

Préparer...

et réussir l'épreuve de

MATHS au BEP

Conforme aux programmes officiels



M. N'DRI

M. AMAN

Avec la collaboration du
Conseil d'Enseignement Mathématiques
Lycée Moderne de DANANE

			4 heures par semaine					
	Mois	Sem.	Thèmes	Leçons	Vol hor	Taux d'exécution		
1 ^{er} Trimestre	Septembre	1	Calcul littéral	Calcul littéral	8 h	3,33 % (4/120)		
		2				6,66 % (8/120)		
	Octobre	3		Séance de régulation	2 h	8,33 % (10/120)		
		4	Activités numériques	Racines carrées	6 h	10 % (12/120)		
		5		Séance de régulation	2 h	13,33 % (16/120)		
		6	Configurations du plan	Triangle rectangle	10 h	15 % (18/120)		
		7				16,66 % (20/120)		
		Novembre	8		Séance de régulation	2 h	20 % (24/120)	
	9		Configurations du plan	Propriétés de Thalès dans un triangle	6 h	23,33 % (28/120)		
	10			Séance de régulation	2 h	25 % (30/120)		
	Devoir de niveau	Décembre	11	Activités numériques	Calcul numérique	10 h	26,66 % (32/120)	
			12				30 % (36/120)	
2 ^{ème} Trimestre	Janvier	13		Séance de régulation	1 h	31,66 % (38/120)		
		Configurations du plan	Angles inscrits	6 h	33,33 % (40/120)			
				Séance de régulation	2 h	36,66 % (44/120)		
			15			40 % (48/120)		
		Géométrie analytique	Vecteurs	6 h	40,83 % (49/120)			
				Séance de régulation	2 h	43,33 % (52/120)		
	Février		17			45,83 % (55/120)		
		Calcul littéral	Équations et inéquations dans $\mathbb{R}$	4 h	46,66 % (56/120)			
				Séance de régulation	1 h	47,5 % (57/120)		
			19	Géométrie analytique	Coordonnées de vecteurs	6 h	50 % (60/120)	
			Séance de régulation		2 h	52,5 % (63/120)		
		Mars	20			53,33 % (64/120)		
	Géométrie analytique		Équations de droites	6 h	54,16 % (65/120)			
				Séance de régulation	2 h	56,66 % (68/120)		
			22			57,5 % (69/120)		
	3 ^{ème} Trimestre		Avril	23	Organisation de données	Statistique	6 h	58,33 % (70/120)
						Séance de régulation	2 h	60 % (72/120)
		Calcul littéral	Équations et inéquations dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$	8 h	63,33 % (76/120)			
			Séance de régulation	2 h	80 % (96/120)			
26					83,33 % (100/120)			
Devoir de niveau		Mai	27	Organisation de données	Applications affines	6 h	85 % (102/120)	
			Séance de régulation		2 h	86,66 % (104/120)		
	Configurations de l'espace		Pyramides et cônes	6 h	90 % (108/120)			
			Séance de régulation	2 h	91,66 % (110/120)			
	Juin	Révisions			12 h	93,33 % (112/120)		
						96,66 % (116/120)		
					98,33 % (118/120)			

Leçon 1 : CALCUL LITTÉRAL

RESUME DU COURS

A-QUOTIENTS

1-Transformation d'égalité des quotients.

Propriété

a, b, c et d sont des nombres différents de 0.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ équivaut à } ad = bc$$

2-Calculs avec les quotients.

a, b, c et d sont des nombres différents de 0.

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd} ; \quad \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

B-CALCUL LITTÉRAL

1-Puissance

a-convention

a est un nombre non nul.

- $a^0 = 1 ; a^1 = a ; a^{-1} = \frac{1}{a}$
- Si n est un nombre entier naturel
alors $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

b-Propriétés

a et b sont des nombres différents de zéro.

m et n sont des nombres relatifs on a :

- $a^m \times b^m = (a \times b)^m$
- $a^n \times a^m = a^{n+m}$
- $(a^n)^m = a^{n \times m}$
- $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$

2-Développer et réduire

a-rappels (Distribution)

a, b, c, x et y sont des nombres.

$$a + (b - c) = a + b - c$$

$$a(b - c) = ab - ac$$

$$a - (b - c) = a - b + c$$

$$(a - b)(x + y) = ax + ay - bx - by$$

b-rappel : Produits remarquables

a, b , sont des nombres.

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

3-Factoriser

a-Utilisation d'un facteur commun

a, b et c sont des nombres, on a :

$$ab + ac = a(b + c)$$

$$ab - ac = a(b - c)$$

b-utilisation des identités remarquables

a et b sont des nombres.

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

4-Produits nuls ; produits différents de zéro.

a et b sont des nombres on a :

$$ab = 0 \text{ équivaut à } a = 0 \text{ ou } b = 0$$

Un produit est différent de zéro lorsque tous ses facteurs sont différents de zéro.

$$ab \neq 0 \text{ équivaut à } a \neq 0 \text{ et } b \neq 0$$

5-Nombres de même carré

a et b sont des nombres

$$a^2 = b^2 \text{ équivaut à } a = b \text{ ou } a = -b$$

a et b sont des nombres positifs

$$a^2 = b^2 \text{ équivaut à } a = b$$

C-POLYNOMES ET FRACTIONS RATIONNELLES

a-Monôme et Polynômes

L'expression ax^n est un monôme en x de degré n et de coefficient a .

Exemple : $2x^3$; x ; $-4x^2$; -3 sont des monômes.

Un polynôme est la somme de plusieurs monômes.

Exemple : $2x^3 - 4x^2 - 3$ est un polynôme.

b-Fractions rationnelle

*Présentation

L'expression littérale $\frac{2x^2-3}{-x^3+2x-1}$ est une fraction rationnelle.

$2x^2 - 3$ est le numérateur de la fraction.
 $-x^3 + 2x - 1$ est le dénominateur de la fraction.

*Condition pour laquelle une fraction existe

Une valeur numérique d'une fraction existe si et seulement si son dénominateur est différent de 0.



➤ **Operations avec les quotients (fractions)**

-Somme ou difference

Pour additionner ou calculer la difference deux fractions on observe d'abord les deux dénominateurs.

**Si les deux fractions ont le meme dénominateur (dénominateur commun) alors on garde celui-ci et on additionne ou on calcule la différence des deux numérateurs.

**Si les deux fractions n'ont pas le meme dénominateur alors on les reduit au meme dénominateur en multipliant les deux dénominateurs On utilise la methode

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} + \frac{bc}{bd} = \frac{ad + bc}{bd}$$

(Voir exercice N° du TD-Calculs littérales)

Attention : Lorsque les deux fractions n'ont pas le meme dénominateur il faut souvent verifier si l'on peut multiplier le plus petit des dénominateur par un nombre afin d'obtenir le plus grand des dénominateurs. Cette methode permet d'alléger les simplifications. Dans ce cas, voilà comment on procede :

$$\frac{3}{16} + \frac{1}{2} \quad \text{Dans ce cas on peut multiplier 2 par 8 pour obtenir 16 c'est-à-dire } 2 \times 8 = 16 \text{ donc il faut aussi multiplier son numérateur par 8}$$

$$\frac{3}{16} + \frac{1}{2} = \frac{3}{16} + \frac{1 \times 8}{2 \times 8} = \frac{3}{16} + \frac{8}{16} = \frac{3+8}{16} = \frac{11}{16}$$

-Multiplication

Franchement c'est le plus simple. Il s'agit de multiplier les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux. Mais attention, il est tres important d'observer les numérateur et les dénominateurs, car on peut trouver un meme nombres qui est le facteur commun d'un numérateur et d'un dénominateur. Dans ce cas il faut d'abord simplifier par ce facteur commun avant de mutiplier les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

$$\frac{16}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{2 \times 8}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{2 \times 8 \times 1}{3 \times 2} = \frac{8 \times 1}{3} = \frac{8}{3}$$

(Voir exercice N° du TD-Calculs littérales)

-Division

Ici c'est la division de deux fractions, donc mon expert, arrange toi a toujours avoir une fraction (la premiere) sur une autre (la

deuxieme) fraction puis tu garde la premiere fraction que tu vas ensuite multiplier par l'inverse de la deuxieme fraction. Ainsi « Diviser c'est multiplier par l'inverse »

Remarque : L'inverse de $\frac{a}{b}$ est $\frac{b}{a}$

$$\frac{4}{5} : 3 = \frac{4}{5} : \frac{3}{1} = \frac{4}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{4}{15}$$

➤ **Regles de priorités**

**Lorsqu'on te donne une suite d'operation qui comporte la multiplication, l'addition ,la soustraction et tu constates qu'il n'y a pas de parenthese « (...) » alors commence par effectuer la multiplication avant de faire l'addition ou la soustraction.

