partir de combien d'élèves le tarif A est-il plus intéressant que le tarif C ?

Graphiquement le tarif A est plus intéressant que le tarif C à partir de 220 élèves.

17 ***(D'après Brevet)***

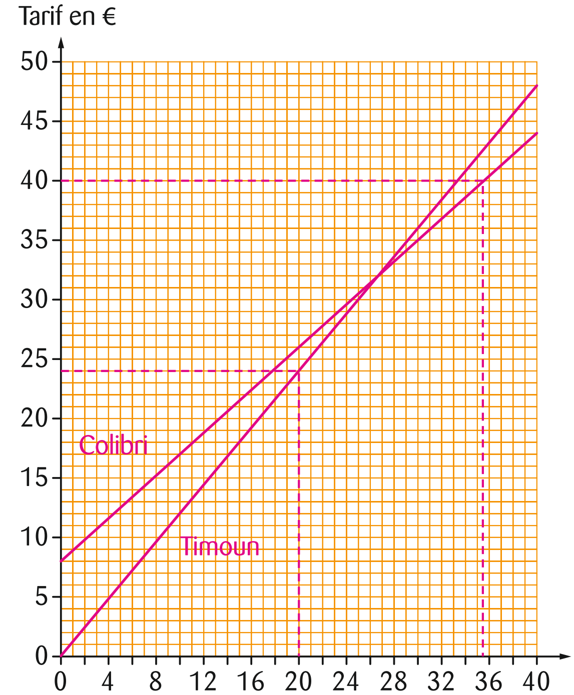
« Timoun » et « Colibri » sont deux associations sportives qui proposent des activités omnisports hebdomadaires pour les jeunes enfants. Les parents payent :

- chez « Timoun » : 1,20 € par séance ;
- chez « Colibri » : une adhésion de 8 euros puis 0,90 € par séance.

1) Compléter le tableau suivant :

Nombre de séances	10	17	30
Coût chez « Timoun »	12	20,4	36
Coût chez « Colibri »	17	23,3	35

2) Tracer dans le repère ci-dessous les représentations graphiques des fonctions affines définies par : $t(x) = 1{,}2x$ et $c(x) = 0{,}9x + 8$.



a) En utilisant le graphique précédent, déterminer le coût le plus avantageux pour les parents si leur enfant participe à 20 séances.

Le coût le plus avantageux est de 24 € chez « Timoun ».

b) Si les parents prévoient un budget de 40 €, à combien de séances leur enfant pourra-t-il participer avec l'association « Colibri » ?

Avec un budget de 40 €, leur enfant pourra participer à environ 35 séances.

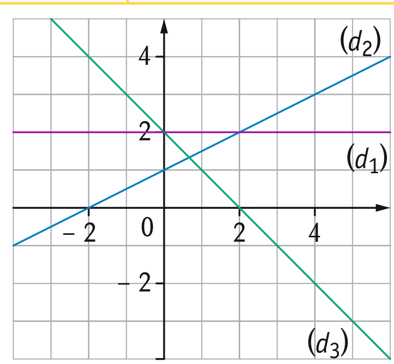
© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

Pour chacune des questions suivantes, entourer la (ou les) bonne(s) réponse(s).

Attention : Il peut y avoir plusieurs réponses exactes pour chaque énoncé ! Les trouver toutes.

Énoncé	A	B	C
18 Un exemple de fonction affine est	$f : x \mapsto 5 - 3x$	$f : x \mapsto \dfrac{3x}{4}$	$f : x \mapsto 2$
19 La fonction $x \mapsto 4$ est une fonction	linéaire	affine	constante
20 Soit $g : x \mapsto 8x - 3$. L'image de -7 par g est	-2	-59	53
21 Soit $g : x \mapsto 8x - 3$. L'antécédent de 37 par g est	$-9{,}5$	-5	5
22 La représentation graphique de la fonction $h : x \mapsto 5 - 2x$ a pour ordonnée à l'origine	-2	2	5
23 La représentation graphique de la fonction $h : x \mapsto 5 - 2x$ a pour coefficient directeur	-2	2	5
24 La représentation graphique de la fonction $i : x \mapsto 7x + 4$ est une droite passant par	l'origine du repère	le point A(-1 ; -3)	le point B(7 ; 4)
25 La représentation graphique de la fonction affine telle que $j(2) = 9$ et $j(7) = 1$ a pour coefficient directeur	$\dfrac{5}{8}$	$\dfrac{-8}{5}$	$\dfrac{8}{5}$

Pour les exercices 26 et 27, on utilise la figure ci-contre.
Les fonctions représentées par les droites (d_1), (d_2) et (d_3) sont respectivement notées f_1, f_2 et f_3.



Énoncé	A	B	C
26 Une des trois fonctions représentées est	$x \mapsto 2 - x$	$x \mapsto 2x - 1$	$x \mapsto 2$
27 Le coefficient directeur de la droite (d_2) est	-2	2	0,5

© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

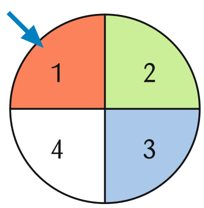
CHAPITRE 10 Probabilités

SC Dans un contexte familier, déterminer une probabilité lors d'une expérience à une épreuve.

JE REVOIS LE COURS... LE VOCABULAIRE

- Le résultat d'une expérience aléatoire est uniquement dû au *hasard*.
- Chaque résultat possible d'une expérience aléatoire est une *issue* de l'expérience.
- Un *événement* est une condition qui, selon l'issue de l'expérience aléatoire, est réalisé ou non.
- Un événement qui est réalisé par une seule issue est un événement *élémentaire*.

1 On fait tourner la roue de loterie ci-contre. On étudie le secteur indiqué par la flèche.



1) Les quatre issues de cette expérience sont :
1 Rouge ; 2 Vert ; 3 Bleu ; 4 Blanc.

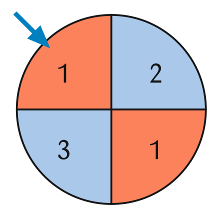
2) Compter et préciser les issues.

- « On obtient un nombre pair » est réalisé par *deux* issue(s) : *2 Vert et 4 Blanc.*
- « On obtient un diviseur de 8 » est réalisé par *trois* issue(s) : *1 Rouge ; 2 Vert ; 4 Blanc.*
- « On obtient une couleur du drapeau français » est réalisé par *trois* issue(s) :
1 Rouge ; 3 Bleu ; 4 Blanc.

3) Compléter chaque phrase.

- « On obtient un diviseur de 7 » est réalisé par *une* issue(s).
Donc il s'agit d'un événement *élémentaire.*
- « On obtient un multiple de 7 » est réalisé par *aucune* issue(s).
Donc il s'agit d'un événement *impossible.*
- « On obtient un diviseur de 12 » est réalisé par *quatre* issue(s).
Donc il s'agit d'un événement *certain.*
- « On obtient une couleur du drapeau japonais *ou* un nombre pair » est réalisé par *trois* issue(s) :
1 Rouge ; 2 Vert ; 4 Blanc.

2 On fait tourner la roue de loterie ci-contre. On étudie le secteur indiqué par la flèche.



1) Les quatre issues de cette expérience sont :
1 Rouge ; 2 Bleu ; 1 Rouge ; 3 Bleu.*

2) Préciser les issues, puis déterminer si l'événement est élémentaire.

- L'événement A « obtenir la couleur rouge » est réalisé par deux issue(s) : *1 Rouge ; 1 Rouge*.*
Donc cet événement *n'est pas élémentaire.*
- L'événement B « obtenir un nombre pair » est réalisé par *une* issue(s) : *2 Bleu.*
Donc cet événement *est élémentaire.*
- L'évènement C « obtenir la couleur bleue » est réalisé par *deux* issue(s) : *2 Bleu ; 3 Bleu.*
Donc cet événement *n'est pas élémentaire.*

3) Préciser les issues.

- L'événement « A *ou* B » est réalisé par *trois* issue(s) :
1 Rouge ; 2 Bleu ; 1 Rouge.*
- L'événement « A *ou* C » est réalisé par *quatre* issue(s) : *1 Rouge ; 2 Bleu ; 1 Rouge* ; 3 Bleu.*
- L'événement « B *et* C » est réalisé par *une* issue(s) :
2 Bleu.

4) Donner un exemple d'événement élémentaire.
« Obtenir un nombre pair » est un événement élémentaire.

© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

JE REVOIS LE COURS... CALCUL D'UNE PROBABILITÉ

- Une probabilité est un nombre compris entre 0 et 1.
- La somme des probabilités d'obtenir chaque issue est égale à 1.
- Dans une situation d'équiprobabilité, la probabilité d'un événement est égale au quotient du nombre d'issues favorables par le nombre total d'issues.
- Si A et B sont deux événements incompatibles alors on a : $p(A \text{ ou } B) = p(A) + p(B)$.

3 On lance une pièce truquée d'un euro.

On note F l'événement « obtenir Face ».

On a constaté expérimentalement :

Nombre de lancers	100	250	1 000
Nombre de F obtenus	58	153	591

1) Pour 100 lancers, la fréquence de F est :

$\frac{58}{100} = 0,58$.

Pour 250 lancers, la fréquence de F est :

$\frac{153}{250} = 0,612$.

Pour 1 000 lancers, la fréquence de F est :

$\frac{591}{1000} = 0,591$.

On peut donc conjecturer que $p(F) = 0,6$.

2) On admet que $p(F) = \frac{3}{5}$. On lance 7 fois cette pièce truquée et l'événement F se réalise 7 fois.

Quelle est la probabilité d'obtenir F au 8^e lancer ?

La probabilité d'obtenir Face au 8^e lancer est de 0,6, car il s'agit d'une expérience aléatoire.

4 SC On tire au hasard une boule dans une urne contenant des boules noires, blanches et rouges.

On a : $p(N) = p(\text{obtenir une boule noire}) = \frac{1}{4}$.

$p(B) = p(\text{obtenir une boule blanche}) = \frac{1}{5}$.

Calculer la probabilité $p(R)$ d'obtenir une boule rouge :

$p(N) + p(B) + p(R) = 1$.

d'où $p(R) = 1 - p(B) - p(N)$

$p(R) = 1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{5}$

$p(R) = \frac{20}{20} - \frac{5}{20} - \frac{4}{20}$

$p(R) = \frac{11}{20}$.

5 SC Une classe de troisième est constituée de 27 élèves.

1) Compléter le tableau des effectifs ci-dessous.

	Filles	Garçons	TOTAL
16 ans	3	4	7
15 ans	11	9	20
TOTAL	14	13	27

2) On prend au hasard un élève de cette classe.

$p(\text{obtenir une fille}) = p(F) = \frac{14}{27}$.

$p(\text{obtenir un élève de 15 ans}) = p(Q) = \frac{20}{27}$.

$p(\text{obtenir une fille de 15 ans}) = \frac{11}{27}$.

3) On prend au hasard un élève parmi les filles de cette classe.

$p(\text{obtenir une fille de 15 ans}) = \frac{11}{14}$.

6 On prend au hasard un élève de la classe de troisième ci-dessus. La probabilité d'obtenir une fille ou un élève de 15 ans est :

$p(F \text{ ou } Q) = \frac{3 + 11 + 4}{27} = \frac{18}{27}$.

7 SC On lance un dé équilibré à 6 faces.

1) La probabilité d'obtenir un diviseur de 6 est :

$p(\text{divise } 6) = p(1) + p(2) + p(3) + p(6)$

$p(\text{divise } 6) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

2) Calculer de deux façons différentes la probabilité d'obtenir un nombre différent de 4.

- $p(\text{non}4) = p(1) + p(2) + p(3) + p(5) + p(6)$

$p(\text{non}4) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$.

- $p(\text{non}4) = 1 - p(4)$

$p(\text{non}4) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$.

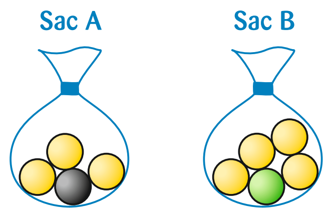
© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

JE REVOIS LE COURS... EXPÉRIENCE ALÉATOIRE À DEUX ÉPREUVES

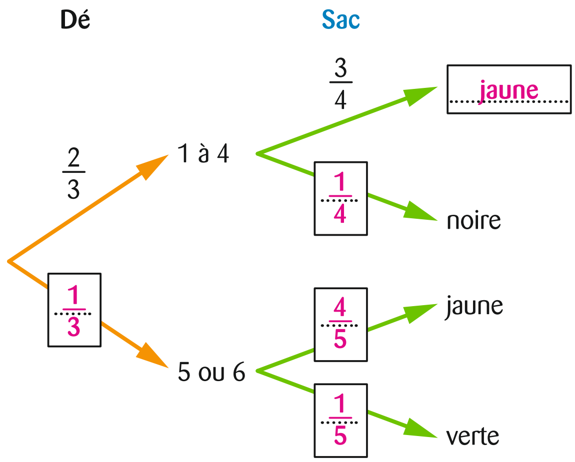
Dans un arbre pondéré, la probabilité de l'événement auquel conduit un chemin est égale ......au produit...... des probabilités rencontrées le long de ce chemin.

8 On lance un dé équilibré à 6 faces.

Si l'on obtient un nombre inférieur ou égal à 4, on tire au hasard une boule dans le sac **A** ; sinon, on tire une boule dans le sac **B**.



1) Renseigner l'arbre pondéré ci-dessous :



2) La probabilité d'obtenir une boule noire est :

$p(\text{N}) = \frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

3) La probabilité d'obtenir une boule verte est :

$p(\text{V}) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{15}$.

4) Calculer de deux façons différentes la probabilité d'obtenir une boule jaune :

- $p(\text{J}) = \left(\frac{2}{3} \times \frac{3}{4}\right) + \left(\frac{1}{3} \times \frac{4}{5}\right) = \frac{6}{12} + \frac{4}{15}$

$p(\text{J}) = \frac{1}{2} + \frac{4}{15} = \frac{15}{30} + \frac{8}{30}$

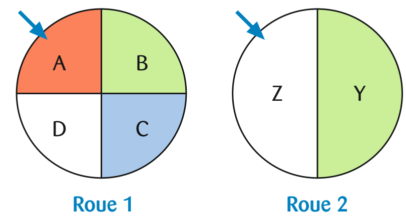
$p(\text{J}) = \frac{23}{30}$.

- $p(\text{J}) = 1 - [p(\text{N}) + p(\text{V})] = 1 - \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{15}\right)$

$p(\text{J}) = 1 - \left(\frac{5}{30} + \frac{2}{30}\right) = \frac{30}{30} - \frac{7}{30}$

$p(\text{J}) = \frac{23}{30}$.

9 On fait tourner, dans l'ordre, les deux roues de loterie équilibrées ci-dessous :



1) Citer tous les couples de lettres possibles.

AZ ; AY ; BZ ; BY ; CZ ; CY ; DZ ; DY.

2) Calculer la probabilité d'obtenir « DZ ».

$p(\text{DZ}) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$.

3) Calculer la probabilité d'obtenir 2 couleurs identiques.

$p = p(\text{DZ}) + p(\text{BY}) = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$.

10 On lance deux dés équilibrés à 6 faces, l'un bleu et l'autre rouge.

On calcule la différence entre le nombre obtenu avec le dé bleu et celui obtenu avec le dé rouge.

1) Compléter le tableau des résultats.

	1	2	3	4	5	6
1	0	−1	−2	−3	−4	−5
2	1	0	−1	−2	−3	−4
3	2	1	0	−1	−2	−3
4	3	2	1	0	−1	−2
5	4	3	2	1	0	−1
6	5	4	3	2	1	0

2) La probabilité d'obtenir zéro est :

$p(0) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

3) La probabilité d'obtenir un nombre strictement négatif est :

$p(\text{nombre négatif}) = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$.

© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

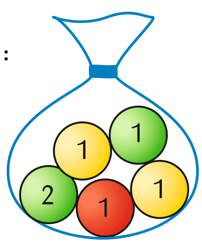
Questions à Choix Multiples

Pour chacune des questions suivantes, entourer la (ou les) bonne(s) réponse(s).

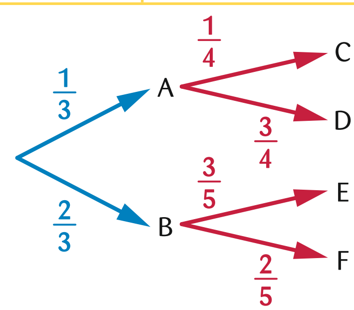
Attention : Il peut y avoir plusieurs réponses exactes pour chaque énoncé ! Les trouver toutes.

Énoncé	A	B	C
11 La probabilité d'un événement peut être égale à	$\frac{1}{8}$	$\frac{9}{8}$	0
12 On lance 3 fois un dé équilibré à 6 faces et l'on obtient 3 fois le chiffre 6. La probabilité d'obtenir 6 au quatrième lancer est	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{24}$	très proche de 1
13 Les événements A et B sont incompatibles. $p(\text{A}) = \frac{1}{5}$ et $p(\text{A ou B}) = \frac{3}{5}$. On a alors	$p(\text{B}) = \frac{2}{5}$	$p(\text{B}) = \frac{4}{5}$	$p(\text{B}) = 0{,}4$
14 La probabilité qu'un tsunami survienne au Japon dans l'année est 1 %. On peut dire que	il se produit en moyenne un tsunami par siècle au Japon	chaque année, 1% du Japon est ravagé par un tsunami	1 tsunami sur 100 dans le monde survient au Japon
15 $p(\text{A}) = 0{,}4$. On a alors	$p(\text{nonA}) = \frac{2}{5}$	$p(\text{nonA}) = 0{,}6$	$p(\text{nonA}) = \frac{3}{5}$
16 On tire au hasard une boule dans un sac contenant 9 boules bleues et 6 boules rouges. La probabilité d'obtenir	une boule bleue est $\frac{6}{9}$	une boule bleue est $\frac{3}{5}$	une boule bleue est $\frac{9}{15}$

Pour l'expérience ①, on tire une boule au hasard du sac ci-contre :



L'expérience ② est représentée par l'arbre pondéré ci-contre :



Énoncé	A	B	C
17 Pour l'expérience ①, la probabilité d'obtenir un nombre impair est égale à	0,8	0,4	$\frac{4}{5}$
18 Pour l'expérience ①, la probabilité d'obtenir une boule jaune est égale à	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{5}$
19 Pour l'expérience ①, la probabilité d'obtenir une boule verte *ou* rouge est	$\frac{2}{5} \times \frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$	$1 - \frac{2}{5}$
20 Pour l'expérience ②, la probabilité d'obtenir BE est égale à	$\frac{2}{3} \times \frac{3}{5}$	$\frac{2}{3} + \frac{3}{5}$	$\frac{2}{5}$
21 Pour l'expérience ②, un événement de probabilité 0,25 est obtenir	AC	AD	BF

© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

CHAPITRE 11 Statistiques

SC Exploiter les résultats de mesures d'une grandeur.

