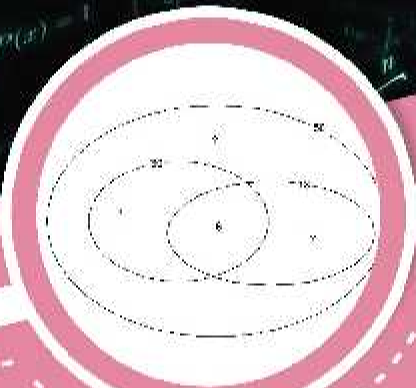
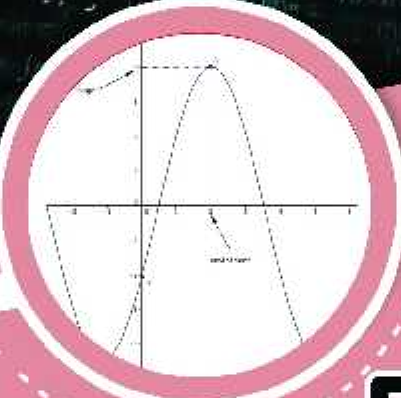
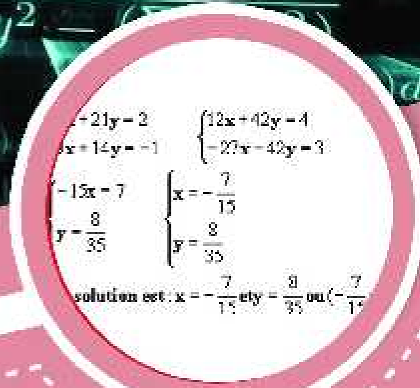
MATHEMATIQUES en 1ere A

100% GRATUIT







EXERCICES

Des exercices de savoir, savoir-faire, et savoir-etre après chaque leçon

COURS

Cours détaillés et illustrés selon l'Aproche Par Compétence (APC)

NOUVEAU PROGRAMME

Cours et exercices selon le nouveau programme en vigueur

Groupe WhatsApp Les grandprofs de Maths

AVANT-PROPOS

Cet ouvrage est l'œuvre des enseignants du groupe WhatsApp dénommé « Grandprofs de maths(GPM) ». Ce groupe a vu le jour le 12-05-2017. Cette collection est la mise en pratique de l'un de ses objectifs majeurs. Rendu à sa deuxième édition, c'est le fruit de près de trois mois de travail organisé par les administrateurs dans des sous-groupes (13 ateliers).

Destinés exclusivement à l'usage de l'enseignant, les documents de cette collection n'ont pas la prétention de remplacer les livres inscrits au programme par la haute hiérarchie, encore moins le cours de l'enseignant. Il vient juste en appuis à ces documents. Dans le fond et la forme, chaque chapitre de cette collection est conforme au nouveau programme et respecte la structure de l'APC pour les classes de la $6^{ème}$ en première.

Cette deuxième édition doit son succès à un groupe d'enseignants de mathématiques exerçant dans toutes les régions du Cameroun. Une mention spéciale est à décerner aux administrateurs qui ont travaillé inlassablement pour mener le projet à bon port. Il s'agit de : *M. Guela Kamdem Pierre* , *M. Pouokam Léopold Lucien* , *M. Tachago Wabo Wilfried Anderson* et le fondateur du groupe *M. Ntakendo Emmanuel*. A ce dernier, nous devons toutes les couvertures de cette deuxième édition. Un coup de chapeau est à donner à certains enseignants qui ont fait de la réussite de ce projet, un objectif à atteindre pendant les vacances : ce sont les chefs d'ateliers. Nous avons *M. Siyapdje Henri* ($6^{ème}$), *M.Joseph Fogang* ($5^{ème}$), *M.Ngongang Nivel* ($4^{ème}$), *M.Jidas Tchouan* ($3^{ème}$), *M. Simplice Dongmo* ($2^{nde}A_4$), *M. Guela Kamdem Pierre* ($2^{nde}C$), *M. Tachago Wabo Wilfried Anderson* ($1^{ère}A_4$), *M.*

Nguefo Takongmo (1ère C), *M. Jidas Tchouan* (1ère D-TI), *M. Bayiha André Ghislain* (Tle A_4), *M. Ouafeu Tokam Guy Paulin* (Tle C) et *M. Nganmeni Konguep Hervé Battiston* (Tle D-TI). Nous ne saurons terminer sans féliciter tous les acteurs principaux, ceux-là qui ont cru en ce projet et y ont consacré leur précieux temps non seulement dans la réalisation d'au moins l'un des 164 chapitres du projet mais aussi pour les critiques constructives qui ont permis d'optimiser la qualité des cours réalisés.

La perfection étant utopique, nous avons l'intime conviction et le ferme espoir que des éventuelles coquilles que pourrait contenir chacun des documents de cette collection rencontreront l'indulgente compréhension des utilisateurs. Pour ainsi dire, nous serons ouverts aux suggestions et critiques constructives.

Tous les enseignants voulant intégrer ce groupe WhatsApp ou désirant prendre part à la 3ème édition qui débutera en Mai 2020 sont priés bien vouloir écrire à l'un des administrateurs ci-dessous : *M. Guela Kamdem Pierre* (697 473 953 / 678 009 612), *M. Pouokam Léopold Lucien* (696 090 236/ 651 993 749), *M. Tachago Wabo Wilfried Anderson* (699 494 671) et *M. Ntakendo Emmanuel* (676 519 464).

Projet Grandprofs de math(GPM)

2ème édition

Atelier 1ère A

Table des matières

FICHE PÉDAGOGIQUE DE PRÉPARATION DE LA LEÇON

Classe : 1ère A **Séquence :** 1 **Date :** 08 / 09 / 2019 **Effectif :** …………… **Etablissement :** ………………………………………

Titre du module : RELATIONS ET OPERATIONS FONDAMENTALES DANS L'ENSEMBLE DES NOMBRES REELS;

Titre du chapitre : EQUATIONS, INEQUATIONS ET SYSTEMES; **Titre de la leçon :** Equations et Inéquations associées aux fonctions homographiques

Matériel didactique à utiliser : Craie (blanche, rouge), règle graduée, calculatrice.

Objectifs Pédagogiques : L'apprenant devra être capable de :

- Résoudre dans IR, des équations dont la résolution se ramène à $\frac{ax+b}{cx+d} = 0$
- Résoudre dans IR, des inéquations dont la résolution se ramène à $\frac{ax+b}{cx+d} < 0$ (ou $\leq 0, > 0, \geq 0$)

Motivation : ……

Etapes/durée	Contenu	Activités		Point enseignement/ apprentissage	Observations
		De l'enseignant	Des apprenants		
Introduction : Contrôle des prérequis *(10 min)*	**a)** Résoudre dans IR les équations suivantes : $x-3=2\,;\ 2x+1=-x+2\,;\ -3x+2=-1.$ **b)** Etudier le signe sur IR des polynômes P et Q définis par : $P(x)=-2x+1$ et $Q(x)=x+2$. **c)** Déterminer le domaine de définition de l'équation rationnelle $\frac{P(x)}{Q(x)}=0$ et $\frac{Q(x)}{P(x)}=0$.	Introduit,motive, facilite.	Traitent, répondent et notent.	Outiller les apprenants pour le traitement de l'activité d'apprentissage.	

Situation problème *(10 min)*	La société APPLE est une entreprise spécialisée dans la vente des IPHONE dans le monde. Vu l'usine de fabrication, APPLE produit au maximum 10 IPHONE X par an et pour la vente de x IPHONE X, le bénéfice (en milliard de francs cfa) réalisé est donné par : $B(x) = \frac{20x-40}{10-x}$. Le directeur aimerait savoir quelle quantité de cahiers doit-il vendre afin qu'il ait un gain mais ne se retrouve pas dans ses calculs. Aide le directeur à résoudre ce problème.	Introduit, partage les coupons, motive.	Écoutent, traitent, interagissent, répondent.	Captiver l'attention des apprenants, susciter le questionnement, favoriser l'appropriation de l'objectif par les apprenants.	
Activité d'apprentissage *(15 min)*	On considère la fraction rationnelle $f(x) = \frac{x-3}{5-x}$. a) Déterminer le domaine de définition de l'équation rationnelle $f(x) = 0$. b) Résoudre l'équation $f(x) = 0$. c) En déduire la résolution des inéquations $f(x) < 0$ et $f(x) \geq 0$.	motive, facilite, supervise le travail de groupe.	traitent, interagissent, répondent.	Découvrir le savoir, le savoir-faire objet du cours.	Les élèves traitent individuellement l'activité.
Résumé *(45 min)*	**Définition 1** : Une *fraction rationnelle* est une fraction dont le numérateur et le dénominateur sont des polynômes. **Définition 2** : On appelle *fonction rationnelle* une fonction réelle f de la forme $f(x) = \frac{n(x)}{d(x)}$, où $n(x)$ et $d(x)$ sont des fonctions polynomiales. **Remarque 1** : Lorsque $n(x)$ et $d(x)$ sont des fonctions polynomiales de degré 1, on dit que f est une *fonction homographique.* **Exemple 1** : La fonction f de l'activité d'apprentissage est une fonction homographique.	Note	Notent.	Institutionnalisation du savoir ou du savoir-faire.	

On souhaite étudier le signe de la fonction homographique $f(x) = \frac{x-3}{5-x}$ sur IR.

