Collection

La Perle du Succes

MATHEMATIQUES TROISIEME

Auteur

AVIANSOU C. Brice Espoir

Version revue et corrigee

LaTeX Prod

17 septembre 2019

Programme de Mathématiques de la classe de Troisième/ APC BENIN

SA 1 : Triangles

1. Nombres réels
2. Valeur absolue
3. Propriétés de Thalès relatives au triangle
4. Triangles semblables
5. Triangle rectangle
6. Trigonométrie
7. Angles et cercles

SA 2 : Configurations de l'espace

1. Cône
2. Sections planes

SA 3 : Calcul littéral

1. Polynômes
2. Multiplication d'un vecteur par un réel
3. Calculs sur les coordonnées d'un vecteur
4. Équation de droite
5. Équation - Inéquation

SA 4 : Organisation des données

1. Applications affines
2. Applications linaires
3. Statistique

Sommaire

1 TRIANGLES **1**

1 Nombres réels . . . 1

1.1 Ensemble des nombres réels - Racine carrée . . . 1

1.2 Puissance à exposant entier relatif d'un nombre réel non nul . . . 1

1.3 Calculs comportant des radicaux . . . 2

1.4 Construction d'un segment de longueur $\sqrt{a}$ $(a > 0)$ . . . 2

1.5 Développement, réduction et factorisation des expressions comportant des radicaux . . . 2

1.6 Expressions conjuguées - Écriture d'un quotient sans radical au dénominateur . . . 2

1.7 Comparaison des nombres réels . . . 3

1.8 Encadrement . . . 3

Exercices . . . 4

2 Valeur absolue . . . 5

2.1 Distance de deux nombres réels . . . 5

2.2 Intervalles de $\mathbb{R}$ . . . 5

Exercices . . . 6

3 Propriétés de Thalès relatives au triangle . . . 7

3.1 Propriété de Thalès . . . 7

3.2 Conséquence de la propriété de Thalès . . . 7

3.3 Réciproque de la propriété de Thalès . . . 7

3.4 Construction de la quatrième proportionnelle à partir de trois longueurs x, y et z . . . 8

Exercices . . . 9

4 Triangles semblables . . . 10

Exercices . . . 11

5 Triangle rectangle . . . 11

Exercices . . . 12

6 Trigonométrie . . . 13

Exercices . . . 15

7 Angles et cercles . . . 16

Exercices . . . 18

2 CONFIGURATIONS DE L'ESPACE **19**

1 Cône . . . 19

1.1 Représentation et description d'un cône de révolution . . . 19

1.2 Aires et volume d'un cône de révolution . . . 19

Exercices . . . 20

2 Sections planes . . . 21

2.1 Section d'un cône circulaire droit par un plan parallèle à sa base . . . 21

2.2 Section d'une pyramide régulière . . . 22

Exercices . . . 23

3 CALCUL LITTÉRAL **24**
1 Polynômes . . . 24
1.1 Notion de polynôme . . . 25
1.2 Calcul sur les polynômes . . . 25
Exercices . . . 26
2 Multiplication d'un vecteur par un réel . . . 27
2.1 Sommes de deux vecteurs . . . 27
2.2 Définition du produit d'un vecteur par un réel . . . 27
2.3 Vecteurs colinéaires . . . 27
2.4 Vecteurs directeurs d'une droite . . . 27
2.5 Caractérisation de l'alignement de trois points par une égalité vectorielle . . . 28
2.6 Caractérisation du parallélisme de deux droites par une égalité vectorielle . . . 28
2.7 Vecteurs orthogonaux . . . 28
Exercices . . . 29
3 Calculs sur les coordonnées de vecteurs . . . 30
3.1 Coordonnées d'un vecteur . . . 30
3.2 Conditions de colinéarité de deux vecteurs . . . 31
3.3 Calcul dans un repère orthonormé . . . 31
Exercices . . . 32
4 Équations de droite . . . 33
4.1 Équations du premier degré dans $\mathbb{R}$ . . . 33
4.2 Équations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ . . . 33
4.3 Équations cartésiennes d'une droite . . . 33
4.4 Coefficient directeur d'une droite . . . 33
4.5 Construction d'une droite connaissant son coefficient directeur et un de ses points . . . 34
Exercices . . . 35
5 Équations-Inéquations . . . 36
5.1 Inéquations du premier degré dans $\mathbb{R}$ . . . 36
5.2 Systèmes de deux équations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ . . . 36
5.3 Inéquations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ . . . 36
5.4 Systèmes d'inéquations dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ . . . 37
Exercices . . . 38

4 ORGANISATION DES DONNÉES **39**
1 Application affine . . . 39
1.1 Définition . . . 39
1.2 Reconnaissance et détermination . . . 39
1.3 Sens de variation . . . 40
Exercices . . . 41
2 Application linéaire . . . 42
Exercices . . . 43
3 Statistique . . . 44
Exercices . . . 45

« Les mathématiques ne sont pas préjudiciables aux pulsions de vie »
(Paul Möbius)

TRIANGLES

Situation de départ :

Texte :
Le conseil communal de Kata, dès son installation a fait réaliser le lotissement de l'un de ses villages DUNIA.
Pour la construction des infrastructures d'utilité publique (route, école, marché, terrain de sport, centre de santé, jardins publics, espaces verts.), il a été prélevé 40% de la superficie initiale de chaque parcelle des propriétaires terriens.
Le conseil communal a fait aménager un jardin public de forme circulaire de $120m$ de diamètre.
Au centre de ce jardin, un obélisque a été érigé. Bio possédait un terrain rectangulaire de $15m$ sur $35m$. A l'issue des travaux de recasement, il lui a été attribué un terrain carré.
Baké, l'une des filles de Bio, se préoccupe de connaître les dimensions de la parcelle attribuée à son père. Par ailleurs, impressionnée par la beauté du nouvel environnement créé au niveau du jardin public, elle se demande quelle peut bien être la hauteur de l'obélisque.

Tâche :
Tu vas te construire de nouvelles connaissances en mathématiques. Pour cela, tu auras tout au long de la situation d'apprentissage à :

- Exprimer ta perception de chacun des problèmes posés;
- Analyser chacun des problèmes posés;
- Mathématiser chacun des problèmes posés;
- Opérer sur l'objet mathématique que tu as identifié pour chaque problème;
- Améliorer au besoin ta production.

Activité 0

- Lis le texte de la situation de départ.
- Reformule le problème ou la situation-problème en tes propres termes.
- Formule toutes les idées et questions que t'inspire la situation de départ.
- Reconnais des situations similaires.
- Anticipe éventuellement sur la réponse au problème.

1 Nombres réels

Activité 1.1

Baké, à la vue de la parcelle carrée attribuée à son père, se préoccupe de connaître les dimensions de celle-ci.

1.1 Ensemble des nombres réels - Racine carrée

Consigne 1.1

1. Calcule l'aire de l'ancienne parcelle de Bio puis déduis l'aire de la nouvelle parcelle carrée.
2. Peux-tu trouver un nombre rationnel représentant la longueur du côté de la nouvelle parcelle carrée?

Consigne 1.2

ABC est un triangle rectangle en A tel que $AB = 3cm$ et $AC = 5cm$.
Calcule la longueur BC.

Consigne 1.3

Complète les pointillés par les symboles $\in$, $\notin$, $\subset$ ou $\not\subset$.

$\sqrt{8}\cdots\mathbb{R}$ $\quad\pi\cdots\mathbb{R}$ $\quad 1\cdots\mathbb{R}_-$ $\quad -\sqrt{0,09}\cdots\mathbb{R}_+$ $\quad -\sqrt{12}\cdots\mathbb{Q}$
$\sqrt{0,09}\cdots\mathbb{R}_+$ $\quad\sqrt{5}\cdots\mathbb{R}_*$ $\quad\sqrt{2}\cdots\mathbb{R}_+$

1.2 Puissance à exposant entier relatif d'un nombre réel non nul

Consigne 1.4

Simplifie les expressions suivantes :
$A = (7+4\sqrt{3})^{2005} \times (7-4\sqrt{3})^{2004}$
$B = \dfrac{(2\sqrt{6}-5)^{-19}}{(2\sqrt{6}-5)^{-20}}$
$C = \left(\dfrac{3}{7}\right)^{-22} \times \left(\dfrac{7}{3}\right)^{-18} \times \left(\dfrac{3}{7}\right)^{4}.$

1.3 Calculs comportant des radicaux

Consigne 1.5

En utilisant les définitions de la racine carrée et de la puissance avec a et b réels strictement positifs :

1. Calcule $\left(\sqrt{ab}\right)^2$ et $\left(\sqrt{a}\times\sqrt{b}\right)^2$ et déduis-en que $\sqrt{ab}=\sqrt{a}\times\sqrt{b}$.
2. Calcule $\left(\sqrt{\frac{a}{b}}\right)^2$ et $\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2$ et déduis-en $\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.
3. Calcule $\sqrt{144}+\sqrt{25}$ et $\sqrt{144+25}$. Que constates-tu ?

Consigne 1.6

Écris plus simplement : $\sqrt{50}\times\sqrt{2}$; $\sqrt{3}\times\sqrt{12}$; $\sqrt{0{,}36}$; $\sqrt{\frac{16}{25}}$; $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}}$.

Consigne 1.7

1. Écris les nombres suivants sous la forme $a\sqrt{b}$ (b le plus petit possible) : $\sqrt{8}$; $\sqrt{75}$; $\sqrt{108}$; $\sqrt{40}$; $\sqrt{27}$.
2. Simplifie le plus petit possible les écritures suivantes :

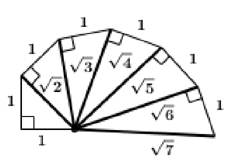
$$A=5\sqrt{24}-\sqrt{54}+2\sqrt{150}$$
$$B=-3\sqrt{63}+3\sqrt{27}-3\sqrt{288}$$

1.4 Construction d'un segment de longueur $\sqrt{a}$ $(a>0)$

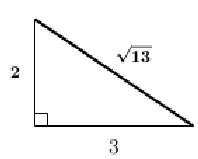
Retenons

Pour construire un segment de longueur $\sqrt{a}$ $(a>0)$, on peut utiliser :

- L'escargot de Pythagore

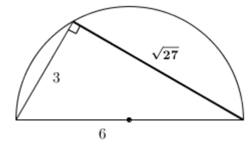


- Un triangle rectangle connaissant les longueurs x et y des côtés de l'angle droit.
  On a : $\sqrt{a}=\sqrt{x^2+y^2}$
  Exemple : Segment de longueur $\sqrt{13}$



$\sqrt{13}=\sqrt{2^2+3^2}$

- Un triangle rectangle connaissant la longueur x de l'hypoténuse et la longueur y de l'un des côtés de l'angle droit.
  On a : $\sqrt{a}=\sqrt{x^2-y^2}$
  Exemple : Segment de longueur $\sqrt{27}$



$\sqrt{27}=\sqrt{6^2-3^2}$

1.5 Développement, réduction et factorisation des expressions comportant des radicaux

Produits remarquables

Soit a et b deux nombres réels non nuls.

- $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
- $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
- $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$

Consigne 1.8

1. Développe puis écris plus simplement :
   (a) $3\sqrt{2}(\sqrt{7}-\sqrt{2})$
   (b) $(2+7\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})$
   (c) $\left(\sqrt{7}+\sqrt{2}\right)^2$
   (d) $(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})$
2. Factorise les expressions suivantes :
   (a) $A=7-x^2$
   (b) $B=3x^2-25$
   (c) $C=4x^2-4x\sqrt{5}+5$

1.6 Expressions conjuguées - Écriture d'un quotient sans radical au dénominateur

Consigne 1.9

1. Donne l'expression conjuguée de :
   $-2+\sqrt{2}$; $\sqrt{6}-2\sqrt{5}$; $-3\sqrt{5}-1$; $2+\sqrt{7}$
2. Trouve une écriture sans radical au dénominateur de chacun des quotients suivants :
   $\frac{1}{\sqrt{2}}$; $\frac{-10}{3\sqrt{5}}$; $\frac{1}{\sqrt{2}+1}$; $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

1.7 Comparaison des nombres réels

Consigne 1.10

Compare :

1. $7\sqrt{5}$ et $3\sqrt{2}$
2. $\sqrt{13}$ et $\sqrt{41}$
3. $11+\sqrt{7}$ et $5+\sqrt{2}$

Consigne 1.11

1. Soit a et b deux réels positifs tels que $a<b$.
   (a) Détermine les signes de : $a-b$; $a+b$ et $(a-b)(a+b)$.
   (b) Déduis-en que quels que soient les réels positifs a et b tels que $a<b$, on a : $a^2<b^2$.
2. Soit a et b deux réels négatifs tels que $a<b$.
   (a) Détermine les signes de : $a-b$; $a+b$ et $(a-b)(a+b)$.
   (b) Déduis-en que quels que soient les réels négatifs a et b tels que $a<b$, on a : $a^2>b^2$.
3. Soit a et b deux réels de même signe tels que $a<b$, $a\neq 0$ et $b\neq 0$.
   (a) Détermine les signes de : $b-a$; ab et $\frac{b-a}{ab}$.
   (b) Déduis-en que quels que soient les réels a et b tels que $a<b$, on a : $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$.

Consigne 1.12

1. Compare :
   (a) 7 et $4\sqrt{3}$
   (b) $-3\sqrt{5}$ et $-2\sqrt{3}$
   (c) $\frac{1}{21}$ et $\frac{1}{5}$
2. Déduis-en le signe de $7-4\sqrt{3}$.

1.8 Encadrement

Consigne 1.13

Sachant que $1,414\leq\sqrt{2}\leq 1,415$ et $1,732\leq\sqrt{3}\leq 1,733$,

1. Donne un encadrement de $2\sqrt{2}+5$, de $3\sqrt{3}+\sqrt{2}$ et de $1-2\sqrt{3}$ par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre deux.
2. Donne un encadrement de $-4\sqrt{3}$ et de $\frac{1}{2\sqrt{2}+5}$ par deux nombres décimaux d'ordre deux.

.