JE REVOIS LE COURS... VOCABULAIRE DES STATISTIQUES

1 SC On a demandé à des élèves d'une classe de troisième de noter le nombre d'heures passées sur Internet, le dimanche précédent. Voici les réponses relevées :

2 – 5 – 1 – 2 – 3 – 2 – 4 – 0 – 2 – 5 – 3 – 1 – 2 – 0 – 2 – 1 – 3 – 2 – 2 – 1 – 5 – 1 – 1 – 2 – 3

1) La population étudiée est *l'ensemble des élèves de la classe.* L'effectif total est *25* .

Le caractère étudié est *le nombre d'heures passées sur Internet.*

Les valeurs prises par ce caractère sont : *0 – 1 – 2 – 3 – 4 – 5.*

2) Compléter le tableau ci-contre :

Nombre d'heures passées sur Internet	0	1	2	3	4	5
Effectif	2	6	9	4	1	3
Fréquence (en %)	8	24	36	16	4	12

3) Déterminer le nombre moyen d'heures passées sur Internet par les élèves de cette classe, le dimanche précédent.

$$m = \frac{1 \times 6 + 2 \times 9 + 3 \times 4 + 4 \times 1 + 5 \times 3}{25} = \frac{55}{25} = 2{,}2$$

Le nombre moyen d'heures passées sur Internet par les élèves le dimanche précédent est 2,2 h.

4) Quel pourcentage d'élèves ont passé plus de 2 h sur Internet le dimanche précédent ?

16 + 4 + 12 = 32. Donc 32 % des élèves de la classe ont passé plus de 2h sur Internet.

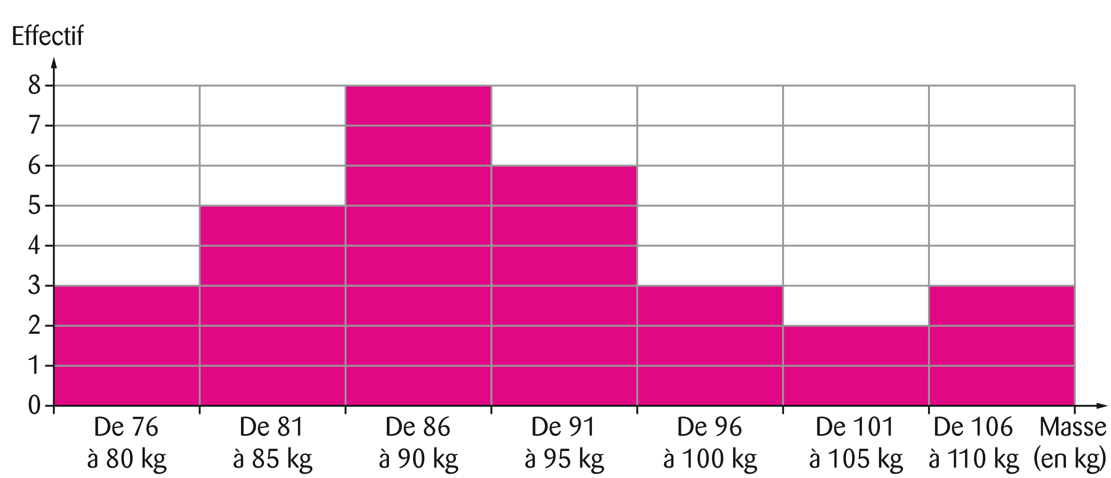
2 On a relevé, dans le tableau ci-dessous, la masse de chaque joueur d'une équipe de rugby.

Masses en kg	De 76 à 80	De 81 à 85	De 86 à 90	De 91 à 95	De 96 à 100	De 101 à 105	De 106 à 110
Effectif	3	5	8	6	3	2	3

1) La population étudiée est *l'ensemble des joueurs de l'équipe de rugby.* L'effectif total est *30* .

Le caractère étudié est *la masse de chaque joueur.*

2) Construire l'histogramme donnant la répartition des joueurs de l'équipe en fonction de leur masse.



© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

JE REVOIS LE COURS… MÉDIANE

On considère une série statistique de N données rangées dans l'ordre croissant.

- Si N est impair, la **médiane** est égale à la donnée centrale de cette série.
- Si N est pair, la **médiane** est égale à la moyenne des deux données centrales de cette série.

3 Déterminer la médiane de chacune des séries données.

1) **Série A :** 4 – 5 – 8 – 8 – 9 – 9 – 10 – 11 – 15.

L'effectif total est 9, donc sa médiane correspond à la 5^{e} donnée. Sa médiane est alors 9.

2) **Série B :** 2 – 2 – 4 – 5 – 8 – 9 – 10 – 11 – 13 – 15.

L'effectif total est 10, donc sa médiane est la moyenne de la 5^{e} et la 6^{e} donnée. Sa médiane est alors 8,5.

3) **Série C :** 5 – 6 – 6 – 7 – 7 – 7 – 8 – 8 – 8 – 9 – 9 – 10 – 14 – 15 – 18 – 19.

L'effectif total est 16, donc sa médiane est la moyenne de la 8^{e} et la 9^{e} donnée. Sa médiane est alors 8.

4) **Série D :** 1 – 7 – 7 – 7 – 7 – 7 – 8 – 9 – 9 – 9 – 9 – 11 – 17 – 18 – 21.

L'effectif total est 15, donc sa médiane correspond à la 8^{e} donnée. Sa médiane est alors 9.

4 On a relevé le nombre de matchs joués par les joueurs d'une équipe de handball la saison dernière :

13 – 15 – 11 – 13 – 11 – 9 – 4 – 13 – 12 – 12 – 7 – 10 – 11 – 15.

1) Calculer la moyenne de cette série. (Arrondir le résultat au centième.)

$$m = \frac{13 + 15 + 11 + 13 + 12 + 9 + 4 + 13 + 12 + 12 + 7 + 10 + 11 + 15}{14} = \frac{157}{14} \approx 11{,}21$$

La moyenne de cette série est environ 11,21.

2) Ranger les données de cette série dans l'ordre croissant, puis déterminer la médiane de cette série.

Rangement des données dans l'ordre croissant :

4 – 7 – 9 – 10 – 11 – 11 – 11 – 12 – 12 – 13 – 13 – 13 – 15 – 15.

L'effectif total de la série est 14, donc la médiane est la moyenne entre la 7^{e} et la 8^{e} donnée.

Donc la médiane de cette série est 11,5.

5 Voici les résultats de la dernière interrogation écrite, notée sur 5, des élèves d'une classe de troisième :

3 – 5 – 1 – 3 – 2 – 2 – 4 – 3 – 2 – 3 – 5 – 2 – 2 – 1 – 4 – 3 – 2 – 1 – 1 – 2 – 3 – 1 – 2.

1) Compléter le tableau ci-contre :

Notes	1	2	3	4	5	total
Effectif	5	8	6	2	2	23

2) Déterminer la médiane de cette série.

L'effectif total de la série est 23, donc la médiane correspond à la 12^{e} donnée de la série.

Donc la médiane de cette série est 2.

3) Calculer la moyenne de cette série. (Arrondir le résultat au dixième.)

$$m = \frac{1 \times 5 + 2 \times 8 + 3 \times 6 + 4 \times 2 + 5 \times 2}{23} = \frac{57}{23} \approx 2{,}5$$

La moyenne de cette série est environ 2,5.

© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

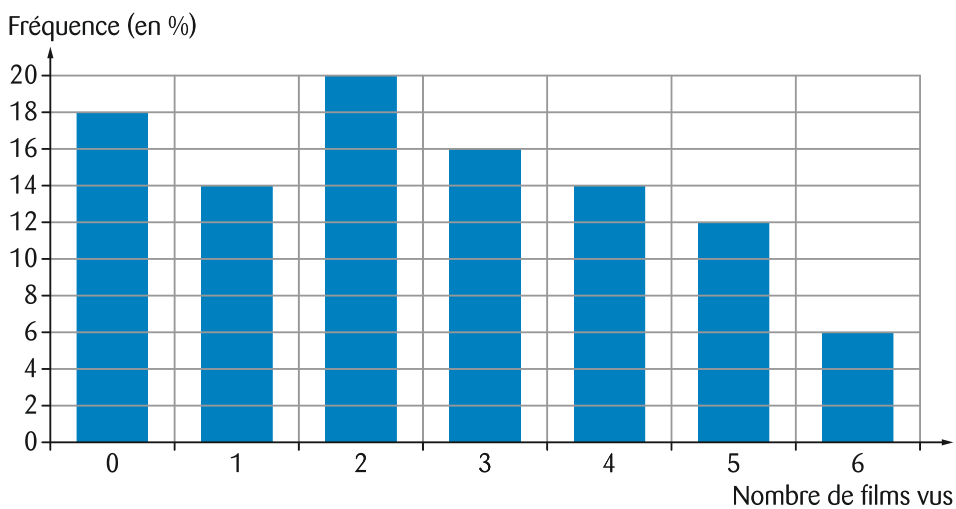
JE REVOIS LE COURS... QUARTILES ET ÉTENDUE

- L'étendue d'une série statistique est un nombre qui précise la dispersion des données.
C'est la différence entre la valeur la plus grande et la valeur la plus petite.
- Le premier quartile (noté Q*1*) d'une série de données est la plus petite donnée de la série pour laquelle au moins 25 % des données sont inférieures ou égales à Q*1*.
- Le troisième quartile (noté Q*3*) d'une série de données est la plus petite donnée de la série pour laquelle au moins 75 % des données sont inférieures ou égales à Q*3*.

6 Déterminer la médiane, les quartiles et l'étendue de chaque série.

		Q*1*	Médiane	Q*3*	Étendue
Série A	1 – 1 – 2 – 4 – 4 – 4 – 5 – 8 – 8 – 9 – 9	2	4	8	8
Série B	5 – 5 – 7 – 8 – 10 – 11 – 13 – 14 – 16 – 18	7	10,5	14	13
Série C	2 – 3 – 3 – 4 – 4 – 4 – 4 – 4 – 6 – 6 – 8 – 8 – 9 – 9	4	4	8	7
Série D	2 – 3 – 4 – 5 – 7 – 8 – 9	3	5	8	7

7 Le diagramme ci-contre donne la répartition du nombre de films vus au cinéma pendant les grandes vacances par des élèves d'une classe de troisième.



1) Quelle est l'étendue de cette série ?

L'étendue de cette série est 6.

2) Donner la médiane et les quartiles de cette série.

La médiane est 2, le premier quartile est 1 et le troisième quartile est 4.

8 Voici le relevé des longueurs des gousses de vanille d'un cultivateur.

Longueurs (en cm)	12	15	17	22	23	Total
Effectifs	600	800	1 800	1 200	600	5 000

1) Calculer la moyenne de cette production.

$$m = \frac{(12 \times 600) + (15 \times 800) + (17 \times 1\,800) + (22 \times 1\,200) + (23 \times 600)}{5\,000} = \frac{90\,000}{5\,000} = 18$$

La moyenne de la production est 18 cm.

2) Déterminer la médiane, les quartiles et l'étendue de cette production.

La médiane de cette série correspond à la moyenne entre la 2 500^{e} et la 2 501^{e} valeur.
Donc la médiane est 17.
Le premier quartile correspond à la 1 250^{e} valeur, soit $Q_1 = 15$.
Le troisième quartile correspond à la 3 750^{e} valeur, soit $Q_3 = 22$.
L'étendue est 11.

© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

Questions à Choix Multiples

Pour chacune des questions suivantes, entourer la (ou les) bonne(s) réponse(s).

Attention : Il peut y avoir plusieurs réponses exactes pour chaque énoncé ! Les trouver toutes.

Énoncé	A	B	C
Pour les exercices 9 à 12, on utilise la série de données suivante : 2 – 2 – 2 – 2 – 4 – 4 – 4 – 5 – 5 – 5 – 6 – 7 – 7 – 7 – 8 – 8 – 8 – 9 – 9			
9 L'étendue de cette série est	9	7	19
10 La moyenne de cette série arrondie au centième est	5,47	5	6
11 La médiane de cette série est	5,5	5	6
12 Le premier quartile de cette série est	2	3	4
Pour les exercices 13 à 16, on utilise la série de données suivante :			
13 La moyenne de cette série est	6,7	6,2	6
14 La médiane de cette série est	6	7	8
15 Le troisième quartile de cette série est	8	8,5	9
16 L'étendue de cette série est	6	7	11
Pour les exercices 17 à 18, on considère une série de 27 données dont la moyenne est 11,4. La médiane est 11 ; le premier quartile est 8 et le troisième quartile est 15.			
17 Environ 50% des données sont	inférieures ou égales à 11	inférieures ou égales à 11,4	comprises entre 8 et 15
18 Le premier quartile est égal à la	6^e donnée	7^e donnée	14^e donnée

Série pour les exercices 13 à 16 :

Valeurs	3	5	6	8	9
Effectifs	7	8	10	11	14

© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

CHAPITRE 12 Théorème de Thalès et sa réciproque

SC1 Agrandissement, réduction.

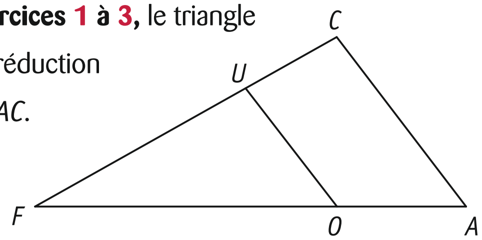
SC2 Utilisation du théorème de Thalès dans un triangle.

SC3 Utilisation de la réciproque du théorème de Thalès dans un triangle.

JE REVOIS LE COURS... AGRANDISSEMENT ET RÉDUCTION

On appelle agrandissement ou réduction d'une figure, la figure obtenue en multipliant toutes ......les longueurs...... de la figure initiale par un nombre strictement positif k et en gardant les mesures ..des angles..........

Pour les exercices 1 à 3, le triangle *FOU* est une réduction du triangle *FAC*.



1 SC1 Si le triangle *FAC* est isocèle en *F*, quelle est la nature du triangle *FOU* ? Justifier la réponse.

Le triangle FOU est une réduction du triangle FAC, donc FU = $k \times$ FC et FO = $k \times$ FA.
De plus, FAC est isocèle en F, donc FC = FA.
On en déduit que FU = FO, et le triangle FOU est isocèle en F.

2 SC1 Si le triangle *FAC* est rectangle en *C*, quelle est la nature du triangle *FOU* ? Justifier la réponse.

Le triangle FAC est rectangle en C, donc $\widehat{FCA}$ = 90°. La réduction conserve les mesures d'angle, donc $\widehat{FCA} = \widehat{FUO}$ = 90°.
Le triangle FOU est donc rectangle en U.

3 SC1 On donne *FA* = 8 cm, *FO* = 6 cm et *AC* = 5 cm.

1) Déterminer la valeur du rapport de la réduction.

Le rapport de la réduction est donné par :

$$k = \frac{FO}{FA} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} = 0{,}75$$

2) En déduire la longueur *OU*.

$$OU = k \times AC = \frac{3}{4} \times 5 = 3{,}75 \text{ cm.}$$

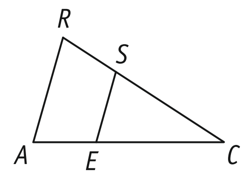
4 SC1 On considère la figure ci-dessous, où :

(*AR*) // (*SE*)

RC = 7 cm

AR = 5 cm

AC = 6 cm



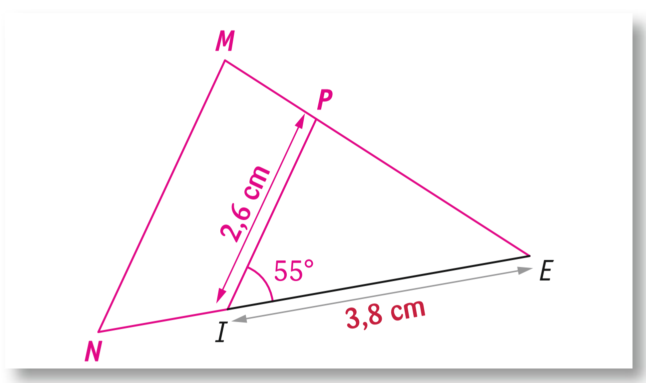
Le triangle *SEC* est une réduction de rapport 0,7 du triangle *ARC*. Compléter le tableau ci-dessous :

Triangle *ARC*	*AR*	*RC*	*AC*
	5 cm	7 cm	6 cm
Triangle *SEC*	3,5 cm	4,9 cm	4,2 cm
	ES	*SC*	*EC*

5 SC1 **1)** Tracer un triangle *PIE* tel que :

PI = 2,6 cm

$\widehat{PIE}$ = 55°



2) Placer les points *M* et *N* tels que : *N* ∈ [*EI*), *M* ∈ [*EP*) et *NEM* est un agrandissement de rapport 1,5 de *PIE*.

3) Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{MNE}$.

Un agrandissement conserve les mesures d'angles, donc $\widehat{MNE} = \widehat{PIE}$ = 55°.

© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

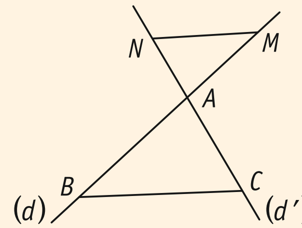
JE REVOIS LE COURS… ÉNONCÉ DU THÉORÈME DE THALÈS

Soient (d) et (d') deux droites sécantes en un point A.