Méthode :

- Contraintes : Pour qu'une fonction homographique ait un sens, il faut exclure la valeur qui occasionne une division par zéro c-à-d $5 - x \neq 0$. Donc la valeur à exclure est 5.
- Valeur qui annule f : Pour résoudre l'équation $f(x) = 0$, il suffit de résoudre l'équation $x - 3 = 0$ avec la contrainte $x \neq 5$. Donc $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = 3$.
- Tableau de signes : On dispose alors de tous les éléments pour construire le tableau de signes :
  - La première ligne représente toutes les valeurs possibles pour x (l'ensemble IR), que les zéros du numérateur et du dénominateur partagent en intervalles
  - Ensuite, la deuxième et la troisième ligne représente le signe du numérateur et du dénominateur dans chaque intervalle, en fonction des valeurs de x.
  - Le signe de $f(x)$ se détermine colonne par colonne : dans chaque intervalle, le calcul de l'expression de $f(x)$ étant le résultat de la division des deux facteurs, on peut utiliser la **règle des signes**. Et faire le produit des signes du numérateur et du dénominateur sur chaque intervalle.

x	$-\infty$		3		5		$+\infty$
$x-3$		$-$	0	$+$	|	$+$	
$5-x$		$+$	|	$+$	0	$-$	
$f(x)$		$-$	0	$+$	||	$-$	

	➢ A l'aide du tableau de signes, on déduit l'(es) intervalle(s) sur le(s)quels $f(x) < 0$ (ou $\leq 0, > 0, \geq 0$). Par exemple, nous avons : $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in]3;5[$.				
Exercice(s) d'application *(20 min)*	Résoudre dans IR, les équations et inéquations suivantes : a) $\frac{x+1}{x+3} = 2$; $\frac{x-2}{1-x} \leq 0$ b) $\frac{3-x}{5-x} < -1$; $\frac{x-2}{1-x} \geq 3$ c) $\frac{x+1}{x+3} = \frac{2x-3}{x+3}$; $\frac{x-2}{1-x} > \frac{3-2x}{1-x}$	Met les exercices au tableau. Remplit le cahier de texte pendant que les élèves réfléchissent.			Il s'agit de l'application directe du cours.
Conclusion *(2 min)*	**Livre au programme** : **Devoirs** :	Prochain cours :			Matériels : règle graduée, équerre, crayon, calculatrice.

FICHE PÉDAGOGIQUE DE PRÉPARATION DE LA LEÇON

Classe : $1^{\text{ère}}$A **Séquence :** 1 **Date :** 08 / 09 / 2019 **Effectif :** …………… **Etablissement :** ………………………………………

Titre du module : RELATIONS ET OPERATIONS FONDAMENTALES DANS L'ENSEMBLE DES NOMBRES REELS;

Titre du chapitre : EQUATIONS, INEQUATIONS ET SYSTEMES; **Titre de la leçon :** Equations et inéquations du 2^{nd} degré dans IR

Matériel didactique à utiliser : Craie (blanche, rouge), règle graduée, calculatrice.

Objectifs Pédagogiques : L'apprenant devra être capable de :

- Ecrire un polynôme du 2^{nd} degré sous sa forme canonique ;
- Factoriser et étudier le signe d'un polynôme du 2^{nd} degré dans IR ;
- Résoudre une équation et une inéquation 2^{nd} degré ;
- Résoudre les systèmes d'équations à deux inconnues se ramenant à une équation du 2^{nd} degré ;

Motivation : ……

Etapes/durée	**Contenu**	**Activités**		**Point enseignement/ apprentissage**	**Observations**
		De l'enseignant	**Des apprenants**		
Introduction : Contrôle des pré requis *(10 min)*	**a)** Résoudre dans IR les équations suivantes : $2x-1=0$ $(-x+2)(3x+2)=0$ **b)** Etudier sur IR le signe de $P(x)=-2x+2$ **c)** Vérifier que -1 est une racine du polynôme P défini par : $P(x)=x^2+3x+2$. **d)** Donner la forme générale d'un polynôme du second degré.	Introduit, motive, facilite.	Traitent, répondent et notent.	Outiller les apprenants pour le traitement de l'activité d'apprentissage.	

Situation problème *(10 min)*	Un apprenti artisan fabrique entre 0 et 60 stylos par jour. Il estime que pour la fabrication et la vente de x stylos, son bénéfice est modélisé par la fonction B d'expression : $B(x) = -x^2 + 60x - 500$. Il se demande à quel(s) intervalle(s) doit appartenir le nombre de stylos à vendre afin qu'il ait un gain d'argent mais ne réussit pas à trouver. Aide l'apprenti à résoudre ce problème.	Introduit, partage les coupons, motive.	Écoutent, traitent, interagissent, répondent.	Captiver l'attention des apprenants, susciter le questionnement, favoriser l'appropriation de l'objectif par les apprenants.	
Activité d'apprentissage *(15 min)*	a) On considère le polynôme $P(x) = -x^2 + 60x - 500$. 1- Sachant que la forme générale d'un polynôme du second degré est $ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$, déterminer a, b et c pour le polynôme P. 2- Calculer le réel $\Delta = b^2 - 4ac$. 3- Développer et réduire l'expression $a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2}\right]$ 4- En déduire la nouvelle forme du polynôme P. *Cette forme est appelée **forme canonique** du polynôme P et le réel Δ est appelé **discriminant** du polynôme P.* b) On pose $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$. 1- Si $\Delta < 0$, peut-on calculer x_1 et x_2 ? 2- Si $\Delta = 0$, quel constat fait-on entre x_1 et x_2 ? 3- Reprenons le polynôme P du a) de l'activité. ➢ Calculer x_1 et x_2, puis montrer que x_1 et x_2 sont des racines de P.	motive, facilite, supervise le travail de groupe.	traitent, interagissent, répondent.	Découvrir le savoir, le savoir-faire objet du cours.	Les élèves traitent individuellement l'activité.

	➢ Développer et réduire l'expression $a(x-x_1)(x-x_2)$, puis comparer la à $P(x)$. ➢ Comparer : x_1+x_2 et $-\frac{b}{a}$; $x_1\times x_2$ et $\frac{c}{a}$. c) 1- Sachant que $P(x)=-1(x-10)(x-50)$. Compléter le tableau des signes ci-dessous : <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$ 10 50 $+\infty$</td></tr><tr><td>1</td><td></td></tr><tr><td>$x-10$</td><td>0</td></tr><tr><td>$x-50$</td><td>0</td></tr><tr><td>$P(x)$</td><td>0 0</td></tr></table>2- Sur quel(s) intervalle(s) a-t-on $P(x)<0$ et $P(x)\geq 0$?				
Résumé *(75 min)*	**1) <u>Définitions</u>** **<u>Définition</u> 1** : On appelle équation du second degré dans IR toute équation de la forme $P(x)=0$ où P est un polynôme du second degré d'expression $P(x)=ax^2+bx+c\ (a\neq 0)$. **<u>Définition</u> 2** : La forme canonique d'un polynôme P d'expression $P(x)=ax^2+bx+c\ (a\neq 0)$ est : $P(x)=a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a^2}\right]$. **<u>Définition</u> 3** : Le discriminant d'un polynôme P d'expression $P(x)=ax^2+bx+c\ (a\neq 0)$ est le réel : $\Delta=b^2-4ac$. La forme canonique devient : $P(x)=a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{\Delta}{4a^2}\right]$.	Note	Notent.	Institutionnalisation du savoir ou du savoir-faire.	

Méthode : Pour écrire un polynôme du second degré sous sa forme canonique, on doit :

1) Identifier les réels a, b, c ; 2) Calculer Δ.

3) Remplacer a, b et Δ par leurs valeurs dans l'expression $a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{\Delta}{4a^2}\right]$.

Exemple 1 :

Ecrire sous forme canonique les polynômes P et Q d'expressions : $P(x) = 2x^2 - 3x + 5$ et $Q(x) = -x^2 + 2x - 3$.

2) Factorisation d'un polynôme et résolution d'une équation du second degré dans IR

Définition 4 : On appelle racine d'un polynôme P, tout nombre réel solution de l'équation $P(x) = 0$.

Exemple 2 : 3 est une racine du polynôme $P(x) = x^2 - 4x + 3$ car $P(3) = (3)^2 - 4(3) + 3 = 9 - 12 + 3 = 0$.

a) Résolution d'une équation du second degré dans IR à l'aide du discriminant

On considère le polynôme du second degré P défini par :

$$P(x) = ax^2 + bx + c \quad (\text{avec } a \neq 0).$$

	L'équation $ax^2 + bx + c = 0$	Forme factorisée de P
$\Delta > 0$	admet deux solutions distinctes dans $\mathbb{R}$: $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$	$P(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$
$\Delta = 0$	admet une solution unique dans $\mathbb{R}$: $x_0 = -\frac{b}{2a}$. x_0 est **une solution double**	$P(x) = a(x - x_0)^2$

$\Delta < 0$	n'admet pas de solution dans $\mathbb{R}$. Par conséquent, l'expression $ax^2 + bx + c$ ne peut s'écrire comme produit de facteur du 1er degré.	Le polynôme P n'admet pas de forme factorisée

Remarque 1 : Lorsque $b = 0$, il peut résoudre l'équation en factorisant l'expresson à l'aide de l'identité remarquable : $\boldsymbol{u^2 - v^2 = (u - v)(u + v)}$.

Exemple 3 : Résoudre dans IR les équations suivantes :
$2x^2 - 5x - 3 = 0$; $-4x^2 + 10x - 6 = 0$; $3x^2 - 14x + 8 = 0$
$2x^2 - 4\sqrt{3}x + 6 = 0$; $5x^2 - 7x - 6 = 0$; $4x^2 - x + 3 = 0$
$9x^2 - 4 = 0$; $-x^2 + 16 = 0$.

b) Somme et produit

Théorème 1 :
Si le polynôme P défini par $P(x) = ax^2 + bx + c$ (avec $a \neq 0$) admet deux racines $x_1$et x_2 distinctes ou confondues, alors : leur **somme** est $S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ et leur **produit** est $P = x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}$.
L'équation de somme et produit du trinôme P(x)est : $\boldsymbol{X^2 - SX + P = 0}$ où $\boldsymbol{X}$ est l'inconnue. Celle-ci est équivalente à l'équation $\mathrm{P}(x) = 0$; donc x_1 et x_2 sont les solutions de cette équation.

Remarque 2 : On utilise ce théorème pour :
- Vérifier le calcul des solutions de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$.
- Trouver une racine connaissant l'autre ; en particulier lorsque le polynôme admet une racine "évidente" $(1, -1, 2$ et $-2)$ ou une racine connue.
- Déterminer le signe des racines sans en déterminer la

valeur.

Exemple 4 : Déterminer deux nombres réels dont la somme est 3 et le produit -10.

3) Résolution d'une inéquation du 2nd degré : Signe d'un polynôme du second degré

Soit le trinôme du second degré $P(x) = ax^2 + bx + c$(avec $a \neq 0$) et son discriminant $\Delta = b^2 - 4ac$.