Exercices

01 Calcule :

$$A = \sqrt{78+\sqrt{4+\sqrt{19+\sqrt{32+\sqrt{13+\sqrt{9}}}}}}$$

$$B = \sqrt{15+\sqrt{17+\sqrt{67-\sqrt{11-\sqrt{4}}}}}$$

02 On considère les nombres réels suivants :
$A = 1+\sqrt{3}$ et $B = 1-\sqrt{3}$.

1. Démontre que $A > 0$ et $B < 0$.
2. Calcule A^2, B^2 et $A \times B$.
3. Donne un encadrement de $A+2B$ par des nombres décimaux d'ordre 2, sachant que : $1,732 < \sqrt{3} < 1,733$.

03

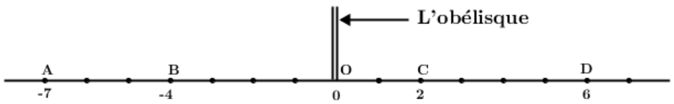
1. Démontre que $A = \sqrt{63}+\sqrt{147}-7\sqrt{3}-\dfrac{21}{\sqrt{7}}$ est un nombre entier que l'on déterminera.
2. On donne $E = 3-2\sqrt{2}$, $F = 2\sqrt{2}-1$ et $G = \dfrac{E}{F}$.
   (a) Compare E et F.
   (b) Écris G sous la forme $A + b\sqrt{2}$ où a et b sont des nombres rationnels à préciser.
3. Donne un encadrement de G à 10^{-2} près sachant que : $1,41 < \sqrt{2} < 1,42$.

04

2 Valeur absolue

Activité 1.2

Baké décide d'étudier les différentes positions prises par le sommet de l'ombre de l'obélisque sur un plan horizontal par rapport au pied O (origine) de l'obélisque.
Soit A, B, C et D ces différentes positions du sommet de l'obélisque à certaines heures de la journée comme l'indique la figure suivante.



2.1 Distance de deux nombres réels

Consigne 2.1

1. Aide Baké à connaître la distance qui sépare chacun de ces points au pied de l'obélisque.
2. Donne la distance du point A au point C.

Consigne 2.2

Calcule puis compare :

$\sqrt{(-4)^2}$ et $|-4|$

$\sqrt{(4)^2}$ et $|4|$

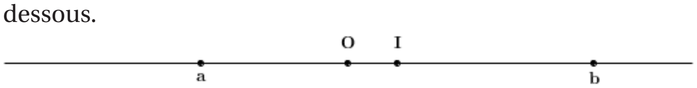
Consigne 2.3

1. Donne la distance de 4 à $3\sqrt{2}$.
2. Calcule : $A = \sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} - \sqrt{(2+\sqrt{3})^2} + d\left(1; 2\sqrt{3}\right)$.

2.2 Intervalles de $\mathbb{R}$

Consigne 2.4

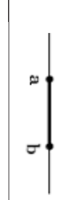
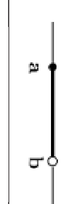
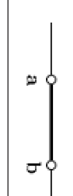
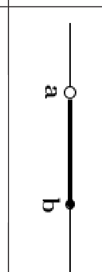
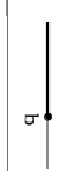
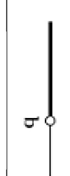
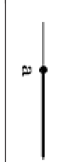
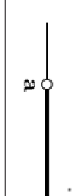
On considère une droite graduée (D) de repère $(O; I)$ représentant l'ensemble des nombres réels comme l'indique la figure ci-dessous.



1. Trace en rouge l'ensemble des nombres inférieurs à a.
2. Trace en bleu l'ensemble des nombres supérieurs à b.
3. Trace en vert l'ensemble des nombres compris entre a et b.
4. Propose un encadrement qui caractérise chaque ensemble.

Vocabulaire

a et b sont des nombres réels tels que $a < b$.
Les nombres a et b sont les bornes de chacun des nombres suivants : $[a;b]$, $[a;b[$, $]a;b[$, $]a;b]$.

Écriture	Lecture	Ensemble des x tels que	Représentation
$[a;b]$	intervalle fermé a, b	$a \leq x \leq b$	
$[a;b[$	intervalle fermé a, ouvert b	$a \leq x < b$	
$]a;b[$	intervalle ouvert a, ouvert b	$a < x < b$	
$]a;b]$	intervalle ouvert a, fermé b	$a < x \leq b$	
$]\longleftarrow;b]$	intervalle des nombres inférieurs ou égaux à b	$x \leq b$	
$]\longleftarrow;b[$	intervalle des nombres plus petits que b	$x < b$	
$[a;\longrightarrow[$	intervalle des nombres supérieurs ou égaux à a	$x \geq a$	
$]a;\longrightarrow[$	intervalle des nombres plus grands que a	$x > a$	

Consigne 2.5

1. Représente sur une droite graduée les intervalles suivants :
   $[-9;14]$ $\quad]4;8]$ $\quad [7;\longrightarrow[$ $\quad]\longleftarrow;12]$
2. Écris sous forme d'intervalle chacun des ensembles des nombres définis par :
   $x \leq 5$ $\quad x > -4$ $\quad -11 \leq x < 0$ $\quad -5 < x \leq 8$ $\quad 21 > x$

3. Traduis à l'aide d'inégalités :

$x \in]-6;5]$	$x \in]\longleftarrow;7[$
$x \in [5;\longrightarrow[$	$x \in]-9;-3[$

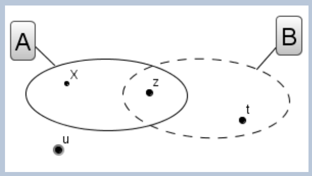
Consigne 2.6

On considère les nombres réels $x = 2\sqrt{2}$ et $y = 1 - 4\sqrt{2}$.

1. Dis si les écritures suivantes sont des intervalles.
   $[x;-7[$; $]y;x[$.
2. Si oui, détermine l'amplitude de chacun de ces intervalles.

Consigne 2.7

On donne le diagramme ci-contre. Le tableau ci-dessous précise l'appartenance ou la non appartenance des éléments x ; z ; t et u aux ensembles A ; B ; $A \cap B$ et $A \cup B$.



Complète ce tableau.

	A	B	$A \cap B$	$A \cup B$
x	$x \in A$	$x \notin B$	$x \cdots\cdots$	$x \cdots\cdots$
z	$z \cdots\cdots$	$z \cdots\cdots$	$z \in A \cap B$	$z \cdots\cdots$
t	$t \cdots\cdots$	$t \in B$	$t \notin A \cap B$	$t \cdots\cdots$
u	$u \cdots\cdots$	$u \cdots\cdots$	$u \cdots\cdots$	$u \notin A \cup B$

Consigne 2.8

Représente sur une droite graduée et écris plus simplement :

1. $]-3;17[\cap]8;\longrightarrow[$
2. $[-4;9[\cap[0;11]$
3. $]\longleftarrow;12[\cup]2;\longrightarrow]$
4. $]9;15[\cup]-1;11[$

Exercices

01 On considère les nombres réels a et b suivants : $a = 4\sqrt{5} - 9$ et $b = 4\sqrt{5} + 9$.

1. Calcule a^2, b^2, $a \times b$ et $\dfrac{a}{b}$.
2. Étudie le signe de chacun des nombres a et b.
3. Écris au moyen d'un seul radical les nombres $x = \sqrt{161 - 72\sqrt{5}}$ et $y = \sqrt{161 + 72\sqrt{5}}$.
4. Calcule $d(a,b)$.

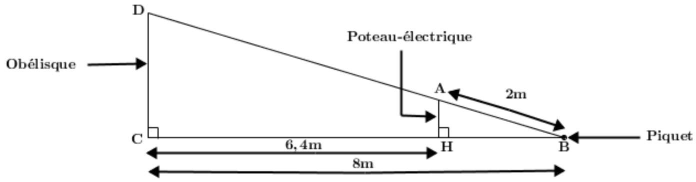
02

1. On donne les intervalles suivants :
   $A =]-3;1]$; $B = [-4;7[$; $C =]\longleftarrow;5-\sqrt{3}]$;
   $D = [-7-\sqrt{3};\longrightarrow[$.
   (a) Traduis à l'aide d'inégalités l'appartenance de x à chacun de ces intervalles.
   (b) Écris plus simplement : $A \cap B$; $C \cap D$ et $A \cup C$;
2. x et y désignent des nombres réels tels que : $-3 \leq -2x + 5 \leq 2$ et $4 + 3y < 7y - 5$.
   (a) Trouve les inégalités que vérifient x et y.
   (b) Traduis les inégalités par des intervalles.

3 Propriétés de Thalès relatives au triangle

Activité 1.3

Baké, lors de sa promenade dans le jardin, heurte son pied contre un piquet situé sur le même plan horizontal que l'obélisque à $8m$ de celui-ci. Un câble tendu de $10m$ de long relie le piquet au sommet de l'obélisque tout en le maintenant dans la position verticale et passe aussi par le sommet d'un poteau électrique comme l'indique la figure suivante :



Baké constate que le point A est à $2m$ du piquet et l'ensemble obélisque-poteau-piquet forme deux triangles DCB et AHB.
Il s'interroge sur la hauteur du poteau et la ressemblance de ces deux triangles.

3.1 Propriété de Thalès

Consigne 3.1

1. Justifie que les droites (AH) et (CD) sont parallèles.
2. Compare les rapports $\dfrac{BH}{BC}$ et $\dfrac{BA}{BD}$.

Consigne 3.2

On considère maintenant un triangle quelconque ABC. M et N sont respectivement deux points des droites (AB) et (AC) tels que les droites (MN) et (BC) soient parallèles. En te servant de la perpendiculaire (Δ) à (BC) passant par A et du résultat de la consigne 1.3.1, justifie que : $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC}$.
Tu envisageras chacune des figures ci-après.

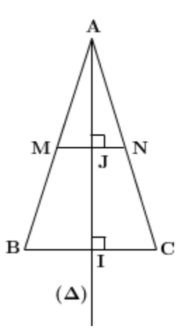


Figure 1

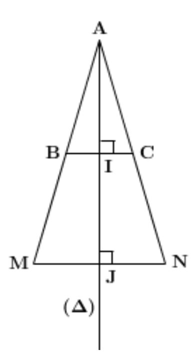


Figure 2

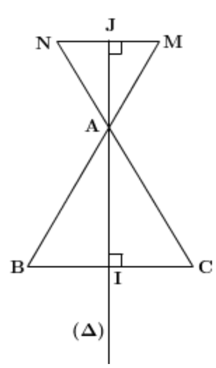


Figure 3

3.2 Conséquence de la propriété de Thalès

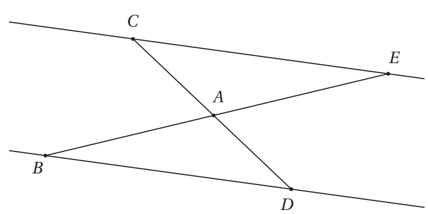
Consigne 3.3

ABC est un triangle. $M \in [AB]$, $N \in [AC]$ tels que $(MN) \parallel (BC)$.

1. Trace la droite (Δ) passant par A et parallèle à (BC) puis marque sur (Δ) les points I et J tels que (IN) et (JC) soient parallèles à (AB).
2. Justifie que $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC}$ puis $\dfrac{AN}{AC} = \dfrac{AI}{AJ}$.
3. Déduis-en que $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC} = \dfrac{MN}{BC}$.

Consigne 3.4

Les droites (CD) et (BE) sont sécants en A. Les droites (CE) et (BD) sont parallèles.
$AC = 4,5cm$; $AB = 7cm$; $CE = 10cm$ et $AD = 10,5cm$.



Détermine AE et BD.

3.3 Réciproque de la propriété de Thalès

Consigne 3.5

Dans chacun des cas des figures ci-dessous, ABC est un triangle, M est un point de (AB) et M' un point de (AC) tels que : $AB = 40$; $AC = 35$; $AM = 16$ et $AM' = 14$. L'unité de longueur est le cm.

1. Compare les quotients $\dfrac{AM}{AB}$ et $\dfrac{AM'}{AC}$.
2. Observe les figures ci-après et dis dans quel(s) cas l'ordre d'alignement des points A, M, B est le même que l'ordre d'alignement des points A, M', C.

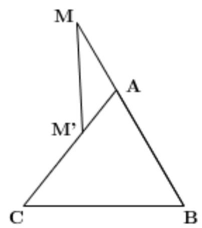


Figure 1

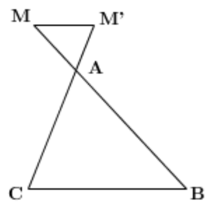


Figure 2

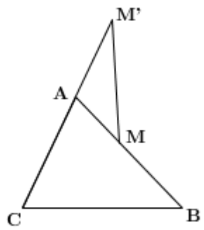


Figure 3

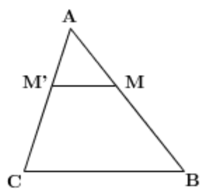
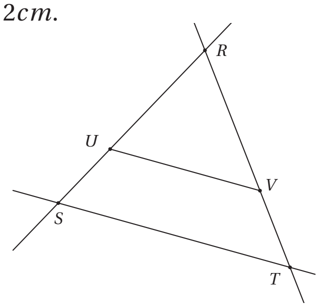


Figure 4

> **Information**
> Lorsque les conditions des questions 1. et 2. sont réunies, on dit que les droites (MM') et (BC) sont parallèles.

Consigne 3.6

Sur la figure ci-dessous, $RU = 9cm$, $RT = 8cm$, $US = 3cm$ et $VT = 2cm$.



Démontre que les droites (UV) et (ST) sont parallèles.

3.4 Construction de la quatrième proportionnelle à partir de trois longueurs x, y et z

Consigne 3.7

Trace deux demi-droites de même origine O; sur l'une, marque les points A et C tels que $OA = x$ et $OC = y$. Sur l'autre, marque le point B tel que $OB = z$.

1. Construis la parallèle à (AB) passant par C; elle coupe (OB) en D.

2. Que représente la longueur OD par rapport à : x, y et z?

Exercices

01 MAN est un triangle tel que $MN = 9cm$; $AM = 4,5cm$ et $AN = 6cm$. B est un point du segment $[AM]$ tel que $AB = 3cm$ et C celui de $[AN]$ tel que $AC = 4cm$.