**Lorsqu'on te donne une suite d'opérations qui comporte l'élevation a une puissance, la multiplication, l'addition, la soustraction et tu constates qu'il n'y a pas de parenthèse « (...) » alors commence par calculer l'élévation a la puissance puis la multiplication avant de faire l'addition ou la soustraction.

➤ **Regle des signes**

$$\begin{aligned} (-) \times (-) &= + ; \\ (+) \times (+) &= (+); \quad (-) \times (+) = (-) \end{aligned}$$

➤ **Developper et factoriser**

**On developpe un produit (ou de produits de facteurs) pour obtenir une somme (une difference). Sache qu'avant le developpement il y avait des parenthèses et qu'apres le développement il ne doit plus exister de parenthèses.

Pour developper , on peut proceder comme suit :

-On distribue le facteur commun a chacun des termes quise trouvent a l'interieur de la parenthese.

-Ou bien on utilise les produits remarquables en identifiant l'une des trois formes suivantes : $(a+b)^2$; $(a-b)^2$ et $(a-b)(a+b)$.

Ainsi tu détermies le "a" et le "b" puis tu appliques les produits remarquables.(Voir resume cours)

**On factorise une somme (une difference) pour obtenir un produit (ou des produits de facteurs).

Pour factoriser, on proceder comme suit :

-On identifie les termes. Chaque terme étant un produit, on recherche le facteur commun a chaque terme (c'est-a-dire le même élément qui multiplie dans chacun des termes)

On met se facteur commun en évidence et on additionne les autres nombres restant dans chaque terme a l'intérieur d'une parenthèse.

-Lorsqu'il n'y a pas de facteur commun c'est qu'il faut utiliser les égalités remarquables en identifiant l'une des trois formes suivantes : $a^2+2ab+b^2$; $a^2-2ab+b^2$ et a^2-b^2 .

Ainsi tu détermine le "a" et le "b" puis tu applique les égalités remarquables..(Voir résumé cours)

Fraction rationnelle

****Comment determiner les valeurs de la variable pour laquelle une fraction rationnelle existe. ?**

$$\text{Soit } F = \frac{A}{B}$$

F existe si seulement si $B \neq 0$

Il faut a la suite resoudre l'equation $B = 0$

Attention : Si B est un polynome de degré 1 alors on résoudre sans probleme. Mais Si B est un polynôme de degré 2 , il faut d'abord trouver la forme factorisé de B avant de résoudre l'équation $B=0$.

Souvent tu peut avoir des exercices ou le dénominateur B est déjà sous forme de produits de facteurs, dans ce cas tu es

saue. Résous l'équation en application $a \times b = 0$ *equivaut a* $a = 0$ ou $b = 0$.
Après la resolution tu dois ecris : F existe si et seulement si $x \neq ..$

****Comment simplifier une fraction rationnelle ?**

Tout d'abord il faut que le numerateur et le denominateur doivent etre en factorisés. Tu ecris d'abord " Pour $x \neq \dots$ et $\neq \dots$, on a $F = \dots$, tu simplifie par le facteur commun au numerateur et au denominateur.

****Comment calculer la valeur numerique d'une expression litterale ?**

Il faut remplacer la lettre qui figure dans l'expression litterale par sa valeur et faire le calcul afin d'obtenir une valeur numerique.

➤ Opposés et Inverses de nombres

****Pour montrer que A et B sont opposés il faut calculer A + B et trouver 0**

Si $A+B = 0$ alors A et B sont opposés.

L'opposé de A est $-B$ et l'opposé de B est $-A$

****Pour montrer que A et B sont inverses l'un de l'autre il faut calculer $A \times B$ et trouver 1.**

Si $A \times B = 1$ alors A et B sont inverses l'un de l'autre.

L'inverse de A est $\frac{1}{B}$ et l'inverse de B est $\frac{1}{A}$

Leçon 2 : RACINES CARREES

RESUME DU COURS

A-RACINES CARREES

1-Définition

La racine carrée d'un nombre positif a est le nombre dont le carré est a.

On note $\sqrt{a}$

Exemple : Le nombre positif dont le carrée est 9 est le nombre 3 alors $\sqrt{9} = 3$

Conséquence :

$$(\sqrt{a})^2 = a ; \sqrt{a} \geq 0 ;$$

$$\sqrt{a} = b \Leftrightarrow a = b^2$$

2-Table des carrés parfaits de 1 a 99

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81
1	100									
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										

3-Valeur absolue d'un nombre

La valeur absolue d'un nombre réel a, notée $|a|$ est la distance à zéro de ce nombre.

4-Racine carrée et valeur absolue

La racine carrée du carré d'un nombre réel a est égale a la valeur absolue de a.

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

Si a est un nombre positif alors $\sqrt{a^2} = a$

B-OPERATIONS SUR LES RACINES CARREES

a et b sont des nombres réels positifs.

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

Attention :

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} \neq \sqrt{a + b}$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} \neq \sqrt{a - b}$$

C-RESOLUTION D'EQUATION

Les solutions de l'équation $x^2 = a$ sont $\sqrt{a}$ et $-\sqrt{a}$ (avec $a \geq 0$)

D-EXPRESSIONS CONJUGUEES

Deux expressions sont dites expressions conjuguées lorsque leur produit s'écrit sans radical.

*Les nombres $\sqrt{a} - \sqrt{b}$ et $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ sont des expressions conjuguées.

*Les nombres $a - \sqrt{b}$ et $a + \sqrt{b}$ sont des expressions conjuguées.



➤ **Comment écrire sous la forme $a\sqrt{b}$?**

a et b sont des nombres entiers et b étant le plus petit possible.

-Il faut faire apparaître dans le nombre initial le plus grand carré parfait en utilisant la multiplication. (voir le tableau des carrés parfaits)

-Il faut ensuite appliquer les formules

$$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b} \text{ et } \sqrt{a^2} = a$$

-On obtient ainsi $a\sqrt{b}$

$\sqrt{b}$ fait partie des différentes familles de racines carrées.

Les différentes familles de racines carrées sont :

$\sqrt{2}; \sqrt{3}; \sqrt{5}; \sqrt{6}; \sqrt{7}; \sqrt{10}; \sqrt{11}; \sqrt{13}; \sqrt{14}; \dots$

➤ **Comment écrire plus simplement des expressions contenant des sommes et des différences de racines carrées ?**

-On regroupe les membres d'une famille de racines carrées

-Ou bien on fait apparaître des racines carrées d'une même famille. Pour cela, il faut extraire un carré parfait. (Voir méthode : Comment écrire sous la forme $a\sqrt{b}$?)

$$\text{Rappel : } (a\sqrt{b})^2 = a^2 \times (\sqrt{b})^2 = a^2 \times b$$

➤ **Comment écrire une fraction sans radical au dénominateur ?**

1^{er} cas : Ecris $\frac{a}{\sqrt{b}}$ sans radical au dénominateur.

-Il faut multiplier le numérateur et le

dénominateur de cette expression par $\sqrt{b}$

-Applique au dénominateur $\sqrt{b} \times \sqrt{b} = b$

$$\text{-Ainsi on a } \frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a \times \sqrt{b}}{\sqrt{b} \times \sqrt{b}} = \frac{a \times \sqrt{b}}{b}$$

2^e cas : Ecris $\frac{c}{a + \sqrt{b}}$ sans radical au dénominateur.

-Il faut multiplier le numérateur et le

dénominateur de cette expression par

l'expression conjuguée du dénominateur c'est-à-dire $a - \sqrt{b}$

-Applique au dénominateur

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

-Ainsi on a

$$\begin{aligned} \frac{c}{a + \sqrt{b}} &= \frac{c \times (a - \sqrt{b})}{(a + \sqrt{b})(a - \sqrt{b})} \\ &= \frac{c \times (a - \sqrt{b})}{a^2 - (\sqrt{b})^2} \end{aligned}$$

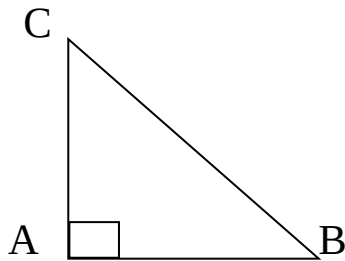
Leçon 3 : TRIANGLE RECTANGLE

RESUME DU COURS

A-PROPRIETE DE PYTHAGORE

Dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres cotés.