<table>
<tr><th>Signe de Δ</th><th>Tableau de signe</th></tr>
<tr><td>Si $\Delta < 0$</td><td><table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>P(x)</td><td colspan="2">signe de a</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>Si $\Delta = 0$</td><td><table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>x_0</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>P(x)</td><td>signe de a</td><td>0</td><td>signe de a</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>Si $\Delta > 0$</td><td><table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>x_1</td><td></td><td>x_2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>P(x)</td><td>signe de a</td><td>0</td><td>signe de $-a$</td><td>0</td><td>signe de a</td></tr></table></td></tr>
</table>

Exemple 5 : Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'inéquation $-2x^2 + 7x - 3 \leq 0$.

Etape 1 : Résolvons sur IR l'équation $-2x^2 + 7x - 3 = 0$

$\Delta = (7)^2 - 4(-2)(-3) = 49 - 24 = 25$ donc $\sqrt{\Delta} = 5$.

L'équation a deux solutions : $x_1 = \frac{-7-5}{2(-2)} = 3$ et $x_2 = \frac{-7+5}{2(-2)} = \frac{1}{2}$.

Etape 2 : Dressons le tableau de signe sur IR de $-2x^2 + 7x - 3$

<table>
<tr>
<td></td>
<td>

<u>Etape 3</u> : A l’aide du tableau des signes, on déduit l’(es) intervalles de IR sur le(s)quel(s) $-2x^2+7x-3$ est négatif ou nul. D’où $S_{\mathbb{R}} = \left]-\infty;\frac{1}{2}\right] \cup [3;+\infty[$.

4) <u>Equations bicarrées</u>

Soit à résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) $x^4+2x^2-3=0$.
<u>Méthode</u> : On effectue le changement d'inconnue : $X = x^2$.
Contrainte : $X \geq 0$.
L'équation (E) est équivalente à l’équation du second degré : $X^2+2X-3=0$. On a :
$\Delta = (2)^2-4(1)(-3) = 4+12 = 16$ donc $\sqrt{\Delta} = 4$.
L'équation a deux solutions : $X_1 = \frac{-2-4}{2} = -3$ et $X_2 = \frac{-2+4}{2} = 1$.
Pour $X = -3 < 0$, l'équation $x^2 = -3$ n'a pas de solution.
Pour $X = 1$, on a l'équation $x^2 = 1 \Leftrightarrow x = 1$ ou $x = -1$.
D’où $S_{\mathbb{R}} = \{-1\,;1\}$.

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		3		$+\infty$
$-2x^2+7x-3$		$-$	0	$+$	0	$-$	

</td>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr>
<td>

Exercice(s) d’application
(20 min)

</td>
<td>

Un champ rectangulaire a 140 m de périmètre et 0,12ha de surface. Déterminer ses dimensions.
Pour aménager les alentours de son domicile, monsieur X a invité n jeunes et a prévu 54600FCFA à partager de manière équitable à ces jeunes. Le jour de l’aménagement, deux de ces jeunes sont empêchés et la part de chacun des travailleurs augmente alors de 150 FCFA.
1- Exprimer en fonction de n :

</td>
<td>Met les exercices au tableau.

Remplit le cahier de texte pendant que</td>
<td></td>
<td></td>
<td>Il s’agit de l’application directe du cours.</td>
</tr>
</table>

	a) la part prévue pour chacun des n jeunes au moment de l'invitation. b) le nombre de jeunes présents à l'aménagement c) la part des chaque jeune présent à l'aménagement 2- Démontrer que n^2 -2n -728 =0. 3- Résoudre l'équation $x^2 - 2x - 728 = 0$ et les inéquations $2x + 728 < x^2$; $x^2 - 2x - 728 \leq 0$ 4- En déduire : a) le nombre de jeunes invités à cet aménagement b) le nombre de jeunes présents à cet aménagement c) la part de chaque jeune ayant pris part à cet aménagement	les élèves réfléchissent.			

FICHE PÉDAGOGIQUE DE PRÉPARATION DE LA LEÇON

Classe : 1ère A **Séquence :** 1 **Date :** 08 / 09 / 2019 **Effectif :** …………… **Etablissement :** ……………………………………….

Titre du module : RELATIONS ET OPERATIONS FONDAMENTALES DANS L'ENSEMBLE DES NOMBRES REELS;

Titre du chapitre : EQUATIONS, INEQUATIONS ET SYSTEMES; **Titre de la leçon :** Systèmes linéaires dans IR^2

Matériel didactique à utiliser : Craie (blanche, rouge), règle graduée, calculatrice.

Objectifs Pédagogiques : L'apprenant devra être capable de :

- Résoudre un système linéaire dans IR^2 par la méthode de substitution, combinaison linéaire ou des déterminants
- Résoudre un système par changement d'inconnus, résoudre des problèmes faisant appel aux systèmes linéaires dans IR^2

Motivation : ……

Etapes/durée	Contenu	Activités De l'enseignant	Activités Des apprenants	Point enseignement/ apprentissage	Observations
Introduction : Contrôle des prérequis *(10 min)*	**a)** Soit l'expression $4x - 2y = 6$. Ecrire y en fonction de x. **b)** On considère le système d'expression $\begin{cases} -x + 2y = 3 \\ -x + y = 1 \end{cases}$. Vérifier parmi les couples $(-3; 0)$ et $(1; 2)$ lequel vérifie à la fois les deux expressions du système.	Introduit,motive, facilite.	Traitent, répondent et notent.	Outiller les apprenants pour le traitement de l'activité d'apprentissage.	

Situation problème *(10 min)*	Dans l'enclos de Monsieur Franck se trouve uniquement des poules et des chèvres. Il aimerait faire vacciner ses animaux par un vétérinaire. Il veut connaître le nombre d'animaux de chacune de ces deux espèces. Les poules et les chèvres étant très mobiles, il ne parvient pas à compter. Il se rappelle néanmoins que sa femme lui avait dit qu'il y a un total de 25 têtes et 80 pattes. Ne sachant pas calculer, il sollicite votre aide pour résoudre son problème.	Introduit, partage les coupons, motive.	Écoutent, traitent, interagissent, répondent.	Captiver l'attention des apprenants, susciter le questionnement, favoriser l'appropriation de l'objectif par les apprenants.	
Activité d'apprentissage *(15 min)*	a) Une poule compte combien de têtes ? de pattes ? Une chèvre compte combien de têtes ? de pattes ? b) Soit le système d'inconnus x et y : $\begin{cases} x+y=25 \\ x+2y=40 \end{cases}$. Déterminer par l'une des méthodes enseignées en classes antérieures. c) Nouvelle technique d'approche : Sachant que $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = a \times d - b \times c$ 1- Calculer $d = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$; $d_x = \begin{vmatrix} 25 & 1 \\ 40 & 2 \end{vmatrix}$ et $d_y = \begin{vmatrix} 1 & 25 \\ 1 & 40 \end{vmatrix}$. 2- Vérifier que $x = \frac{d_x}{d}$ et $y = \frac{d_y}{d}$.	motive, facilite, supervise le travail de groupe.	traitent, interagissent, répondent.	Découvrir le savoir, le savoir-faire objet du cours.	Les élèves traitent individuellement l'activité.
	1) <u>Définitions</u> **<u>Définition</u> 1** : On appelle système linéaire d'équations dans IR², toute expression pouvant se mettre sous la forme				

Résumé *(45 min)*	(S): $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$ où a, b, c, a', b', c' sont des réels connus. **Définition 2** : Un couple $(x_0\ ;\ y_0)$ est solution du système (S) lorsque : en remplaçant x par x_0 et y par y_0 dans chacune des équations de ce système, les deux équations restent vraies. **Exemple 1** : Soit le système (S') : $\begin{cases} 3x-2y=3 \\ -6x+2y=1 \end{cases}$. Parmi les couples suivants, dites celui qui est solution du système (S') : $(1\ ;\ 0)\ ;\ (-2\ ;1)\ ;\ \left(-\frac{4}{3}\ ;\ -\frac{7}{2}\right)$. **2) Méthode de résolution** Résoudre un système linéaire d'équations dans IR² c'est trouver tous les couples qui vérifient à la fois les deux équations du système. Pour résoudre donc un système linéaire d'équations dans IR², on peut utiliser l'une des méthodes suivantes : **a- Méthode par substitution** Cette méthode consiste à exprimer l'une des inconnues en fonction de l'autre puis à substituer cette inconnue dans l'autre équation pour avoir une équation à une inconnue que l'on sait résoudre. **Exemple 2** : Résolvons par substitution dans IR² le système $\begin{cases} -x+2y=2 \\ 4x+y=9 \end{cases}$. On a : $-x+2y=2$ ceci implique $x=2y-2$. En substituant x par $2y-2$ dans l'équation $4x+y=9$, on obtient : $4(2y-2)+y=9$ c-à-d $8y-8+y=9$ c-à-d $9y=17$	Note	Notent.	Institutionnalisation du savoir ou du savoir-faire.	

donc $y = \frac{17}{9}$

En substituant y par $\frac{17}{9}$ dans l'équation $-x + 2y = 2$, on obtient : $-x + 2\left(\frac{17}{9}\right) = 2$ c-à-d $-x + \frac{34}{9} = 2$ c-à-d $x = \frac{16}{9}$

D'où le couple $\left(\frac{16}{9} \,;\, \frac{17}{9}\right)$ est l'unique solution dans IR² du système.

b- <u>Méthode par combinaison linéaire</u>

Cette méthode consiste à multiplier les deux équations par des coefficients judicieusement choisis, de tel sorte qu'en sommant les deux équations obtenues, on obtienne une équation à un seul inconnu.

<u>Exemple</u> 3 : Résolvons par combinaison linéaire dans IR² le système $\begin{cases} 2x - 5y = 11 \\ 3x + 4y = 5 \end{cases}$.

On a : $\begin{array}{c} 3 \\ -2 \end{array}\begin{cases} 2x - 5y = 11 \\ 3x + 4y = 5 \end{cases}$ On obtient :$+\begin{cases} 6x - 15y = 33 \\ -6x - 8y = -10 \end{cases}$ $-23y = 23$ Donc $y = \frac{23}{-23} = -1$.	On a : $\begin{array}{c} 4 \\ 5 \end{array}\begin{cases} 2x - 5y = 11 \\ 3x + 4y = 5 \end{cases}$ On obtient :$+\begin{cases} 8x - 20y = 44 \\ 15x + 20y = 25 \end{cases}$ $23x = 69$ Donc $x = \frac{69}{23} = 3$

Ainsi $S_{\mathbb{R}^2} = \{(3\,;\,-1)\}$.

c- <u>Méthode par les déterminants</u>

Soit le système d'inconnus x et y : (S) $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$.