1. Fais une figure.
2. (a) Démontre que $(BC)//(MN)$.
   (b) Déduis-en la longueur de $[BC]$.
3. La parallèle à la droite (CM) passant par N coupe la droite (AM) en D.
   (a) Démontre que $\frac{AB}{AM} = \frac{AM}{AD}$.
   (b) Calcule AD.

02

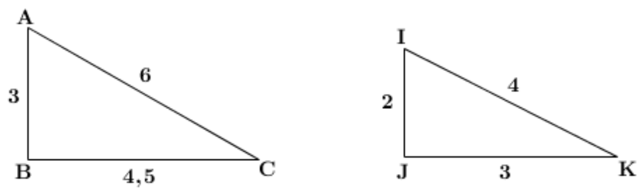
4 Triangles semblables

Activité 1.4

Baké veut comprendre la notion de triangles semblables et les propriétés qui concourent à sa démonstration.

Consigne 4.1

On considère les triangles ABC et IJK ci-après.



1. Compare les rapports $\dfrac{AB}{IJ}$; $\dfrac{BC}{JK}$ et $\dfrac{AC}{IK}$.

2. Que peux-tu dire des longueurs des côtés du triangle ABC par rapport à celles des côtés du triangle IJK ?

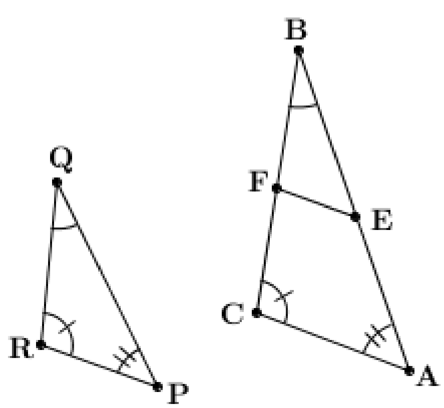
Consigne 4.2

1. En te basant sur la figure de l'activité 1.3, justifie que $\dfrac{BA}{BD} = \dfrac{BH}{BC} = \dfrac{AH}{DC}$.
   Que peux-tu dire des triangles AHB et DCB ?

2. Compare les angles des triangles AHB et DCB.

Consigne 4.3

ABC et PQR sont deux triangles tels que : $mes\widehat{P} = mes\widehat{A}$; $mes\widehat{Q} = mes\widehat{B}$; $mes\widehat{R} = mes\widehat{C}$.
On veut établir que les triangles PQR et ABC sont semblables. Pour cela, on marque les points F milieu de $[BC]$ et E milieu de $[BA]$ tels que $BF = QR$ et $BE = QP$.

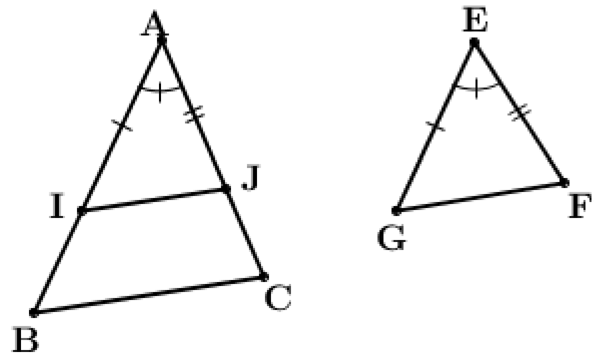


1. Justifie que les triangles PQR et EBF sont superposables puis déduis-en que $RP = FE$.

2. Justifie que les droites (FE) et (CA) sont parallèles.

3. Déduis-en que les triangles PQR et ABC sont semblables.

Consigne 4.4



Les triangles ABC et EFG sont tels que $\dfrac{EF}{AC} = \dfrac{EG}{AB}$ et $mes\widehat{BAC} = mes\widehat{FEG}$.

1. Justifie que les triangles AIJ et EFG sont superposables puis déduis-en que $IJ = FG$.

2. Justifie que les droites (IJ) et (BC) sont parallèles.

3. Déduis-en que les triangles ABC et EFG sont semblables.

Exercices

01 ABC est un triangle tel que $AC = 3\sqrt{3}cm$.
Le point J appartient au côté $[AC]$ tel que $CJ = \sqrt{3}cm$.
(D) est la droite passant par le point C et parallèle à la droite (AB). La droite passant par J et parallèle à la droite (BC) coupe la droite (AB) au point I et la droite (D) au point K.

1. Démontre que les triangles ABC et JCK sont semblables.
2. Cite les sommets homologues de ces triangles.
3. Calcule le rapport de similitude du triangle ABC au triangle JCK.

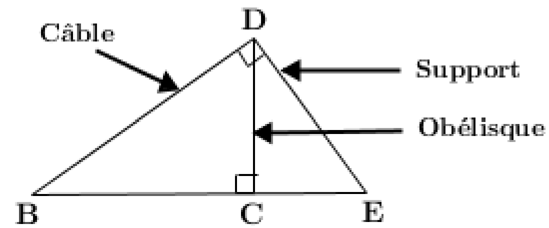
02 On considère le triangle ABC tel que $AB = 4,5cm$; $BC = 4cm$ et $AC = 3cm$. M est un point du segment $[AB]$ tel que $AM = 1,5cm$. La parallèle à (AC) passant par M coupe la droite (BC) en F.

1. Fais une figure.
2. Démontre que les triangles BMF et ABC sont semblables.
3. Calcule le rapport de similitude du triangle BMF au triangle ABC.

5 Triangle rectangle

Activité 1.5

Afin de maintenir l'obélisque en équilibre contre les aléas climatiques, l'entrepreneur place un second support comme l'indique la figure suivante :



Baké souhaite connaître les longueurs des supports utilisés.

Consigne 5.1

DBE est un triangle rectangle en D. $[DC]$ est la hauteur issue de D.

1. (a) Démontre que les triangles DBE et CDE sont semblables.
   (b) Déduis-en que $DE^2 = BE \times CE$ et $DB \times DE = DC \times BE$. (On pourra utiliser le rapport de similitude)
2. (a) Démontre que les triangles DBE et DBC sont semblables.
   (b) Déduis-en que $DB^2 = BE \times BC$.
3. (a) Démontre que les triangles DBC et CDE sont semblables.
   (b) Déduis-en que $DC^2 = BC \times CE$

Ces relations sont appelées les relations métriques du triangle BDE.

Consigne 5.2

OPG est un triangle rectangle en O tel que $OG = 4cm$ et $PG = 10cm$. On appelle K le projeté orthogonal de O sur (PG) et I le milieu du segment $[PG]$.
Calcule les longueurs OP , PK , GK , OK , OI.

Consigne 5.3

1. Trace deux segments $[AB]$ et $[CD]$.
2. Donne un programme permettant de construire deux segments $[EF]$ et $[GH]$ tels qu'on ait :
   (a) $AB \times CD = EF \times GH$
   (b) $AB \times EF = CD \times GH$
3. Construis un segment $[MN]$ tel que $MN = \sqrt{AB \times CD}$.

Exercices

01

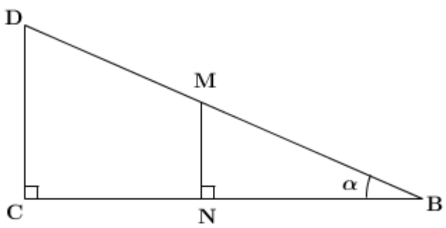
02

03

6 Trigonométrie

Activité 1.6

Baké observe en B et sous un angle α l'électricien placé un autre poteau électrique $[MN]$ comme l'indique la figure suivante.



Retenons : *Rapports trigonométriques d'un angle*

En considérant le triangle NBM rectangle en N,

- Le rapport $\dfrac{BN}{BM}$ est appelé **cosinus** de l'angle $\widehat{NBM}$ et on note $cos\widehat{NBM}$.
- Le rapport $\dfrac{NM}{BM}$ est appelé **sinus** de l'angle $\widehat{NBM}$ et on note $sin\widehat{NBM}$.
- Le rapport $\dfrac{NM}{BN}$ est appelé **tangente** de l'angle $\widehat{NBM}$ et on note $tan\widehat{NBM}$.
- Le rapport $\dfrac{BN}{NM}$ est appelé **cotangente** de l'angle $\widehat{NBM}$ et on note $cotan\widehat{NBM}$.

Les rapports $\dfrac{BN}{BM}$, $\dfrac{NM}{BM}$, $\dfrac{NM}{BN}$ et $\dfrac{BN}{NM}$ sont appelés **rapports trigonométriques** de l'angle $\widehat{NBM}$.
Si α désigne la mesure en degré de l'angle $\widehat{NBM}$, les valeurs $cos\widehat{NBM}$, $sin\widehat{NBM}$, $tan\widehat{NBM}$ et $cotan\widehat{NBM}$ sont notés respectivement $cos\alpha$, $sin\alpha$, $tan\alpha$ et $cotan\alpha$.

Consigne 6.1

Soit SBT un triangle rectangle en T tel que $BS = 3cm$; $BT = \sqrt{3}cm$ et $SB = 2\sqrt{3}cm$.
Calcule les rapports trigonométriques de l'angle $\widehat{BTS}$.

Consigne 6.2

On considère les figures suivantes.

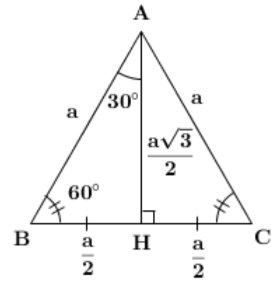


Figure 1

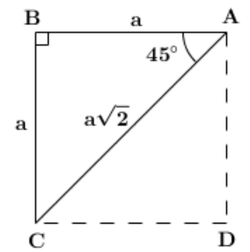


Figure 2

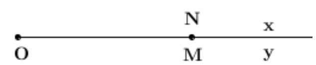


Figure 3

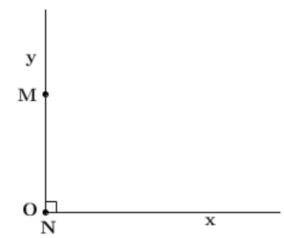


Figure 4

1. Pour la figure 1 :
   (a) Détermine $sin\widehat{BAH}$; $cos\widehat{BAH}$; $tan\widehat{BAH}$ et $cotan\widehat{BAH}$.
   Déduis-en $sin30°$; $cos30°$; $tan30°$ et $cotan30°$.
   (b) Détermine $sin\widehat{ABH}$; $cos\widehat{ABH}$; $tan\widehat{ABH}$ et $cotan\widehat{ABH}$.
   Déduis-en $sin60°$; $cos60°$; $tan60°$ et $cotan60°$.
2. Pour la figure 2, détermine $sin\widehat{BAC}$; $cos\widehat{BAC}$; $tan\widehat{BAC}$ et $cotan\widehat{BAC}$.
   Déduis-en $sin45°$; $cos45°$; $tan45°$ et $cotan45°$.
3. (a) Détermine les rapports trigonométriques de l'angle $\widehat{xOy}$ dans chacun des cas figure 3 et figure 4.
   (b) Déduis-en $\sin 0°$; $\cos 0°$; $\tan 0°$ et $\text{cotan}\, 0°$ puis $\sin 90°$; $\cos 90°$; $\tan 90°$ et $\text{cotan}\, 90°$.
4. Reproduis puis complète le tableau ci-dessous :

Mesures d'angle	0°	30°	45°	60°	90°
sin					
cos					
tan					
cotan					

Tableau trigonométriques des angles remarquables

Mesures d'angle α	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	
$\text{cotan}\,\alpha$		$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

Consigne 6.3

CAB est un triangle rectangle en C tel que $mes\widehat{CAB} = \alpha$.

1. Écris la relation de Pythagore relative à ce triangle.
2. Démontre la relation : $\left(\frac{AC}{AB}\right)^2 + \left(\frac{CB}{AB}\right)^2 = 1$.
3. Réécris cette relation à l'aide de $\sin\alpha$ et de $\cos\alpha$.
4. (a) Compare les longueurs des côtés de l'angle droit avec celle de l'hypoténuse.
   (b) Justifie que : $0 < \cos\alpha < 1$ et $0 < \sin\alpha < 1$.
5. Établis que :
   $\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ et $\text{cotan}\,\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$

Consigne 6.4

ABC est un triangle rectangle tel que $\cos\widehat{B} = \frac{1}{4}$.
Calcule $\sin\widehat{B}$, $\tan\widehat{B}$ et $\text{cotan}\,\overrightarrow{B}$.

Consigne 6.5

A l'aide de ta calculatrice, complète le tableau suivant.

α	$62°$			
$sin\alpha$		$0,635$		
$cos\alpha$			$0,927$	
$tan\alpha$				$4,671$
$cotan\alpha$				

On déterminera α à un degré près.

Consigne 6.6

Soit EAU un triangle rectangle en U.

1. Justifie que les angles $\widehat{UAE}$ et $\widehat{UEA}$ sont complémentaires.
2. Écris les rapports trigonométriques de chacun des angles $\widehat{UAE}$ et $\widehat{UEA}$.
3. Trouve une relation qui lie les rapports trigonométriques de l'angle $\widehat{UAE}$ à ceux de l'angle $\widehat{UEA}$.

Consigne 6.7

ABC est un triangle rectangle en A tel que $\cos\widehat{C} = 0,47$.

1. Justifie que les angles $\widehat{B}$ et $\widehat{C}$ sont complémentaires.
2. Déduis-en $\sin\widehat{B}$.

Exercices

01 Soit le triangle ABC tel que $AC = 6cm$; $AB = 9cm$ et $mes\widehat{BAC} = 60°$. H est le projeté orthogonal de C sur la droite (AB).

1. Calcule AH; HC; BH et BC.
2. (a) Calcule $tan\widehat{ABC}$.

   (b) Déduis-en une valeur approchée de la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$.

02

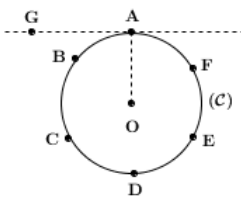
1. Construis un triangle ABC tel que $AB = 5cm$; $AC = 8cm$ et $mes\widehat{BCA} = 33°$. H est le pied de la hauteur issue du sommet A.
2. Calcule les valeurs exactes de AH, HC et HB.
3. Calcule $mes\widehat{ABC}$ et la longueur BC.