Soient B et M deux points de la droite (d), distincts du point A.

Soient C et N deux points de la droite (d'), distincts du point A.

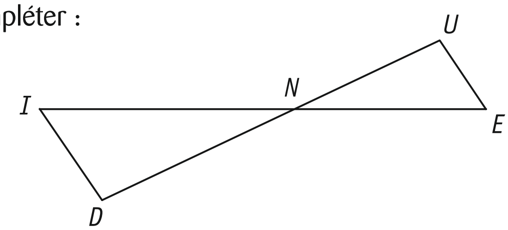
Si les droites (MN) et (BC) sont parallèles, alors $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC} = \dfrac{MN}{BC}$.



6 SC2 Sur la figure ci-dessous :

- les points U, N et D sont alignés ;
- les points I, N et E sont alignés ;
- les droites (UE) et (ID) sont parallèles.

Compléter :



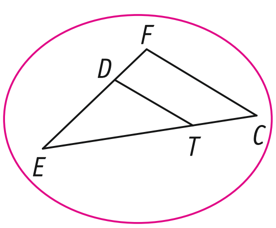
Les droites (DU) et (IE) sont sécantes en N.

De plus : (ID) // (EU).

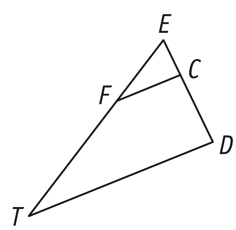
Donc, d'après le théorème de Thalès, on a

$$\frac{NI}{NE} = \frac{ND}{NU} = \frac{ID}{EU}$$

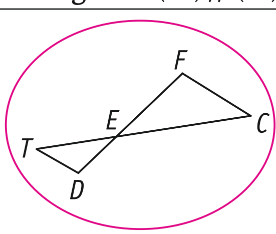
7 SC2 Parmi les figures ci-dessous, entourer celles pour lesquelles on a : $\dfrac{ED}{EF} = \dfrac{ET}{EC} = \dfrac{DT}{FC}$.



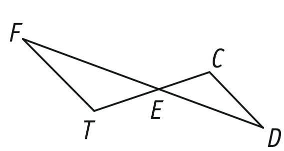
Les points E, D et F sont alignés ; les points E, T et C sont alignés et $(DT) // (FC)$.



Les points E, F et T sont alignés ; les points E, C et D sont alignés et $(DT) // (FC)$.

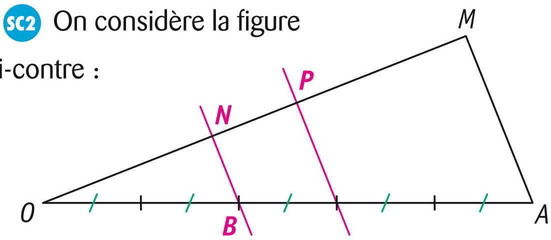


Les points D, E et F sont alignés ; les points T, E et C sont alignés et $(DT) // (FC)$.



Les points D, E et F sont alignés ; les points T, E et C sont alignés et $(FT) // (DC)$.

8 SC2 On considère la figure OMA ci-contre :



1) Placer le point B sur $[OA]$ tel que $OB = \dfrac{2}{5}OA$.

2) Tracer la parallèle à (AM) passant par B. Elle coupe la droite (OM) en un point N.

3) Démontrer que $ON = \dfrac{2}{5}OM$.

Les droites (MN) et (AB) sont sécantes en O.

De plus, (AM) // (BN).

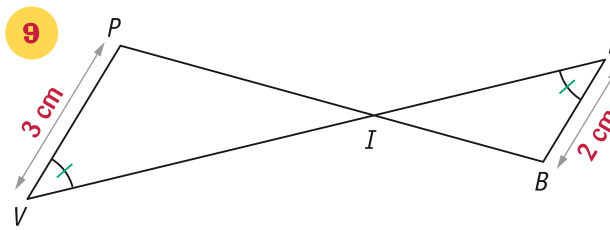
Donc, d'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{OB}{OA} = \frac{ON}{OM} = \frac{BN}{AM} \quad \text{soit} \quad \frac{2}{5} = \frac{ON}{OM} = \frac{BN}{AM}$$

Ainsi $ON = \dfrac{2}{5}OM$.

4) Construire le point P sur le segment $[OM]$ tel que $OP = \dfrac{3}{5}OM$.

9



1) Démontrer que (VP) et (FB) sont parallèles.

On sait que les angles $\widehat{PVI}$ et $\widehat{IFB}$ sont alternes-internes pour (VP) et (FB) coupées par la sécante (FV), et ils ont la même mesure.

Donc (VP) // (FB).

2) En déduire que $PI = \dfrac{3}{2}IB$.

De plus, (VB) et (FP) sont sécantes en I.

Donc, d'après le théorème de Thalès, on a

$$\frac{IP}{IB} = \frac{IV}{IF} = \frac{PV}{FB} \quad \text{soit} \quad \frac{IP}{IB} = \frac{3}{2} \quad \text{et} \quad PI = \frac{3}{2}IB.$$

© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

10 SC2 Sur la figure ci-dessous :

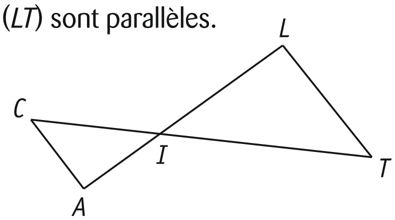
- les points C, I et T sont alignés ;
- les points A, I et L sont alignés ;
- les droites (CA) et (LT) sont parallèles.

$IA = 2{,}5$ cm

$LT = 4$ cm

$AC = 3$ cm

$IT = 6$ cm



Déterminer la longueur LI.

Les droites (CT) et (LA) sont sécantes en I.

De plus, (AC) // (LT).

Donc, d'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{IL}{IA} = \frac{IT}{IC} = \frac{LT}{AC} \quad \text{soit} \quad \frac{LI}{2{,}5} = \frac{6}{IC} = \frac{4}{3}$$

Calcul de la longueur LI :

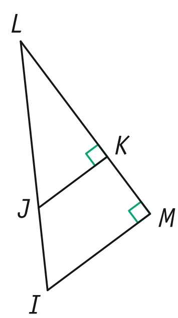
$3 \times LI = 2{,}5 \times 4$, donc $LI = \frac{10}{3}$ cm

11 On considère la figure ci-contre où les points L, J, I et L, K, M sont alignés.

$LJ = 10$ cm

$LI = 15$ cm

$LK = 8$ cm



1) Calculer la longueur JK.

On sait que le triangle JKL est rectangle en K.

D'après l'égalité de Pythagore, on a :

$LJ^2 = LK^2 + KJ^2$ donc $10^2 = 8^2 + JK^2$

soit $JK^2 = 100 - 64$ et $JK^2 = 36$

Or $JK > 0$, donc $JK = 6$ cm.

2) En déduire la longueur IM.

On sait que $(LK) \perp (KJ)$ et $(LM) \perp (MI)$.

Donc (JK) // (MI).

De plus, les points L, J, I et L, K, M sont alignés.

Donc, d'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{LJ}{LI} = \frac{LK}{LM} = \frac{JK}{IM} \quad \text{soit} \quad \frac{10}{15} = \frac{8}{LM} = \frac{6}{IM}$$

Calcul de la longueur IM :

$10 \times IM = 15 \times 6$, donc $IM = \frac{90}{10}$

soit $IM = 9$ cm.

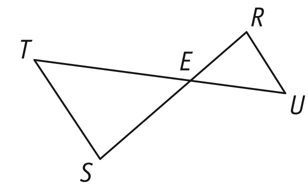
12 SC2 On considère la figure ci-dessous où :

- les points S, E, R et T, E, U sont alignés ;
- et $(ST) // (UR)$.

$TE = 48$ mm

$TU = 72$ mm

$SE = 36$ mm



Calculer la longueur ER.

On sait que les points S, E, R et T, E, U sont alignés et que (ST) // (UR).

Donc, d'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{ET}{EU} = \frac{ES}{ER} = \frac{ST}{UR} \quad \text{soit} \quad \frac{48}{72-48} = \frac{36}{ER} = \frac{ST}{UR}$$

Calcul de la longueur ER :

$48 \times ER = 24 \times 36$, donc $ER = 18$ mm.

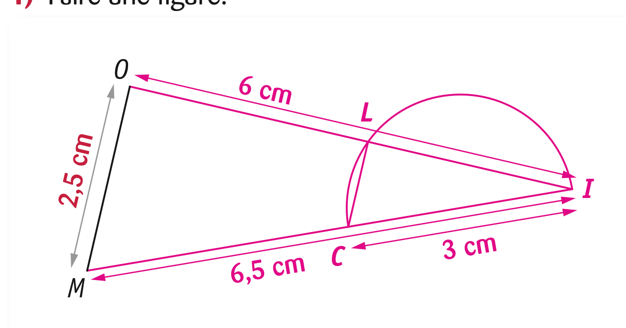
13 On considère un triangle MOI rectangle en O tel que :

$MO = 2{,}5$ cm ; $MI = 6{,}5$ cm et $OI = 6$ cm.

On note C le point de $[IM]$ tel que $IC = 3$ cm.

Le cercle de diamètre $[IC]$ coupe le côté $[OI]$ en L.

1) Faire une figure.



2) Quelle est la nature du triangle CIL ?

CIL est inscrit dans le cercle $\mathscr{C}$ de diamètre [IC].

Donc le triangle CIL est rectangle en L.

3) Calculer la longueur CL.

$(LC) \perp (OI)$ et $(OI) \perp (OM)$. Donc (LC) // (OM).

De plus, les points O, L, I et M, C, I sont alignés.

Donc, d'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{IL}{IO} = \frac{IC}{IM} = \frac{LC}{OM} \quad \text{soit} \quad \frac{IL}{6} = \frac{3}{6{,}5} = \frac{LC}{2{,}5}$$

Calcul de la longueur LC :

$6{,}5 \times LC = 3 \times 2{,}5$ donc $LC = \frac{15}{13}$ cm.

© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

JE REVOIS LE COURS... RÉCIPROQUE DU THÉORÈME DE THALÈS

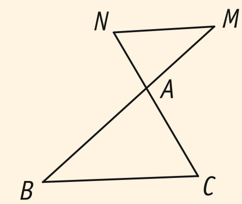
Soient (d) et (d') deux droites sécantes en un point A.

Soient B et M deux points de la droite (d), distincts du point A.

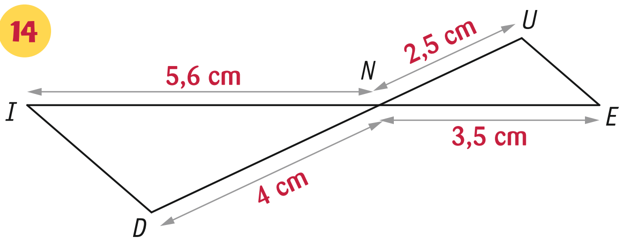
Soient C et N deux points de la droite (d'), distincts du point A.

Si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ et si les points N, A, C et M, A, B sont dans le même ordre,

alors les droites (MN) et (BC) sont parallèles.



14



– Les points U, N et D sont alignés ;

– les points I, N et E sont alignés.

Les droites (DU) et (IE) sont sécantes en N.

On a $\frac{NI}{NE} = \frac{5,6}{3,5} = \frac{56}{35} = \frac{8 \times 7}{5 \times 7} = \frac{8}{5}$,

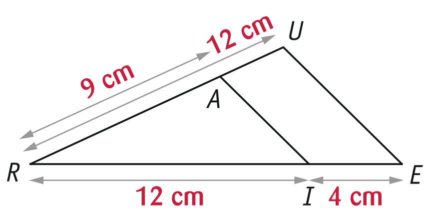
et $\frac{ND}{NU} = \frac{4}{2,5} = \frac{4 \times 2}{2,5 \times 2} = \frac{8}{5}$.

On constate ainsi que $\frac{NI}{NE} = \frac{ND}{NU}$.

De plus les points I, N, E et D, N, U sont dans le même ordre.

Donc, d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (ID) et (UE) sont parallèles.

15



– Les points U, A et R sont alignés ;

– les points R, I et E sont alignés.

Démontrer que les droites (AI) et (UE) sont parallèles.

Les droites (AU) et (IE) sont sécantes en R.

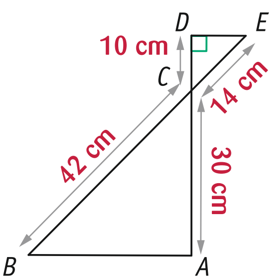
$\frac{RI}{RE} = \frac{12}{16} = \frac{4 \times 3}{4 \times 4} = \frac{3}{4}$ et $\frac{RA}{RU} = \frac{9}{12} = \frac{3 \times 3}{3 \times 4} = \frac{3}{4}$

On constate ainsi que $\frac{RI}{RE} = \frac{RA}{RU}$.

De plus, les points R, I, E et R, A, U sont dans le même ordre.

Donc, d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (AI) et (UE) sont parallèles.

16 ***(D'après Brevet)***



(AD) et (BE) se coupent en C.

1) Démontrer que les droites (DE) et (AB) sont parallèles.

Les droites (AD) et (BE) sont sécantes en C.

$\frac{CD}{CA} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$ et $\frac{CE}{CB} = \frac{14}{42} = \frac{2 \times 7}{3 \times 2 \times 7} = \frac{1}{3}$

On constate ainsi que $\frac{CD}{CA} = \frac{CE}{CB}$.

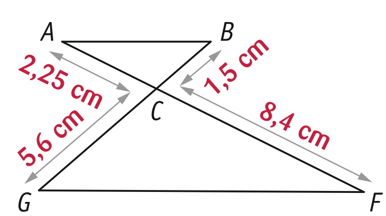
De plus, les points B, C, E et D, C, A sont dans le même ordre. Donc, d'après la réciproque du théorème de Thalès, on a : (AB) // (DC).

2) En déduire que le triangle ABC est rectangle.

De plus (DE) ⊥ (DA).

Donc (AB) ⊥ (DA), et ABC est rectangle en A.

17



Les points A, C et F sont alignés, ainsi que B, C et G.

Les droites (AB) et (FG) sont-elles parallèles?

Les droites (AF) et (BG) sont sécantes en C.

$\frac{AC}{CF} = \frac{2,25}{8,4} = \frac{20 \times 2,25}{20 \times 8,4} = \frac{45}{168} = \frac{15}{56}$

et $\frac{BC}{CG} = \frac{1,5}{5,6} = \frac{10 \times 1,5}{10 \times 5,6} = \frac{15}{56}$

On constate ainsi que $\frac{AC}{CF} = \frac{BC}{CG}$.

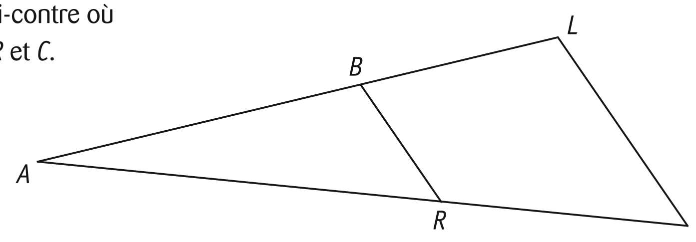
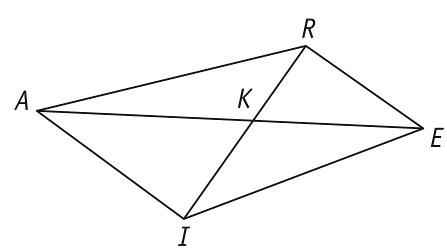
De plus, les points A, C, F et B, C, G sont dans le même ordre. Donc, d'après la réciproque du théorème de Thalès, on a : (AB) // (FG).

© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

Questions à Choix Multiples

Pour chacune des questions suivantes, entourer la (ou les) bonne(s) réponse(s).

Attention : Il peut y avoir plusieurs réponses exactes pour chaque énoncé ! Les trouver toutes.

Énoncé	A	B	C
• **Pour les exercices 18 à 22,** on considère la figure ci-contre où les points A, B et L sont alignés, ainsi que les points A, R et C.			
18 Si le triangle BAR est une réduction de rapport 0,6 du triangle LAC, alors	$LC = 0{,}6$	$BR = 0{,}6 \times LC$	$LC = 0{,}6 \times BR$
19 Si le triangle LAC est un agrandissement de rapport 1,8 du triangle BAR, alors	$\widehat{ALC} = \widehat{ABR}$	$\widehat{ALC} = 1{,}8 \times \widehat{ABR}$	$\widehat{ABR} = 1{,}8 \times \widehat{ALC}$
20 Si $(BR) \mathbin{//} (LC)$, $AB = 5$ cm, $AL = 8$ cm et $BR = 3$ cm, alors	$LC = 1{,}875$ cm	$LC = 4{,}8$ cm	$LC = \dfrac{24}{5}$ cm
21 Si $(BR) \mathbin{//} (LC)$, $AR = 8$ cm, $RC = 6$ cm et $AL = 9$ cm, alors	$AB = 5{,}14$ cm	$AB = \dfrac{36}{7}$ cm	$AB = 12$ cm
22 Si $AR = 2{,}1$ cm, $AC = 3{,}5$ cm, $AB = 1{,}2$ cm et $AL = 2$ cm, alors	les droites (BR) et (LC) sont parallèles	les droites (BR) et (LC) ne sont pas parallèles	$BR = 1{,}6$ cm
• **Pour les exercices 23 à 27,** on considère la figure ci-contre où les points A, K et E sont alignés, ainsi que les points I, K et R.			
23 On suppose $(AI) \mathbin{//} (RE)$. D'après le théorème de Thalès, on a	$\dfrac{AK}{AE} = \dfrac{IK}{IR} = \dfrac{AI}{RE}$	$\dfrac{KA}{KE} = \dfrac{KR}{KI} = \dfrac{AI}{RE}$	$\dfrac{KA}{KE} = \dfrac{KI}{KR} = \dfrac{AI}{RE}$
24 Si $(AI) \mathbin{//} (RE)$, $AK = 4{,}5$ cm, $KE = 3$ cm et $RE = 2$ cm, alors	$AI = 2$ cm	$AI = 3$ cm	$AI = 3{,}33$ cm
25 Si $(AI) \mathbin{//} (RE)$, $AI = 4$ cm, $RE = 7$ cm et $KI = 5$ cm, alors	$KR = \dfrac{35}{4}$ cm	$KR = \dfrac{20}{7}$ cm	$KR = \dfrac{28}{5}$ cm
26 Si $AK = 6{,}3$ cm, $KE = 3{,}5$ cm, $KR = 2$ cm et $KI = 3{,}6$ cm, alors	les droites (AI) et (RE) sont parallèles	les droites (AI) et (RE) ne sont pas parallèles	les droites (AR) et (IE) sont parallèles
27 Si $AK = 6$ cm, $KE = 4$ cm, $IK = 3$ cm et $KR = 4{,}5$ cm, alors	les droites (AI) et (RE) sont parallèles	les droites (AI) et (RE) ne sont pas parallèles	les droites (AR) et (IE) sont parallèles

© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

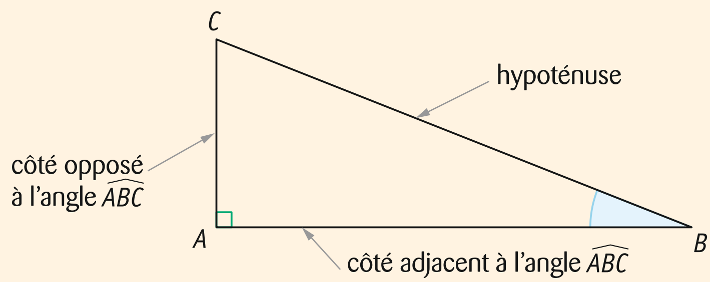
CHAPITRE 13 Trigonométrie dans le triangle rectangle

Aucune compétence n'est exigible au socle commun.