On pose :

$d = \begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix} = a \times b' - b \times a'$ le déterminant du système

	$d_x = \begin{vmatrix} c & b \\ c' & b' \end{vmatrix} = c \times b' - b \times c'$ le déterminant par rapport à x du système. $d_y = \begin{vmatrix} a & c \\ a' & c' \end{vmatrix} = a \times c' - a' \times c$ le déterminant par rapport à y du système. ✓ Si $d \neq 0$, alors le système (S) admet une unique solution qui est le couple $\left(\frac{d_x}{d}\ ;\ \frac{d_y}{d}\right)$. ✓ Si $d = 0$ et $d_x \neq 0$ ou $d_y \neq 0$, alors le système (S) n'admet pas de solution. ✓ Si $d = 0$ et $d_x = 0$ et $d_y = 0$, alors le système (S) admet une infinité de solutions qui sont : les couples $(x\ ; y)$ vérifiant l'équation $ax + by = c$. **Exemple 3** : Reprenons la question c) de l'activité d'apprentissage.				
Exercice(s) d'application *(20 min)*	Exercice 1 : Utilisation d'un changement d'inconnu a) Résoudre dans IR² le système : $\begin{cases} 12a - 5b = 63 \\ 8a + 15b = -1 \end{cases}$. b) En déduire la solution du système : $\begin{cases} \frac{12}{x-3} - \frac{5}{y+2} = 63 \\ \frac{8}{x-3} + \frac{15}{y+2} = -1 \end{cases}$. Exercice 2 : Monsieur Nandong a fait un versement de 560 000Fconstitué exclusivement des billets de 1000 et de 2000. Il se rappelle qu'il avait au total 430 billets. On aimerait savoir le nombre de billet de 1000 et de 2000.	Met les exercices au tableau. Remplit le cahier de texte pendant que les élèves réfléchissent.			Il s'agit de l'application directe du cours.

Conclusion *(5 min)*	**Devoirs** : Pour assister à un concert, la famille Ateba composée de deux adultes et de trois enfants paye 9800F. Madame Kengne accompagné de ses quatre enfants a payé 8900F. Détermine le prix d'un billet d'entrée pour enfant et d'un billet d'entrée pour adulte.	Prochain cours :			Matériels : règle graduée, équerre, crayon, calculatrice.

MODULE 14 : **ORGANISATION ET GESTION DES DONNEES**

CHAPITRE 2 : **DENOMBREMENTS**

Leçon 1 : COMPLEMENTS SUR LES ENSEMBLES

OBJECTIFS PEDAGOGIQUES :

► Déterminer le cardinal de deux ensembles finis, connaissant celui de leur réunion et/ou de leur intersection à l'aide de diagramme.

► Déterminer le cardinal du complémentaire d'un ensemble fini à l'aide de diagrammes.

PRE- REQUIS :

♠ ***Ensemble fini*** : C'est un ensemble qui possède un nombre fini d'élément

♠ ***Cardinal d'un ensemble*** : C'est le nombre d'élément de cet ensemble.

Si $E = \{a; b; c; d; e\}$ alors E est un ensemble fini et on a : $card(E) = 5$.

♠ ***Réunion de deux ensembles A et B*** (*noté* $\boldsymbol{A \cup B}$) **:** Ensemble des éléments qui sont dans A ou dans B. *(faire un diagramme)*

♠ ***Intersection de deux ensembles A et B*** (*noté* $\boldsymbol{A \cap B}$) **:** Ensemble des éléments qui sont à la fois dans A et dans B. *(faire un diagramme)*

♠ ***A est un sous-ensemble de B*** ou ***A est inclus dans B*** (*on note* $\boldsymbol{A \subset B}$) lorsque tout est élément de A se trouve dans B. *(faire un diagramme)*

SITUATION PROBLEME : Afin de dénombrer le nombre d'élèves inaptes (ne pratiquant aucun sport) dans une classe de première A de 70 élèves où sont pratiqués deux sports (football et handball), le professeur de sport procède à un sondage et obtient les résultats suivant :

- 50 élèves pratiquent le football
- 30 élèves pratiquent le handball
- 20 élèves pratiquent les deux sports

Ne sachant plus comment continuer, il fait appel à votre connaissance sur le dénombrement ; aider votre professeur de sport à relever sa difficulté.

ACTIVITE D'APPRENSTISSAGE :

Activité 1 :

Soit l'ensemble $F = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ et G un sous ensemble de F tel que $G = \{1; 2; 4; 5; 8\}$.

Soit H l'ensemble des éléments de F qui ne se trouvent pas dans G. Recopie et complète : $H = \{\dots\dots\dots\dots\}$; $card(F) = \cdots$; $card(G) = \cdots$; $card(H) \dots$

En déduire une formule permettant de calculer $card(H) \dots$

Petite conclusion : L'ensemble H *est appelé* ***complémentaire de* G *dans* F** *et on note* $\boldsymbol{C_F^G}$.

Activité 2 :

Soit E l'ensemble des 15 premières lettres de l'alphabet français. A et B deux sous-ensembles de E tels que : $A = \{a; b; c; d; e; f; k; h; l\}$ et $B = \{b; e;\ f; g; i; j\}$.

1- Représenter le diagramme de VENN traduisant cette situation.
2- a) Recopie puis complète : $card(A) = \cdots$; $card(B) = \cdots$; $A \cup B = \{\dots\dots\dots\dots\}$
   $card(A \cup B) = \cdots$; $A \cap B = \{\dots\dots\dots\dots\}$ $card(A \cap B) = \cdots$

b) En déduire une formule permettant de calculer $card(A \cup B)$.

3- On désigne par C l'ensemble des éléments de E qui n'appartiennent ni à A ni à B. Déterminer les éléments de C et $card(C)$.

Recopie puis complète : $card(C) = card(\dots) - card(\dots)$.

Activité 3:

Soit E un ensemble tel que $card(E) = 70$, A et B deux sous-ensembles de E tels que $card(A) = 50$; $card(B) = 30$ et $card(A \cap B) = 20$. Déterminer $card\left(C_E^{A \cup B}\right)$.

RESUME :

1- Réunion et Intersection de deux ensembles finis.

Soient A et B deux ensembles finis. La réunion des ensembles A et B est noté $A \cup B$ et leur intersection est notée $A \cap B$ et on a :

► $card(A \cup B) = card(A) + cars(B) - card(A \cap B)$
► $card(A \cap B) = card(A) + cars(B) - card(A \cup B)$.

NB : $card(\emptyset) = 0$

Remarque : Si les ensembles A et B sont disjoints c'est-à-dire $A \cap B = \emptyset$ (A et B n'ont rien en commun) alors : $card(A \cup B) = card(A) + cars(B)$.

2- Complémentaire d'un ensemble.

Soit E un ensemble fini et A un sous-ensemble de E. On appelle ***complémentaire de A dans E*** noté $\boldsymbol{C_E^A}$ (ou $\bar{A}$ ou $\boldsymbol{E \backslash A}$) l'ensemble des éléments de E qui ne sont pas dans A. *(faire un diagramme)*

Propriété : $\boldsymbol{card\left(C_E^A\right) = card(E) - card(A)}$

Remarque : Etant donné deux ensembles non disjoints A et B,

►l'ensemble des éléments de A qui ne sont pas dans B (les éléments qui appartiennent *uniquement* à A) est noté $A \backslash B$ et on a : $card(A \backslash B) = card(A) - card(A \cap B)$.

►l'ensemble des éléments de B qui ne sont pas dans A (les éléments qui appartiennent *uniquement* à B) est noté $B \backslash A$ et on a : $card(B \backslash A) = card(B) - card(A \cap B)$.

Exercice d'application.

Pour participer aux interclasses de football masculin organisés dans un lycée, le prof de sport d'une classe de première A (comportant 50 garçons) souhaiterait faire participer les garçons pratiquants uniquement le football. Sachant que deux sports sont pratiqués dans cette classe, après un sondage effectué, il en ressort que : 25 garçons jouent au football, 30 garçons jouent au basket et 8 garçons ne pratiquent aucun des deux sports. Combien de garçons participeront-ils aux interclasses ?

Solution de la situation problème.

Soit E l'ensemble des élèves de cette classe, A l'ensemble des élèves qui pratiquent le football et B l'ensemble d'élèves qui pratiquent le handball alors on a : $card(E) = 70$ $card(A) = 50$; $card(B) = 30$ et $card(A \cap B) = 20$. *(faire un diagramme)*

► Nombre d'élèves qui pratiquent au moins un sport :
$card(A \cup B) = card(A) + card(B) - card(A \cap B) = 50 + 30 - 20 = 60$ élèves.
► Nombre d'élèves inaptes (qui ne pratiquent aucun des deux sports) :
$card\left(C_E^{A \cup B}\right) = card(E) - card(A \cup B) = 70 - 60 = 10$.
Ainsi le nombre d'élèves inaptes de cette classe est de 10 élèves.

Leçon 2 : PRODUIT CARTESIEN D'ENSEMBLES

OBJECTIFS PEDAGOGIQUES :

► Déterminer le nombre d'élément du produit cartésien de deux ensembles finis à l'aide d'un tableau ou d'un arbre de choix.

Prérequis :

♠ De combien d'éléments est constitué l'ensemble $\mathbb{N}$?

♠ Soit l'ensemble $E = \{a; b; c; d; e\}$. Déterminer le nombre d'éléments de E.

♠ Quelle différence faites-vous entre ces deux ensembles ?

SITUATION PROBLEME :

Vous êtes invités à une cérémonie de baptême de votre meilleur ami. Le menu se compose :

- Des sauces : Ndolè ; poulet sauté
- Des compléments : Riz ; plantain mur ; ignames ; miondo.
  Un plat est composé d'une sauce et d'un complément.

Combien de choix possibles de plats disposez-vous ?

ACTIVITE D'APPRENSTISSAGE :

Un tournoi de football se joue entre deux quartiers A et B. Chacune des quatre équipes du quartier A (A_1, A_2 , $A_3 et$ A_4) devra rencontrer chacune des deux équipes du quartier B (B_1 *et* B_2) pour une seule rencontre. A l'aide d'un *arbre de choix* ou d'un *tableau à double entrée*, déterminer le nombre total de matchs (rencontres) de ce tournoi.