03

7 Angles et cercles

Activité 1.7

Le conseil communal de Kata souhaite installer des poteaux électriques sur le pourtour du jardin circulaire puis placer une lampe au sommet de l'obélisque installé au centre du jardin et un autre poteau installé à l'une des entrées comme l'indique la figure ci-dessous.



Les points A, B, C, D, E, F et G représentent les implantations des poteaux électriques et O le pied au sol de l'obélisque.
Dans le soucis de mieux positionner ces poteaux électriques, l'électricien désire connaître le lien qui existe entre la mesure des angles au centre et celle des angles dont le sommet est situé sur le cercle puis connaître la mesure d'un angle au sommet du polygone formé par les poteaux A, B, C, D, E et F situé sur le cercle.

Consigne 7.1

1. Les demi-droites $[OA)$ et $[OB)$ déterminent combien d'angles ? Nomme-les.
2. Que peux-tu dire de la position des sommets des angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{BDF}$ par rapport au cercle $(\mathscr{C})$?
3. Que représente l'arc $\widehat{AC}$ pour chacun des angles $\widehat{AOC}$ et $\widehat{AEC}$?
4. (a) Donne la position des points A ; B ; D et F par rapport au cercle $(\mathscr{C})$.
   (b) Que peux-tu dire du quadrilatère $ABDF$ par rapport au cercle $(\mathscr{C})$?

Consigne 7.2

$(\mathscr{C})$ est un cercle de centre O. A, B et M sont trois points distincts de $(\mathscr{C})$.

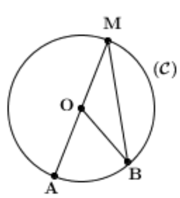


Figure 1

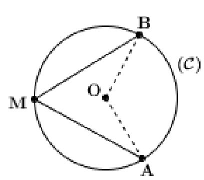


Figure 2

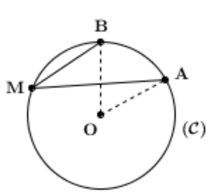


Figure 3

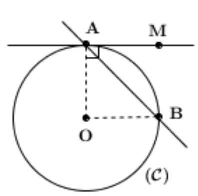


Figure 4

Reproduis puis complète le tableau suivant :

	Angle inscrit	Angle au centre associé	Arc intercepté
Figure 1	$\widehat{AMB}$		
Figure 2	$\widehat{AMB}$		
Figure 3	$\widehat{AMB}$		
Figure 4	$\widehat{MAB}$		

Consigne 7.3

1. En utilisant les figures 1, 2 et 3 de la consigne 2, justifie que : $mes\widehat{AMB} = \frac{1}{2}mes\widehat{AOB}$.
   Indication : *Pour la figure 1, tu pourras considérer le triangle isocèle MOB et pour les figures 2 et 3, tu pourras considérer le diamètre de support (OM).*
2. En utilisant la figure 4, justifie que : $mes\widehat{BAM} = \frac{1}{2}mes\widehat{AOB}$.

Consigne 7.4

$(\mathscr{C})$ est un cercle de centre O.

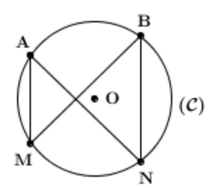


Figure 1

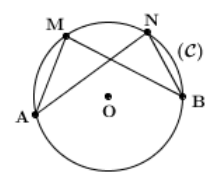


Figure 2

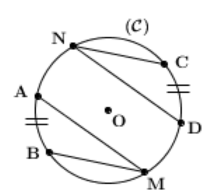
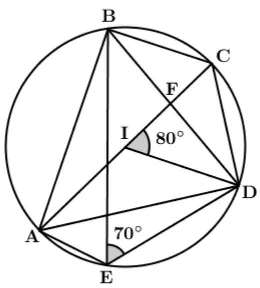


Figure 3

1. En considérant les figures 1 et 2, $\widehat{AMB}$ et $\widehat{ANB}$ sont deux angles inscrits qui interceptent le même arc. Justifie que : $mes\widehat{AMB} = mes\widehat{ANB}$.
2. En considérant la figure 3, $\widehat{AMB}$ et $\widehat{CND}$ deux angles inscrits qui interceptent deux arcs de cercle de même longueur. Justifie que : $mes\widehat{AMB} = mes\widehat{CND}$.

Consigne 7.5

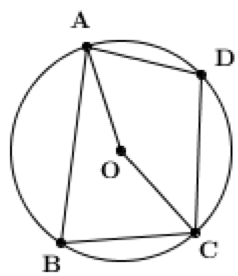
On considère la figure suivante :



1. Justifie que le triangle ACD est rectangle.
2. Démontre que $mes\widehat{DAE} = mes\widehat{EBD}$.
3. Détermine la mesure de chacun des angles : $\widehat{BAD}$, $\widehat{CBF}$ et $\widehat{BID}$.

Consigne 7.6

$(\mathscr{C})$ est un cercle de centre O. A, B, C et D sont des points distincts de $(\mathscr{C})$ tels que l'angle $\widehat{ABC}$ soit aigus et l'angle $\widehat{ADC}$ soit obtus.



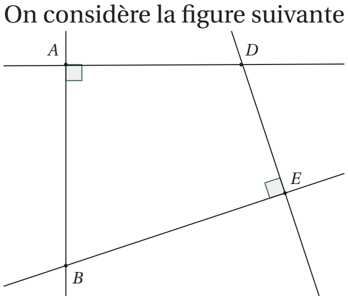
1. Exprime $mes\widehat{ABC}$ et $mes\widehat{ADC}$ en fonction de $mes\widehat{AOC}$.
2. Justifie que les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ADC}$ sont supplémentaires, de même que les angles $\widehat{BAD}$ et $\widehat{BCD}$.
3. Que peut-on conclure ?

Consigne 7.7

En considérant la figure de la consigne précédente, on donne : $mes\widehat{BAD} = 70°$.
Calcule $mes\widehat{BCD}$.

Consigne 7.8

On considère la figure suivante :



Justifie que le quadrilatère $ABED$ est inscriptible dans un cercle dont tu préciseras le centre et le rayon.
Construis ce cercle.

.

Exercices

01 $(\mathscr{C})$ est un cercle de centre O et de rayon $3cm$. A et B sont deux points de ce cercle tels que $mes\widehat{AOB} = 60°$. Les tangentes au cercle $(\mathscr{C})$ en A et en B se coupent en T. Les droites (OT) et (AB) se coupent en I.

1. (a) Détermine la nature de chacun des triangles AOB et ATB.

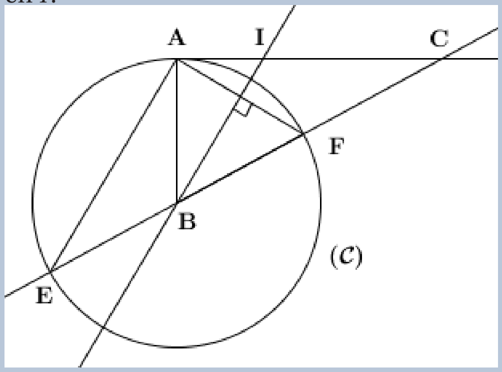
   (b) Calcule la mesure de l'angle $\widehat{ATB}$.

2. Démontre que la droite (OT) est la médiatrice du segment $[AB]$.

3. Démontre que les points O, A, T et B appartiennent à un même cercle.

02 Sur la figure suivante :

- le triangle ABC est tel que $AB = 5$, $BC = 10$ et $AC = 5\sqrt{3}$.
- (C) est le cercle de centre B et de rayon AB.
- (C) coupe la droite (BC) en F et en E.
- la perpendiculaire à (AF) passant par B coupe (AC) en I.



1. Démontre que le triangle ABC est rectangle en A.

2. Justifie que la droite (AE) est perpendiculaire à la droite (AF).

3. (a) Justifie que les droites (AE) et (BI) sont parallèles.

   (b) Calcule CI.

4. Justifie que $mes\widehat{ABF} = 60°$.

5. Calcule $mes\widehat{AEF}$.

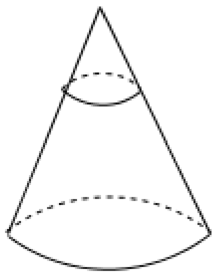
03

« En mathématiques, on ne comprend pas les choses, on s'y habitue »
(John Von Neumann)

CONFIGURATIONS DE L'ESPACE

Situation de départ :

Texte :
Anani, élève de la classe de $3^{è}$ est habitué à voir les agriculteurs de sa région construire des greniers de forme cylindrique en vue de conserver le maïs.
L'attention de Anani a été retenue par la façon dont l'agriculteur Sossa a construit son grenier : sur le sol, il a tracé un cercle de $2m$ de diamètre. Au centre de ce cercle, il a implanté verticalement un pieu de $5m$ de haut. Une à une, plusieurs perches de même longueur sont disposées sur le cercle et s'appuient par leur extrémité sur un cerceau de $30cm$ de rayon dont le centre est au sommet du pieu. L'ensemble est fermé par un chapeau conique.
Voici ci-contre une illustration du grenier de Sossa.



Tâche :
Tu vas te construire de nouvelles connaissances en mathématiques. Pour cela, tu auras tout au long de la situation d'apprentissage à :

- Exprimer ta perception de chacun des problèmes posés ;
- Analyser chacun des problèmes posés ;
- Mathématiser chacun des problèmes posés ;
- Opérer sur l'objet mathématique que tu as identifié pour chaque problème ;
- Améliorer au besoin ta production.

Activité 0

- Lis le texte de la situation de départ.
- Reformule le problème ou la situation-problème en tes propres termes.
- Formule toutes les idées et questions que t'inspire la situation de départ.
- Reconnais des situations similaires.
- Anticipe éventuellement sur la réponse au problème.

1 Cône

Activité 2.1

Anani se propose de fabriquer une maquette du chapeau du grenier, de déterminer l'aire de la surface de filet nécessaire pour couvrir ce chapeau ainsi que le volume de cette partie du grenier.

1.1 Représentation et description d'un cône de révolution

Consigne 1.1

1. Fais une description du cône représentant le chapeau du grenier.
2. Dessine ce cône en perspective à l'échelle de $\frac{1}{50}$ sachant que sa hauteur est de $\sqrt{3}m$ et son rayon de base est $1m$.

1.2 Aires et volume d'un cône de révolution

Consigne 1.2

Réalise un patron du chapeau.

Consigne 1.3

1. Calcule l'aire latérale et l'aire totale du cône représentant le chapeau.
2. Calcule le volume de ce chapeau.

Exercices

01 L'angle au sommet du développement de la surface latérale d'un cône circulaire droit en feuille de tôle est $288°$. La base du cône est un disque de $25,12cm$ de périmètre.

1. (a) Calcule la hauteur du cône.
   (b) Calcule l'aire totale du cône.
   (c) Calcule son volume.
   (d) Réalise un patron de ce cône.
2. Un verre de tome conique a les mêmes dimensions que le cône. On s'en sert pour remplir un cylindre de $6cm$ de rayon et $10cm$ de hauteur.
   Calcule le nombre maximum de verre contenu dans ce cylindre.
   Prendre $\pi \approx 3,14$

02

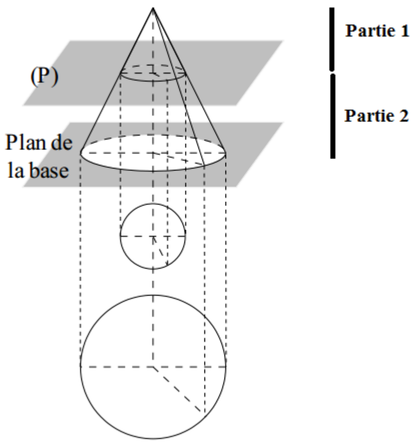
03

2 Sections planes

2.1 Section d'un cône circulaire droit par un plan parallèle à sa base

Activité 2.2

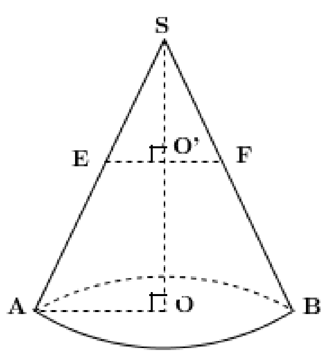
Anani décide de mettre en oeuvre certaines caractéristiques du grenier de Sossa. Ainsi, il réalise la figure ci-dessous qui est la représentation en perspective du chapeau du grenier coupé par un plan (P) parallèle au plan de sa base.



Consigne 2.1

1. Donne le nom des deux parties de cette figure.
2. Quelle est la forme géométrique de la base de la partie 1 ?

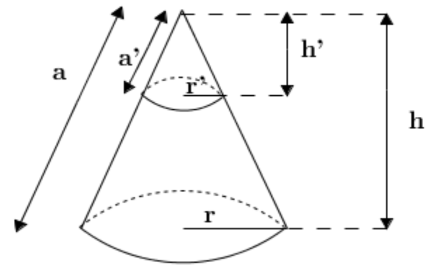
Consigne 2.2



1. Démontre que les triangles SAO et SEO' sont semblables.
2. Exprime le rapport de similitude k du triangle SAO au triangle SEO'.

Consigne 2.3

Le dessin ci-dessous est celui de la représentation en perspective d'un cône de révolution sectionné par un plan parallèle à sa base.



On désigne par k l'échelle de réduction.

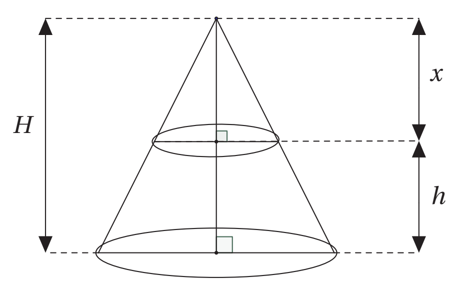
1. Exprime en fonction de k et h, puis en fonction k et h', la hauteur h_t du tronc de cône.
2. Exprime en fonction de k et a, puis en fonction k et a', l'apothème a_t du tronc de cône.
3. Exprime en fonction de k, le rapport :

   (a) $\dfrac{\text{Aire de base du cône réduit}}{\text{Aire de base du cône initial}}$

   (b) $\dfrac{\text{Aire latérale du cône réduit}}{\text{Aire latérale du cône initial}}$.
4. Déduis-en l'expression de l'aire latérale du tronc de cône.
5. Exprime en fonction de k, le rapport : $\dfrac{\text{Volume du cône réduit}}{\text{Volume du cône initial}}$.
6. Déduis-en l'expression du volume du tronc de cône.