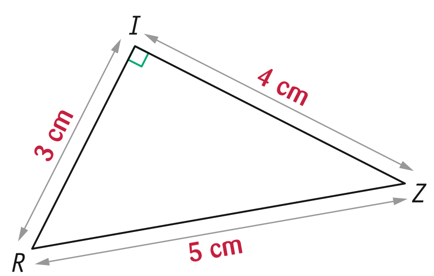
JE REVOIS LE COURS... LE COSINUS, LE SINUS, LA TANGENTE D'UN ANGLE AIGU

Soit ABC un triangle rectangle en A.

- ...cos... $\widehat{ABC} = \dfrac{\text{côté adjacent à } \widehat{ABC}}{\text{hypothénuse}}$
- ...sin... $\widehat{ABC} = \dfrac{\text{côté opposé à } \widehat{ABC}}{\text{hypothénuse}}$
- ...tan... $\widehat{ABC} = \dfrac{\text{côté opposé à } \widehat{ABC}}{\text{côté adjacent à } \widehat{ABC}}$



1 On considère le triangle ci-contre.



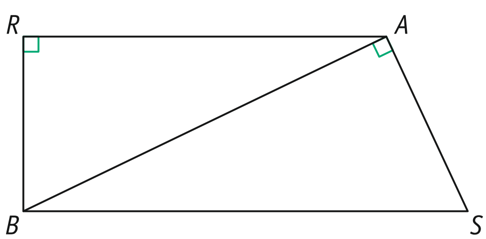
Le triangle RIZ est rectangle en ...I..., son hypoténuse est le côté ...[RZ]....

Le côté adjacent à l'angle $\widehat{RZI}$ est le côté ...[IZ]....

$\cos(\widehat{RZI}) = \dfrac{IZ}{RZ} = \dfrac{4}{5}$ et $\sin(\widehat{RZI}) = \dfrac{RI}{RZ} = \dfrac{3}{5}$.

Enfin $\tan(\widehat{RZI}) = \dfrac{RI}{IZ} = \dfrac{3}{4}$.

2



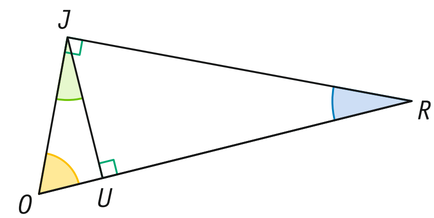
1) Dans le triangle BRA rectangle en R ci-dessus, son hypoténuse est ...le côté [BA]....

Le côté adjacent à l'angle $\widehat{RAB}$ est ...le côté [RA]....

Donc $\cos(\widehat{RAB}) = \dfrac{RA}{BA}$.

2) Dans le triangle BAS rectangle en A, son hypoténuse est ...le côté [BS].... Donc $\sin(\widehat{BSA}) = \dfrac{BA}{BS}$.

3 On considère la figure ci-dessous.



1) Donner l'hypoténuse :

a) du triangle JOR. Le côté [OR]

b) du triangle JOU. Le côté [JO]

2) Donner le côté adjacent :

a) à l'angle bleu. Le côté [JR]

b) à l'angle jaune. Le côté [OU]

3) Donner le côté opposé :

a) à l'angle vert. Le côté [OU]

b) à l'angle jaune. Le côté [JU]

4) Déterminer la tangente :

a) de l'angle bleu. $\tan(\widehat{JRO}) = \dfrac{JO}{JR} = \dfrac{JU}{UR}$

b) de l'angle jaune. $\tan(\widehat{JOR}) = \dfrac{JR}{JO} = \dfrac{JU}{OU}$

c) de l'angle vert. $\tan(\widehat{UJO}) = \dfrac{OU}{JU}$

5) Déterminer le sinus :

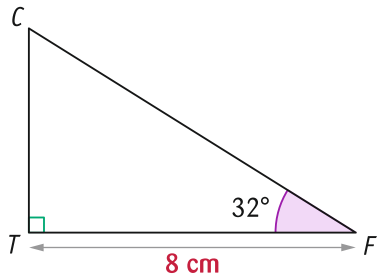
a) de l'angle bleu. $\sin(\widehat{JRO}) = \dfrac{JO}{RO} = \dfrac{JU}{JR}$

b) de l'angle jaune. $\sin(\widehat{JOR}) = \dfrac{JR}{RO} = \dfrac{JU}{JO}$

c) de l'angle vert. $\sin(\widehat{UJO}) = \dfrac{OU}{JO}$

© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

4 On considère la figure ci-contre.



1) Calculer la longueur CF arrondie au millimètre près.

Dans le triangle TFC rectangle en T, on connaît la mesure de l'angle $\widehat{TFC}$ et le côté adjacent à l'angle $\widehat{TFC}$.

On cherche la longueur de l'hypoténuse du triangle $\widehat{TFC}$.

Ainsi $\cos(\widehat{TFC}) = \dfrac{TF}{CF}$, donc $\cos(32°) = \dfrac{8}{CF}$.

Ainsi $CF = \dfrac{8}{\cos(32°)} \approx 9{,}4334$.

L'arrondi au millimètre près de CF est 9,4 cm.

2) En utilisant la tangente de l'angle $\widehat{TFC}$, calculer la longueur CF arrondie au millimètre près.

Dans le triangle TFC rectangle en T, on connaît la mesure de l'angle $\widehat{TFC}$ et le côté adjacent à $\widehat{TFC}$.

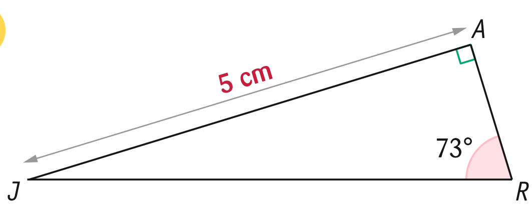
On cherche la longueur du côté opposé à $\widehat{TFC}$.

On a $\tan(\widehat{TFC}) = \dfrac{TC}{TF}$, donc $\tan(32°) = \dfrac{TC}{8}$.

Ainsi $TC = 8 \times \tan(32°) \approx 4{,}9989$.

L'arrondi au millimètre près de TC est 5,0 cm.

5



Déterminer une valeur approchée au millimètre près des longueurs JR et AR dans la figure ci-dessus.

Dans le triangle JAR rectangle en A, on a :

- $\sin(\widehat{JRA}) = \dfrac{JA}{JR}$, donc $\sin(73°) = \dfrac{5}{JR}$.

Ainsi $JR = \dfrac{5}{\sin(73°)} \approx 5{,}228$.

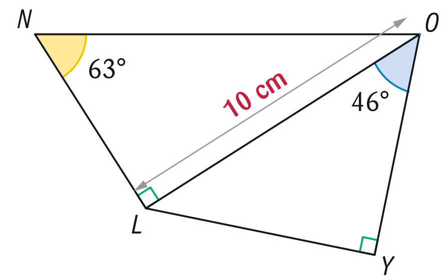
L'arrondi au millimètre près de JR est 5,2 cm.

- $\tan(\widehat{JRA}) = \dfrac{JA}{AR}$, donc $\tan(73°) = \dfrac{5}{AR}$.

Ainsi $AR = \dfrac{5}{\tan(73°)} \approx 1{,}528$.

L'arrondi au millimètre près de AR est 1,5 cm.

6



Déterminer une valeur approchée au millimètre près des longueurs LN et LY dans la figure ci-dessus.

Dans le triangle LNO rectangle en L, on a :

- $\tan(\widehat{LNO}) = \dfrac{LO}{LN}$, donc $\tan(63°) = \dfrac{10}{LN}$.

Ainsi $LN = \dfrac{10}{\cos(63°)} \approx 5{,}095$.

L'arrondi au millimètre près de OL est 5,1 cm.

Dans le triangle LYO rectangle en Y, on a :

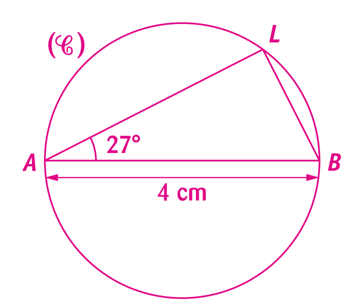
- $\sin(\widehat{LOY}) = \dfrac{LY}{LO}$, donc $\sin(46°) = \dfrac{LY}{10}$.

Ainsi $LY = 10 \times \sin(46°) \approx 7{,}193$.

L'arrondi au millimètre près de LY est 7,2 cm.

7 On considère un segment $[AB]$ de longueur 4 cm. On note $(\mathscr{C})$ le cercle de diamètre $[AB]$ et L un point du cercle $(\mathscr{C})$ tel que $\widehat{BAL} = 27°$.

1) Faire une figure en vraie grandeur.



2) Déterminer la longueur BL, arrondie au millimètre près.

On sait que BAL est inscrit dans le cercle $(\mathscr{C})$ de diamètre [AB].

Donc le triangle BAL est rectangle en L.

$\sin(\widehat{BAL}) = \dfrac{BL}{AB}$, donc $\sin(27°) = \dfrac{BL}{4}$.

Ainsi $BL = 4 \times \sin(27°) \approx 1{,}815$.

L'arrondi au millimètre près de BL est 1,8 cm.

© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

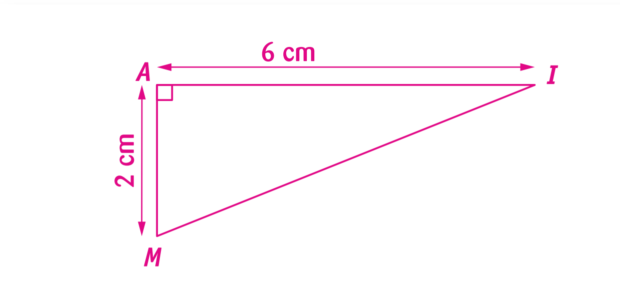
8 À l'aide de la calculatrice, donner l'arrondi au dixième de degré près des mesures des angles suivants :

$\cos(\widehat{ABC})$	0,1	0,5	0,78
$\widehat{ABC}$	84,3°	60°	38,7°

$\sin(\widehat{ABC})$	0,2	$\frac{2}{3}$	0,92
$\widehat{ABC}$	11,5°	41,8°	66,9°

$\tan(\widehat{ABC})$	$\frac{1}{7}$	0,8	2
$\widehat{ABC}$	8,1°	38,7°	63,4°

9 **1)** Construire un triangle MAI rectangle en A tel que $MA = 2$ cm et $AI = 5$ cm.



2) On veut déterminer l'arrondi au degré près de la mesure de l'angle $\widehat{AIM}$.

Compléter la justification suivante.

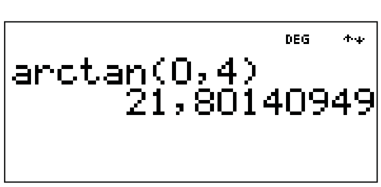
Dans le triangle MAI rectangle en A, le côté $[AI]$ est le côté adjacent à l'angle $\widehat{AIM}$, et le côté $[AM]$ est le côté opposé à l'angle $\widehat{AIM}$.

On utilise donc la tangente de l'angle $\widehat{AIM}$.

Ainsi $\tan(\widehat{AIM}) = \frac{AM}{AI} = \frac{2}{5} = 0,4$.

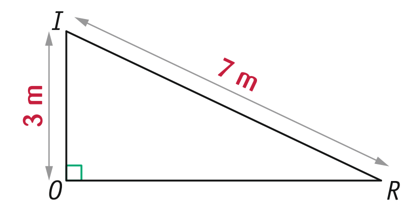
En tapant la séquence suivante sur la calculatrice :

on obtient à l'écran :



Donc l'arrondi de l'angle $\widehat{AIM}$ est 22°.

10



Déterminer les arrondis au degré près des mesures des angles $\widehat{ORI}$ et $\widehat{RIO}$.

On sait que le triangle ROI est rectangle en O.

On a $\sin(\widehat{ORI}) = \frac{OI}{RI} = \frac{3}{7}$.

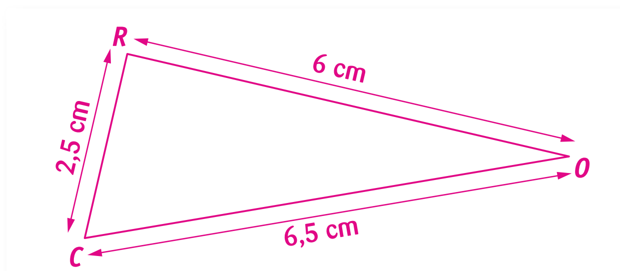
À l'aide de la calculatrice, on a : $\widehat{ORI} \approx 25°$.

De plus, $\cos(\widehat{RIO}) = \frac{OI}{RI} = \frac{3}{7}$.

À l'aide de la calculatrice, on a : $\widehat{ROI} \approx 65°$.

11 **1)** Construire un triangle ROC tel que

$RC = 2,5$ cm ; $OC = 6,5$ cm et $OR = 6$ cm.



2) Déterminer les arrondis au dixième de degré près des mesures des angles $\widehat{ROC}$ et $\widehat{RCO}$.

Dans le triangle ROC, le côté le plus long est OC.

$OC^2 = 6,5^2 = 42,25$.

$CR^2 + OR^2 = 2,5^2 + 6^2 = 6,25 + 36 = 42,25$.

On constate que $OC^2 = CR^2 + OR^2$.

Pour le triangle ROC, l'égalité de Pythagore est vraie, donc ROC est rectangle en R.

On utilise le cosinus des angles $\widehat{ROC}$ et $\widehat{RCO}$.

Ainsi $\cos(\widehat{ROC}) = \frac{RO}{OC} = \frac{6}{6,5} = \frac{12}{13}$.

À l'aide de la calculatrice, on obtient :

$\widehat{ROC} \approx 22,6°$.

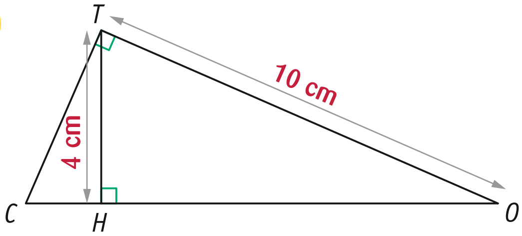
Et $\cos(\widehat{RCO}) = \frac{RC}{OC} = \frac{2,5}{6,5} = \frac{5}{13}$.

À l'aide de la calculatrice, on obtient :

$\widehat{RCO} \approx 67,4°$.

© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

12



1) Déterminer, dans la figure ci-dessus, la mesure de l'angle $\widehat{HOT}$ arrondi au centième de degré près.

Dans le triangle HOT rectangle en H, on a :

$\sin(\widehat{HOT}) = \dfrac{TH}{OT} = \dfrac{4}{10} = 0,4.$

À l'aide de la calculatrice, on a : $\widehat{HOT} \approx 23,58°$.

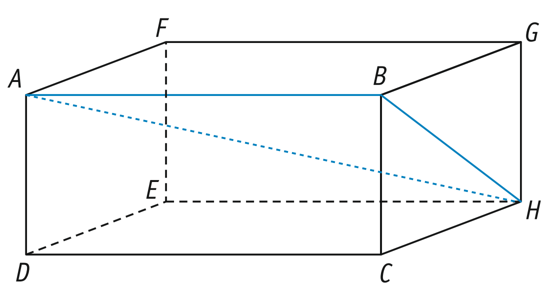
2) En déduire la longueur CT arrondie au millimètre près.

Dans le triangle TOC rectangle en T, on a :

$\tan(\widehat{TOC}) = \dfrac{CT}{TO}$, donc $\tan(23,58°) \approx \dfrac{CT}{10}$.

Ainsi $CT \approx 10 \times \tan(23,58°) \approx 4,36$ cm.

13 La figure ci-dessous est la représentation en perspective cavalière d'un parallélépipède rectangle $ABCDEFGH$ tel que : $AB = 6$ cm ; $BC = 3$ cm et $CH = 4$ cm.



1) Calculer la longueur BH.

Puisque le triangle BCH est rectangle en C, l'égalité de Pythagore est vraie, et on a :

$BH^2 = BC^2 + CH^2$.

Donc $BH^2 = 3^2 + 4^2$, soit $BH^2 = 9 + 16 = 25$.

On obtient $BH = 5$ cm.

2) Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{BAH}$ arrondie au dixième de degré près.