Soit ABC un triangle rectangle A, d'après la Propriété de Pythagore, on a $BC^2 = AB^2 + AC^2$



B-LA RECIPROQUE DE LA PROPRIETE DE PYTHAGORE

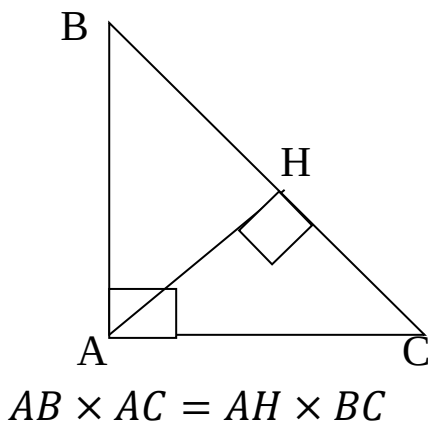
Si dans un triangle, le carré d'un côté est égal à la somme des carrés des deux autres côtés, alors ce triangle est rectangle.

Soit ABC un triangle.

Si $BC^2 = AB^2 + AC^2$ alors le triangle ABC est rectangle en A

C-PROPRIETE METRIQUE DEDUITE DE L'AIRE

Dans un triangle rectangle, le produit des côtés de l'angle droit est égal au produit de la hauteur relative à l'hypoténuse par ce côté.



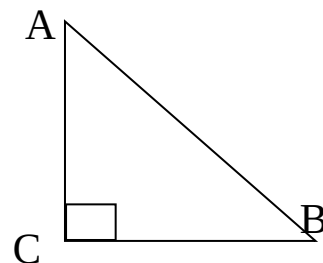
D-SINUS, COSINUS ET TANGENTE D'UN ANGLE DANS UN TRIANGLE RECTANGLE

**Définition

$$\sin \hat{A} = \frac{\text{côté opposé à } \hat{A}}{\text{hypoténuse}} = \frac{BC}{AB}$$

$$\cos \hat{A} = \frac{\text{côté adjacent à } \hat{A}}{\text{hypoténuse}} = \frac{AC}{AB}$$

$$\tan \hat{A} = \frac{\text{côté opposé à } \hat{A}}{\text{côté adjacent à } \hat{A}} = \frac{BC}{AC}$$



**Somme des carrés du cosinus et du sinus

Pour tout angle aigu de mesure a° , on a :

$$0 < \cos a^\circ < 1 ; 0 < \sin a^\circ < 1$$

$$\cos^2 a^\circ + \sin^2 a^\circ = 1$$

POINTS METHODES

➤ Quel est l'utilité de la propriété de Pythagore ?

La propriété de Pythagore sert à calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle quand on connaît les deux autres cotés.

➤ Comment utiliser la propriété de Pythagore ?

Il faut connaître d'abord deux longueurs d'un triangle rectangle (Obligatoire)

-Choisir un triangle rectangle

-Appliquer la propriété de Pythagore à ce triangle.

-Calcule la longueur du côté recherché en utilisant la racine carrée.

Exemple : ABC est un triangle rectangle en A tel que $BC = 5$ et $AC = 3$. Calcule AB.

(il faut produire un esquisse de la figure)

ABC est un triangle rectangle en A, d'après la propriété de Pythagore, on a :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$AB^2 = BC^2 - AC^2$$

$$AB^2 = 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16 \text{ alors } AB =$$

$$\sqrt{16} = 4$$

➤ Quel est l'utilité de la réciproque de la propriété de Pythagore ?

La réciproque de la propriété de Pythagore sert uniquement à démontrer qu'un triangle est rectangle.

➤ Comment utiliser la réciproque de la propriété de Pythagore ?

Il faut connaître d'abord les trois longueurs d'un triangle (Obligatoire)

-Choisir un triangle rectangle.

-Calcule le carré de chaque côté

-On laisse la plus grande valeur et on additionne le carré des deux autres côtés.

-On compare le résultat à la plus grande valeur.

-S'il y a égalité entre les résultats alors d'après la réciproque de la propriété de Pythagore, le triangle est rectangle.

-S'il n'y a pas d'égalité entre les résultats alors le triangle n'est pas rectangle.

-Le triangle est rectangle au point qui figure deux fois dans la somme.

Exemple : ABC est un triangle tel que $AB = 4$; $BC = 5$ et

$AC = 3$. Démontre que le triangle ABC est rectangle.

Résolution

ABC est un triangle.

On a : $AB^2 = 4^2 = 16$; $BC^2 = 5^2 = 25$ et

$$AC^2 = 3^2 = 9$$

(On compare le résultat à la plus grande valeur)

De plus $AB^2 + AC^2 = 9 + 16 = 25$ or $BC^2 = 25$ alors $BC^2 = AB^2 + AC^2$

D'après la réciproque de la propriété de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en A. (Le triangle est rectangle au point qui figure deux fois dans la somme)

➤ Comment construire un segment de longueur $\sqrt{a}$ avec $a > 0$?

Pour construire un segment de longueur $\sqrt{a}$, il y a deux cas de figures.

$$1^{\text{er}} \text{ cas : } (\sqrt{a})^2 = b^2 + c^2$$

**Justification

ABC est un triangle tel que $BC = \sqrt{a}$; $AB = b$ et $AC = c$

On a $BC^2 = AB^2 + AC^2$, d'après la réciproque de la propriété de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en A.

(Le segment de longueur $\sqrt{a}$ est donc l'hypoténuse d'un triangle rectangle dont les côtés qui forment l'angle droit ont pour longueurs respectives b et c)

**Programme de construction

-Trace deux droites perpendiculaires en A.

-Place sur l'une des demi-droites d'origine A le B tel que

$$AB = b.$$

-Place sur l'autre demi-droite d'origine A le point C tel que $AC = c$.

-Trace le segment [BC]

Le segment [BC] ainsi obtenu est tel que $BC = \sqrt{a}$

$$2^{\text{e}} \text{ cas : } b^2 = (\sqrt{a})^2 + c^2$$

**Justification

ABC est un triangle tel que $BC = b$;
 $AB = \sqrt{a}$ et $AC = c$
 On a $BC^2 = AB^2 + AC^2$, d'après la
 réciproque de la propriété de Pythagore, le
 triangle ABC est rectangle en A.
*(Le segment de longueur $\sqrt{a}$ est donc l'un
 des cotés qui forment l'angle droit d'un
 triangle rectangle dont la longueur de
 l'hypoténuse mesure b)*
****Programme de construction**
 -Construire le cercle (C) de diamètre le
 segment [BC] tel que $BC = b$.
 -Place le point A sur le cercle (C) tel que
 $AC = c$ (Trace le segment [AC]).
 -Trace le segment [AB].
 Le segment [AB] ainsi obtenu est tel que
 $AB = \sqrt{a}$

Leçon 4 : PROPRIETE DE THALES DANS LE TRIANGLE

A-PROPRIETE DE THALES ET SA CONSEQUENCE

****Propriété de Thalès**

ABC est un triangle. M est un point de la
 droite (AB) et N est un point de la droite
 (AC).

si $(MN) \parallel (BC)$ alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$

****Conséquence de la propriété de Thalès**

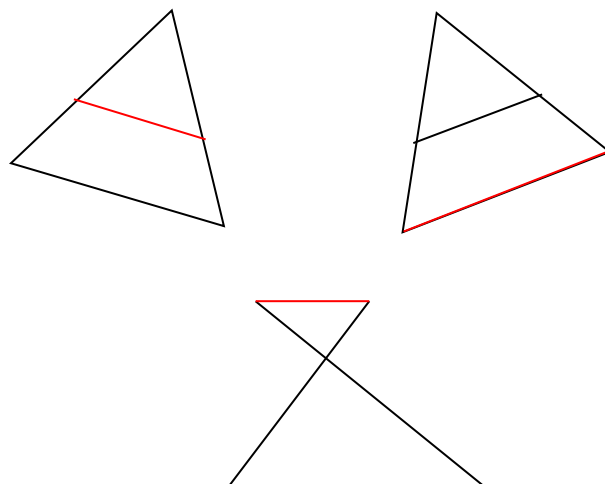
ABC est un triangle. M est un point de la
 droite (AB) ; N est un point de la droite
 (AC)

si $(MN) \parallel (BC)$ alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

B-RECIPROQUE DE LA PROPRIETE DE THALES

ABC est un triangle. M est un point de la
 droite (AB) ; N est un point de la droite
 (AC) tel que la position de M par rapport à
 A et B soit la même que celle de N par
 rapport à A et C.

si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ alors $(MN) \parallel (BC)$



➤ Quel est l'utilité de la propriété de Thalès et de sa conséquence ?

La conséquence de la propriété de Thalès et la propriété de Thalès permettent de calculer une longueur quand on connaît trois autres longueurs. On utilise plus précisément la conséquence de la propriété de Thalès lorsqu'on donne au moins une longueur des segments dont les supports sont parallèles.