Consigne 2.4

On considère le cône de révolution ci-dessous.



On désigne par B l'aire de la grande base, b l'aire de la petite base, V_r, V_i et V_t les volumes respectifs du cône réduit, du cône initial et du tronc de cône.

1. (a) Justifie que : $V_t = \dfrac{1}{3}Bh + \dfrac{1}{3}(B-b)x$.

   (b) Déduis-en que : $V_t = \dfrac{h}{3}\left(B + \dfrac{x}{h}(B-b)\right)$.
2. (a) Justifie que : $\dfrac{x}{h} = \dfrac{k}{1-k}$ avec k l'échelle de réduction.

(b) En remarquant que $k^2 = \frac{b}{B}$, justifie que : $\frac{x}{h} = \frac{\sqrt{Bb}+b}{B-b}$.

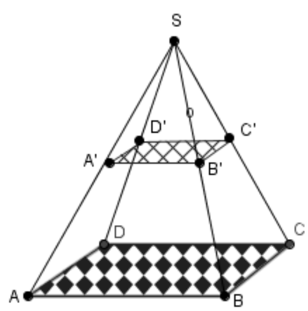
3. Déduis-en que : $V_t = \frac{h}{3}\left(B+\sqrt{Bb}+b\right)$.

4. Soient r et r' les rayons respectifs de la grande base et de la petite base.
   Prouve que : $V_t = \frac{\pi h}{3}\left(r^2 + rr' + r'^2\right)$.

2.2 Section d'une pyramide régulière

Activité 2.3

Cette année, la récolte promet d'être abondante. Sossa décide de construire un second grenier de même hauteur que le premier pour renforcer sa capacité de stockage. Ce second grenier est construit de la même manière que le premier sauf que sa base a la forme d'un carré dont le côté mesure $2m$. La partie devant contenir le maïs est séparée du chapeau par du contre-plaqué situé dans un plan parallèle à la base.
Voici ci-dessous une représentation de ce nouveau grenier.



Consigne 2.5

1. Reproduis en perspective ce grenier à l'échelle de $\frac{1}{50}$.

2. Précise la forme du chapeau et celle de la partie devant contenir le maïs.

Consigne 2.6

On désigne par k l'échelle de réduction de la section de la pyramide (grenier) par un plan parallèle à sa base.

1. Calcule k sachant que $B'C' = 75cm$.

2. Justifie que :

   (a) $\frac{\text{Aire de base de la pyramide réduite}}{\text{Aire de base de la pyramide initiale}} = k^2$

   (b) $\frac{\text{Volume de la pyramide réduite}}{\text{Volume de la pyramide initiale}} = k^3$

Exercices

01 Un cône a pour volume $9400 cm^3$. L'aire de sa base est égale à $705 cm^2$. Une section à mi-hauteur détermine un petit cône P et un tronc de cône T.

1. Calcule les volumes de P et de T.
2. Calcule l'aire de la base et la hauteur de P.

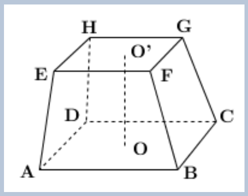
02 La hauteur d'un cône est $3,5m$. Sachant que l'aire de base du cône est $25m^2$ et celle du cône réduit est $9m^2$. Calcule :

1. La hauteur du cône réduit.
2. Le volume du tronc de cône.

03 $SABCD$ est une pyramide régulière de sommet S, de hauteur $SH = 238m$ et dont la base $ABCD$ est un carré de $150m$ de côté.
On effectue la section de cette pyramide par un plan (P) parallèle à la base et qui passe par le milieu O de $[SH]$.

1. Représente la pyramide et la section de pyramide obtenue à l'échelle $\frac{1}{5000}$.
2. Calcule le volume de la pyramide $SABCD$.
3. Calcule le volume du tronc de pyramide.
4. Calcule le rapport des volumes du tronc de pyramide et de la pyramide $SABCD$.

04 L'unité de longueur est le cm. $ABCDEFGH$ est le tronc de pyramide qui a été obtenu par la section d'une pyramide régulière $SABCD$ de hauteur $[SO]$, avec le plan parallèle à la base qui passe par le point O'.



Sachant que $AB = 50$, $EF = 40$ et $OO' = 35$, calcule le volume de la grande pyramide $SABCD$ et le volume du tronc de pyramide $ABCDEFGH$.

05

« Si la science était un être vivant, les mathématiques seraient le coeur »
(Appolinaire Nsabimana)

CALCUL LITTÉRAL

Situation de départ :

Texte :
Le conseil communal de Zodji a décidé de faire aménager les abords de la rivière Zo afin de créer sur ses deux rives un espace de jeu. Pour ce faire, il lui faut après nettoyage des deux rives procéder à l'épandage d'un herbicide à raison de 4 litres sur $100m^2$ pour une superficie de plus de $20ha$.
Cet herbicide est vendu dans un magasin de la place à 3.500 F le tube de un litre.
Comlan, fils du comptable de la commune est un élève de la classe de troisième au CEG de Zodji. Des informations qu'il a reçues de son professeur de Sciences Physiques et des agents commerciaux qu'il a rencontrés il ressort que :

- la fabrication de l'herbicide nécessite le mélange de 2 produits A et B qui sont vendus respectivement à 900F la bouteille de un litre et à 5000F le bidon de 5 litres.
- pour être efficace ce mélange doit être constitué d'au moins 40% du produit A et d'au moins 50% du produit B.
- les deux produits, après achat, doivent passer au contrôle de qualité dans une machine qui ne peut travailler plus de 6 heures par jour.
- le temps disponible pour le contrôle de qualité ne peut excéder 5 jours.
- le produit A nécessite 4 min de contrôle par litre et le produit B 15 min de contrôle par bidon.
- le contrôle d'une bouteille du produit A coûte 90 F et celui d'un bidon du produit B coûte 500 F.

Avant l'épandage l'herbicide devra être dilué dans de l'eau.
Le comptable a le choix entre acheter l'herbicide dans le commerce et le faire fabriquer.

Tâche :
Tu vas te construire de nouvelles connaissances en mathématiques. Pour cela, tu auras tout au long de la situation d'apprentissage à :

- Exprimer ta perception de chacun des problèmes posés;
- Analyser chacun des problèmes posés;
- Mathématiser chacun des problèmes posés;
- Opérer sur l'objet mathématique que tu as identifié pour chaque problème;
- Améliorer au besoin ta production.

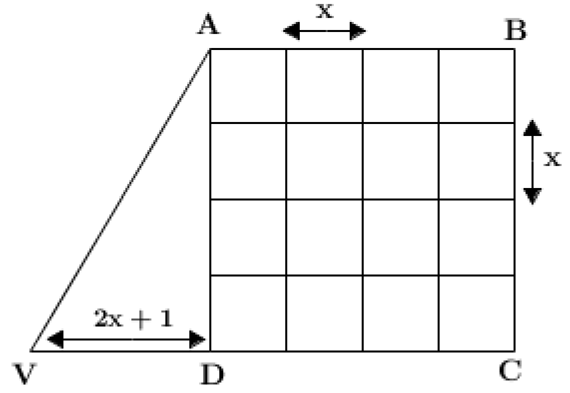
Activité 0

- Lis le texte de la situation de départ.
- Reformule le problème ou la situation-problème en tes propres termes.
- Formule toutes les idées et questions que t'inspire la situation de départ.
- Reconnais des situations similaires.
- Anticipe éventuellement sur la réponse au problème.

1 Polynômes

Activité 3.1

Sur l'une des rives, le conseil communal dégage une surface pour essayer l'efficacité de l'herbicide afin de minimiser le coût.
A cet effet, un domaine ayant la forme d'un trapèze $ABCV$, comme l'indique la figure suivante, a servi à l'opération.



1.1 Notion de polynôme

Consigne 1.1

1. Soit x le prix d'un litre du produit B.
   Donne l'expression littérale qui traduit le prix de 3 litres du produit B.
   Cette expression est appelée monôme de variable x***, de degré*** 1 ***et de coefficient*** 3**.**

2. Donne des exemples de monômes :
   - de variable x et de degré 1
   - de variable z et de degré 2
   - de variable y et de coefficient $-\sqrt{10}$.

Consigne 1.2

1. Calcule en fonction de x, l'aire $P(x)$ du carré $ABCD$ puis l'aire $T(x)$ du triangle ADV.
   Déduis-en l'aire du trapèze.
2. Comment peux-tu désigner les expressions obtenues?
3. Précise le degré de chacune des expressions obtenues.

Définition

- Un polynôme est la somme de plusieurs monômes.
- Le degré d'un polynôme est le degré le plus élevé des monômes de ce polynôme.

1.2 Calcul sur les polynômes

Consigne 1.3

On considère les expressions suivantes :
$f(x) = x^2 - 1$; $g(x) = 3x^3 - \sqrt{2}x^2 + x$; $h(x) = 3x - \sqrt{2}$.
Calcule, réduis et ordonne suivant les puissances croissantes de x chacune des expressions : $2f(x) + g(x)$; $f(x) \times h(x)$.

Consigne 1.4

1. On donne les polynômes suivants :
   $f(x) = 6x + 8$; $\quad g(x) = 2x^2 + 10x$
   $h(x) = 6x^4 - 12x^3 + 18x^2$.
   Factorise chacun de ces polynômes.

2. On donne :
   $A(x) = (x^2 - 4) - 5(x^2 + 4x + 4) + (x + 2)(x - 1)$
   $B(x) = (4x^2 - 9) - (2x - 3)$
   (a) A l'aide des produits remarquables, factorise les polynômes suivants :
   $4x^2 - 9$; $\quad x^2 + 4x + 4$; $\quad x^2 - 4$
   (b) Utilise ces résultats pour factoriser $A(x)$ et $B(x)$.

3. Calcule la valeur numérique de chacun des polynômes $A(x)$ pour $x = -1$ et $B(x)$ pour $x = -\sqrt{3}$.

.

Exercices

01 On donne l'expression : $M = (3x+5)^2 + (3x+5)(2x+7)$.

1. Développe et réduis M.
2. Factorise M.
3. Calcule M pour $x = 2$, puis pour $x = 0$.

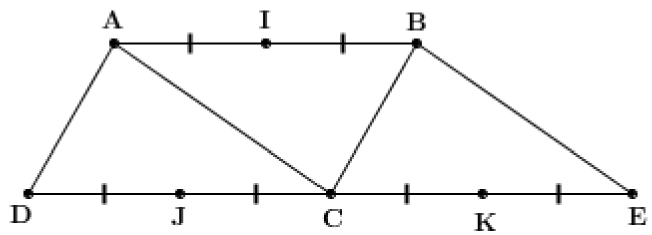
02

03

2 Multiplication d'un vecteur par un réel

Activité 3.2

Au cours de l'épandage de l'herbicide, les déplacements de l'ouvrier Codjo du Conseil Communal sont schématisés par la figure suivante.



DC = CE

2.1 Sommes de deux vecteurs

2.2 Définition du produit d'un vecteur par un réel

Consigne 2.1

Cite les vecteurs :
• qui ont même direction
• qui ont même direction et même sens
• qui ont même direction et des sens contraires
• qui sont égaux

Consigne 2.2

1. Complète chacune des écritures suivantes :
   $\overrightarrow{DE} = \cdots \overrightarrow{DC}$; $\overrightarrow{DE} = \cdots \overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{DE} = \cdots \overrightarrow{AI}$;
   $\overrightarrow{DE} = \cdots \overrightarrow{IB} = \cdots \overrightarrow{BI}$
2. Que peux-tu dire des directions, du sens puis des longueurs des vecteurs $\overrightarrow{DE}$ et $\overrightarrow{BI}$ d'une part, et des vecteurs $\overrightarrow{DE}$ et $\overrightarrow{AB}$ d'autre part?
   On dit que le vecteur $\overrightarrow{DE}$ est le produit du vecteur $\overrightarrow{BI}$ par -4 et le vecteur $\overrightarrow{DE}$ est le produit du vecteur $\overrightarrow{AB}$ par 2.

Consigne 2.3

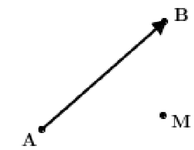
On donne un vecteur $\overrightarrow{AB}$ et un point M.

1. Construis le point N tel que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{MN}$ aient même direction et même sens avec $MN = 3AB$.
2. Construis le point P tel que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{MP}$ aient même direction et de sens contraire avec $MP = 1,5AB$.

Consigne 2.4

Simplifie les écritures suivantes :

$\overrightarrow{u} = 3\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{BC} + 3\overrightarrow{CD}$



$\overrightarrow{v} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{7}{3}\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{w} = -7\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}\right) + 5\left(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}\right)$

2.3 Vecteurs colinéaires

Consigne 2.5

Observe attentivement la figure de l'activité 3.2.

1. Trouve cinq vecteurs qui ont la même direction que le vecteur $\overrightarrow{DC}$.
   On dit que ces vecteurs sont colinéaires.
2. $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DE}$ sont deux vecteurs colinéaires.
   (a) Exprime le vecteur $\overrightarrow{AB}$ en fonction de $\overrightarrow{AI}$ et d'un réel k_1 à préciser.
   (b) Exprime le vecteur $\overrightarrow{DE}$ en fonction de $\overrightarrow{AI}$ et d'un réel k_2 à préciser.
   (c) Déduis-en qu'il existe un réel k tel que $\overrightarrow{DE} = k\overrightarrow{AB}$.
3. Que peut-on conclure?

Consigne 2.6

Soient deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ tels que $\overrightarrow{CD} = k\overrightarrow{AB}$ avec k un nombre réel.

1. Que peut-on dire des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$?
2. Quelle conclusion peut-on tirer?

2.4 Vecteurs directeurs d'une droite

Consigne 2.7

Observe attentivement la figure de l'activité 3.2

1. Trouve une droite qui a même direction que le vecteur $\overrightarrow{AI}$.
   Le vecteur $\overrightarrow{AI}$ est appelé un vecteur directeur de la droite trouvée.
2. Propose une définition d'un vecteur directeur d'une droite.