Solution : Chaque rencontre correspond à un couple formé d'une équipe de A et d'une équipe de B par exemple le couple (A_1, B_2) est la rencontre entre les équipes A_1 et B_2.

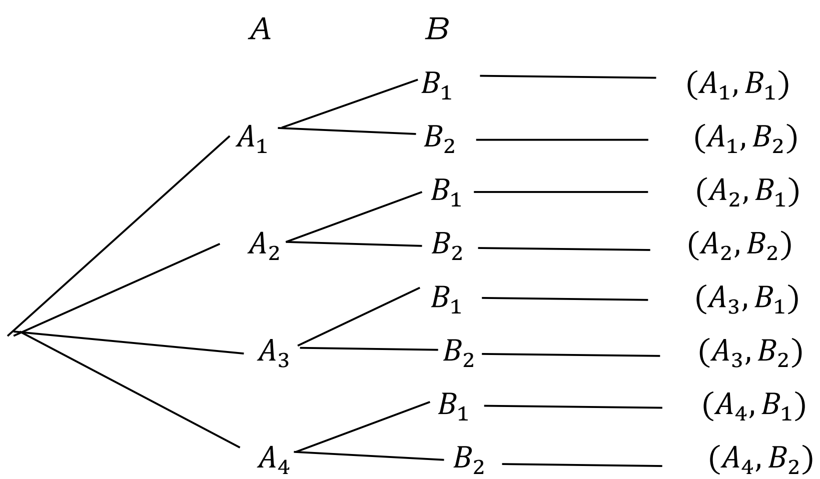
Utilisation d'un tableau à double entrée

B \ A	A_1	A_2	A_3	A_4
B_1	(A_1, B_1)	(A_2, B_1)	(A_3, B_1)	(A_4, B_1)
B_2	(A_1, B_2)	(A_2, B_2)	(A_3, B_2)	(A_4, B_2)

Ainsi le nombre de rencontres de ce tournoi est de ….=…×… matchs.

Nous venons ainsi de réaliser le produit cartésien d'un ensemble A à 4 éléments par un ensemble B à 2 éléments : il est noté $A \times B$.

Utilisation d'un arbre de choix.



RESUME :

Définition : Etant donné deux ensembles finis A et B, on appelle ***produit cartésien*** de A par B, l'ensemble des couples $(a\,;\,b)$ tels que $a \in A$ et $b \in B$; il est noté $A \times B$ et on lit *A croix B.*

Propriété : $card(A \times B) = card(A) \times card(B)$.

Remarques : Soient $E_1, E_2, \cdots, E_p$, p ensembles finis ($p \in \mathbb{N}$) alors on a :

► $card\big(E_1 \times E_2 \times \cdots \times E_p\big) = card(E_1) \times card(E_2) \times \cdots \times card(E_p)$

► Si $E_1 = E_2 = \cdots = E_p = E$, alors
$card\big(E_1 \times E_2 \times \cdots \times E_p\big) = card(E^p) = card(E) \times card(E) \times \cdots \times card(E) = (card(E))^p$.

Vocabulaire : Un élément de l'ensemble E^p ($p \geq 2$) est de la forme $(n_1, n_2, \cdots, n_p)$ et est appelé : ***p-uplets ou p-listes.***

Exemple : Si $E = \{1; 2; 4; 5; 8\}$ alors :

♠ Eléments de $E^2 = E \times E$: $(2; 4)$; $(5; 1)$ …. appelés couples ou 2-uplets.

♠ Eléments de $E^3 = E \times E \times E$: $(1; 2; 4)$; $(5; 4; 1)$ …. appelés triplets ou 3-uplets.

Exercice d'application.

1- Dans une épreuve d'examen, on propose trois sujets de mathématiques et cinq sujets de français. Un candidat doit choisir un sujet de chaque discipline. Combien a-t-il de choix possibles ?
2- Une femme a dans sa penderie quatre jupes, cinq chemises et sept vestons. Pour s'habiller, elle choisit au hasard une jupe, une chemise et un veston. De combien de façons différentes peut-elle s'habiller ?
3- Quatre amis vont à une soirée et devraient être accompagné chacun de son épouse. A la dernière minute, une épouse est indisponible et ne peut accompagner son mari. A l'ouverture de la soirée dansante, les quatre amis forment des couples (composé d'un homme et d'une femme).
   a) Combien de couples peut-on former ? (On pourra utiliser un tableau à double entrée ou un arbre de choix afin d'énumérer tous les couples possibles)
   b) Combien peut-on former de couples tels qu'un homme ne danse pas avec sa femme.

Solution de la situation problème.

Soit A l'ensemble des sauces alors $card(A) = 2$ et B l'ensemble des compléments on a $card(B) = 4$; un plat est composé d'un élément de A et d'un élément de B donc un élément du produit cartésien $A \times B$ ainsi le nombre de plats possibles est alors le nombre d'éléments de $A \times B$ d'où le nombre de choix possibles de plats est :

$card(A \times B) = card(A) \times card(B) = 2 \times 4 = 8$ choix possibles.

Leçon 3 : P-UPLETS ET ARRANGEMENTS

OBJECTIFS PEDAGOGIQUES :

► Déterminer le nombre de p-uplets d'un ensemble fini.

► Déterminer le nombre d'arrangement et de permutation d'un ensemble fini.

PRE- REQUIS :

On donne $A = \{a; b; c\}$ et $B = \{1; 2\}$.

♠ Déterminer les éléments de $A \times B$ puis $card(A \times B)$.

♠ Déterminer les éléments de $A^2 = A \times A$ puis $card(A \times A)$.

SITUATION PROBLEME :

Votre frère, avant son départ pour les USA, a laissé à votre famille un coffre-fort qui s'ouvre avec un code formé de 7 caractères : un nombre de 4 chiffres suivi de 3 lettres distinctes deux à deux. Les seules informations que vous disposées sont :

- Le nombre est formé des chiffres $\{2; 4\}$ et se termine par 2
- Les lettres sont prises parmi les cinq premières voyelles et commence par O.

Afin de découvrir le contenu du coffre, votre papa fait appel à vos connaissances sur le dénombrement pour l'aider à trouver le nombre de codes possibles à essayer pour ouvrir ce coffre.

ACTIVITE D'APPRENSTISSAGE :

1- Soit l'ensemble $E = \{2; 4\}$.

a) Déterminer tous les triplets (3-uplets) d'éléments de E (Les éléments de E^3) : combien sont-ils ? ($card(E^3)$)

b) On désire remplir ces trois cases avec les éléments de E. Combien de possibilités a-t-on pour chacune des cases ?

2- Soit l'ensemble $F = \{a, e, i, u\}$.

a) Déterminer tous les couples d'éléments distincts de E : combien sont-ils ?

b) On désire remplir ces trois cases avec les éléments de E. Combien de possibilités a-t-on pour chacune des cases ?

3- Soit A l'ensemble de tous les triplets d'éléments de E et B l'ensemble des couples d'éléments distincts de F. $card(A) = \cdots$; $card(B) = \cdots$; $card(A \times B) = \cdots$.

RESUME :

1- ***P-uplets ou P-listes d'un ensemble fini.***

Soit E un ensemble fini à n éléments ($n \in \mathbb{N}$) et p un entier naturel non nul($p \in \mathbb{N}^*$). On appelle ***p-uplet*** ou ***p-liste*** d'élément de E tout élément de l'ensemble $E^p = E \times E \times \cdots \times E$.

Exemple : Soit $E = \{a, e, i\}$. Donnons quelques :

+ 3-uplets de E : (a, e, i) ; (a, a, i) ; (e, e, e) etc…

+ 4-listes de E : (a, e, a, i) ; (a, a, a, i) ; (a, a, a, a) etc…

NB : $(a, a, i) \neq (a, i, a)$

Remarque : Un p-uplet correspond à une disposition ordonnée avec répétition de p éléments qui s'identifie dans certain énoncé par l'expression "***tirage successif avec remise***".

Propriété : Le nombre de *p-uplets* ou *p-listes* d'un ensemble à n éléments est $\boldsymbol{n^p}$.

Exercice d'application :

1- Combien de nombre à quatre chiffres peut-on former avec les chiffres 1 ;3 et 5.
2- On désire former des codes à quatre chiffres (distincts ou non) pris parmi les chiffres de la numérotation décimale $\{0, 1, 2, \dots, 9\}$.
   a) Combien de codes distincts peut-on former ?
   b) Combien de code commençant par 2 peut-on former ?
3- De combien de façons distinctes peut-on ranger 5 livres dans 3 tiroirs numérotés de 1 à 3 sachant qu'un tiroir peut contenir de 0 à 5 livres ?

2- Arrangement- Permutation- Anagramme.

a) Notion de Factorielle.

Soit n un entier naturel non nul. On appelle ***factoriel n*** le nombre le nombre noté $n!$ et définie par $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \cdots \times 2 \times 1$.

Par convention, $0! = 1$

Remarque : $1! = 1$; $n! = n \times (n-1)!$

Exemple : $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$; $6! = 6 \times 5! = 6 \times 120 = 720$; $\frac{9!}{7!} = \frac{9\times8\times7!}{7!} = 9 \times 8 = 72$.

b) Arrangement d'éléments d'un ensemble fini.

Soit E un ensemble fini à n éléments ($n \in \mathbb{N}$) et p un entier naturel non nul($p \in \mathbb{N}^*$) avec $p \leq n$. On appelle ***arrangement*** de p éléments de E toute disposition ordonnée de p éléments de E deux à deux distincts.

Exemple : Soit $E = \{a, e, i, o\}$. Donnons quelques :

+ Arrangements de 2 éléments de E : (a, e) ; (i, e) ; (a, o) ; (o, e)

+ Arrangements de 3 éléments de E : (a, e, o) ; (i, e, a) ; (a, i, o) ; (o, a, e)

NB : (a, a) n'est pas un arrangement de 2 éléments de E.

Remarque : Un arrangement correspond à une disposition ordonnée et sans répétition des éléments qui s'identifie dans certain énoncé par l'expression "***tirage successif sans remise***".