L'arête (AB) est perpendiculaire à la face (BCH), donc le triangle ABH est rectangle en B.

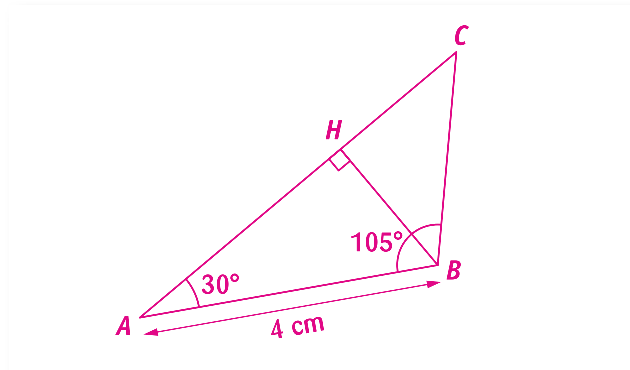
On a $\tan(\widehat{BAH}) = \dfrac{BH}{AB} = \dfrac{5}{6}$.

À l'aide de la calculatrice, on a : $\widehat{BAH} \approx 39,8°$.

14 On considère un triangle BAC tel que : $AB = 4$ cm ; $\widehat{ABC}$ mesure 105° et $\widehat{BAC}$ mesure 30 °.

On note H le pied de la hauteur de ABC issue de B.

1) Faire une figure.



2) Déterminer une valeur approchée au millimètre près des longueurs BH et AH.

Dans le triangle ABH rectangle en H, on a :

- $\cos(\widehat{BAH}) = \dfrac{AH}{AB}$,

donc $\cos(30°) = \dfrac{AH}{4}$.

Ainsi $4 \times \cos(30°) = AH$ et $AH \simeq 3,5$ cm.

- $\sin(\widehat{BAH}) = \dfrac{BH}{AB}$, donc $\sin(30°) = \dfrac{BH}{4}$.

Ainsi $4 \times \sin(30°) = BH$ et $BH = 2$ cm.

3) En déduire une valeur approchée au millimètre près des longueurs AC et BC.

De plus, la somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180°.

Donc $\widehat{ACB} = 180 - 30 - 105 = 45°$.

Dans le triangle CBH rectangle en H, on a :

- $\tan(\widehat{BCH}) = \dfrac{BH}{CH}$,

donc $\tan(45°) = \dfrac{2}{CH}$.

Ainsi $2 \times \tan(45°) = CH$ et $CH = 2$ cm.

- $\sin(\widehat{BCH}) = \dfrac{BH}{BC}$,

donc $\sin(45°) = \dfrac{2}{BC}$.

Ainsi $\dfrac{2}{\sin(45°)} = BC$ et $BC \simeq 2,8$ cm.

On en déduit que :

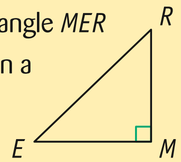
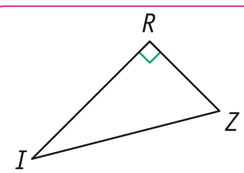
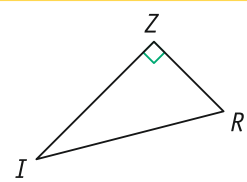
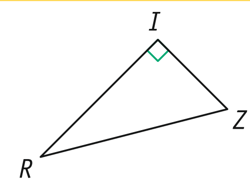
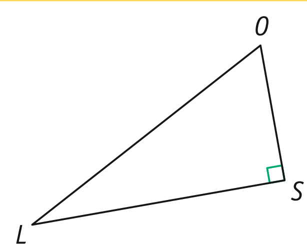
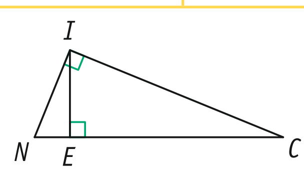
$AC = AH + CH \approx 5,5$ cm.

© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

Questions à Choix Multiples

Pour chacune des questions suivantes, entourer la (ou les) bonne(s) réponse(s).

Attention : Il peut y avoir plusieurs réponses exactes pour chaque énoncé ! Les trouver toutes.

Énoncé	A	B	C
15 Si $\sin(\widehat{SEL}) = 0{,}35$, alors	$\widehat{SEL} \approx 69{,}5°$	$\widehat{SEL} \approx 1°$	$\widehat{SEL} \approx 20{,}5°$
16 Dans le triangle ABC rectangle en B, on a	$\cos(\widehat{ACB}) = \dfrac{BC}{AC}$	$\sin(\widehat{ACB}) = \dfrac{BC}{AC}$	$\tan(\widehat{ACB}) = \dfrac{BC}{AC}$
17 Dans le triangle MER rectangle en M, on a 	$\tan(\widehat{MER}) = \dfrac{ME}{ER}$	$\tan(\widehat{MER}) = \dfrac{MR}{ME}$	$\tan(\widehat{MER}) = \dfrac{ME}{MR}$
18 Dans quelle figure a-t-on $\sin \widehat{RIZ} = \dfrac{RZ}{IZ}$?			
Pour les exercices 19 à 21, on considère la figure ci-contre : 			
19 Si $LO = 6$ cm et $\widehat{SOL} = 22°$, alors	$SL \approx 6{,}47$ cm	$SL \approx 2{,}25$ cm	$SL \approx 16{,}02$ cm
20 Si $SO = 4{,}5$ cm et $\widehat{OLS} = 67°$, alors	$SL \approx 1{,}9$ cm	$SL \approx 10{,}6$ cm	$SL \approx 4{,}9$ cm
21 Si $LS = 7{,}2$ cm et $\widehat{OLS} = 34°$, alors	$OL \approx 12{,}9$ cm	$OL \approx 8{,}7$ cm	$OL \approx 10{,}7$ cm
Pour les exercices 22 à 24, on considère la figure ci-contre : 			
22 Si $IC = 6$ m et $CE = 4$ m, alors	$\widehat{ICE} \approx 41{,}8°$	$\widehat{ICE} \approx 56{,}3°$	$\widehat{ICE} \approx 48{,}2°$
23 Si $IN = 2$ dm et $CN = 7$ dm, alors	$\widehat{ICE} \approx 73{,}4°$	$\widehat{ICE} \approx 16{,}6°$	$\widehat{ICE} = 15{,}9°$
24 Si $IE = 12$ mm et $NE = 5$ mm, alors	$\widehat{INE} \approx 22{,}6°$	$\widehat{INE} \approx 65{,}4°$	$\widehat{INE} \approx 67{,}4°$

© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

CHAPITRE 14 Géométrie dans l'espace

SC1 Représenter une sphère et certains de ses grands cercles.

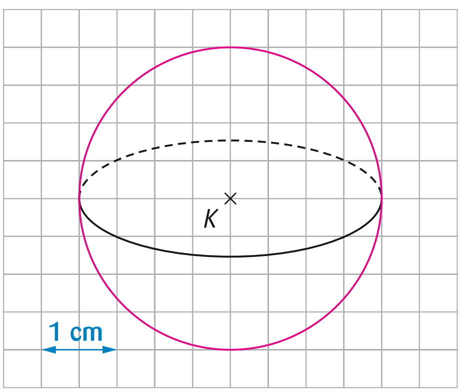
SC2 Connaître et utiliser la nature de certaines sections planes de solides.

JE REVOIS LE COURS... SPHÈRE ET BOULE

O est un point de l'espace et r désigne un nombre positif.

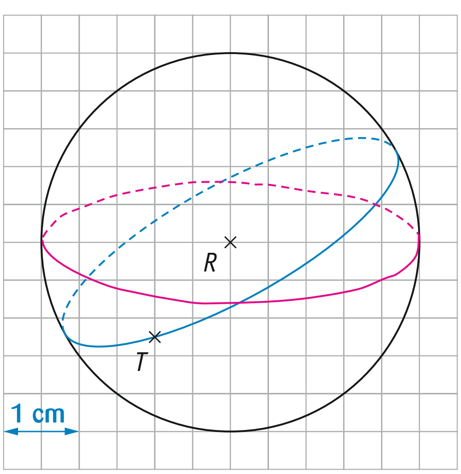
- La sphère de ...centre... O et de ...rayon... r est l'ensemble des points M de l'espace tels que OM ...=... r.
- La boule de ...centre... O et de ...rayon... r est l'ensemble des points M de l'espace tels que OM ...$\leqslant$... r.

1 SC1 On a tracé ci-dessous un grand cercle d'une sphère de centre K.



Compléter cette figure pour obtenir une sphère en perspective cavalière.

2 SC1 La figure ci-dessous représente une sphère de centre R et de rayon 2,5 cm.



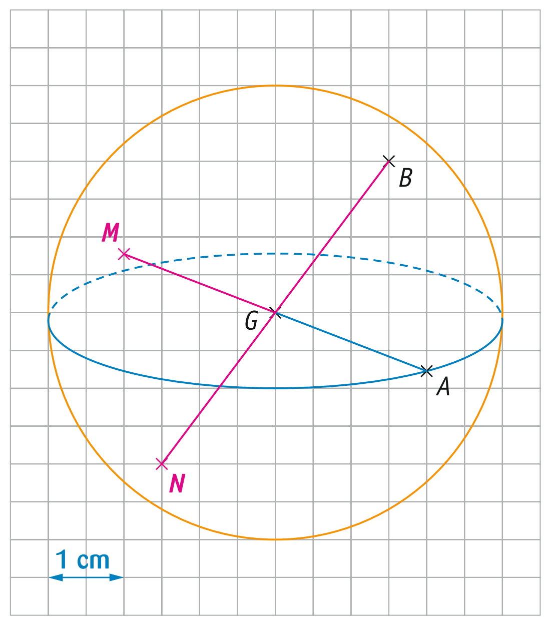
1) Tracer un autre grand cercle de cette sphère.

2) Le point T appartient à cette sphère.

On a RT = 2,5 cm.

3 On a représenté en perspective cavalière une sphère de centre G et de rayon 3 cm.

Les points A et B appartiennent à cette sphère.



1) a) Tracer le diamètre [AM] de cette sphère.

b) Tracer le diamètre [BN] de cette sphère.

2) Calculer la longueur BN.

$BN = 2 \times r = 2 \times 3$ cm $= 6$ cm.

La longueur BN est égale à 6 cm.

4 On considère une sphère ($\mathscr{S}$) de centre W et de diamètre 6,5 cm.

Calculer la longueur P de chacun de ses grands cercles, arrondie au millimètre près.

$\mathcal{P} = \pi \times D$, $\mathcal{P} = \pi \times 6{,}5$ cm

$\mathcal{P} \approx 20{,}4$ cm.

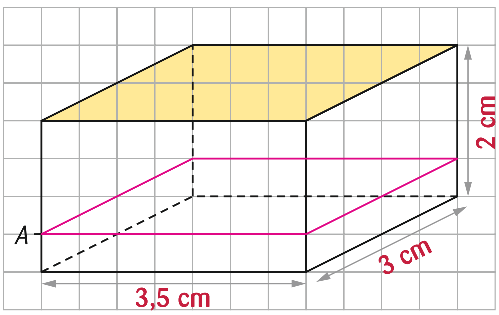
© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

JE REVOIS LE COURS... SECTIONS PLANES D'UN PAVÉ DROIT

La section d'un parallélépipède rectangle par **un plan parallèle à une de ses faces** est un ....rectangle..... de mêmes dimensions que ....la face......... dont il est parallèle.

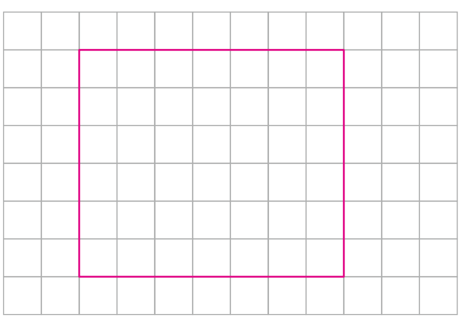
La section d'un parallélépipède rectangle par **un plan parallèle à une de ses arêtes** est un ....rectangle..........

5 SC2 Le parallélépipède rectangle ci-dessous est coupé par un plan parallèle à la face jaune et passant par le point *A*.

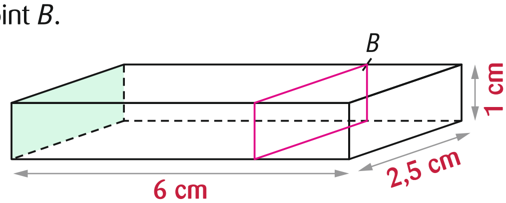


1) Représenter la section obtenue sur la figure ci-dessus.

2) Ci-dessous, construire en vraie grandeur cette section.

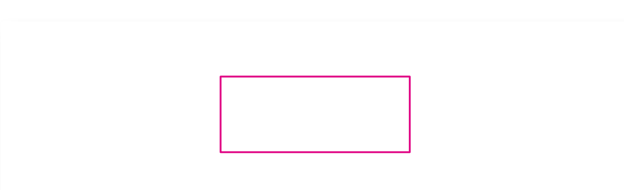


6 Le parallélépipède rectangle ci-dessous est coupé par un plan parallèle à la face verte et passant par le point *B*.



1) Représenter la section obtenue sur la figure ci-dessus.

2) Ci-dessous, construire en vraie grandeur cette section.

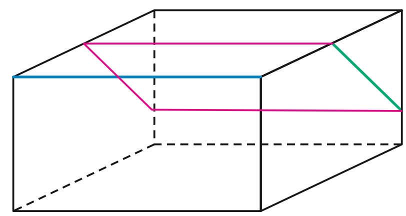


7 SC2 Le parallélépipède rectangle ci-dessous est coupé par un plan ($\mathscr{P}$).

Ce plan est parallèle à l'arête bleue.

Un des côtés de la section est tracé en vert.

Représenter la section obtenue sur cette figure.

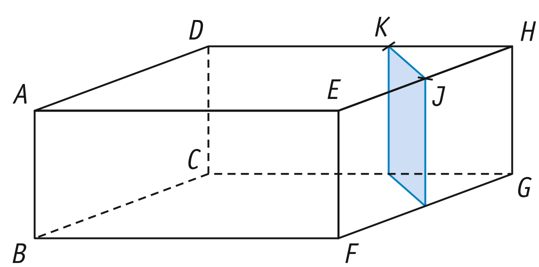


8 Le parallélépipède rectangle *ABCDEFGH* ci-dessous est coupé par un plan ($\mathscr{P}$). Ce plan passe par les points *J* et *K* et est parallèle à l'arête [*AB*].

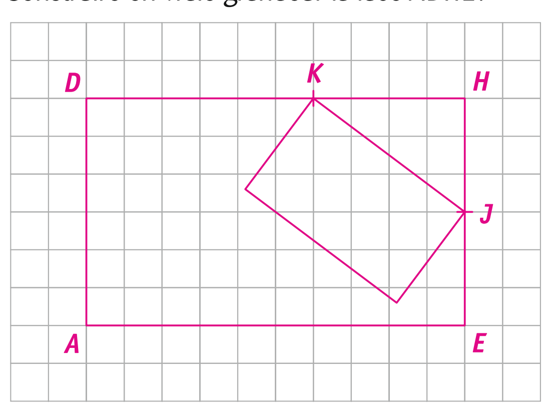
J est le milieu du segment [*EH*].

K appartient au segment [*DH*] et $HK = 2$ cm.

On a $AB = 1{,}5$ cm ; $BF = 5$ cm et $AD = 3$ cm.



1) Construire en vraie grandeur la face *ADHE*.



2) Sur la même figure, construire en vraie grandeur la section du pavé par le plan ($\mathscr{P}$).

© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

JE REVOIS LE COURS... SECTIONS PLANES D'UN CYLINDRE DE RÉVOLUTION

- La section d'un cylindre de révolution par **un plan perpendiculaire à son axe** est un ....disque.... de même ....rayon.... que ses bases.
- La section d'un cylindre de révolution par **un plan parallèle à son axe** est un ....rectangle.... .

9 SC2 On considère le cylindre de révolution ci-dessous de hauteur OO' avec $OO' = 3$ cm.

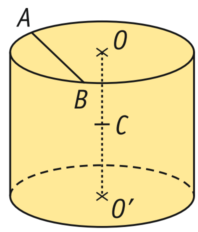
Ses bases sont des disques de rayon 2 cm.

On donne :

$OA = OB = 2$ cm

$AB = 2{,}5$ cm

Le point C est le milieu du segment $[OO']$.

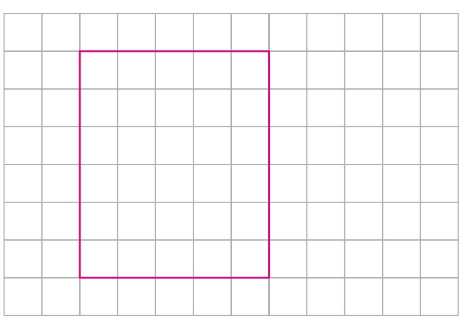


1) On coupe ce cylindre par le plan parallèle à l'axe (OO') et passant par les points A et B.

a) Quelle est la nature de cette section ?

Cette section est un rectangle.

b) Ci-dessous, construire en vraie grandeur cette section.

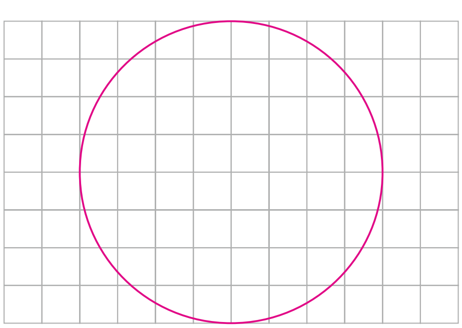


2) On coupe ce cylindre par le plan perpendiculaire à l'axe (OO') et passant par le point C.

a) Quelle est la nature de cette section ?

Cette section est un disque.

b) Ci-dessous, construire en vraie grandeur cette section.



10 On considère le cylindre de révolution ci-dessous d'axe (OO') et de rayon 2,5 cm.

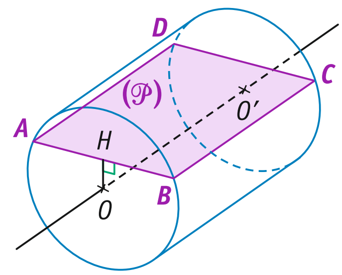
On a représenté sa section par un plan $(\mathscr{P})$ parallèle à son axe.