➤ Comment utiliser la propriété de Thalès et de sa conséquence ?

Il faut toujours choisir au départ un triangle dans lequel il y a deux supports parallèles

- **Choix du triangle
- **Choix de deux points appartenant à deux droites sécantes
- **Droites parallèles
- **Propriété de Thalès ou la conséquence de la propriété de Thalès
- **Égalité de 2 rapports de distance (Propriété de Thalès) ou égalité de 3 rapports de distance (Conséquence de la propriété de Thalès)

Voici ainsi la rédaction

Soit un triangle.

... .. $\in$ (... ..) et $\in$ (... ..)

tel que (... ..) // (... ..)

D'après la propriété de Thalès (ou d'après la conséquence de la propriété de Thalès),

on a :

$$\frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$$

(cas de la propriété de Thalès)

$$\frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$$

(cas de la conséquence de la propriété de Thalès)

Collection Math 'Expert - Prof. : N'DRI



Edition 2017

N.B : Pour calculer la longueur, il faut prendre l'égalité de deux rapports dans lequel on connaît trois distances puis appliquer

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ équivaut à } a \times d = b \times c$$

Quel est l'utilité de la réciproque de la propriété de Thalès ?

La réciproque de la propriété de Thalès permet de démontrer que des droites sont parallèles lorsqu'on a une figure qui « ressemble » à une situation de Thalès.

➤ Comment utiliser la réciproque de la propriété de Thalès ?

- **Choix du triangle
- **Choix de deux points appartenant à deux droites sécantes
- **Vérifier qu'il y a Égalité de 2 rapports de distance
- **Alignement des points dans le même ordre
- **Réciproque de la propriété de Thalès
- **Droites parallèles

Voici la rédaction

Soit un triangle.

Calculons $\frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$ et $\frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$

- $\frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \dots$
- $\frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \dots$

On constate que

$$\frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$$

Les points ...,... et... Sont rangés dans le même ordre que les points ...,... Et....

D'après la réciproque de la propriété de Thalès, les droites (.....) et (.....) sont parallèles.

➤ Comment partager un segment ?

Instrument utilisés :

Règle non graduée – Compas – Equerre

Programme de construction

Un segment [AB] étant donné.

a et b sont des nombres entiers naturels différents de zéro

Pour placer sur un segment [AB], un point

M tel que $AM = \frac{a}{b} AB$ ou $\frac{AM}{AB} = \frac{a}{b}$, on

peut procéder comme suit :

****On Trace un demi—droite d'origine A ne contenant pas B.**

(car c'est le point A qui est commun aux deux distances AM et AB)

****On reporte au compas b segments consécutifs et de même longueur sur cette demi-droite**

(b est la valeur dénominateur)

****On place sur cette demi-droite deux points E et F tels que AE=a et AF=b.**

****On trace la droite (FB)**

(On utilise le point qui est à la valeur du dénominateur)

****On trace la droite (D) passant par E et parallèle à (D)// (FB)**

****La droite (D) coupe (AB) au point M**

Remarque :

****Si $a < b$ alors le point M se situe en A et B**

****Si $a > b$ alors le point M n'est pas situé entre A et B**

On utilise la propriété de Thalès pour justifier cette construction

Leçon 5 : CALCUL NUMERIQUE

A-INTERVALLES

1-nouvelles inégalité

Ecriture	lecture
$a \geq b$	a est supérieur ou égale à b
$a \leq b$	a est inférieur ou égale à b

2-Intervalles

Soit a et b deux nombres réels tels que

$$a < b$$

L'ensemble compris entre a et b est appelé intervalle. Les nombres a et b sont les bornes de l'intervalle.

Un intervalle se note à l'aide de deux crochets. Ainsi on a : $[a; b]$, $[a; b[$, $]a; b]$, $]a; b[$

3-Amplitude et centre d'un intervalle

****On appelle amplitude d'un intervalle, la distance entre ses bornes.**

L'amplitude de l'intervalle $[a; b]$ est égale à $b - a$

****Le centre de l'intervalle $[a; b]$ est égale à $\frac{a+b}{2}$**

4-Reunion et intersection d'intervalles

****On appelle réunion d'intervalles A et B, l'ensemble des éléments x qui appartiennent à A ou à B. On le note $A \cup B$**

$$x \in A \cup B \text{ équivaut à } x \in A \text{ ou } x \in B$$

****On appelle intersection d'intervalles A et B, l'ensemble des éléments de x qui appartiennent à A et à B. On le note $A \cap B$**

$$x \in A \cap B \text{ équivaut à } x \in A \text{ et } x \in B$$

B-COMPARAISON DES NOMBRES REELS

- **Deux nombres réels sont rangés dans le même ordre que leurs carrés.
- **Deux nombres réels positifs sont rangés dans le même ordre que leurs racines carrées.
- **Deux nombres réels négatifs sont rangés dans l'ordre contraire de leurs carrés.
- **Deux nombres de même signe et différents de 0 sont rangés dans l'ordre contraire de leurs inverses.

C-ENCADREMENT DES NOMBRES REELS

**Pour encadrer la différence $a - b$ connaissant un encadrement de a et un encadrement de b , on peut procéder comme suit :

- On détermine un encadrement de $(-b)$ de même sens que celui de a
- On détermine un encadrement de la somme $a + (-b)$.

**Pour encadrer le quotient $\frac{a}{b}$ connaissant un encadrement des nombres positifs a et b , on peut procéder comme suit :

- On détermine un encadrement de $\frac{1}{b}$ de même sens que a
- On détermine un encadrement du produit $a \times \frac{1}{b}$



➤ **Comment écrire plus simplement la réunion ou l'intersection de deux intervalles ?**

**Représente sur une droite graduée chaque intervalle.

**Cas 1 : Union de A et B ($A \cup B$)

Si $x \in A$ alors $x \in A \cup B$

Si $x \in B$ alors $x \in A \cup B$

Si $x \in A$ et $x \in B$ alors $x \in A \cup B$

Par conséquent pour appartenir à l'union de deux ensembles, il faut appartenir à au moins l'un des ensembles.

Cas 2 : Intersection de A et B ($A \cap B$)

Si $x \in A$ et $x \in B$ alors $x \in A \cap B$

Par conséquent pour appartenir à l'intersection de deux ensembles, il faut appartenir aux ensembles en même temps

➤ **Comment comparer deux nombres à l'aide de leurs carrés**

Cette méthode est applicable avec deux nombres positifs ou deux nombres négatifs (deux nombres de même signe)

**Calcul le carré de chaque nombre

**On compare les résultats obtenus

**On applique ensuite la propriété sur la comparaison des carrés.

Voici la démarche

On a $(\dots)^2 = a$ et $(\dots\dots)^2 = b$

Or $a < b$ (ou $> b$)

Alors $(\dots) > (\dots\dots)$ ou bien

$(\dots) < (\dots\dots)$

➤ **Comparer deux nombres à l'aide de l'étude du signe de leur différence**

Comparer a et b

**On calcule $a - b$

**On étudie le signe du résultat

**Selon le signe du résultat, on en déduit la

de la comparaison.

Voici la démarche

On a : $a - b = c$

Or $c > 0$ ou $c < 0$

Alors $a - b < 0$ d'où $a < b$

Ou $a - b > 0$ d'où $a > b$

➤ **Comment déterminer le Signe d'un nombre contenant une racine carrée ?**

On compare deux nombres positifs utilise la méthode sur la comparaison de deux nombres à l'aide des carrés.

Voici la méthode

Déterminons le signe de $a\sqrt{b} - c\sqrt{d}$

On compare $a\sqrt{b}$ et $c\sqrt{d}$

On a $(a\sqrt{b})^2 = g$ et $(c\sqrt{d})^2 = f$

Or $g < f$ alors $a\sqrt{b} < c\sqrt{d}$ d'où

$$a\sqrt{b} - c\sqrt{d} < 0$$

(ou $g > f$ alors $a\sqrt{b} > c\sqrt{d}$

d'où $a\sqrt{b} - c\sqrt{d} > 0$)

➤ **Comment encadrer un nombre rationnel par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre n ?**

**On utilise l'encadrement du nombre (ou des nombres) irrationnel qui se trouve dans le nombre à encadrer

**On utilise les règles de priorité pour faire un encadrement successif

**On utilise la troncature pour avoir l'ordre du nombre décimal.

NB :-Si le nombre rationnel est positif alors on début la troncature avec le nombre qui se trouve à gauche de l'encadrement puis on fait (+1) au dernier chiffre du nombre décimal.