Propriété : Le nombre d'arrangement de p éléments d'un ensemble à n éléments est noté A_n^p *(on lit : arrangement de p dans n)* et défini par : $A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}$: C'est le produit de p entiers naturels consécutifs dont le grand est n c'est-à-dire $A_n^p = n \times (n-1) \times (n-2) \times \cdots \times (n-p+1)$.

Remarque : $A_n^0 = 1$; $A_n^1 = n$ et $A_n^n = n!$

Exemple : Calculons :

♠ $A_5^3 = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5!}{2!} = \frac{5\times4\times3\times2!}{2!} = 5 \times 4 \times 3 = 60$.

♠ A_{10}^5 est le produit de 5 entiers consécutifs dont le plus grand est 10 ; ainsi $A_{10}^5 = 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 = 30240$.

Exercice d'application :

1- Déterminer le nombre de façons distinctes de ranger 5 voitures dans un parking à 10 places numérotés de 1 à 10.
2- Le téléphone de votre papa se déverrouille avec un code de 4 lettres pris dans l'ensemble $\{a, e, i, o, u, y\}$. Combien avez-vous de possibilités pour déverrouiller ce téléphone ?

3- Une classe de 30 élèves de première veut mettre sur pied un bureau composé d'un président, d'un secrétaire et d'un trésorier pour organiser la fête de fin d'année. Déterminer le nombre de bureaux possibles sachant que le cumul de poste est interdit.

c) Permutation d'éléments d'un ensemble fini.

Soit E un ensemble fini à n éléments. On appelle ***permutation*** d'éléments de E tout arrangement des n éléments de E.
Le nombre de permutation d'un ensemble à n éléments est $A_n^n = n!$.

Exemple : Le nombre de façons différentes de faire asseoir quatre personnes autour d'une table à quatre places numérotés de 1 à 4 est : $A_4^4 = 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ façons.

d) Anagramme d'un mot.

On appelle ***anagramme d'un mot*** le mot (ayant un sens ou non) obtenu en permutant uniquement les lettres du mot initiale.

Exemple : BENI, EBNI, NIBE, etc……. sont des anagrammes du mot BIEN.

Le nombre d'anagramme d'un mot ayant n lettres distinctes est $n!$.

NB : Si dans un mot à n lettres, une lettre se répète $n_1$fois, une autre lettre se répète n_2 fois, etc… alors le nombre d'anagramme de ce mot est : $\frac{n!}{n_1! \times n_2! \times \cdots}$.

Exemple : ♠ Le nombre d'anagramme du mot AFRIQUE est : $7! = 5040$.
♠ Le nombre d'anagramme du mot PROBATOIRE est : $\frac{10!}{2! \times 2!} = 907200$.

Solution de la situation problème :

Pour le placement des chiffres, on aura : 2^3 possibilités

Pour le placement des lettres, on aura : A_4^2 possibilités

Ainsi le nombre de codes possibles à essayer est : $2^3 \times A_4^2 = 8 \times 12 = 96$ codes.

Leçon 4 : COMBINAISION

OBJECTIF PEDAGOGIQUE :

► Déterminer le nombre de sous-ensemble à p éléments d'un ensemble à n éléments.

PRE- REQUIS :

A est un sous-ensemble de B ou *A est inclus dans B* (*on note* $A \subset B$) lorsque tout est élément de A se trouve dans B. *(faire un diagramme)*
On donne l'ensemble $A = \{a; b; c; d; e; f\}$.

Donner deux sous-ensembles formés d'un élément de A.

Donner deux sous-ensembles formés de deux d'éléments de A.

Donner trois sous-ensembles formés de trois d'éléments de A.

SITUATION PROBLEME :

Vous êtes candidat à l'écris d'un examen comportant un sujet de maths ayant 4 exercices et un sujet de français ayant 5 exercices *(on admet que les exercices sont différents et ont le même degré de difficultés).* Chaque candidat doit choisir 2 exercices de maths et 3 exercices de français pour cet examen. Combien de choix disposez-vous ?

ACTIVITE D'APPRENSTISSAGE :

On considère les ensembles : $M = \{1; 2; 3; 4\}$ et $F = \{a; b; c; d; e\}$.

1- Déterminer tous les sous-ensembles à 2 éléments de M : combien sont-ils ?
2- Déterminer tous les sous-ensembles à 3 éléments de F : combien sont-ils ?
3- Soit A l'ensemble formé des sous-ensembles à 2 éléments de M et B l'ensemble formé des sous-ensembles à 3 éléments de F.
   Compléter : $card(A) = \cdots$; $card(B) = \cdots$; $card(A \times B) = \cdots$.

RESUME :

Soit E un ensemble fini à n éléments et p un entier naturel tel que $p \leq n$. On appelle ***combinaison*** de p éléments de E tout sous-ensemble de E ayant p éléments.

Exemple : Soit l'ensemble $E = \{a; b; c; d; e\}$
+ $\{a; b; e\}$ est une combinaison de 3 éléments de E.
+ $\{b; c; d; e\}$ est une combinaison de 4 éléments de E.

NB : $\{a; b; e\} = \{a; e; b\}$

Remarque : Une combinaison correspond à une disposition non ordonnée et sans répétition des éléments qui s'identifie dans certains énoncé par l'expression " ***tirage simultané***".

Propriété : Le nombre de combinaison de p éléments dans un ensemble à n éléments est noté C_n^p *(on lit : combinaison de p dans n)* et défini par $C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!} = \frac{A_n^p}{p!}$.

Exemple : $C_5^3 = \frac{5!}{3!(5-3)!} = \frac{5!}{3!\times2!} = \frac{5\times4\times3!}{3!\times2!} = 10$. $C_{10}^7 = \frac{10!}{7!(10-7)!} = \frac{10!}{7!\times3!} = 120$.

Remarque : $C_n^1 = n$; $C_n^0 = 1$; $C_n^n = 1$; $A_n^p = p! \times C_n^p$.

Exercice d'application :

1- Résoudre dans $\mathbb{N}$ les équations : a) $C_n^2 = 190$; b) $A_n^2 = 2n^2 - n - 64$.
2- Dans une classe de première comportant 20 filles et 15 garçons, on souhaite former une équipe de 5 élèves pour participer au concours de littérature organisé dans cette école.

a) Combien d'équipes peut-on former ?
b) Combien peut-on former d'équipes comportant exactement 3 filles ?
c) Combien peut-on former d'équipes ne comportant aucun garçon ?

Tableau Récapitulatif :

Types de Tirage	Les éléments sont ordonnés	Les éléments sont distincts	Outils du dénombrement	Nombre de Tirage
Tirage successif avec remise	OUI	NON	p-uplets	n^p
Tirage successif sans remise	OUI	OUI	Arrangement	$A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}$
Tirage simultané	NON	OUI	Combinaison	$C_n^p = \frac{n!}{p!\,(n-p)!}$

***Solution de la situation problème*.**

Pour les exercices de Maths le candidat aura : $C_4^2 = 6$ choix possibles

Pour les exercices de Français le candidat aura : $C_5^3 = 10$ choix possibles

Ainsi chaque candidat aura alors : $C_4^2 \times C_5^3 = 6 \times 10 = 60$ choix possibles.

Chap3 : GENERALITES SUR LES FONCTIONS NUMERIQUES

Situation de vie

Armand est un cycliste il roule à une vitesse f(t) où f est une fonction exprimant la vitesse en Km/h et t le temps en heure. Où $f(t)=2t^2$. On appel trajectoire l'ensemble des positions successives occupées par le cycliste, c'est aussi le tracer graphique de la courbe.

A l'aide de sa trajectoire au bout de combien de minute Armand atteindra la vitesse de 50 Km/h. On prendra pour origine du repère le départ du cycliste.

Leçon 1 Fonction de la forme : ax^2 et $\frac{a}{x}$

Prérequis

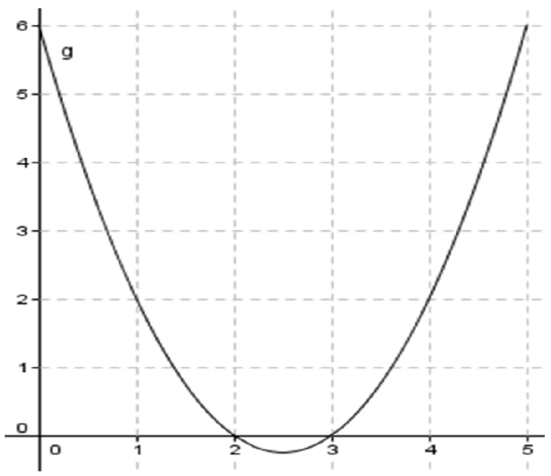
Exercice 1

Soit f une fonction définie par $f(x)=x^2$

1.1-) calculer l'image de -1 et 1

1.2-) calculer les antécédents de 1

Exercice 2



Soit g la fonction dont la courbe est représentée ci-contre.

2.1. Donner l'ensemble de définition de g

2.2. Donner l'image de 0,1 et 2 par g

2.3. Donner les antécédents de 0 et 2 par g

Compétences Exigées

- Justifier qu'une fonction est paire sur un intervalle [a ;b]
- Justifier qu'une fonction est impaire sur un intervalle [a ;b]
- Exploiter la courbe représentative d'une fonction définie sur un intervalle pour justifier sa parité

Plan de la leçon 1

1.1. Représentation graphique de la fonction ax^2
1.2. Représentation de la fonction $\frac{a}{x}$

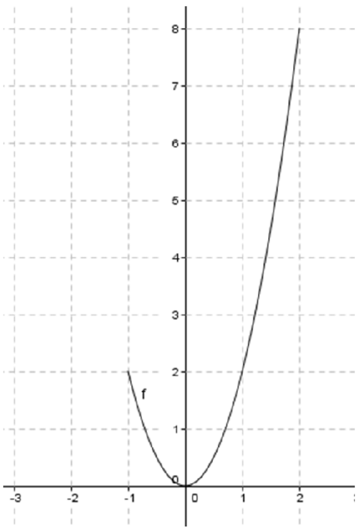
1.1. Représentation graphique d'une fonction ax^2

1.1. Activité d'apprentissage

1-) Recopier et complète le tableau suivant

X	-3	-2	-1	1	2	3
$f(x)=2x^2$		8	2			

2-) A l'aide du tableau complète la courbe ci-dessous



1.1 Résumé

Une fonction est toute combinaison qui associe à chaque objet une unique image. L'ensemble de définition d'une fonction de la forme ax^2 est $\mathbb{R}$ ou une partie de $\mathbb{R}$. Pour construire une telle fonction il faut au préalable construire le tableau de valeur puis calculer les images de ces valeurs.