On donne :

$OO' = 7$ cm

$(OH) \perp (AB)$

$OH = 1{,}5$ cm



1) Calculer la longueur AH.

Dans le triangle AOH rectangle en H, on a l'égalité de Pythagore :

$OA^2 = OH^2 + AH^2$

$2{,}5^2 = 1{,}5^2 + AH^2$

$2{,}5^2 - 1{,}5^2 = AH^2$

$6{,}25 - 2{,}25 = AH^2$

$4 = AH^2$

Comme $AH > 0$, on a $AH = \sqrt{4} = 2$.

Donc AH = 2 cm.

2) Justifier que le point H est le milieu du segment $[AB]$, puis calculer la longueur AB.

On a OA = OB = 2,5 cm. Ainsi le triangle AOB est isocèle en O, sa hauteur issue de O est donc la médiatrice du côté [AB].

Ainsi le point H est le milieu du segment [AB].

Donc $AB = 2 \times AH = 2 \times 2$ cm.

AB = 4 cm.

3) Préciser la nature et les dimensions de la section représentée en violet.

Le plan (P) étant parallèle à l'axe du cylindre, cette section est un rectangle.

Sa largeur est AB = 4 cm.

Sa longueur est OO' = 7 cm.

© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

JE REVOIS LE COURS... SECTIONS PLANES D'UNE PYRAMIDE OU D'UN CÔNE DE RÉVOLUTION

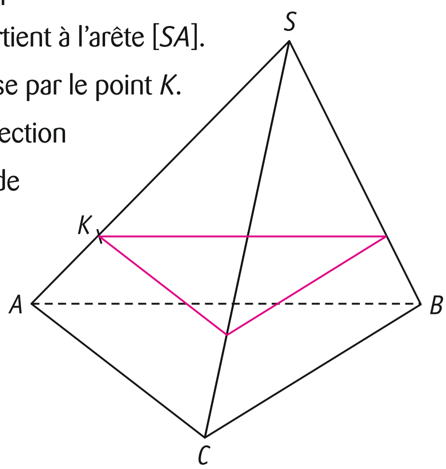
- La section d'une pyramide par un **plan parallèle à sa base** est un polygone de même nature que sa base .
- La section d'un cône de révolution par un **plan parallèle à sa base** est un disque .

11 SC2 La pyramide $SABC$ ci-dessous est coupée par un plan $(\mathcal{P})$ parallèle à sa base ABC.

Le point K appartient à l'arête $[SA]$.

Le plan $(\mathcal{P})$ passe par le point K.

Représenter la section de cette pyramide par le plan $(\mathcal{P})$.



12 La pyramide à base carrée ci-dessous est coupée par un plan $(\mathcal{P})$ parallèle à sa base $IJKL$.

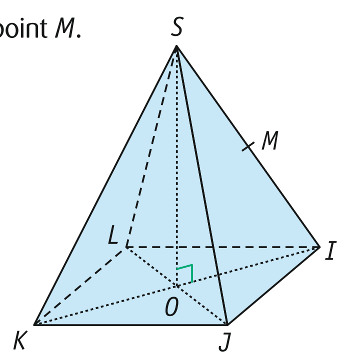
Le plan $(\mathcal{P})$ passe par le point M.

On donne :

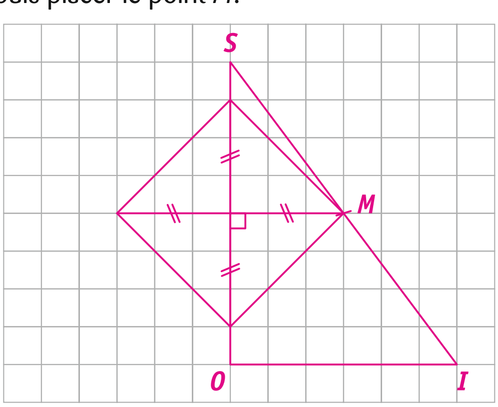
$SI = SJ = SK = SL = 5$ cm

$OI = 3$ cm

Le point M est le milieu du segment $[SI]$.



1) Ci-dessous, construire en vraie grandeur le triangle SOI, puis placer le point M.



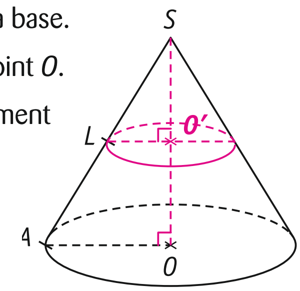
2) Sur cette figure, construire en vraie grandeur la section de la pyramide par le plan $(\mathcal{P})$.

13 SC2 Le cône de révolution ci-dessous est coupé par un plan $(\mathcal{P})$ parallèle à sa base.

Le centre de la base est le point O.

Le point L appartient au segment $[SA]$.

Le plan $(\mathcal{P})$ passe par le point L.



Sur la figure ci-dessus :

a) placer précisément le centre O' de la section ;

b) représenter à main levée cette section.

14 Ce cône de révolution est coupé par un plan $(\mathcal{P})$ parallèle à sa base.

Le centre de la base est le point O.

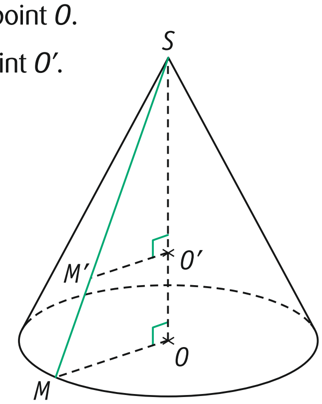
Le plan $(\mathcal{P})$ passe par le point O'.

On donne :

$OM = 3$ cm

$SO = 5$ cm

$O' \in [SO]$ et $SO' = 4$ cm



Calculer le rayon de la section obtenue.

La section est un disque de rayon O'M'.

Les droites (O'M') et (OM) sont parallèles car perpendiculaires à la même droite (SO).

Ainsi les droites (SM) et (SO) sont sécantes en S, O' ∈ [SO] et M' ∈ [SM], avec (O'M')//(OM).

Donc, d'après le théorème de Thalès :

$\frac{SO'}{SO} = \frac{SM'}{SM} = \frac{O'M'}{OM}$

d'où $\frac{4}{5} = \frac{SM'}{SM} = \frac{O'M'}{3}$. Ainsi $\frac{4}{5} = \frac{O'M'}{3}$.

On a $O'M' = \frac{3 \times 4}{5} = 2{,}4$.

La section est un disque rayon 2,4 cm.

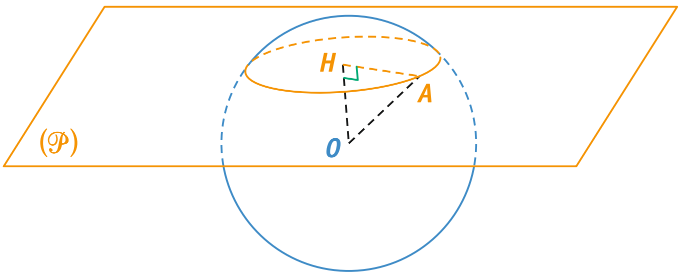
© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

JE REVOIS LE COURS... SECTIONS PLANES D'UNE SPHÈRE

Lorsqu'elle existe, la section d'une sphère par un plan est un cercle ou un point.

15 SC2 Une sphère $(\mathscr{S})$ de centre O et de rayon 3 cm est coupé par un plan $(\mathscr{P})$.

OH est la distance entre le point O et le plan $(\mathscr{P})$.



1) Si $OH = 2$ cm, alors la section obtenue est un cercle.

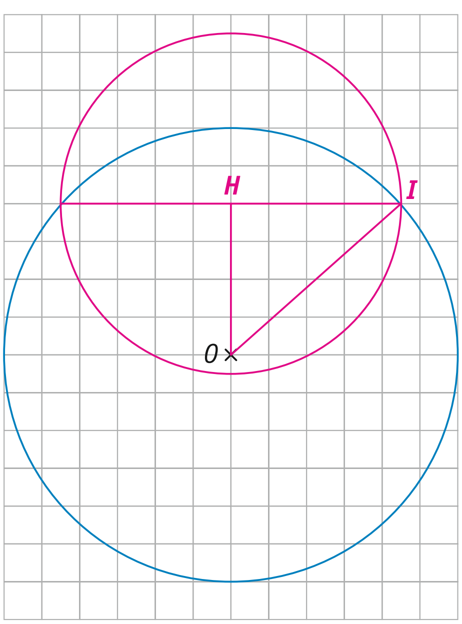
2) Si $OH = 3$ cm, alors la section obtenue est un point.

3) Si $OH = 0$ cm, alors la section obtenue est un cercle de rayon 3 cm.

4) Si $OH = 4$ cm, alors la section obtenue n'existe pas.

5) On donne $OH = 2$ cm.

a) Ci-dessous, construire en vraie grandeur le triangle OHI.

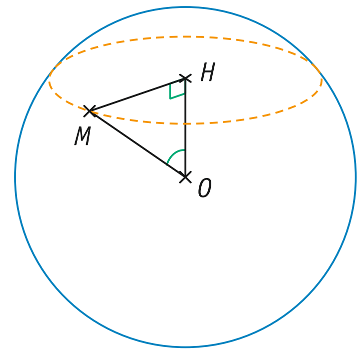


b) Sur la même figure, construire en vraie grandeur la section de la sphère par le plan $(\mathscr{P})$.

Pour les exercices 16 et 17, on considère une sphère de centre O et de rayon 7 cm coupée par un plan $(\mathscr{P})$.

La droite passant par le point O et perpendiculaire au plan $(\mathscr{P})$ coupe ce plan au point H.

Le point M appartient à la section de la sphère par le plan.



16 Dans cet exercice, on a $OH = 5$ cm.

Calculer le rayon de la section obtenue, arrondi au millimètre près.

Dans le triangle OMH rectangle en H, on a l'égalité de Pythagore :

$OH^2 + HM^2 = OM^2$

$5^2 + HM^2 = 7^2$

$HM^2 = 7^2 - 5^2$

$HM^2 = 49 - 25 = 24$

Comme $HM > 0$, $HM = \sqrt{24}$,

donc $HM \approx 4{,}9$ cm.

Le rayon de la section obtenue est environ 4,9 cm.

17 Dans cet exercice, la section est un cercle de rayon 3 cm.

À quelle distance du point O se situe le point H ?

Le rayon de la section est HM avec HM = 3 cm.

Dans le triangle OMH rectangle en H, on a l'égalité de Pythagore :

$OH^2 + HM^2 = OM^2$

$OH^2 + 3^2 = 7^2$

$OH^2 = 7^2 - 3^2$

$OH^2 = 49 - 9 = 40$

Comme $OH > 0$, $OH = \sqrt{40} = \sqrt{4 \times 10} = 2\sqrt{10}$,

donc $OH = 2\sqrt{10}$ cm.

© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

Questions à Choix Multiples

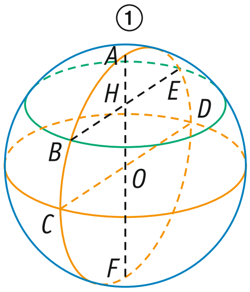
Pour chacune des questions suivantes, entourer la (ou les) bonne(s) réponse(s).

Attention : Il peut y avoir plusieurs réponses exactes pour chaque énoncé ! Les trouver toutes.

Énoncé	A	B	C

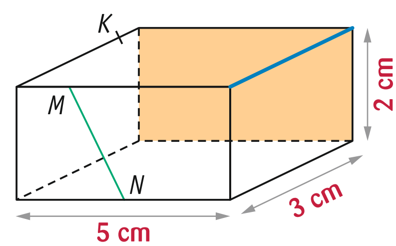
● **Pour les exercices 18 à 22,** on considère les figures ci-dessous.

①



Les points A, B, C, D, E, F appartiennent à la sphère ($\mathcal{S}$) de centre O et de rayon 13 cm. Les segments $[AF]$ et $[CD]$ sont des diamètres d'un grand cercle de la sphère. $H \in [OA]$ avec $OH = 5$ cm.

②



Énoncé	A	B	C
18 Sur la figure ①, le point O appartient à	la sphère ($\mathcal{S}$)	la boule de centre O et de rayon 13 cm	tous les grands cercles
19 Sur la figure ①, on a	$OF = OE$	$OH = HE$	$AF = CD$
20 Sur la figure ①, la longueur HE est égale à	5 cm	13 cm	12 cm
21 Sur la figure ②, la section du pavé droit par le plan parallèle à la face orange et passant par le point K est un rectangle de dimensions	5 cm et 2 cm	5 cm et 3 cm	2 cm et 3 cm
22 Sur la figure ②, la section du pavé droit par le plan parallèle à l'arête bleue et passant par les points M et N est un rectangle	de longueur 5 cm	de longueur 3 cm	de largeur 2 cm
23 La section d'un cylindre de révolution par un plan parallèle à une de ses bases est	un rectangle	un ovale	un disque
24 La section d'une pyramide à base rectangulaire par un plan parallèle à sa base est	un carré	un rectangle	un triangle

● **Pour les exercices 25 à 27,** un plan ($\mathcal{P}$) coupe une sphère ($\mathcal{S}$) de centre O et de rayon 6 cm.

Énoncé	A	B	C
25 La distance du point O au plan ($\mathcal{P}$) est 5 cm. Cette section est	un ovale	un cercle	un cercle de rayon 6 cm
26 Cette section est constituée d'un seul point de la sphère. La distance du point O au plan ($\mathcal{P}$) est égale à	6 cm	0 cm	3 cm
27 Cette section est un grand cercle de la sphère. La distance du point O au plan ($\mathcal{P}$) est égale à	6 cm	0 cm	3 cm

© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

CHAPITRE 15
Angles inscrits
Polygones réguliers

SC Construire certains polygones réguliers.

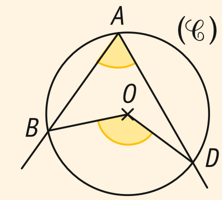
JE REVOIS LE COURS... VOCABULAIRE

A, B et D sont trois points distincts d'un cercle $(\mathscr{C})$ de centre O.

On dit que l'angle $\widehat{BAD}$ est un angle ...inscrit... dans le cercle $(\mathscr{C})$.

Un angle au centre du cercle $(\mathscr{C})$ est un angle dont le sommet est

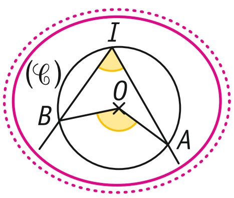
le centre O............ du cercle $(\mathscr{C})$.



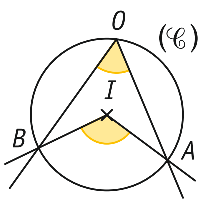
1 **1)** Entourer en bleu les figures où l'angle $\widehat{AIB}$ est inscrit dans le cercle $(\mathscr{C})$.

2) Entourer en vert les figures où l'angle $\widehat{AOB}$ est un angle au centre du cercle $(\mathscr{C})$.

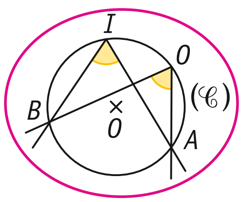
a)



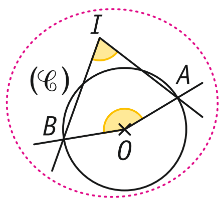
b)



c)

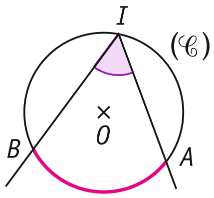


d)

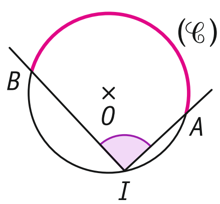


2 Dans chaque cas, repasser en rouge l'arc de cercle de $(\mathscr{C})$ intercepté par l'angle inscrit $\widehat{AIB}$.

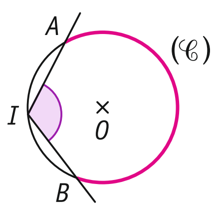
a)



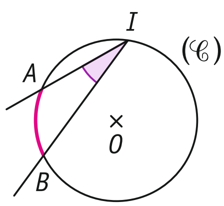
b)



c)

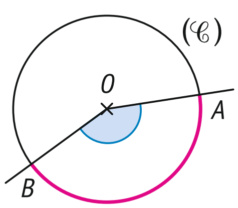


d)

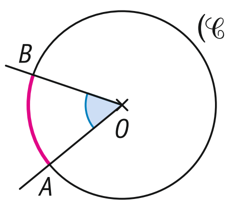


3 Dans chaque cas, repasser en rouge l'arc de cercle de $(\mathscr{C})$ intercepté par l'angle au centre $\widehat{AOB}$ marqué.

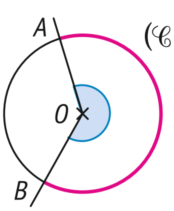
a)



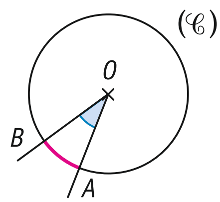
b)



c)

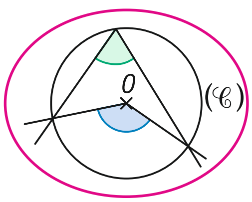


d)

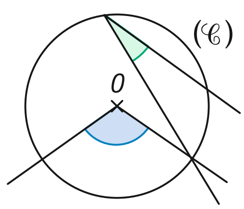


4 Entourer en rouge les figures où l'angle au centre du cercle (marqué en bleu) et l'angle inscrit (marqué en vert) dans le cercle $(\mathscr{C})$ interceptent le même arc de cercle.