2.5 Caractérisation de l'alignement de trois points par une égalité vectorielle

Consigne 2.8

(AB) est une droite du plan. M est un point de la droite (AB).
Justifie qu'il existe un nombre réel k tel que $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB}$. **Indication :** Tu envisageras les cas $M = A$ et $M \neq A$

Consigne 2.9

A, B et M sont trois points distincts du plan.
Justifie que s'il existe un nombre réel k tel que $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB}$ alors les points A, B et M sont alignés.

2.6 Caractérisation du parallélisme de deux droites par une égalité vectorielle

Consigne 2.10

Observe attentivement la figure de l'activité 3.2

1. Donne la position relative des droites (AB) et (ED).
2. Trouve un vecteur directeur de la droite (AB) puis de la droite (ED).
3. Que peux-tu dire des vecteurs directeurs trouvés à la question 2. ?
4. Écris alors une relation vectorielle qui lie les vecteurs directeurs trouvés en 2.

Consigne 2.11

ABC est un triangle. Les points M et N sont tels que
$\overrightarrow{AM} = -3\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AN} = 2\overrightarrow{BC}$.

1. Justifie que les points A, M et N sont alignés.
2. Justifie que les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

2.7 Vecteurs orthogonaux

Consigne 2.12

Sur la figure de l'activité 3.2, construis la droite (Δ) passant par I et perpendiculaire à (AB). (Δ) coupe (DC) en F.
Donne un vecteur directeur de chacune des droites (Δ) et (AB).
Les vecteurs ainsi trouvés sont dits orthogonaux.

Exercices

01 ABC est un triangle.

1. Construis les points I et J tels que $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{JC} = \overrightarrow{AJ}$.
2. Démontre que : $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$.
3. (a) Que peux-tu dire des vecteurs $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{BC}$ d'une part, et des droites (IJ) et (BC) d'autre part?
   (b) Déduis-en une comparaison de BC et de IJ.
4. (a) Construis les points D et E tels que $\overrightarrow{EB} = \overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{ED} = 2\overrightarrow{BC}$.
   (b) Montre que le point C est le milieu du segment $[AD]$.

02 On considère trois points non alignés A, B et C du plan.

1. Construis le point D du plan tel que : $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{CA} + 3\overrightarrow{AB}$.
2. Démontre que les points B, C et D sont alignés.

03 On considère trois points non alignés A, B et C du plan et l'on définit deux points E et F par : $\overrightarrow{AE} = \frac{4}{5}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AF} = \frac{4}{5}\overrightarrow{AC}$. Démontre que les droites (EF) et (BC) sont parallèles.

04 On considère dans un plan un triangle ABC et E, F, G trois points du plan tels que : $\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{0}$; $\overrightarrow{AF} - 2\overrightarrow{FC} = \overrightarrow{0}$ et $\overrightarrow{BC} - 3\overrightarrow{GF} = \overrightarrow{0}$.

1. Démontre que les droites (EF) et (BC) sont parallèles.
2. Démontre que le quadrilatère $EBCG$ est un parallélogramme.
3. (a) Montre que les triangles AEF et FGC sont semblables.
   (b) Détermine le rapport de similitude du triangle FGC au triangle AFE.

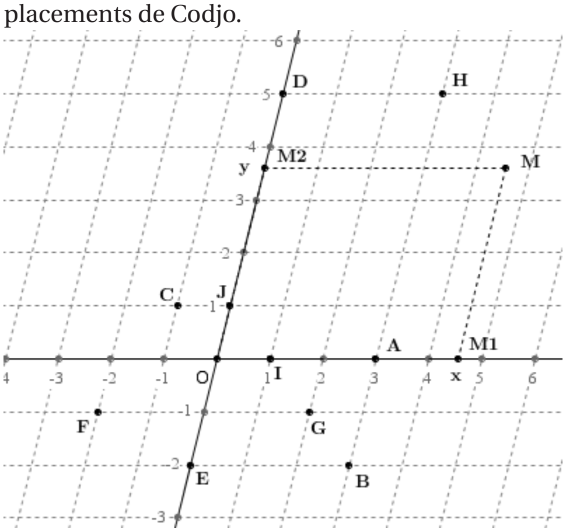
05 (D_1) et (D_2) sont deux droites strictement parallèles.
Sur (D_1) on marque deux points E et F tels que $EF = 6cm$.
Sur (D_2) on marque deux points M et N tels que $NM = 2cm$ et que les vecteurs $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{EF}$ aient de sens contraires.

1. Fais une figure.
2. Démontre qu'il existe un réel k que l'on déterminera tel que $\overrightarrow{MN} = k\overrightarrow{EF}$.
3. Les droites (NE) et (ME) se coupent en A.
   (a) Exprime chacune des longueurs EA et EM en fonction de AM.
   (b) Déduis-en les réels k_1 et k_2 tels que $\overrightarrow{EA} = k_1\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{ME} = k_2\overrightarrow{AM}$.

3 Calculs sur les coordonnées de vecteurs

Activité 3.3

D'autres déplacements de l'ouvrier Codjo au cours de l'épandage sont aussi enregistrés. Il se déplace d'une position marquée par le point O à des pas réguliers suivant des allés aménagées comme l'indique la figure ci-dessous.
Les points O, A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, M_1, M_2 et M représentent quelques positions de Codjo. Un observateur veut étudier les déplacements de Codjo.



3.1 Coordonnées d'un vecteur

Consigne 3.1

1. Exprime le vecteur $\overrightarrow{OM_1}$ en fonction de $\overrightarrow{OI}$ puis $\overrightarrow{OM_2}$ en fonction de $\overrightarrow{OJ}$.
   x est appelé abscisse de M_1 sur la droite munie du repère (O, I).
2. Exprime le vecteur $\overrightarrow{OM}$ en fonction de $\overrightarrow{OI}$ et $\overrightarrow{OJ}$.
   Le couple $(x; y)$ est appelé coordonnées de M dans le repère $(O; I; J)$.

Consigne 3.2

On donne dans le plan muni d'un repère $(O; I; J)$, les points A, B, C et D définis par : $A(2;3)$, $B(-1;5)$, $\overrightarrow{OC} = 2\overrightarrow{OI} - \overrightarrow{OJ}$, $\overrightarrow{OD} = -4\overrightarrow{OJ} + 3\overrightarrow{OI}$.

1. Écris chacun des vecteurs $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{OI}$ et $\overrightarrow{OJ}$.
2. Détermine les coordonnées des points C et D.
3. Place les points A, B, C et D dans le repère $(O; I; J)$.

Consigne 3.3

En te basant sur la figure de l'activité 3.3,

1. Exprime chacun des vecteurs $\overrightarrow{OF}$ et $\overrightarrow{OC}$ en fonction de $\overrightarrow{OI}$ et $\overrightarrow{OJ}$.
2. Exprime le vecteur $\overrightarrow{FC}$ en fonction de $\overrightarrow{OF}$ et $\overrightarrow{OC}$.
3. Justifie que $\overrightarrow{FC} = \overrightarrow{OI} + 2\overrightarrow{OJ}$.
   On dit que le couple $(1;2)$ est le couple de coordonnées du vecteur $\overrightarrow{FC}$ dans le plan muni du repère $(O; I; J)$.

Consigne 3.4

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; I; J)$. On considère les points $A(2;-2)$, $B(0;2)$, $C(3;1)$ et le vecteur $\overrightarrow{CD}(2;-3)$.
Représente les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ dans le repère $(O; I; J)$.

Consigne 3.5

Le plan est muni d'un repère $(O; I; J)$.

1. On donne $A(a; b)$ et $B(c; d)$.
   (a) Exprime $\overrightarrow{AB}$ en fonction de $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB}$, puis en fonction de $\overrightarrow{OI}$ et $\overrightarrow{OJ}$.
   (b) Déduis-en les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.
2. A, B, C et D sont quatre points du plan tels que $\overrightarrow{AB}(x; y)$ et $\overrightarrow{CD}(x'; y')$.
   (a) Exprime $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ en fonction de $\overrightarrow{OI}$ et $\overrightarrow{OJ}$.
   (b) Déduis-en les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$.
3. On donne A et B deux points du plan tels que $\overrightarrow{AB}(x; y)$ et k un nombre réel.
   (a) Exprime le vecteur $k\overrightarrow{AB}$ en fonction de OI et OJ.
   (b) Déduis-en les coordonnées du vecteur $k\overrightarrow{AB}$.
4. On donne $A(x; y)$, $B(x'; y')$ et E milieu de $[AB]$.
   (a) Écris une relation vectorielle entre A, B et E.
   (b) Exprime cette relation uniquement en fonction de $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ et $\overrightarrow{OE}$.
   (c) Déduis-en les coordonnées du point E.

Consigne 3.6

Le plan est muni du repère orthonormé $(O; I; J)$. On donne les points $A(-3;-3)$, $B(-2;4)$, $C(3;-1)$ et $H(0;-2)$.

1. Démontre que les points A, H et C sont alignés.
2. Démontre que H est le milieu du segment $[AC]$.
3. Calcule les composantes scalaires de chacun des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CH}$ et $2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{CH}$.
4. Détermine les coordonnées du point D pour que $ABCD$ soit un parallélogramme.

3.2 Conditions de colinéarité de deux vecteurs

Consigne 3.7

A, B, C et D sont quatre points du plan muni d'un repère tels que $\overrightarrow{AB}(x; y)$, $\overrightarrow{CD}(x'; y')$ et $\overrightarrow{CD} = k\overrightarrow{AB}$, $k \in \mathbb{R}$.

1. Que peux-tu dire des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$?
2. Traduis la relation $\overrightarrow{CD} = k\overrightarrow{AB}$ à l'aide des coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$.
3. En supposant $x \neq 0$ et $y \neq 0$, exprime k en fonction de x et x' d'une part, puis en fonction de y et y' d'autre part.
4. Déduis de ce qui précède la relation $xy' - x'y = 0$.

Consigne 3.8

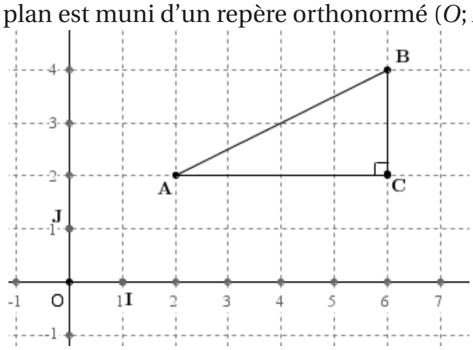
Le plan est muni d'un repère. Soit les points A, B, C et D du plan tels que $A(-1;2)$, $B(-3;1)$, $C(2;5)$ et $D(1;5)$.
Justifie que les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BD}$ sont colinéaires.

3.3 Calcul dans un repère orthonormé

3.3.1 Distance de deux points dans un plan muni d'un repère orthonormé

Consigne 3.9

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; I; J)$.



1. (a) Par lecture graphique, donne les coordonnées des points A, B et C et les distances AC et BC.
   (b) Calcule AB en utilisant la propriété de Pythagore.
2. Calcule $(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$. Compare le résultat obtenu avec AB^2.
3. Déduis-en une expression de AB.

Consigne 3.10

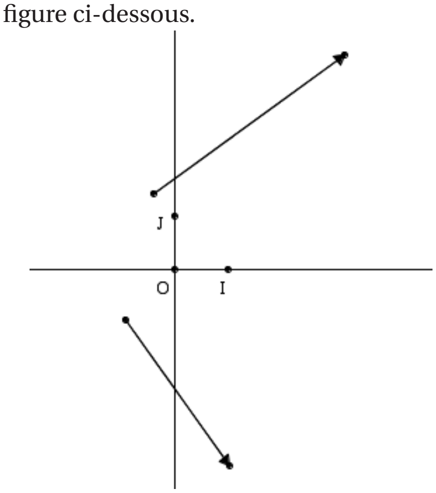
Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; I; J)$, on donne les points $A(1; -2)$, $B(3; 1)$, $C(3; -5)$ et $F(6; 3)$.

1. Calcule les distances AB et AC.
2. Soit le point K du plan tel que $\overrightarrow{OK} = 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{BC}$.
   Détermine les coordonnées du point K.
3. Détermine les coordonnées du point E, symétrique de K par rapport à F.
4. Détermine les coordonnées du point G, image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{CF}$.
   (a) Place les points A, B, C dans le repère.
   (b) Construis le point L, image de B par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.

3.3.2 Condition d'orthogonalité de deux vecteurs

Consigne 3.11

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; I; J)$, on considère les vecteurs $\overrightarrow{AB}(x; y)$ et $\overrightarrow{A'B'}(x'; y')$ non nuls orthogonaux comme l'indique la figure ci-dessous.



1. Construis les points M et N tels que $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{ON} = \overrightarrow{A'B'}$.
2. Justifie que le triangle OMN est rectangle en O.
3. Calcule OM^2, ON^2 et MN^2.
4. Applique la propriété de Pythagore au triangle OMN.
5. Déduis-en que $xx' + yy' = 0$.

Consigne 3.12

Le plan est muni d'un repère. Soit les points H, K, L et M du plan tels que $H(3;2)$, $K(-2;0)$, $L(-2;5)$ et $M(1;5)$.
Justifie que les vecteurs $\overrightarrow{HL}$ et $\overrightarrow{KM}$ sont orthogonaux.

Exercices

01 Le plan est muni du repère (O, I, J). On donne : $A(1;-1)$, $B(-1;-2)$ et $C(-2;2)$.

1. Détermine le couple de coordonnées du point G pour que : $\overrightarrow{GA}+2\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{0}$.
2. Détermine le couple de coordonnées du point D pour que : $\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}$.
3. Démontre que $\overrightarrow{BG}$ et $\overrightarrow{BD}$ sont colinéaires.
4. Justifie que les points B, G et D sont alignés.

02 Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J), on considère les points $A(-2;-1)$ et $B(4;3)$. On note $(\mathscr{C})$ le cercle de diamètre $[AB]$ et M le centre de $(\mathscr{C})$.

1. Dessine la figure.
2. Calcule les coordonnées de M.
3. Calcule le rayon du cercle $(\mathscr{C})$ (on donnera la valeur exacte).
4. Soit F le point de coordonnées $(3;4)$.
   Démontre que F est un point du cercle $(\mathscr{C})$.
5. Que peut-on dire du triangle AFB ?
6. On précise que $FA=\sqrt{50}$ et $FB=\sqrt{2}$.
   Calcule l'arrondi au degré de l'angle $\widehat{FAB}$.