-Si le nombre rationnel est négatif alors on début la troncature avec le nombre qui se trouve à droite de l'encadrement puis on fait (+1) au dernier chiffre du nombre décimal.

➤ **Comment déterminer le signe d'un nombre ?**

**Un nombre est positif si ce nombre est supérieur à 0

A est positif alors $A > 0$

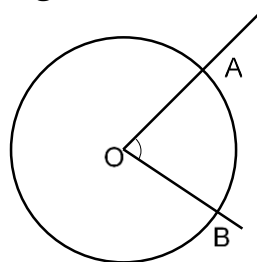
**Un nombre est négatif si ce nombre est inférieur à 0 *A est négatif alors $A < 0$*

Leçon 6 : ANGLES INSCRITS

A-ANGLES INSCRITS DANS UN CERCLE

1-Rappel

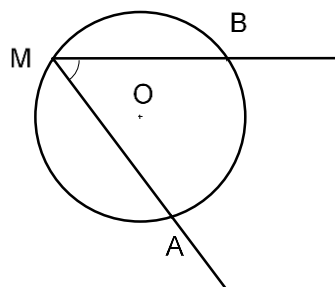
(C) est un cercle de centre O. A et B sont deux points de (C). L'angle $\widehat{AOB}$ est un angle au centre du cercle (C).



2-Notion d'angle inscrit

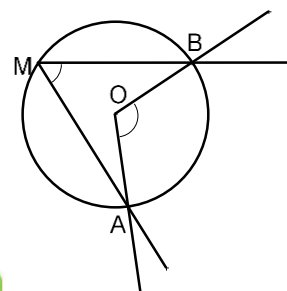
-Présentation

(C) est un cercle de centre O. A, B et M sont trois points du cercle (C). L'angle $\widehat{AMB}$ est un angle inscrit dans le cercle (C).



Arc intercepté par un angle inscrit

A, B et M sont trois points d'un cercle. L'arc de cercle intercepté par l'angle inscrit $\widehat{AMB}$ est l'arc d'extrémités A et B ne contenant pas M.



Leçon 7 : VECTEURS

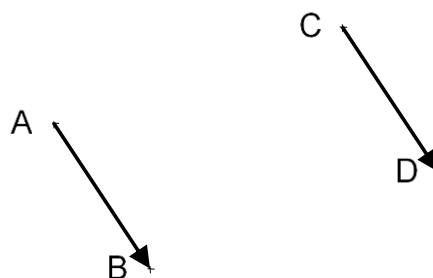
A-SOMME DE VECTEURS

**Egalité de vecteurs

A, B, C et D sont des points.

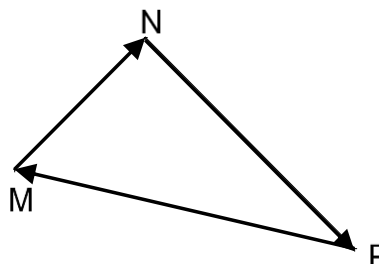
Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont égaux s'ils ont :

- La même direction,
- Le même sens,
- La même longueur.



**Egalité de Chasles

M, N et P sont des points. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MP}$
 $\overrightarrow{MP}$ est la somme des vecteurs $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{NP}$.



**Vecteurs opposés

A et B sont des points. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}$.

Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est l'opposé du vecteur $\overrightarrow{BA}$.

On note : $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$

**Somme de plusieurs vecteurs

Pour effectuer une somme de plusieurs vecteurs, on peut regrouper certains vecteurs.

**Représenter la somme de deux vecteurs

La somme de deux vecteurs de même direction est un vecteur de même direction ou le vecteur nul.

B-PRODUIT D'UN VECTEUR PAR UN NOMBRE REEL.

-l'angle aigu inscrit $\widehat{AMB}$ intercepte l'arc $\widehat{AB}$.

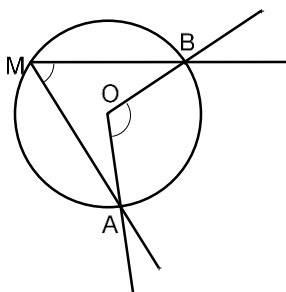
-L'arc $\widehat{AB}$ est intercepté par l'angle au centre $\widehat{AOB}$.

On dit que l'angle au centre $\widehat{AOB}$ est associé à l'angle aigu inscrit $\widehat{AMB}$.

B-MESURE D'UN ANGLE INSCRIT

1-Mesure d'un angle aigu inscrit

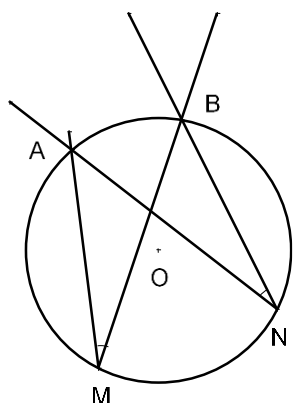
Un angle aigu inscrit dans un cercle a pour mesure la moitié de la mesure de l'angle au centre associé.



$$mes\widehat{AMB} = \frac{1}{2}mes\widehat{AOB}$$

2-Angle inscrit interceptant le même arc

Dans un cercle, deux angles inscrits qui interceptent le même arc ont la même mesure.



$$mes\widehat{AMB} = mes\widehat{ANB}$$

Définition

k est un nombre réel non nul et $\vec{u}$ un vecteur non nul. Le vecteur $k\vec{u}$:

- *a la même direction que le vecteur $\vec{u}$;
- *a le même sens que $\vec{u}$ si $k > 0$;
- *a le sens contraire que $\vec{u}$ si $k < 0$;
- *a pour longueur $|k|$ fois la longueur de $\vec{u}$.

Propriétés

a et b sont des nombres réels, $\vec{u}$ et $\vec{v}$ des vecteurs.

$$(a + b)\vec{u} = a\vec{u} + b\vec{u} ; \quad 1\vec{u} = \vec{u}$$

$$a(b\vec{u}) = (ab)\vec{u} ;$$

$$a(\vec{u} + \vec{v}) = a\vec{u} + a\vec{v}$$

$$a\vec{u} = \vec{0} \text{ équivaut à } a = 0 \text{ ou } \vec{u} = \vec{0}$$

C-VECTEURS COLINEAIRES

****Vecteur directeur d'une droite**

A et B sont deux points du plan et (D) une droite.

$\overrightarrow{AB}$ est un vecteur directeur de (D) lorsque la droite (AB) est parallèle à (D) ou lorsque A et B appartiennent à (D).

****Vecteurs colinéaires**

-Deux vecteurs sont colinéaires lorsqu'ils ont la même direction.

$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires si et seulement si on peut trouver un nombre réel k tel que $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{CD}$

-A et B sont deux points du plan.(points alignés)

$M \in (AB)$ équivaut à $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires

D-LANGAGE GEOMETRIQUE-LANGAGE VECTORIEL

****Milieu d'un segment**

I est le milieu de [AB] équivaut à $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$

****Points alignés**

A, B et M sont alignés équivaut à On peut trouver un nombre k tel que : $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB}$

****Droites parallèles**

(AB)//(CD) équivaut à On peut trouver un nombre k non nul tel que : $\overrightarrow{CD} = k\overrightarrow{AB}$

****Parallélogramme**

ABCD est un parallélogramme équivaut à $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$



➤ Comment utiliser les vecteurs colinéaires ?

****Pour montrer que deux droites sont parallèles ou des points sont alignés (à l'aide des vecteurs), il suffit de montrer qu'il existe deux vecteurs colinéaires, c'est-à-dire exprimer un vecteur en fonction d'un autre**

(AB)//(CD) équivaut à $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires

(AB)//(CD) équivaut à $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{CD}$

A, B et C sont alignés équivaut à $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$

****Pour montrer qu'un point est milieu d'un segment (à l'aide des vecteurs), il suffit de montrer qu'il y a égalité de vecteur.**

I est le milieu de [AB] équivaut à $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$
(On insère I entre A et B)

J est le milieu de [EF] équivaut à $\overrightarrow{EJ} = \overrightarrow{JF}$
(On insère J entre E et F)

Leçon 8 : EQUATIONS ET INEQUATIONS DANS IR

POINTS METHODES

➤ Comment résoudre une équation dans IR ?

Equation : = (égalité)

Résoudre une équation c'est trouver toutes les valeurs numériques que l'on peut donner à l'inconnue pour que l'égalité soit vraie.

METHODE 1

Pour résoudre une équation du 1^{er} degré d'inconnue x, on peut :

- Développer et réduire, si nécessaire, chaque membre de l'équation.
- Regrouper les termes en x dans un membre
- Regrouper les termes constants (sans x) dans l'autre membre.
- Déterminer la valeur de x.