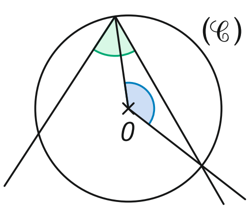
a)



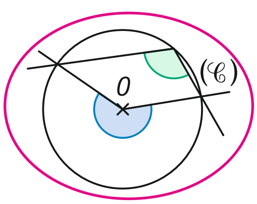
b)



c)



d)

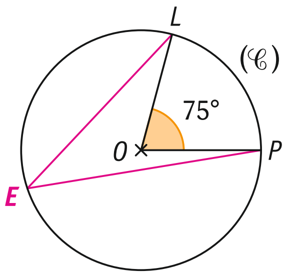


© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

JE REVOIS LE COURS… PROPRIÉTÉS DES ANGLES INSCRITS

- Dans un cercle ($\mathscr{C}$), si un angle inscrit et un angle au centre interceptent le même arc de cercle, alors la mesure de l'angle ….inscrit…. est égale à la moitié de celle de l'angle ….au centre.….
- Si deux angles inscrits dans un cercle ($\mathscr{C}$) interceptent le même arc de cercle, alors ….ils ont la même mesure.

5 On considère la figure ci-contre.



1) Placer un point E sur le grand arc de cercle $\overset{\frown}{PL}$.

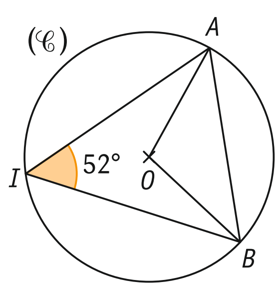
2) En déduire la mesure de l'angle $\widehat{PEL}$.

On sait que l'angle inscrit …$\widehat{LEP}$… et l'angle au centre …$\widehat{POL}$… interceptent le même arc de cercle …$\overset{\frown}{LP}$….

Or, dans un cercle, si un angle inscrit et un angle au centre interceptent le même arc de cercle, …alors la mesure de l'angle inscrit est égale à la moitié de celle de l'angle au centre.…

Donc $\widehat{LEP}$ = …$\widehat{LOP}$: 2 = 75° : 2 = 37,5°.…

6 On considère la figure ci-contre où les points A, B et I sont trois points du cercle ($\mathscr{C}$) de centre O.



Déterminer les mesures des angles du triangle BOA.

On sait que l'angle inscrit $\widehat{AIB}$ et l'angle au centre $\widehat{AOB}$ interceptent le même arc de cercle $\overset{\frown}{AB}$.

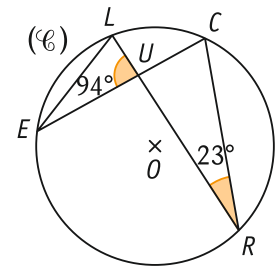
Or, dans un cercle, si un angle inscrit et un angle au centre interceptent le même arc de cercle, alors la mesure de l'angle inscrit est égale à la moitié de celle de l'angle au centre.

Donc $\widehat{AOB} = 2 \times \widehat{AIB} = 2 \times 52° = 104°$.

De plus, les segments [OA] et [OB] sont des rayons du cercle, donc ils ont la même longueur, et le triangle BOA est alors isocèle en O.

Donc $\widehat{ABO} = \widehat{BAO} = \dfrac{180° - \widehat{AOB}}{2} = \dfrac{76°}{2} = 38°$.

7 Sur la figure ci-contre, les points C, R, L et E sont des points du cercle ($\mathscr{C}$) de centre O.



1) Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{ECR}$.

Les angles $\widehat{EUL}$ et $\widehat{CUR}$ sont opposés par le sommet, donc ils ont la même mesure.

Dans le triangle CUR, $\widehat{CUR}$ = 94° et $\widehat{CRU}$ = 23°.

Donc $\widehat{ECR}$ = 180 – (94 + 23) = 63°.

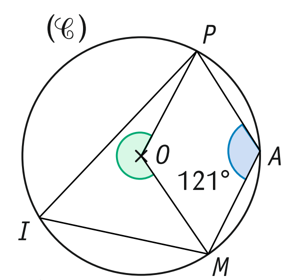
2) En déduire la mesure de l'angle $\widehat{ELR}$.

De plus, les angles inscrits $\widehat{ECR}$ et $\widehat{ELR}$ interceptent le même arc de cercle.

Or, si deux angles inscrits dans un cercle interceptent le même arc de cercle, alors ils ont la même mesure.

Donc $\widehat{ELR} = \widehat{ECR}$ = 63°.

8 Les points P, A, M et I sont quatre points du cercle ($\mathscr{C}$) de centre O.



Déterminer la mesure de l'angle au centre interceptant le grand arc $\overset{\frown}{PM}$.

En déduire la mesure de l'angle $\widehat{PIM}$.

L'angle inscrit $\widehat{PAM}$ et l'angle au centre $\widehat{POM}$ coloré en vert interceptent le grand arc de cercle. Or, dans un cercle, si un angle inscrit et un angle au centre interceptent le même arc de cercle, alors la mesure de l'angle inscrit est égale à la moitié de celle de l'angle au centre.

Donc $\widehat{POM} = 2 \times \widehat{PIM} = 2 \times 121° = 242°$.

L'angle au centre $\widehat{POM}$ interceptant le petit arc $\overset{\frown}{PM}$ mesure 360 – 242 = 118°.

Donc $\widehat{PIM}$ = 118° : 2 = 59°.

© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

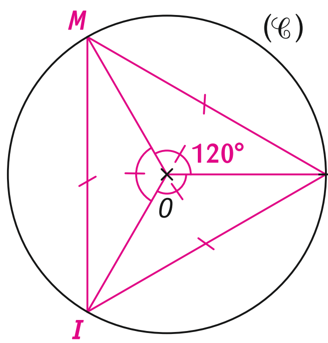
JE REVOIS LE COURS... LES POLYGONES RÉGULIERS

■ Un polygone régulier est un polygone dont tous les côtés ont la même longueur et qui est inscriptible dans un cercle.

■ Si les points A et B sont deux sommets consécutifs d'un polygone régulier à n côtés de centre O, alors l'angle au centre $\widehat{AOB}$ mesure $\frac{360°}{n}$.

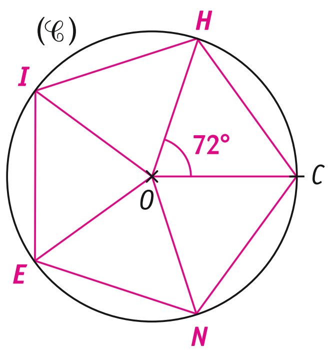
9 SC Construire le triangle équilatéral AMI inscrit dans un cercle ($\mathscr{C}$) de centre O.

L'angle au centre $\widehat{AOM}$ mesure : $\frac{360°}{3} = 120°$.

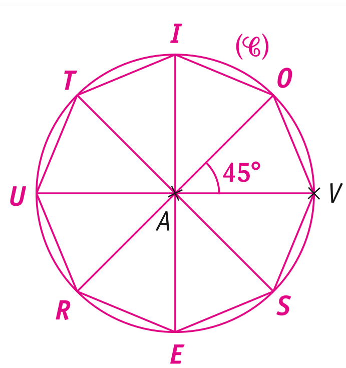


10 SC Construire le pentagone régulier $CHIEN$ inscrit dans un cercle ($\mathscr{C}$) de centre O.

L'angle au centre $\widehat{COH}$ mesure : $\frac{360°}{5} = 72°$.



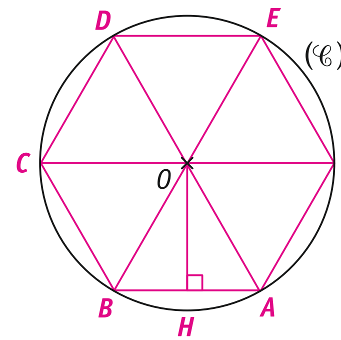
11 SC Construire l'octogone régulier $VOITURES$ inscrit dans le cercle ($\mathscr{C}$) de centre A.



L'angle au centre $\widehat{VAO}$ mesure $\frac{360°}{6} = 45°$.

12 $ABCDEF$ est un hexagone régulier inscrit dans le cercle ($\mathscr{C}$) de centre O et de rayon 2 cm.

1) Construire une figure en vraie grandeur.



L'angle au centre $\widehat{AOB}$ mesure $\frac{360°}{6} = 60°$.

2) Déterminer la nature du triangle BOA.

Les segments [OA] et [OB] sont des rayons du cercle, ils ont donc la même longueur; donc le triangle BOA est isocèle en O.

De plus, $\widehat{AOB}$ mesure 60°.

Donc le triangle BOA est équilatéral.

3) a) Dans le triangle BOA, placer le point H pied de la hauteur issue de O.

b) Déterminer l'aire du triangle BOA. En déduire l'aire de l'hexagone $ABCDEF$.

Le point H est le pied de la hauteur issue de O du triangle BOA équilatéral.

Donc le point H est le milieu du segment [AB].

On sait que le triangle AOH est rectangle en H.

D'après l'égalité de Pythagore, on a :

$AO^2 = AH^2 + OH^2$ donc $2^2 = 1^2 + OH^2$

soit $OH^2 = 4 - 1$. Donc $OH^2 = 3$.

Or $OH > 0$, donc $OH = \sqrt{3}$ cm.

Donc l'aire du triangle OAB est :

$\mathscr{A} = \frac{AB \times OH}{2} = \frac{2 \text{ cm} \times \sqrt{3} \text{ cm}}{2} = \sqrt{3} \text{ cm}^2$.

Et l'aire du polygone régulier ABCDEF est

$\mathscr{A}' = 6 \times \mathscr{A} = 6\sqrt{3} \text{ cm}^2$.

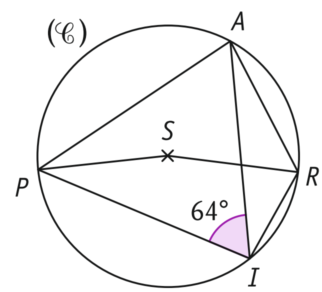
© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

Questions à Choix Multiples

Pour chacune des questions suivantes, entourer la (ou les) bonne(s) réponse(s).

Attention : Il peut y avoir plusieurs réponses exactes pour chaque énoncé ! Les trouver toutes.

● **Pour les exercices 13 à 20,** on utilise la figure ci-contre où les points P, A, R et I sont des points du cercle $(\mathscr{C})$ de centre S.



Énoncé	A	B	C
13 Un angle inscrit dans le cercle $(\mathscr{C})$ est	$\widehat{PAI}$	$\widehat{PIA}$	$\widehat{ISA}$
14 Un angle au centre du cercle $(\mathscr{C})$ est	$\widehat{PSI}$	$\widehat{PIS}$	$\widehat{PSR}$
15 Un angle du cercle $(\mathscr{C})$ qui intercepte le petit arc de cercle $\overset{\frown}{PA}$ est	$\widehat{PSA}$	$\widehat{PIA}$	$\widehat{PRA}$
16 Un angle qui intercepte le grand arc de cercle $\overset{\frown}{IA}$ est	$\widehat{PAI}$	$\widehat{IRA}$	$\widehat{AIR}$
17 La mesure de l'angle $\widehat{PSA}$ est	32°	64°	128°
18 La mesure de l'angle $\widehat{PRA}$ est	32°	64°	128°
19 Si l'angle $\widehat{PSI}$ mesure 118°, alors	$\widehat{PRI} = 59°$	$\widehat{PAI} = 118°$	$\widehat{PAI} = 59°$
20 Si l'angle $\widehat{PRA}$ mesure 57°, alors	$\widehat{PSA} = 57°$	$\widehat{PSA} = 114°$	$\widehat{PIA} = 57°$
21 Un polygone régulier	est inscrit dans un cercle	a ses angles de la même mesure	a ses côtés de la même longueur
22 L'angle au centre d'un pentagone régulier mesure	108°	60°	72°
23 Les angles d'un pentagone régulier mesurent	108°	60°	72°

© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

CHAPITRE 16

Aires et volumes

SC1 Calculer l'aire d'une surface : triangle, carré, rectangle, disque.

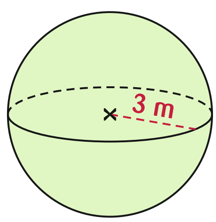
SC2 Calculer le volume d'un solide : cube, parallélépipède rectangle, cylindre ou prisme droit, boule.

SC3 Utiliser le fait que, dans un agrandissement ou une réduction de rapport à k, l'aire d'une surface est multipliée par k^2 et le volume d'un solide par k^3.

JE REVOIS LE COURS... AIRE D'UNE SPHÈRE – VOLUME D'UNE BOULE

- L'aire d'une sphère de rayon r est donnée par la formule $\mathcal{A}$ = $4\pi r^2$.
- Le volume d'une boule de rayon r est donné par la formule $\mathcal{V}$ = $\frac{4}{3}\pi r^3$.

1 **1)** Calculer l'aire exacte $\mathcal{A}$ d'une sphère de rayon 3 m.



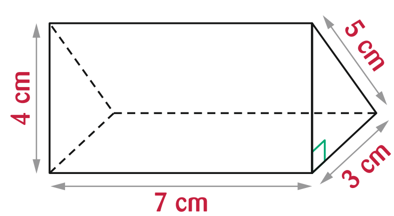
$\mathcal{A} = 4 \times \pi \times (3\ m)^2$

$\mathcal{A} = 36\pi\ m^2$.

2) Donner son arrondi au décimètre carré près.

$\mathcal{A} \approx 113{,}10\ m^2$.

2 SC1 On considère le prisme droit ci-dessous.



1) Calculer l'aire $\mathcal{A}_{\text{Base}}$ d'une base de ce prisme.

Ses bases sont des triangles rectangles.

$\mathcal{A}_{\text{Base}} = \frac{3\ cm \times 4\ cm}{2} = 6\ cm^2$.

2) Calculer l'aire totale $\mathcal{A}$ de ce prisme droit.

Ses faces latérales sont des rectangles ayant pour longueur 7 cm.

$\mathcal{A} = 6\ cm^2 \times 2 + 7\ cm \times 5\ cm$

$+ 7\ cm \times 3\ cm + 7\ cm \times 4\ cm$

$\mathcal{A} = 12\ cm^2 + 35\ cm^2 + 21\ cm^2 + 28\ cm^2$

$\mathcal{A} = 96\ cm^2$.

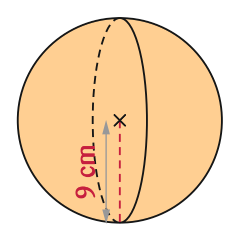
3 SC2 Calculer le volume $\mathcal{V}$ du prisme droit de l'exercice **2**.

$\mathcal{V} = \frac{3\ cm \times 4\ cm}{2} \times 7\ cm$

$\mathcal{V} = 6\ cm^2 \times 7\ cm$

$\mathcal{V} = 42\ cm^3$.

4 SC2 **1)** Calculer le volume exact $\mathcal{V}$ d'une boule de rayon 9 cm.



$\mathcal{V} = \frac{4}{3}\pi \times (9\ cm)^3$

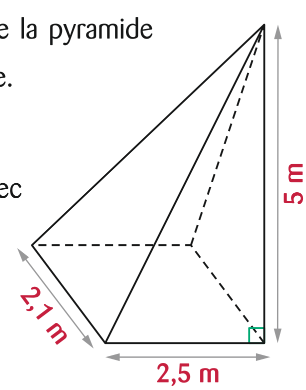
$\mathcal{V} = \frac{4}{3}\pi \times 729\ cm^3$

$\mathcal{V} = 972\pi\ cm^3$.

2) Donner son arrondi au millimètre cube près.

$\mathcal{V} \approx 3\,053{,}628\ cm^3$.

5 Calculer le volume de la pyramide à base rectangulaire ci-contre.



- *Formule utilisée :*

$\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times \mathcal{B} \times h$, avec

$\mathcal{B}$: aire de la base

h : hauteur

- *Calcul :*

$\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times 2{,}1\ m \times 2{,}5\ m \times 5\ m$

$\mathcal{V}$ $8{,}75\ m^3$.

© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

k désigne un nombre strictement positif.

Si un solide (S') est un agrandissement ou une réduction de rapport k du solide (S), alors :

- une longueur du solide (S') s'obtient en multipliant par k la longueur associée du solide (S) ;
- l'aire d'une surface du solide (S') s'obtient en multipliant par k^2 l'aire associée du solide (S) ;
- le volume du solide (S') s'obtient en multipliant par k^3 le volume du solide (S).

6 SC3 On effectue la réduction de rapport 0,5 d'un solide de volume $\mathcal{V}$ égal à 2 000 m³.

Calculer le volume $\mathcal{V}'$ du solide réduit.

$\mathcal{V}' = k^3 \times \mathcal{V}$

$\mathcal{V}' = 0{,}5^3 \times 2\,000\ m^3 = 250\ m^3.$

7 SC3 Le volume $\mathcal{V}$ d'un cône de révolution est 12π cm³. L'aire $\mathcal{A}$ de sa base est 4π cm².

On effectue un agrandissement de rapport 3 de ce cône de révolution.

1) Calculer le volume $\mathcal{V}'$ du cône agrandi.

$\mathcal{V}' = k^3 \times \mathcal{V}$

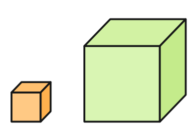
$\mathcal{V}' = 3^3 \times 12\pi\ cm^3 = 324\pi\ cm^3.$

2) Calculer l'aire $\mathcal{A}'$ de la base du cône agrandi.

$\mathcal{A}' = k^2 \times \mathcal{A}$

$\mathcal{A}' = 3^2 \times 4\pi\ cm^2 = 36\pi\ cm^2.$

8 Le cube vert est un agrandissement de rapport $\frac{5}{2}$ du cube orange.



1) On considère que le cube orange a une arête de longueur 3 mm.

Calculer la longueur d'une arête du cube vert.

$\ell' = k \times \ell = \frac{5}{2} \times 3\ mm = 7{,}5\ mm.$

2) On considère que le cube vert a une arête de longueur 6 mm.

Calculer la longueur d'une arête du cube orange.

$\ell' = \frac{5}{2} \times \ell$

$\ell = \ell' : \frac{5}{2} = \ell' \times \frac{2}{5}$

Donc $\ell = \frac{2}{5} \times 6\ mm = 2{,}4\ mm.$

9 SC3 On effectue une réduction de rapport 0,8 d'une pyramide.

Sa base est un carré de côté 5 cm, et sa hauteur mesure 6 cm.