03 Le plan est muni d'un repère orthonormé.
La droite (D) passe par le point $A(-1;1)$ et admet pour vecteur directeur $\overrightarrow{EF}(3;-4)$.
La droite (D') passe par le point $B(0;3)$ et est perpendiculaire à (D).
Détermine le couple de coordonnées de K, point d'intersection de (D) et (D').

04

4 Équations de droite

Activité 3.4

L'épandage sur l'une des rives nécessite la fabrication de 100L d'herbicide dont la composition nécessite x bidons de 5L du produit A et 11 bidons de 5L du produit B.

4.1 Équations du premier degré dans $\mathbb{R}$

Consigne 4.1

1. Traduis cette situation par une équation.
   Cette équation est appelée équation du premier degré dans $\mathbb{R}$.
2. Détermine le nombre de bidons de 5L du produit A à utiliser.

Consigne 4.2

Résous dans $\mathbb{R}$, chacune des équations suivantes :

1. $2x+3=5(2-x)$
2. $-6x-4=-10x-12$
3. $(2x-1)(-3x+2)=0$
4. $|3x-1|=5$

4.2 Équations du premier degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$

Consigne 4.3

Le contrôle d'un litre du produit A coûte 90 F et celui d'un bidon du produit B coûte 500 F. Le comptable désire contrôler x litres du produit A et y bidons du produit B; le montant total à payer est de 86.050F.

1. Écris une équation (E) traduisant cette situation.
   Une telle équation est appelée équation du 1^{er} ***degré dans*** $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$.
2. Vérifie que le comptable peut contrôler 45 litres du produit A et 164 bidons du produit B.
   On dit que le couple $(45;164)$ ***est une solution de l'équation*** (E).

Consigne 4.4

1. On donne l'équation (E) d'inconnues x et y,
   $(E): 3x-2y=-10$.
   • Pour $x=2$, calcule la valeur de y.
   • Pour $y=-1$, calcule la valeur de x.
2. Parmi les équations suivantes, lesquelles sont des équations du 1^{er} degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$.
   $2x+4y-1=0$; $x^2+y+3=600$; $x-3y=0$;
   $x+y-2z=15$; $2x-3y^2+7=0$
3. On donne dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ l'équation (F) suivante : $(F): 2x+3y-8=0$.
   Parmi les couples suivants : $(1;2)$, $(2;5)$, $(4;0)$, $(7;-2)$, lesquels sont solutions de l'équation (F) ?

4.3 Équations cartésiennes d'une droite

Consigne 4.5

1. En utilisant la question 3 de la consigne 3.4.4, dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O;I;J)$, place les points correspondants aux couples de coordonnées solutions de l'équation (F).
2. Que constates-tu ?

Consigne 4.6

Le plan muni d'un repère $(O;I;J)$. On donne les points $A(2;3)$ et $B(-2;1)$.

1. Place les points A et B dans le repère.
2. $M(x;y)$ est un point de la droite (AB). Traduis cette phrase par une égalité vectorielle.
3. Utilise la relation vectorielle précédente pour déterminer une relation entre x et y.
4. Que représente cette relation entre x et y pour la droite (AB) ?

Information
L'écriture $ax+by+c=0$ avec $a\neq 0$ et $b\neq 0$ est une équation cartésienne d'une droite.

Consigne 4.7

Le plan muni d'un repère $(O;I;J)$. (D) est la droite d'équation $3x-5y+2=0$.

1. Reproduis puis complète le tableau ci-contre.
   Le couple $(x;y)$ étant solution de l'équation de la droite (D).

(D)	A	B
x		
y		

2. Trace la droite (D).

4.4 Coefficient directeur d'une droite

Consigne 4.8

1. (D) est la droite d'équation $3x-5y+2=0$.
   (a) Écris cette équation de (D) sous la forme $y=ax+b$. Précise a et b.

> **Information**
> L'équation de (D) sous la forme $y = ax + b$ est appelée l'équation réduite de la droite (D) ; a est appelé le coefficient directeur de (D) et b est appelé l'ordonnée à l'origine de (D).

(b) $2x + 3y = 8$ est l'équation d'une droite (Δ).
Écris son équation réduite, précise son coefficient directeur et son ordonnée à l'origine.

2. $y = ax + b$ est l'équation réduite de la droite (D). $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ sont deux points distincts de cette droite donc $x_A \neq x_B$.

   (a) Écris respectivement les deux relations qui traduisent l'appartenance des deux points A et B à la droite (D).

   (b) Calcule $y_B - y_A$ puis déduis a en fonction des coordonnées de A et de B.

   (c) Que peux-tu retenir ?

> **Information**
> Le plan est muni d'un repère (O, I, J), $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ sont des points du plan. Soit la droite (AB) d'équation $y = ax + b$.
> Le coefficient directeur de (AB) est donné par :
> $a = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

Consigne 4.9

Dans le plan est muni d'un repère $(O; I; J)$, détermine une équation de la droite (AB) avec $A(2; -2)$ et $B(-1; 3)$.

Consigne 4.10

Dans le plan muni d'un repère $(O; I; J)$, détermine une équation de la droite (D) de coefficient directeur 3 et passant par le point $A(-1; 3)$.

4.5 Construction d'une droite connaissant son coefficient directeur et un de ses points

Consigne 4.11

Le plan est muni d'un repère $(O; I; J)$. (Δ) est la droite passant par $A(2; -1)$ et de coefficient directeur 2.
Construis la droite (Δ). Pour cela :

1. Place le point A dans le repère

2. Soit (D) la droite d'équation $y = 2x$, construis la droite (D).

3. Trace la droite parallèle à (D) passant par le point A.
   Cette parallèle ainsi tracée est la droite (Δ).

Consigne 4.12

Le plan est muni d'un repère $(O; I; J)$. (D) et (D') sont deux droites non parallèles à l'axe des ordonnées d'équations respectives (D) : $y = ax + b$ et (D') : $y = a'x + b'$. On suppose que (D) et (D') sont parallèles.

1. A est le point d'abscisse 0 et B est le point d'abscisse 1 de la droite (D).
   Donne le couple de coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

2. A' est le point d'abscisse 0 et B' est le point d'abscisse 1 de la droite (D').
   Donne le couple de coordonnées du vecteur $\overrightarrow{A'B'}$.

3. En utilisant la condition de colinéarité des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{A'B'}$, donne la relation liant les coefficients directeurs es droites (D) et (D').

Consigne 4.13

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; I; J)$. (D) et (D') sont deux droites non parallèles à l'axe des ordonnées d'équations respectives (D) : $y = ax + b$ et (D') : $y = a'x + b'$. On suppose que (D) et (D') sont perpendiculaires.

1. A est le point d'abscisse 0 et B est le point d'abscisse 1 de la droite (D).
   Donne le couple de coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

2. A' est le point d'abscisse 0 et B' est le point d'abscisse 1 de la droite (D').
   Donne le couple de coordonnées du vecteur $\overrightarrow{A'B'}$.

3. En utilisant la condition d'orthogonalité des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{A'B'}$, donne la relation liant les coefficients directeurs es droites (D) et (D').

Exercices

01 Dans le plan est muni d'un repère $(O; I; J)$, on donne les points : $A(5;1)$, $B(-2;3)$ et la droite (D) d'équation $7x - 5y = 4$.

1. Trouve une équation de la droite (Δ) passant par A et parallèle à (D).

2. Détermine une équation de la médiatrice de $[AB]$.

02

03

5 Équations-Inéquations

Activité 3.5

Le comptable prévoit dépenser au plus 36000F pour l'acquisition de x litres du produit B. Le litre de produit B est vendu à 1500F.

5.1 Inéquations du premier degré dans $\mathbb{R}$

Consigne 5.1

1. Écris une inéquation traduisant la contrainte du comptable. *Cette écriture est appelée inéquation du premier degré dans* $\mathbb{R}$.
2. Détermine x l'ensemble des nombres possibles de litre du produit B que le comptable pourra acheter.

Consigne 5.2

Résous chacune des inéquations suivantes et représente graphiquement l'ensemble de leurs solutions : $(I_1) : -2x+3 \geq 3x-5 \quad (I_2) : 6x+5-2(x-3) < 0$

Consigne 5.3

Résous dans $\mathbb{R}$, chacun des systèmes : $(S_1) : \begin{cases} 2x+3<0 \\ -x-5<0 \end{cases} \quad (S_2) : \begin{cases} 3(x+2) \geq x+1 \\ 2x+1 < 3x-2 \end{cases}$

Ces systèmes sont appelés des systèmes d'inéquations du premier degré à une inconnue dans $\mathbb{R}$.

Consigne 5.4

Un épicier achète 50 boîtes de conserve pour 10000F. Quel doit être le prix de vente minimal d'une boîte pour qu'il réalise un bénéfice total d'au moins 1250F?

5.2 Systèmes de deux équations du premier degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$

Retenons

- **Méthode de substitution**
  - ✓ Expression de y en fonction de x dans l'une des deux équations.
  - ✓ Remplacement de l'expression de y dans l'autre équation.
  - ✓ Détermination de la valeur de x.
  - ✓ Détermination de la valeur de y.
  - ✓ Vérification.
  - ✓ Solution.
- **Méthode de combinaison ou d'addition**
  - ✓ Élimination de x ou de y par équilibrage de ses coefficients et addition membre à membre.
  - ✓ Détermination de y (si x est éliminé) ou de x (si y est éliminé).
  - ✓ Remplacement de y dans l'une des deux équations pour trouver x.
  - ✓ Vérification.
  - ✓ Solution.
- **Méthode de comparaison**
  - ✓ Expression de y en fonction de x ou expression de x en fonction de y dans les deux équations.
  - ✓ Pose l'égalité des expressions obtenues puis résous l'équation.
  - ✓ Détermine la valeur de l'autre inconnue.
  - ✓ Vérification.
  - ✓ Solution.

Consigne 5.5

On donne le système suivant : $(S) : \begin{cases} 2x+y=-3 \\ x-2y=10 \end{cases}$

Ce système est un système de deux équations du premier degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$.

Résous le système (S) par la méthode de substitution, par la méthode de combinaison ou d'addition et par la méthode de comparaison.

Consigne 5.6

On donne le système suivant : $(S) : \begin{cases} x+y=8 \\ x+2y=11 \end{cases}$

Ce système est un système de deux équations du premier degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$.

Résous le système (S) par la méthode graphique.

Consigne 5.7

A midi, nous étions 10 personnes au restaurant, 2 personnes ont pris le menu «affaire» et les autres ont pris le menu «touristique». L'addition s'est montée à 870F.

Le soir, nous étions 15 personnes au même restaurant, 6 personnes ont pris le menu «affaire» et les autres ont pris le menu «touristique». L'addition s'est montée à 1260F.

Calcule le prix d'un repas «affaire» et le prix d'un repas «touristique».

5.3 Inéquations du premier degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$

Consigne 5.8

Le conseil communal reçoit des groupes de visiteurs avec du lait stocké dans des bidons de 3L et de 5L. Le maire dispose de 24 bidons de lait.
On désigne par x le nombre de bidons de 3L et y celui de bidons de 5L reçu.

1. Sachant que le Maire ne peut distribuer plus de 24 bidons, traduis cette situation par une inéquation.
   Cette inéquation est appelée inéquation du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

2. Dans un repère $(O; I; J)$ du plan, trace la droite (D) d'équation $3x + 5y - 24 = 0$.
   Cette droite (D) ***partage le plan en trois parties : ensembles des points*** $M(x; y)$ ***du plan tel que :***
   • $3x + 5y - 24 < 0$
   • $3x + 5y - 24 = 0$
   • $3x + 5y - 24 > 0$

3. Représente graphiquement l'ensemble des points $M(x; y)$ solution de l'inéquation $3x + 5y - 24 > 0$.

5.4 Systèmes d'inéquations dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

Consigne 5.9

On veut résoudre graphiquement le système suivant : (S) : $\begin{cases} x + y + 1 \leq 0 \\ -2x + y + 3 > 0 \end{cases}$

1. Dans un repère orthonormé $(O; I; J)$ du plan, représente respectivement les droites $(D_1) : x + y + 1 = 0$ et $(D_2 : -2x + y + 3 = 0$.

2. Résous graphiquement en utilisant le même repère chacune des inéquations $(I_1) : x + y + 1 \leq 0$ et $(I_2) : -2x + y + 3 > 0$.

3. Déduis la partie solution commune aux deux inéquations.

Consigne 5.10

Ali veut constituer un petit élevage. Pour cela, il veut acheter plus de 8 poulets et canards, mais sa dépense doit être inférieure à 18000F.

1. Sachant qu'un poulet coûte 1500F et un canard coûte 2250F, quelles sont toutes les possibilités d'achat pour Ali ?

2. Quel est le nombre minimal de poulets que Ali peut acheter ?

3. Quelles sont les possibilités d'achat si Ali veut acquérir plus de 3 canards ?

.

Exercices

01 Un père a 27 ans de plus que son fils ; dans 6 ans l'âge du père sera le double de l'âge de son fils.

1. Quels sont les âges du père et du fils ?
2. Trouve les valeurs de x et de y vérifiant le système suivant : $\begin{cases} 3x+2y=7 \\ -x+8x=2 \end{cases}$

02 Le plan est muni du repère (O, I, J).
(D) et (D') sont deux droites de ce plan, sécantes en un point A d'abscisse -2.
(D) coupe (OJ) au point d'ordonnée 4.
(D') a pour équation : $2x-3y+1=0$.
Détermine une équation de (D).