METHODE 2

Pour résoudre une équation du type $(ax + b)(cx + d) = 0$ on peut :

- utiliser les propriétés sur les produits nuls.
- résoudre chacune des équations $(ax + b) = 0$ ou $(cx + d) = 0$
- vérifier que les solutions obtenues annulent bien l'équation.
- écrire l'ensemble des solutions

$$S = \{ \dots \dots \}$$

La solution est sous la forme d'accolade

➤ Comment résoudre une équation dans IR ?

Inéquation : Inégalité ($<$; $>$; $\leq$; $\geq$)

Résoudre une inéquation, c'est trouver toutes les valeurs de x qui vérifient cette inégalité. Il s'agit d'un ensemble de valeurs

METHODE

Pour résoudre une inéquation du 1^{er} degré d'inconnue x, on peut :

- Développer et réduire, si nécessaire, chaque membre de l'inéquation.
- Regrouper les termes en x dans un membre
- Regrouper les termes constants (sans x) dans l'autre membre.
- Déterminer les valeurs de x.

$$S =]a; b[$$

(La solution est sous la forme d'un intervalle ou sur une droite graduée)

METHODE

Pour résoudre une inéquation, on utilise les règles suivantes :

- Lorsqu'on ajoute (retranche) un même nombre aux deux membres d'une inégalité, on obtient une inégalité de même sens
- Lorsqu'on multiplie (divise) un même nombre strictement positif aux deux membres d'une inégalité, on obtient une inégalité de même sens.
- Lorsqu'on multiplie (divise) un même nombre strictement négatif aux deux membres d'une inégalité, on obtient une inégalité de sens contraire.

➤ Comment résoudre un système d'inéquation ?

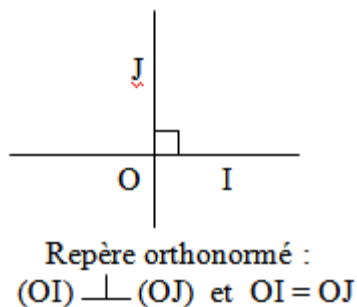
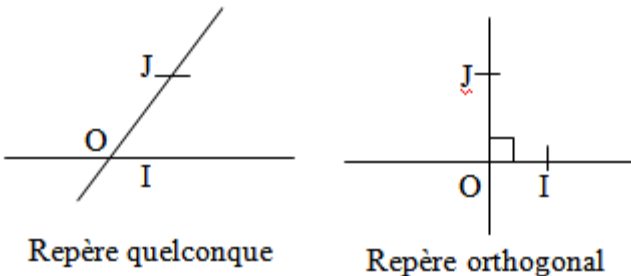
On résout séparément chaque inéquation du système en utilisant la méthode de résolution d'inéquation. Puis on fait l'intersection des deux solutions pour avoir la solution du système.

Leçon 9 : COORDONNEES DE VECTEURS

A-COORDONNEES D'UN VECTEUR

1-Les repères

Il y a trois types de repère (O ; I ; J).



2-Coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ et distance AB

On donne $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$

On a :

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} \text{ et } AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

3-Coordonnées du milieu d'un segment

On donne $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$

K est le milieu du segment [AB] alors

$$K \left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2} \right)$$

$$\text{Ou bien } x_K = \frac{x_A + x_B}{2} \text{ et } y_K = \frac{y_A + y_B}{2}$$

4-Coordonnées de $\vec{u} + \vec{u}'$ et $k\vec{u}$

On donne : $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}; \vec{u}' \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ et $k \in \mathbb{R}$
 $(\vec{u} + \vec{u}') \begin{pmatrix} x+x' \\ y+y' \end{pmatrix}$ et $k\vec{u} \begin{pmatrix} kx \\ ky \end{pmatrix};$

5-Egalité, colinéarité, orthogonalité de deux vecteurs.

On donne : $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{u}' \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$

$\vec{u} = \vec{u}'$ signifie que $x = x'$ et $y = y'$

B-VECTEURS COLINEAIRES ET VECTEURS ORTHOGONAUX

On donne : $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{u}' \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$

** $\vec{u}$ et $\vec{u}'$ sont colinéaires signifie que :

$$xy' - x'y = 0$$

**on suppose le repère orthonormé,

$\vec{u}$ et $\vec{u}'$ sont orthogonaux signifie que :

$$xx' + yy' = 0$$

Leçon 10 : EQUATIONS DE DROITES

Le plan est muni d'un repère (O ; I ; J)

A-EQUATION D'UNE DROITE

1-Ecriture de l'équation d'une droite

**Toute droite a une équation de la forme $ax + by + c = 0$ (a et b n'étant pas tous nuls)

Elle a pour coefficient directeur $-\frac{a}{b}$ ($b \neq 0$)

Le vecteur $\vec{u} \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de cette droite.

**Toute (D) non parallèle à l'axe des ordonnées admet une équation de la forme $y = ax + b$.

Elle a pour coefficient directeur a et b son ordonnée à l'origine.

Le vecteur $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ a \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de cette droite.

2-Calcul du coefficient directeur d'une droite.

(D) est une droite d'équation $y = ax + b$
Si $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ sont deux points de la droite (D), alors le coefficient

directeur de (D) est : $a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ avec

$$x_B \neq x_A$$

B-POSITION RELATIVE DE DEUX DROITES

$$(D): y = ax + b$$

$$(D'): y = a'x + b'$$

(D) et (D') ont pour coefficients directeurs respectifs a et a'

****Droites parallèles**

(D) et (D') sont parallèles équivaut à $a = a'$

****Droites perpendiculaires**

Droites perpendiculaires équivaut à $a \times a' = -1$



➤ **Comment construire une droite dont on connaît une équation ?**

Pour construire une droite dont on connaît une équation, il faut trouver deux couples de solutions à l'équation de droite donnée. On donne une valeur à x et on calcule la valeur de y en résolvant l'équation.

Ou On donne une valeur à y et on calcule la valeur de x en résolvant l'équation.

On obtient ainsi un tableau de valeurs

	A	B
x		
y		

➤ **Comment déterminer une Equation de Droite**

*La droite (D) a pour équation $y = ax + b$

* a est le coefficient directeur de la droite (D)

*b est l'ordonnée à l'origine

Détermination de a et b

*La droite (D) passe par les points A et B alors le coefficient directeur de (D) est aussi le coefficient directeur de (AB)

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \text{ avec } x_B \neq x_A$$

*Pour déterminer **b**, il faut choisir un point qui appartient à la droite et remplacer **x** et **y** par **l'abscisse et l'ordonnée de ce point**.

On résout ensuite l'équation pour trouver la valeur de b.

VOCABULAIRE STATISTIQUE

****La population** est l'ensemble des personnes où des choses auxquelles s'adresse la question de l'enquête.

****L'individu** est un élément de la population étudiée.

****L'effectif total** est le nombre total d'individu d'une population.

****Le caractère étudié** est ce sur quoi porte l'enquête où ce que l'on veut savoir de particulier

****Les modalités** du caractère sont les différentes réponses obtenues.

*Lorsque les modalités sont des nombres, le caractère étudié est quantitatif.

*Lorsque les modalités ne sont pas des nombres, le caractère étudié est qualitatif.

****L'effectif** d'une modalité est le nombre de fois que la modalité a été citée.

****La fréquence** d'une modalité est le quotient de l'effectif d'une modalité par l'effectif total.

NB : la fréquence peut être présenté sous forme de fraction, de nombre décimal où de pourcentage.

****Le mode** d'une série statistique est toute modalité dont l'effectif est maximal.

NB : une série statistique peut avoir plusieurs modes.

****La médiane** d'une série statistique à caractère quantitatif est le nombre qui partage cette série en deux séries de même effectif.

****Effectifs cumulés croissants**

On appelle effectif cumulé croissant de la modalité n la somme des effectifs des modalités inférieures ou égales à n .

****Fréquences cumulées croissantes**

On appelle fréquence cumulée croissante de la modalité n le quotient de son effectif cumulé par l'effectif total de la série.