N.B. : ces valeurs doivent appartenir à l'ensemble de définition de la fonction.

Application 1:

1-) donner l'ensemble de définition des fonctions suivantes

a-) $f(x)=4x^2$ b-) $f(x)=\frac{1}{2}x^2$ c-) $f(x)=-x^2$ d-) $f(x)=-2x^2$

2-) Construire chacune des fonctions précédentes dans un repère orthonormé

1.2 Représentation graphique de la fonction $\frac{a}{x}$

1.2 Activité d'apprentissage

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{4}{x}$

1-) quelle est la condition d'existence de f

2-)Recopier et compléter le tableau suivant

X	-4	-2		1		4
f(x)			-4		2	

3-) Construire la courbe représentative de f dans un repère orthonormé

1.2 Résumé

L'ensemble de définition de ce type de fonction est soit une partie de l'intervalle de la condition d'existence soit l'intervalle de la condition d'existence. La construction d'une telle fonction nécessite également un tableau de valeur.

N.B. : dans le tableau de valeur nous ne pouvons pas avoir la valeur de la condition d'existence et l'image de celle-ci ne peut se calculer.

1.2 Application

1-) Après avoir déterminé l'ensemble de définition de f faire la représentation de f dans un repère orthonormé.

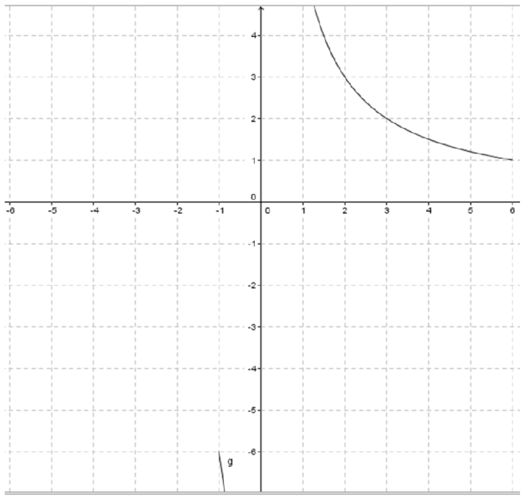
a-) $f(x) = \frac{2}{x}$ b-) $f(x) = -\frac{4}{x}$ c-) $f(x) = \frac{9}{x}$ d-) $f(x) = -\frac{5}{x}$

2-) Soit g la fonction définie sur par $g(x) = \frac{6}{x}$ à l'aide du tableau suivant complète la courbe de g ci-dessous.

a-)

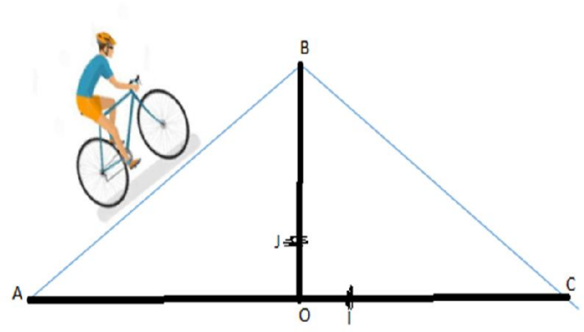
x		-3		-1	1	2		6
g(x)	-1		-3				2	

b-)



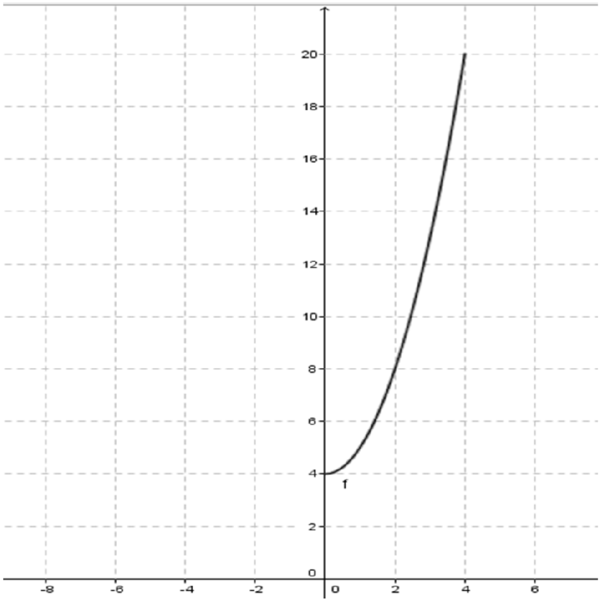
Leçon 2 Elément de symétrie et parité d'une fonction

Situation de vie



Armand à présent circule sur un repère (O,I,J) avec une montée AB et une descente BC avec une vitesse constante on note x sa position sur l'axe des abscisses et h(x) la hauteur. Les physiciens estiment que $h(x)=x^2+4$

On note AC=8 m, C(4 ;0) et A(-4 ;0). Armand a une partie de la courbe et sollicite votre intervention pour le traçage complet de la courbe de [-4 ;4] en sachant que la courbe est symétrique par rapport à l'axe des ordonnée



Plan de la leçon 2

2.1 Eléments de symétrie

2.1 Activité d'apprentissage

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)=x^2$					
$g(x)=f(-x)$					

1-) Recopier et compléter le tableau ci-dessus

2-) Construire la courbe de f et de g dans un même repère

2.1 Résumé

Une fonction peut être symétrique par rapport à l'axe des abscisses, à l'axe des ordonnées ou alors à l'origine. La symétrie par rapport à l'axe des abscisses est une application qui transforme tout point M(x ;y) en un point M'(x' ;y') tel que :$\begin{cases} x' = x \\ y' = -y \end{cases}$. La symétrie par rapport à l'axe des ordonnés est une application qui transforme tout point M(x ;y) en un point M'(x' ;y') tel que :$\begin{cases} x' = -x \\ y' = y \end{cases}$. La symétrie par rapport à l'origine est une application qui transforme tout point M(x ;y) en un point M'(x' ;y') tel que :$\begin{cases} x' = -x \\ y' = -y \end{cases}$

2.1 Application

1-) Soit f la fonction définie par f(x)=$-2x^2$ sur [1 ;6]

a-) construire la courbe de f

b-) construire la courbe Cg de g tel que f est symétrique par rapport à l'axe des abscisses

c-) construire la courbe C_h de h tel que f soit symétrique par rapport à l'axe des ordonnées

d-) construire la courbe de C_t de t tel que f soit symétrique par rapport à l'origine

2-) Soit f la fonction définie par f(x)=$\frac{3}{x}$

Refaire les mêmes questions a,b,c et d de la question 1 avec f(x)=$\frac{3}{x}$

2.2 Parité d'une fonction

2.2 Activité d'apprentissage

On considère la fonction h définie par h(x)=x^2+4.

1-) Compare h(-1) et h(1) puis h(-3) et h(3)

2-) Que peut-on conclure

2.2 Résumé

La parité d'une fonction permet de conclure si la fonction est paire ou impaire ou ni paire ni impaire. Pour toute fonction f dont –x est dans le domaine de définition, lorsque f(-x)=f(x) alors f est une fonction *paire* et lorsque f(-x)=-f(x) alors f est une fonction *impaire* . Une fonction paire est symétrique par rapport à l'axe des ordonnés et une fonction impaire est symétrique par rapport à l'origine du repère.

2.2 Application

Etudier la parité de

a-) f(x)=x^2-4 b-) f(x)=$\frac{2}{x}$ c-) f(x)=$-x^2$ d-) f(x)=$\frac{-1}{x}$

MODULE 19 : RELATIONS ET OPERATIONS FONDAMENTALES DANS L'ENSEMBLE DES NOMBRES RÉELS

CHAPITRE III : FONCTIONS : LIMITES, CONTINUITE

LECON 1 : LIMITES

OBJECTIFS PEDAGOGIQUES

- Déterminer la limite d'une fonction en un réel par lecture graphique ou en utilisant une table de valeurs
- Déterminer la limite d'une fonction en un réel
- Déterminer la limite d'une fonction à gauche et à droite d'un réel

Pré-requis

Soit la fonction f définie par f(x) = $x^2 - 2$

A l'aide d'une calculatrice, compléter le tableau suivant :

x	-1	0	2	3
f(x)				

I. Situation problème

Les scientifiques ont montré que l'une des conséquences du réchauffement climatique est la fonte des glaciers. Les mathématiciens ont modélisé par

f : $t \mapsto \frac{1}{t+1}$ la quantité de glaciers en fonction du temps (où l'unité du temps est le siècle)

Monsieur Ondoua se demande quelle quantité de glaciers y'avait-il un siècle avant et quelle quantité de glaciers y'aura-t-il lorsqu'on sera proche de 2 siècles ?

Aide monsieur Ondoua à trouver la solution à ses questions.

II. Activité d'apprentissage

Activité1

On considère la fonction f définie sur $[0;+\infty[$ par $f(x) = \frac{1}{x+1}$

1) Compléter le tableau suivant

x	1,9	1,95	1,99	1,999	1,9999
$x+1$					
f(x)					

2) **Lorsque x** est proche de 2, $f(x)$ est proche de ?

Activité2

Considérons la fonction f définie sur $[-2;-1[\cup]-1;2]$ par : $f(x)=\frac{1}{x+1}$

A l'aide d'une calculatrice, Calculer maintenant les valeurs de la fonction lorsque la variable x s'approche de plus en plus de la valeur interdite -1 et compléter le tableau suivant :

x	-1,5	-1,2	-1,1	-1,01	-1,001	-1,0001	-1	-0,9999	-0,99	-0,9	-0,8	-0,5	0	1
f(x)														

1) Que peut-on dire des nombres f (x) lorsque x s'approche de la valeur interdite -1(vers la gauche) ?
2) Que peut-on dire des nombres f (x) lorsque x s'approche de la valeur interdite -1(vers la droite) ?