03 Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. Construis les droites (Δ_1) et (Δ_2) d'équations respectives $y=-4x+3$ et $y=2x-5$.
2. Détermine les coordonnées du point d'intersection M des droites (Δ_1) et (Δ_2).
3. Déduis-en une résolution graphique du système d'inéquations $\begin{cases} y+4x-3 \leq 0 \\ y-2x+5 \geq 0 \end{cases}$ *On hachurera la partie non solution.*

04

1. Détermine les deux nombres α et β cachés de telle sorte que le système $\begin{cases} 2x-y=\alpha \\ x+y=\beta \end{cases}$ admette pour solution unique le couple $(-1; 2)$.
2. (a) Démontre l'égalité : $(a+b)^2=(a-b)^2+4ab$.
   (b) L'aire de la surface d'une parcelle rectangulaire est $420m^2$. Sa longueur a surpasse sa largeur b de $23m$.
   Calcule les dimensions de cette parcelle. (*Tu utiliseras l'égalité démontrée à la question* $2.a$)

05

1. Résous dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ le système d'équations suivant : $\begin{cases} 4x+2y=44 \\ 50x-15y=70 \end{cases}$
2. Le nombre total des pattes des coqs et des brebis d'un éleveur est 44. Le coq est vendu à 1.500 F l'unité et la brebis à 5.000 F.
   La différence entre le prix de vente total des brebis et celui des coqs est 7.000 F
3. Traduis cette situation en un système d'équations.
4. Détermine le nombre de coqs et celui de brebis vendus.

06

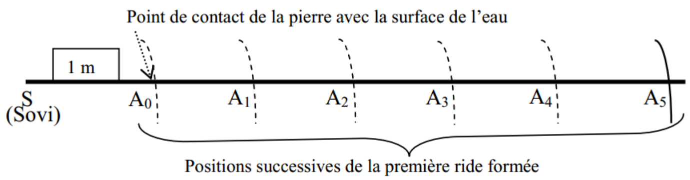
Situation d'Apprentissage 4

« Si vous aimez les mathématiques, alors elles seront faciles pour vous »
(Osé Sam)

ORGANISATION DES DONNÉES

Situation de départ :

Texte :
Pour préparer une course en pirogue, 115 élèves d'un collège de Cotonou ont entrepris de lancer une commande de T-shirts. En vue d'établir le bon de commande , les élèves ont communiqué leur taille à Sovi leur premier responsable. Selon l'information donnée par le fournisseur, les tailles S, M, L, XL, et XXL sont destinées aux personnes mesurant respectivement moins de $160cm$, de $160cm$ à moins de $165cm$, de $165cm$ à moins de $170cm$, de $170cm$ à moins de $175cm$, $175cm$ et plus.
Sovi a voulu mesurer la longueur de cette course. Il a jeté dans la lagune, à un mètre devant lui un caillou. Il s'est alors formé à la surface de l'eau une succession de rides circulaires concentriques. Sovi s'est intéressé aux positions successives de la première ride.



Un dispositif lui a permis de consigner dans un tableau les distances SA_1, SA_2, SA_3, SA_4, SA_5 (cf figure) ainsi que les temps correspondants.

Distance SA_i en (m)	2	3,5	4	6	7	8,5
Temps en (s)	2	5	6	10	12	15

Kokou, posté au point d'arrivée de la course a noté que la ride observée est parvenue à son niveau au bout de 3 min.
Sovi se demande quoi faire pour assurer à chaque élève un T-shirt convenable et comment calculer la longueur de la course.

Tâche :
Tu vas te construire de nouvelles connaissances en mathématiques. Pour cela, tu auras tout au long de la situation d'apprentissage à :

- Exprimer ta perception de chacun des problèmes posés;
- Analyser chacun des problèmes posés;
- Mathématiser chacun des problèmes posés;
- Opérer sur l'objet mathématique que tu as identifié pour chaque problème;
- Améliorer au besoin ta production.

Activité 0

- Lis le texte de la situation de départ.
- Reformule le problème ou la situation-problème en tes propres termes.
- Formule toutes les idées et questions que t'inspire la situation de départ.
- Reconnais des situations similaires.
- Anticipe éventuellement sur la réponse au problème.

1 Application affine

Activité 4.1

Sovi soumet à son frère Codjo le tableau de la situation de départ pour analyse. Codjo affirme que « lorsque le temps évolue d'une seconde, la distance évolue de $0,5m$ ».

1.1 Définition

Consigne 1.1

Distance parcourue $SA_i - 1m$	$2-1=$ $1m$	$3,5 - 1 = 2,5m$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
Temps x_i en s	2	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$

On pose $y_i = SA_i$.

1. Reproduis et complète le tableau ci-dessous.
2. Sachant que Sovi a jeté dans la lagune à $1m$ devant lui un caillou, trouve la relation entre le temps x et la distance y justifiant le tableau de la situation de départ.
La correspondance qui à chaque temps x ***associe la distance parcourue*** $y = 0,5x + 1$ ***est appelée application affine de coefficient*** $0,5$ ***et de terme constant*** 1.

1.2 Reconnaissance et détermination

Consigne 1.2

Parmi les applications suivantes, cite celles qui sont des applications affines puis donne leur coefficient et leur terme constant.

$f(x) = 2x^2 + 1 \quad g(x) = x\sqrt{2} - 5 \quad h(x) = -7x - \sqrt{3}$

$i(x) = -5 \quad j(x) = \dfrac{3}{5}x \quad k(x) = (2\sqrt{3} - 5)x + \sqrt{2}$

Consigne 1.3

1. Détermine l'application affine f telle que $f(1) = 3$ et $f(-2) = 5$.

2. Représente graphiquement cette application affine f dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; I; J)$.

1.3 Sens de variation

Consigne 1.4

Soit f une application affine définie par $f(x) = ax + b$ avec a et b éléments de $\mathbb{R}$. u et v sont deux nombres réels tels que $u < v$. Tu vas comparer $f(u)$ et $f(v)$.

1^{er} **Cas :** $a > 0$

1. Calcule $f(u)$ et $f(v)$.

2. Remplace les pointillés par l'un des symboles $<; >; =$ qui convient : $\begin{cases} au \cdots av \\ au + b \cdots av + b \end{cases}$

3. Déduis-en une comparaison de $f(u)$ et $f(v)$.
   Que constates-tu ?
   On dit dans ce cas que l'application f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

$2^{ème}$ **Cas :** $a < 0$

1. Calcule $f(u)$ et $f(v)$.

2. Remplace les pointillés par l'un des symboles $<; >; =$ qui convient : $\begin{cases} au \cdots av \\ au + b \cdots av + b \end{cases}$

3. Déduis-en une comparaison de $f(u)$ et $f(v)$.
   Que constates-tu ?
   On dit dans ce cas que l'application f est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$.

$3^{ème}$ **Cas :** $a = 0$

1. Calcule $f(u)$ et $f(v)$.

2. Remplace les pointillés par l'un des symboles $<; >; =$ qui convient : $\begin{cases} au \cdots av \\ au + b \cdots av + b \end{cases}$

3. Déduis-en une comparaison de $f(u)$ et $f(v)$.
   Que constates-tu ?
   On dit dans ce cas que l'application f est constante sur $\mathbb{R}$.

Consigne 1.5

On considère les applications affines f et g telles que $f(4) = 1$ et $f(2) = -3$ puis $g(4) = -5$ et $g(-1) = 2$.

1. Sans déterminer le coefficient de chacune des applications f et g, précise leur sens de variation.

2. (a) Détermine chacune de ces applications affines.
   (b) Confirme les résultats de la question 1.

Exercices

01 f est l'application affine définie par :
$f(x) = (4\sqrt{2} - 6)x + \sqrt{27}$.

1. Compare $4\sqrt{2}$ et 6.
2. f est-elle croissante ou décroissante ?
3. Range par ordre croissant $f\left(\frac{3}{2}\right)$; $f\left(\frac{2}{5}\right)$; $f\left(\frac{2}{3}\right)$ et $f(2)$.

02

03

2 Application linéaire

Activité 4.2

Sovi constate après analyse du tableau de la situation de départ, que la relation entre le temps et la distance parcourue par la première ride se présente comme suit dans le tableau ci-dessous.

Distance $A_0A_i = y_i$ en m	$1,5$	2	4	5	$6,5$
Temps x_i en s	3	4	8	10	13

Il désire connaître l'expression de cette relation.

Consigne 2.1

1. Justifie que ce tableau est un tableau de proportionnalité.
2. Précise le coefficient de proportionnalité qui exprime la distance en fonction du temps.
3. Donne l'expression de cette relation et précise son terme constant.

Consigne 2.2

1. Pour chacune des applications suivantes, précise celles qui sont des applications linéaires.
   $f(x) = 2\sqrt{3}$ $\quad g(x) = x^2$ $\quad h(x) = 4x$
   $i(x) = \dfrac{3}{x}$ $\quad j(x) = \dfrac{2}{3}x + 0,1$ $\quad k(x) = -2x$
2. (a) g est une application linéaire telle que $g(2) = -3$. Détermine g.
   (b) Représente g dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; I; J)$.

Consigne 2.3

1. On donne l'application linéaire g telle que $g(x) = -2x$.
   (a) Complète le tableau suivant.

x	5	-6	$\sqrt{2}$
$g(x)$			

   C'est un tableau des valeurs de l'application linéaire g.

   (b) Justifie que c'est un tableau de proportionnalité.

2. On considère le tableau de proportionnalité ci-dessous.

x	$\dfrac{2}{3}$	$-\sqrt{6}$	3
$h(x)$	$\dfrac{2}{9}$	$-\dfrac{\sqrt{6}}{3}$	1

   (a) Justifie que h est une application linéaire.
   (b) Que représente le tableau ci-dessus pour l'application linéaire h?

Consigne 2.4

g est une application linéaire définie par $g(x) = ax$ avec a un réel non nul. u, v et k sont des nombres réels quelconques.

1. Calcule $g(u)$, $g(v)$ et $g(u+v)$ puis compare $g(u)+g(v)$ et $g(u+v)$.
2. Calcule $g(kv)$ et $k \times g(v)$ puis compare $g(kv)$ et $k \times g(v)$.

Consigne 2.5

On considère les nombres réels x_1 et x_2 tels que $x_1 = -2$ et $x_2 = 7$. Détermine l'application linéaire g telle que $g(x_1 - 2x_2) = -2$.

Exercices

01 Dans le plan rapporté à un repère orthonormé (O, I, J), on considère l'application linéaire f telle que : $f(1) + f(2) = 5$.

1. Détermine l'application f.
2. Représente graphiquement f.
3. Détermine le nombre réel $f(x^2+5) - f(x^2+10)$.

02

03

3 Statistique

Activité 4.3

En vue d'établir le bon de commande, le relevé de recensement des tailles se présente comme suit :

171	160	170	166	179	168	177	169	163
174	161	162	173	166	169	173	167	159
164	156	164	155	165	168	157	165	158
171	167	161	175	165	178	173	166	162
170	155	162	172	155	175	170	165	173
164	169	174	178	169	157	162	159	161
155	177	168	174	173	162	172	177	156
172	172	173	169	177	174	179		

Le souci de Sovi est de connaître le nombre de T-shirts nécessaire pour chaque type de taille.

Vocabulaire général

- **Population :** C'est l'ensemble sur lequel porte une étude statistique.
- **Individu :** C'est chaque élément de la population étudiée.
- **Caractère :** C'est sur quoi porte une étude statistique.
  Le caractère peut être qualitatif (la couleur des cheveux, les sports pratiqués ou le type de film préféré, $\cdots$) ou quantitatif (la taille, l'âge, le temps passé devant la télévision, $\cdots$).
- **Modalités :** Ce sont les différentes réponses que le caractère permet d'avoir.
- **Effectif d'une modalité :** C'est le nombre d'individus de la population qui représente cette modalité.
- **Effectif total :** C'est le nombre total des individus d'une population.

Consigne 3.1

1. Reproduit et complète le tableau suivant en faisant un regroupement par classe d'amplitude 5.

Classe	[155; 160[	[160; 165[	[165; 170[
Effectif	11	13	17
Fréquence			

Classe	[170; 175[	[175; 180[	Total
Effectif	19	10	70
Fréquence			

2. Donne la classe ayant l'effectif le plus élevé.
   Cette classe est appelée la classe modale de la série statistique.

Consigne 3.2

Les T-shirts commandés sont de couleur verte, jaune, bleue et rouge. Il a été dénombré dans la commande : 25 T-shirts verts, 10 T-shirts jaunes, 15 T-shirts bleus et 20 T-shirts rouges.

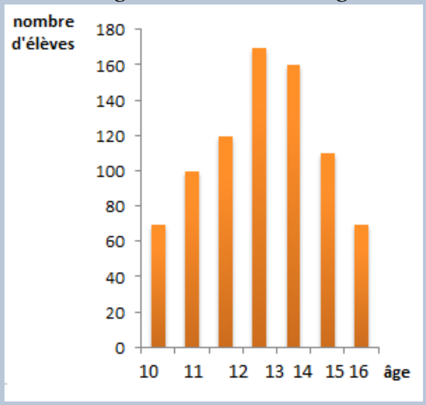
1. Représente un diagramme semi-circulaire et un diagramme circulaire de cette série statistique.
2. Construis un diagramme en bâtons de cette série statistique.

Consigne 3.3

Construis un histogramme (ou diagramme à bandes) de la série statistique de la consigne 4.3.1

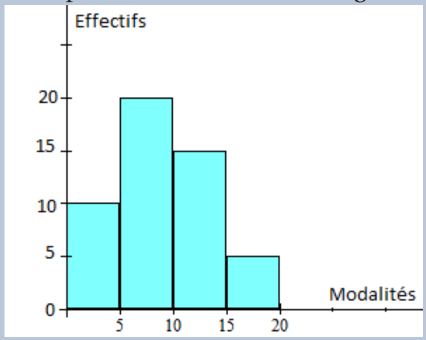
Exercices

01 Le diagramme suivant représente le nombre d'élèves d'un collège en fonction de l'âge de ces élèves.



1. Établis le tableau des effectifs et des fréquences.
2. Quel est le mode de cette série statistique ?
3. Calcule la moyenne des âges de ces élèves.
4. Combien y a-t-il d'élèves qui ont un âge inférieur ou égal à 13ans ?

02 Après un devoir de Mathématiques dans une classe de $3^{\text{è}}$, le professeur construit le diagramme ci-après :



1. (a) Détermine l'effectif de cette classe de $3^{\text{è}}$.
   (b) Dresse le tableau des effectifs et des fréquences de cette série statistique regroupée en classe d'amplitudes égales chacune à 5.
2. Indique la classe modale.
3. Construis le diagramme circulaire de cette série statistique en indiquant les mesures des secteurs circulaires représentant les différentes classes.

03

04

05