****La classe modale** d'une série statistique est la classe qui a le plus grand effectif.



❖ **Moyenne d'une série statistique**

*Pour calculer la moyenne d'une série statistique regroupée en classe on peut procéder comme suit :

- Détermine le centre de chaque classe
- On effectue le produit de chaque centre par l'effectif correspondant.
- On effectue la somme des produits
- On divise la somme des produits par l'effectif total

N.B : Le centre de l'intervalle $]a; b[$ est

$$c = \frac{a + b}{2}$$

*La moyenne d'une série statistique à caractère quantitatif est le quotient de la somme des modalités par l'effectif total

❖ **Comment déterminer la médiane**

*Pour déterminer la médiane d'une série statistique non regroupée en classes, on peut les ranger dans l'ordre croissant ou on peut dresser le tableau des effectifs cumulés croissants

- Si l'effectif total N de la série est pair alors la médiane est égale à la demi-somme des $\left(\frac{N}{2}\right)^{eme}$ valeur et $\left(\frac{N}{2} + 1\right)^{eme}$ valeur

- Si l'effectif total N de la série est impair alors la médiane est égale à $\left(\frac{N+1}{2}\right)^{eme}$

*Pour déterminer la médiane d'une série statistique regroupée en classes, on peut faire une interpolation linéaire (Soit par calcul ou par lecture graphique)

❖ Polygone des effectifs cumulés croissants

Pour représenter graphiquement dans un plan muni d'un repère orthogonal les effectifs cumulés croissants, on peut procéder comme suit :

-Dresser le tableau des effectifs cumulés croissants

-Placer le premier point d'abscisse la borne inférieure

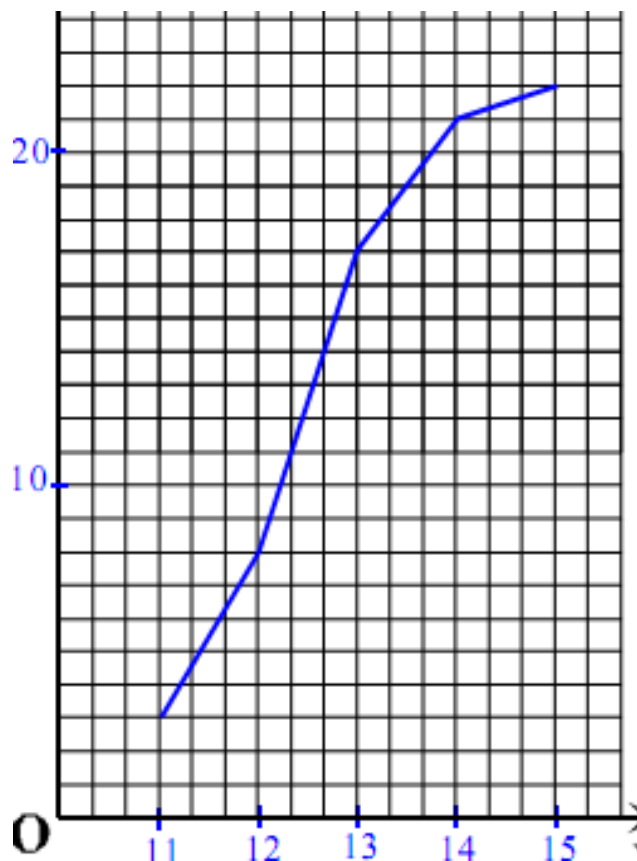
de la première classe et d'ordonnée 0.

-Place les autres points d'abscisse les bornes supérieures

de chaque classe et d'ordonnée les effectifs cumulés

croissants correspondant.

-Joindre ses points par des segments



❖ Fréquence

$frequence(\%)$

$$= \frac{Effectif d'une modalité \times 100}{Effectif total}$$

❖ Mesure d'un angle

-Diagramme circulaire

$$Mesure de l'angle(^{\circ}) = \frac{Effectif \times 360^{\circ}}{Effectif total}$$

-Diagramme semi-circulaire

$$Mesure de l'angle(^{\circ}) = \frac{Effectif \times 180^{\circ}}{Effectif total}$$

Léçon 12 : EQUATIONS ET INEQUATIONS DANS IR

POINTS METHODES

➤ Comment Résoudre un système d'équations dans IRxIR ?

On peut appliquer l'une des méthodes suivante :

- *La méthode graphique
- *La méthode par substitution
- *La méthode par combinaison

➤ Comment résoudre par la méthode graphique ?

- *Chaque équation est une équation de droite
- *On représente chaque droite dans le repère
- *On détermine graphiquement la solution :
 - Si les deux droites sont parallèles alors il n'y a pas de solution
 - Sinon le système admet un couple solution

➤ Comment résoudre par substitution ?

- *On exprime une inconnue en fonction de l'autre dans l'une des deux équations
 - *On remplace dans l'autre équation cette inconnue par son expression
 - *On résout l'équation à une seule inconnue pour trouver l'autre inconnue.
 - *Cette inconnue étant trouvée, on la remplace dans l'autre équation.
- (Il est préférable d'utiliser cette méthode lorsque les coefficients des inconnues sont 1 ou -1)

➤ Comment résoudre par combinaison ?

- *On choisit l'inconnue à éliminer

- *On multiplie chaque membre d'une équation par le coefficient (ou son opposé) afin qu'en ajoutant membre à membre les équations obtenues, l'inconnue soit éliminée
- *On résout l'équation à une seule inconnue afin de déterminer l'autre inconnue.
- *On procède la même manière pour déterminer la valeur de l'autre inconnue

➤ Comment Résoudre un problème conduisant à des (in)équations ?

On peut respecter les étapes suivantes :

- *Choisir les inconnues
- *Traduit la situation en langage mathématique (à l'aide d'expression littéral)
- *Mettre le problème en équations ou inéquations
- *Résoudre l'équation, l'inéquation ou le système obtenu(e)
- *Interpréter la solution



Leçon 13 : APPLICATIONS AFFINES

A-APPLICATIONS AFFINES

1-Définition

a et b sont des nombres réels.

On appelle application affine de coefficient a et de terme constant b , la correspondance qui

à chaque nombre réel x associe le nombre réel $ax + b$.

On dit que l'application affine f est définie par $f(x) = ax + b$

2-représentation graphique (TD)

Propriété

Le plan est muni d'un repère;

$(O; I; j)$; a et b

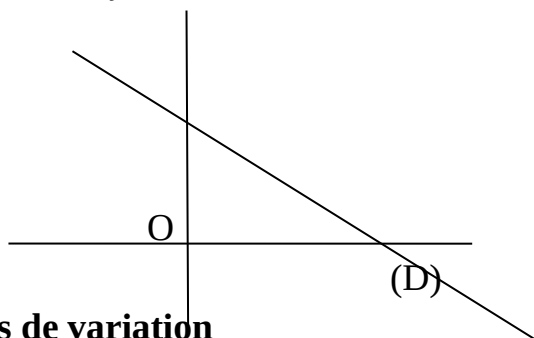
sont des nombres réels donnés.

f est l'application affine définie par :

$$f(x) = ax + b$$

Elle a pour représentation graphique la droite

d'équation $y = ax + b$



3-sens de variation

Propriété

f est l'application affine définie par :

$$f(x) = ax + b$$

- f est croissante lorsque $a > 0$
- f est constante lorsque $a = 0$
- f est décroissante lorsque $a < 0$

Propriété

*Si $m < n$ et $f(m) < f(n)$ alors f est croissante

*Si $m < n$ et $f(m) > f(n)$ alors f est décroissante

*Si $m < n$ et $f(m) = f(n)$ alors f est constant

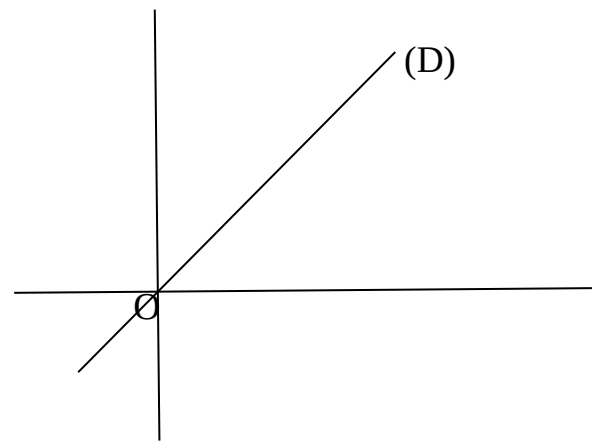
II-APPLICATION LINEAIRE

1- Définition

On appelle application linéaire, une application affine défini par $f(x) = ax + b$, a étant un nombre réel.

Remarque

La représentation graphique d'une application linéaire est une droite qui passe par l'origine du repère.



2-propriété

f étant une application linéaire définie par : $f(x) = ax + b$

u, v et k sont des nombres réels.

- $f(u + v) = f(u) + f(v)$
- $f(u - v) = f(u) - f(v)$
- $f(ku) = kf(u)$

POINTS METHODES

➤ Comment déterminer l'expression d'une application affine ou application linéaire ?