1) Calculer la hauteur de la pyramide réduite.

$h' = k \times h = 0{,}8 \times 6\ cm = 4{,}8\ cm.$

2) a) Calculer le volume $\mathcal{V}$ de la grande pyramide.

$\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times B \times h = \frac{1}{3} \times (5\ cm)^2 \times 6\ cm$

$\mathcal{V} = \frac{25 \times 6}{3}\ cm^3 = 50\ cm^3.$

b) En déduire le volume $\mathcal{V}'$ de la pyramide réduite.

$\mathcal{V}' = k^3 \times \mathcal{V}$

$\mathcal{V}' = 0{,}8^3 \times 50\ cm^3 = 25{,}6\ cm^3.$

10 On effectue la réduction d'un solide d'aire totale 495 m² et de volume 891 m³.

Le solide obtenu a une aire totale de 220 m².

1) Calculer le rapport k de cette réduction.

Donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

On a $\mathcal{A}' = k^2 \times \mathcal{A}$, c'est-à-dire :

$220\ m^2 = k^2 \times 495\ m^2.$

Ainsi $k^2 = \frac{220}{495} = \frac{44 \times 5}{99 \times 5} = \frac{44}{99} = \frac{11 \times 4}{11 \times 9} = \frac{4}{9}.$

On a $k > 0$, donc $k = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} = \frac{2}{3}.$

Le rapport de cette réduction est $\frac{2}{3}$.

2) En déduire le volume du solide réduit.

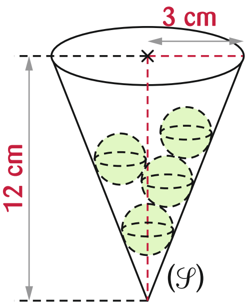
$\mathcal{V}' = k^3 \times V$

$\mathcal{V}' = \left(\frac{2}{3}\right)^3 \times 891\ m^3 = \frac{8}{27} \times 891\ m^3$

$\mathcal{V}' = 264\ m^3.$

© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

11 Une pochette-surprise ($\mathscr{S}$) en forme de cône de révolution contient quatre billes identiques de diamètre 2,4 cm chacune.



1) Calculer le volume $\mathscr{V}_b$ d'une de ces billes.

$\mathscr{V}_b = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3$

$\mathscr{V}_b = \frac{4}{3} \times \pi \times (1{,}2\ \text{cm})^3$

$\mathscr{V}_b = 2{,}304\pi\ \text{cm}^3$.

2) Calculer le volume $\mathscr{V}_p$ de la pochette ($\mathscr{S}$).

$\mathscr{V}_p = \frac{1}{3} \times \mathscr{B} \times h = \frac{1}{3} \times \pi \times (3\ \text{cm})^2 \times 12\ \text{cm}$

$\mathscr{V}_p = \frac{108}{3}\ \pi\ \text{cm}^3$

$\mathscr{V}_p = 36\pi\ \text{cm}^3$.

3) En déduire l'arrondi au centimètre cube près du volume $\mathscr{V}_\ell$ de la pochette non occupé par les billes.

$\mathscr{V}_\ell = \mathscr{V}_p - 4\,\mathscr{V}_b = 36\pi\ \text{cm}^3 - (4 \times 2{,}304\pi\ \text{cm}^3)$

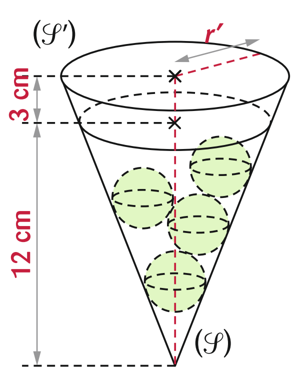
$\mathscr{V}_\ell = 3\pi\ \text{cm}^3 - 9{,}216\pi\ \text{cm}^3 = (36 - 9{,}216)\pi\ \text{cm}^3$

$\mathscr{V}_\ell = 26{,}784\pi\ \text{cm}^3$

$\mathscr{V}_\ell \approx 84\ \text{cm}^3$.

4) On agrandit la pochette-surprise ($\mathscr{S}$) en augmentant sa hauteur h de 3 cm.

On obtient un cône de révolution ($\mathscr{S}'$) de hauteur h'.



a) Calculer le rapport k de cet agrandissement.

On a $h = 12$ cm et $h' = 12\ \text{cm} + 3\ \text{cm} = 15$ cm.

Et $h' = k \times h$.

Donc $k = \frac{h'}{h} = \frac{15}{12} = \frac{3 \times 5}{3 \times 4} = \frac{5}{4} = 1{,}25$.

b) En déduire le rayon r' du cône ($\mathscr{S}'$).

$r' = k \times r = 1{,}25 \times 3\ \text{cm}$

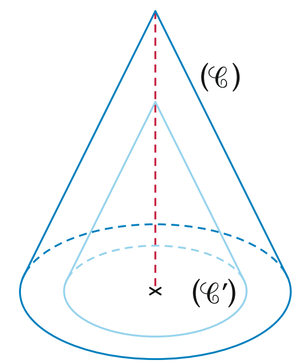
$r' = 3{,}75$ cm.

12 Une cloche en bronze a la forme d'un cône de révolution ($\mathscr{C}$) de hauteur 80 cm.

Le diamètre de sa base est égal à 60 cm.

La partie creuse a la forme d'un cône de révolution ($\mathscr{C}'$) de hauteur 68 cm.

Le cône ($\mathscr{C}'$) est une réduction du cône ($\mathscr{C}$).



1) Calculer le rapport k de la réduction qui transforme le cône ($\mathscr{C}$) en ($\mathscr{C}'$).

$h' = k \times h$

donc $k = \frac{h'}{h} = \frac{68}{80} = 0{,}85$.

2) a) Calculer le volume du cône ($\mathscr{C}$).

$\mathscr{V} = \frac{1}{3} \times \pi \times (30\ \text{cm})^2 \times 80\ \text{cm}$

$\mathscr{V} = 24\,000\pi\ \text{cm}^3$.

b) En déduire le volume du cône ($\mathscr{C}'$).

$\mathscr{V}' = k^3 \times \mathscr{V}$

$\mathscr{V}' = 0{,}85^3 \times 24\,000\pi\ \text{cm}^3$

$\mathscr{V}' = 14\,739\pi\ \text{cm}^3$.

3) Calculer le volume $\mathscr{W}$ de bronze de la cloche. Donner son arrondi au centimètre cube près.

$\mathscr{W} = \mathscr{V} - \mathscr{V}' = 24\,000\pi\ \text{cm}^3 - 14\,739\pi\ \text{cm}^3$

$\mathscr{W} = 9\,261\pi\ \text{cm}^3$

$\mathscr{W} \approx 29\,094\ \text{cm}^3$.

4) On fait fondre cette cloche en bronze pour fabriquer des médailles.

Chaque médaille a la forme d'un cylindre de révolution de hauteur 4 mm et de rayon 1,5 cm.

Peut-on ainsi fabriquer plus de 10 000 médailles ?

- Volume d'une médaille :

$\mathscr{V} = \pi r^2 \times h = \pi \times (1{,}5\ \text{cm})^2 \times 0{,}4\ \text{cm}$

$\mathscr{V} = 0{,}9\pi\ \text{cm}^3$.

- Volume de bronze pour 10 000 médailles :

$10\,000 \times 0{,}9\pi\ \text{cm}^3 = 9\,000\pi\ \text{cm}^3 \approx 28\,275\ \text{cm}^3$

$28\,275\ \text{cm}^3 < 29\,094\ \text{cm}^3$.

On pourra fabriquer plus de 10 000 médailles.

© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

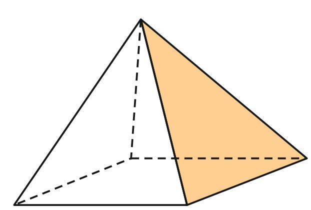
Questions à Choix Multiples

Pour chacune des questions suivantes, entourer la (ou les) bonne(s) réponse(s).

Attention : Il peut y avoir plusieurs réponses exactes pour chaque énoncé ! Les trouver toutes.

Énoncé	A	B	C	D
13 L'aire exacte d'une sphère de diamètre 4 m est	64π m^2	$\dfrac{256}{3}\pi$ m^2	16π m^2	50,26 m^2
14 L'arrondi au cm^2 près de l'aire d'une sphère de rayon 6,5 cm est	530 cm^2	531 cm^2	169π cm^2	530,9291
15 Le volume (en m^3) d'une pyramide à base carrée de côté 25 m et de hauteur 12 m est	$\dfrac{25^2 \times 12}{3}$	$\dfrac{25 \times 12^2}{3}$	$\dfrac{4 \times 25 \times 12}{3}$	2 500
16 Le volume d'un cube de côté 10 dm est	600 dm^3	1 m^3	100 dm^3	1 000 dm^3
17 Le volume exact d'une boule de diamètre 18 cm est	324π cm^3	$7\,776\pi$ cm^3	972π cm^3	3054 cm^3
18 L'arrondi au cm^3 près du volume d'une boule de rayon 26 cm est	73 622,18	73 585	73 622	73 584,85
19 On effectue un agrandissement de rapport k d'un solide d'aire 125 cm^2. L'aire du solide agrandi est 245 cm^2. On a	$k = 1{,}4$	$k = \sqrt{\dfrac{125}{245}}$	$k = 1{,}96$	$k = \sqrt{\dfrac{49}{25}}$

● **Pour les exercices 20 à 22,** on considère la pyramide ci-contre.
La hauteur de cette pyramide est 50 cm.
L'aire de la face orange est 825 cm^2.
Le volume de cette pyramide est 20 544 cm^3.
On effectue une réduction de rapport $\dfrac{1}{4}$ de cette pyramide.
Le solide obtenu est une nouvelle pyramide.



Énoncé	A	B	C	D
20 Le volume de la pyramide réduite est	5 136 cm^3	1 284 cm^3	321 cm^3	80,25 cm^3
21 Sur la pyramide réduite, l'aire de la face correspondant à la face orange est	$\dfrac{825}{4}$ cm^2	51,5625 cm^2	$\dfrac{825}{64}$ cm^2	$\dfrac{825}{16}$ cm^2
22 La hauteur de la pyramide réduite est	12,5 cm	$\dfrac{50}{16}$ cm	$\dfrac{25}{2}$ cm	25 cm

© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

CHAPITRE 17 Grandeurs et mesures

SC Effectuer des changements d'unités.

JE REVOIS LE COURS... DIFFÉRENTS TYPES DE GRANDEURS

- Une grandeur fondamentale est exprimée à l'aide d'une unité simple.
- Une grandeur quotient est le quotient de deux grandeurs fondamentales.
- Une grandeur produit est le produit de deux grandeurs fondamentales.

1 Compléter à l'aide d'**une unité** ou des mots « **fondamentale** », « **quotient** » ou « **produit** ».

1) Une vitesse peut s'exprimer en kilomètres par heure notés km/h.

La vitesse est une grandeur quotient

2) Une masse peut s'exprimer en grammes notés g.

La masse est une grandeur fondamentale.

3) Une aire peut s'exprimer en mètres carrés notés m^2.

L'aire est une grandeur produit.

4) Une température peut s'exprimer en degrés Celsius notés °C.

La température est une grandeur fondamentale.

2 Un avion parcourt 480 km en 1 h 30 min.

Quelle est sa vitesse moyenne ?

1 h 30 min = 1,5 h.

$v = \dfrac{480 \text{ km}}{1{,}5 \text{ h}} = 320$ km/h.

Sa vitesse est 320 kilomètres par heure.

3 Le prix au mètre d'un tissu est 4,75 €/m. Gilles en a acheté pour 34,20 €.

Quelle longueur de tissu a-t-il achetée ?

1 m de tissu coûte 4,75 €.

Longueur (en m)	1	7,2
Prix (en €)	4,75	34,2

Gilles a acheté 7,2 mètres de tissu.

4 L'énergie consommée par un appareil électrique est le produit de sa puissance par la durée du fonctionnement.

1) Un aspirateur de puissance 1 200 watts (W) fonctionne durant 0,4 heure (h).

Combien d'énergie (en Wh) a-t-il consommée ?

1 200 W × 0,4 h = 480 Wh.

Cet aspirateur a consommé 480 Wh.

2) Combien d'énergie (en Wh) un réfrigérateur de puissance 150 W consomme-t-il en un jour ?

150 W × 1 jour = 150 W × 24 h = 3 600 Wh.

Ce réfrigérateur a consommé 3 600 Wh.

5 Le département de la Lozère (48) a une population de 77 milliers d'habitants et une superficie de 5 167 kilomètres carrés.

1) Calculer l'arrondi au dixième de la densité de ce département en habitants par kilomètre carré.

$\dfrac{77\,000 \text{ hab}}{5\,167 \text{ km}^2} \approx 14{,}9022$ hab/km².

La densité de la Lozère est environ 14,9 hab/km².

2) Compléter les phrases suivantes.

La densité d'un département est le quotient de sa population exprimée en habitants (hab) par sa superficie exprimée en kilomètres carrés (km²).

La population est une grandeur fondamentale et la superficie est une grandeur produit.

© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

JE REVOIS LE COURS... CHANGEMENTS D'UNITÉS

- Pour les conversions d'unités de longueurs, de masses, de contenances, on multiplie ou on divise par des puissances de 10.
- Pour les conversions d'unités d'aires, on multiplie ou on divise par des puissances de 100.
- Pour les conversions d'unités de volumes, on multiplie ou on divise par des puissances de 1 000.

6 SC Compléter les égalités suivantes.

9 cm² = 900 mm²
15 cm = 150 mm
7 cm³ = 7 000 mm³
18 dL = 180 cL
5 dm² = 50 000 mm²
3 m³ = 3 000 000 cm³
54 kg = 54 000 000 mg
2,5 dam³ = 2 500 000 000 cm³

7 SC Compléter les égalités suivantes.

12 000 cm² = 120 dm²
1 800 dL = 180 L
63 000 dm³ = 63 m³
2,5 mm = 0,25 cm
300 cm³ = 0,3 dm³
90 cm² = 0,009 m²
30 000 mm³ = 0,03 dm³

8 SC Compléter les égalités suivantes.

3 dm³ = 3 L
0,5 L = 0,5 dm³ = 500 cm³
45 cm³ = 0,045 dm³ = 0,045 L = 45 mL
780 cL = 7,8 L = 7,8 dm³ = 0,0078 m³
480 m³ = 480 000 L = 4 800 hL

9 SC Compléter les égalités suivantes.

5 h = 300 min
480 s = 8 min
3,4 h = 3 h + 0,4 × 60 min
3,4 h = 3 h 24 min
7,15 min = 7 min + 0,15 × 60 s
7,15 min = 7 min 9 s
9 h 39 min = 9 h + 39 × $\frac{1}{60}$ h = 9,65 h

10 SC **1)** Compléter chaque égalité.

1 km = 1 000 m et 1 h = 3 600 s

112, 5 km/h = $\frac{112\,500}{3\,600}$ m/s = 31,25 m/s

9,4 m/s = $\frac{9{,}4 \times 3\,600}{1\,000}$ km/h = 33,84 km/h

2) Compléter chaque égalité.

45 km/h = 12,5 m/s
45 m/min = 0,75 m/s
9,5 m/s = 34,2 km/h
76 m/min = 4,56 km/h

11 Le débit d'une source est 24 L/min.

1) Exprimer ce débit en m³/h.

1 m³ = 1 000 dm³ = 1 000 L et 1 h = 60 min.
24 L/min = 24 × 60 L/h = 1 440 L/h.
24 L/min = 1,44 m³/h.

2) Exprimer ce débit en cm³/s.

1 L = 1 dm³ = 1 000 cm³ et 1 min = 60 s.
24 L/min = 24 000 cm³/min.
24 L/min = 24 000 : 60 cm³/s = 400 cm³/s.

12 Une guirlande électrique comprend 12 ampoules de puissance 15 W chacune.
Cette guirlande est allumée durant 8 heures.
Calculer l'énergie consommée par cette guirlande exprimée en kilojoules (kJ).
On donne 1 kJ = 1 kWs.

Puissance de la guirlande :
12 × 15 W = 180 W = 0,18 kW.
Énergie consommée :
E = 0,18 kW × 8 h = 0,18 kW × 8 × 3 600 s.
E = 5 184 kWs = 5 184 kJ.
Cette guirlande a consommé 5 184 kilojoules.

© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.

Questions à Choix Multiples

Pour chacune des questions suivantes, entourer la (ou les) bonne(s) réponse(s).

Attention : Il peut y avoir plusieurs réponses exactes pour chaque énoncé ! Les trouver toutes.

Énoncé	A	B	C	D
13 Un exemple de grandeur quotient est	une vitesse	un volume	le débit d'une rivière	une température
14 Un exemple de grandeur produit est	une vitesse	une aire	une puissance électrique	une énergie consommée
15 Une voiture parcourt 143,75 km en 1 h 15 min. Sa vitesse moyenne est	125 km/h	115 km/h	environ 180 km/h	environ 100 km/h
16 Une pompe électrique de puissance 1 200 watts fonctionne durant 5 heures. Sa consommation électrique est	240 W/h	6 000 Wh	6 000 W/h	6 kWh
17 Une tôle est vendue 32 €/m². Le prix d'une plaque rectangulaire de longueur 2,5 m et de largeur 1,8 m est	144 €	4,50 €	80 €	57,60 €
18 Une aire de 500 cm² est égale à	5 000 mm²	50 000 mm²	5 dm²	5 m²
19 Un volume de 8 cm³ est égal à	8 000 mm³	800 mm³	0,008 dm³	0,8 dm³
20 Un débit de 25 L/s est égal à	1 500 L/min	1,5 m³/min	90 m³/h	9 000 L/h
21 Une vitesse de 72 km/h est égale à	1 200 m/min	259,2 m/s	0,02 m/s	20 m/s
22 Un cargo transporte trois-cents tonnes de marchandises sur une distance de mille-cinq-cents kilomètres. Le trafic de marchandises exprimé en tonnes-kilomètres est	0,2	5	450 000	1 200

© Hachette Livre, 2012, Mathématiques 3e, Collection PHARE, Cahier d'activités. La photocopie non autorisée est un délit.