1^{er} cas : On connaît deux nombres m et n et leurs images par f c'est-à-dire $f(m) = p$ et $f(n) = q$ avec $m \neq n$.

$$\begin{aligned} f(m) &= p \Leftrightarrow E(m; p) \\ f(n) &= q \Leftrightarrow G(n; q) \end{aligned}$$

On pose : $f(x) = ax + b$ (application affines) ou $f(x) = ax$ (application lineaire)

*Déterminons le coefficient a

$$a = \frac{f(m) - f(n)}{m - n} = \frac{p - q}{m - n}$$

(Pour les applications affines)

$$a = \frac{f(m)}{m}$$

(Pour les applications linéaires)

*Déterminons le terme constant b

(uniquement pour les applications affines)

$$\begin{aligned} f(m) &= p \Leftrightarrow am + b = p \text{ d'où} \\ b &= p - am \end{aligned}$$

2^{eme} cas : La droite (D) passe par les points $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$

*le coefficient directeur de (D) est aussi le coefficient directeur de (AB)

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \text{ avec } x_B \neq x_A$$

*Pour déterminer b , il faut choisir un point qui appartient à la droite et remplacer x et y par **l'abscisse et l'ordonnée de ce point**.

On résous ensuite l'équation pour trouver la valeur de b .

➤ Comment Déterminer le sens de variation d'une application affine ou linéaire ?

1^{er} cas : On connaît l'expression de l'application affine $f(x) = ax + b$ ou l'application linéaire $f(x) = ax$

Le sens de variation de f dépend du signe du coefficient a

* f est croissante si $a > 0$

* f est décroissante si $a < 0$

* f est constante si $a = 0$

2^{eme} cas : On connaît deux nombres m et n et leurs images par f c'est-à-dire $f(m) = p$ et $f(n) = q$.

On compare m et n puis on compare p et q (La comparaison de p et q entraîne la comparaison de $f(m)$ et $f(n)$)

*Si $m < n$ et $f(m) < f(n)$ alors f est croissante

*Si $m < n$ et $f(m) > f(n)$ alors f est décroissante

*Si $m < n$ et $f(m) = f(n)$ alors f constante

Leçon 14 : PYRAMIDES ET CONES

A-PYRAMIDE REGULIERE

*On dit qu'une pyramide est régulière lorsque sa base est un polygone régulier (carré, triangle équilatéral, pentagone,...) et ses faces latérales sont des triangles isocèles.

*la hauteur d'une pyramide régulière est la droite qui passe par son sommet et par le centre du cercle circonscrit à sa base. Elle est perpendiculaire au plan de sa base.

*Aire et volume

$$A_L = \frac{P \times a}{2}$$

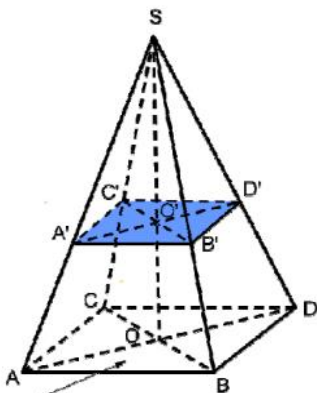
P : Perimètre de la base et a : apothème

$A_T = A_L + A_B$ A_T : Aire totale et

A_B = Aire de la base

$$V = \frac{B \times h}{3}$$

B : Aire de la base et h : hauteur



B-CONE DE REVOLUTION

*la hauteur d'un cône est la droite qui passe par son sommet et par le centre du cercle. Elle est perpendiculaire au plan de sa base.

*Aire et volume

$$A_L = \frac{P \times a}{2}$$

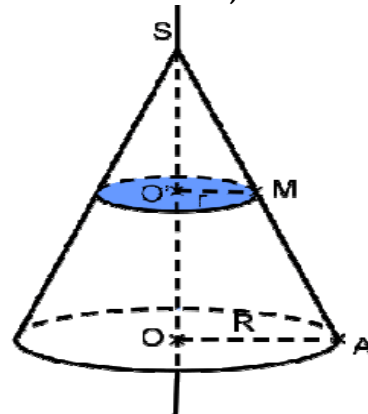
P : Perimètre de la base et a : génératrice

$P = 2\pi r$ r : rayon de la base

$$r = \frac{P}{2\pi}$$

$$V = \frac{B \times h}{3} ;$$

B : Aire de la base ; h : hauteur $B = \pi r^2$



C-PATRONS

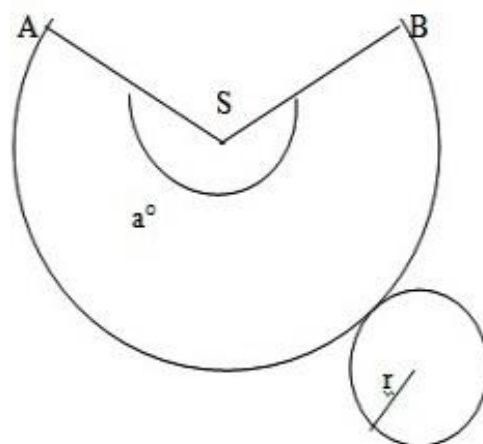
**Cône

SB est la génératrice du cône de révolution ;

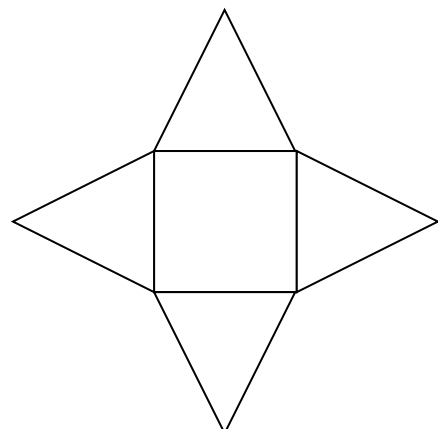
r : le rayon de la base du cône

a° : l'angle de développement

$$\frac{SB}{r} = \frac{360^\circ}{a^\circ}$$

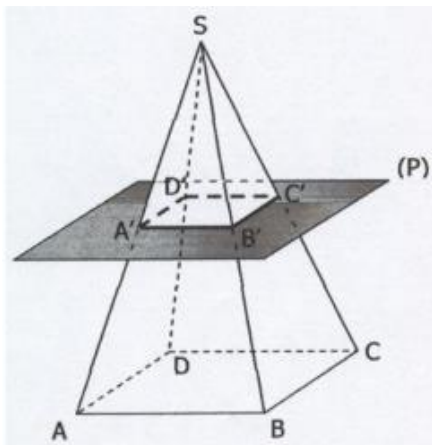


** Pyramides

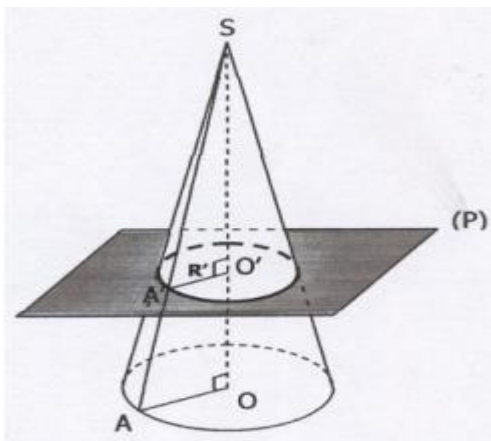


D-SECTIONS

******La section d'une Pyramide par un plan parallèle à la base est un polygone de même nature que cette base. Les cotés de ces polygones sont parallèles deux à deux.



******La section d'un cône de révolution et d'un plan parallèle à sa base est un cercle



$$\frac{\text{Petite distance}}{\text{Grande distance}} = k \quad \text{avec } 0 < k < 1$$

$$\frac{\text{Aire du petit solide}}{\text{Aire du grand solide}} = k^2$$

$$\frac{\text{Volume du petit solide}}{\text{Volume du grand solide}} = k^3$$

$$A_{\text{petit solide}} = k^2 \times A_{\text{grand solide}}$$

$$A_{\text{grand solide}} = A_{\text{petit solide}} + A_{\text{Tronc du solide}}$$

$$A_{\text{Tronc du solide}} = A_{\text{grand solide}} - A_{\text{petit solide}}$$

$$A_{\text{Tronc du solide}} = (1 - k^2)A_{\text{grand solide}}$$

$$A_{\text{Tronc du solide}} = \left(\frac{1}{k^2} - 1\right)A_{\text{petit solide}}$$

$$V_{\text{petit solide}} = k^3 \times V_{\text{grand solide}}$$

$$V_{\text{grand solide}} = V_{\text{petit solide}} + V_{\text{Tronc du solide}}$$

$$V_{\text{Tronc du solide}} = V_{\text{grand solide}} - V_{\text{petit solide}}$$

$$V_{\text{Tronc du solide}} = (1 - k^3)V_{\text{grand solide}}$$

$$V_{\text{Tronc du solide}} = \left(\frac{1}{k^3} - 1\right)V_{\text{petit solide}}$$