III. Résumé

1) Limites d'une fonction en un réel

Soit f une fonction dont l'ensemble de définition contient un intervalle de la forme $]a;a+r[$ ou $]a-r;a[$ (r étant un réel positif)

Soit l un nombre réel. Si tout intervalle ouvert contenant l contient toutes les valeurs $f(x)$, pour x assez proche de a ,on dit que la fonction f a pour limite l quand x tend vers a.On écrira $\lim_{x\to a} f(x)= l$

Soit f une fonction numérique définie en un point k (k appartient au domaine de définition). Si f admet une limite en k $\lim_{X\to k} f(x)= f(k)$

Exemple

Soit $f(x)=x^2-5x+1$ et $g(x)=\frac{x-2}{x+3}$

Calculer les limites de f et g en 2 et – 4

$\lim_{X\to 2} f(x)= f(2)$ = (2)^2- 5(2) + 1 = 4-10 + 1 = - 5

$\lim_{X\to -4} f(x)= f(-4)$ = (-4)^2- 5(-4) + 1 = 16 + 20 + 1 = 37

$\lim_{X\to 2} g(x)= g(2)=\frac{2-2}{2+3}=\frac{0}{5}$ = 0

$$\lim_{X \to -4} g(x) = g(-4) = \frac{-4-2}{-4+3} = \frac{-6}{-1} = 6$$

2) Limites d'une fonction à gauche et à droite d'un réel

Soit f une fonction numérique et K un nombre réel.

Si f n'est pas définie en K dans ce cas on calcule :

— La limite à gauche de K. Elle se note $\lim\limits_{\substack{x \to K \\ <}} f(x)$

— La limite à droite de K. Elle se note $\lim\limits_{\substack{x \to K \\ >}} f(x)$

Considérons $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ $(c \neq 0)$ une fonction homographique, x_0 un nombre réel qui annule le dénominateur de la fonction.

Dans ce cas précis, on calcule la limite à gauche et à droite en x_0. Pour cela, il faut dresser le tableau de signe du dénominateur et appliquer ce qui suit :

— Lorsque le signe du dénominateur est positif, sa limite en x_0 est 0^+

— Lorsque le signe du dénominateur est négatif, sa limite en x_0 est 0^-

Limite du numérateur	K>0	K>0	K<0	K<0
Limite du dénominateur	$0_>$	$0_<$	$0_>$	$0_<$
Limite de la fonction	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$

Exemple

Soit $f(x) = \frac{2x-3}{x-1}$ et $g(x) = \frac{x+4}{2-x}$

Calculer les limites à gauche et à droite en 1 et 2 respectivement pour f et g.

Solution

$$\begin{cases} \lim\limits_{x \to 1} 2x - 3 = 2(1) - 3 = -1 \\ \lim\limits_{x \to 1} x - 1 = 1 - 1 = 0 \end{cases}$$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$x-1$	-	0	+

$\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ <}} f(x) = +\infty$ $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ >}} f(x) = -\infty$

$$\begin{cases} \lim\limits_{x \to 2} x + 4 = (2) + 4 = 6 \\ \lim\limits_{x \to 2} 2 - x = 2 - 2 = 0 \end{cases}$$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$2-x$	+	0	-

$\lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ <}} g(x) = +\infty$ $\lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ >}} g(x) = -\infty$

Remarque

Si une fonction f admet une limite infinie à gauche ou à droite en un réel *a*, alors on dit que la droite d'équation $x = a$ est une asymptote verticale à la courbe C_f.

IV. Exercice d'application

1. Calculer les limites suivantes :

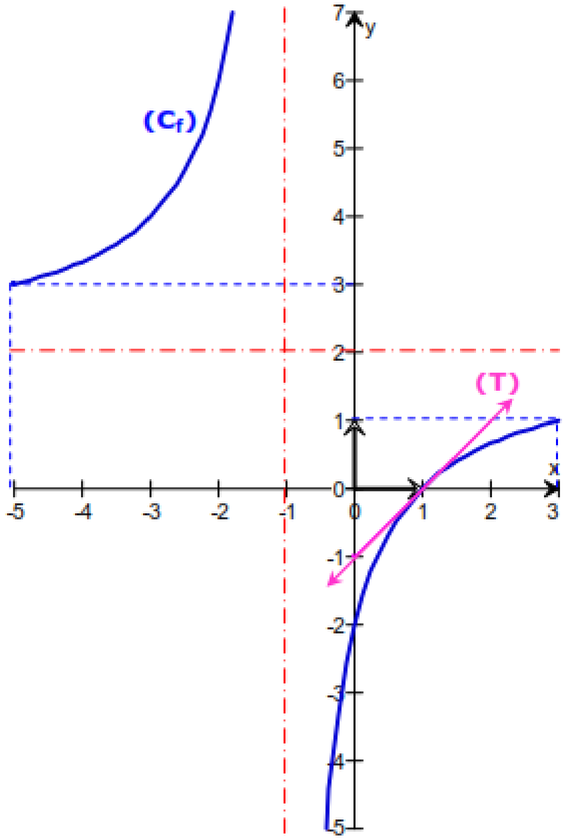
$$\lim_{x \to -2} (7 - 4x); \quad \lim_{x \to -2} \frac{6x - 12}{x^2 + 4}.$$

2. Calculer les limites à gauche et à droite de la fonction f en x_0.

– $f(x) = \dfrac{x+3}{2-x} \quad x_0 = 2.$

– $f(x) = \dfrac{x-5}{x-3} \quad x_0 = 3.$

3.la courbe (C_f) ci-contre est la représentation graphique d'une fonction.



a) Donner le domaine de définition de f ?
b) Calculer les limites de f aux bornes de ce domaine de définition ?

LECON 2 : CONTINUITE

OBJECTIFS PEDAGOGIQUES

- Justifier qu'une fonction est continue en un point, sur un intervalle.
- Exploiter la courbe représentative d'une fonction pour justifier qu'elle est continue sur un intervalle] a ; b [ou en un réel.

Pré-requis

Soit $g(x) = \begin{cases} -x^2 + 2 \; si \; x < 2 \\ \frac{2x-1}{x-1} \; si \; x \geq 2 \end{cases}$ et $f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$

Calculer les limites de f et g respectivement en 2 puis calculer f (2) et g (2)

I. Situation problème

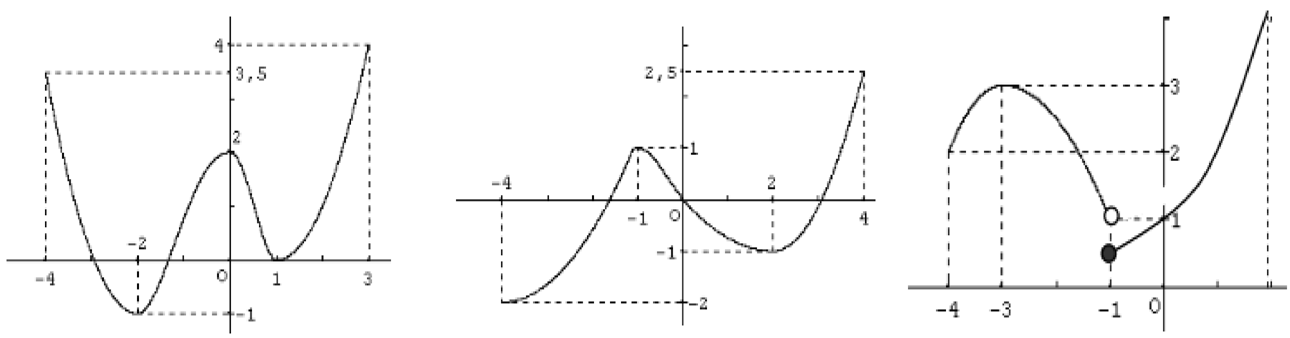
Monsieur Ngamani souhaite se rendre au 7ème étage du MINESEC or sa voisine Madame Kamdem travaille au 3ème étage et il ne souhaite pas tomber sur elle. Il se demande s'il peut quitter du 1er étage au 7ème étage sans passer par le 3ème étage.

Aide monsieur Ngamani à résoudre ce problème.

II. Activité d'apprentissage

Activité1

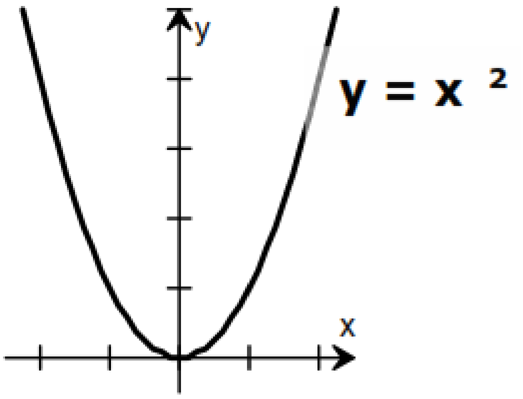
Les figures ci-dessous sont des courbes représentatives de fonctions numériques. Observe-les attentivement .

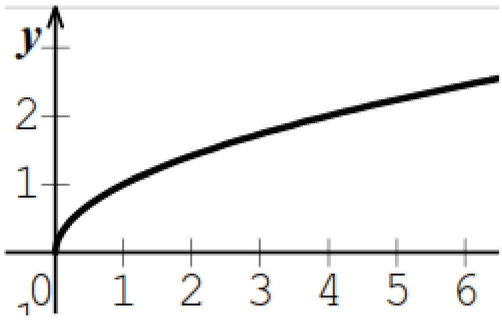


1) Ces courbes sont-elles des représentations graphiques de fonction ?
2) Lesquelles sont tracées sans lever le crayon ?

Activité2

Les courbes représentatives ci-après sont celles de certaines fonctions de référence.





Ces fonctions sont-ellles représentées en trait continu ?

III. Résumé

1) Fonction continue en un point

a) Définition

Soit f une fonction et x_0 un nombre réel.

On dit que f est continue en x_0 si :

- f est définie en x_0
- $\lim\limits_{x \to x_0} f(x)$= f$(x_0)$

Exemple

Soit f une fonction définie par f$(x) = x^2 + 5$

Etudions la continuité de f en -2.

$\lim\limits_{x \to -2} f(x)$= $\lim\limits_{x \to -2} x^2 + 5$ = 9 = f(-2) donc f est continue en -2.

b) Propriété

Soit x_0 ∈ IR, f est continue en x_0 si et seulement si :

$$\lim\limits_{\substack{x \to x_0 \\ <}} f(x) = \lim\limits_{\substack{x \to x_0 \\ >}} f(x) = f(x_0)$$

Exemple

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \begin{cases} (2-x)^2 & si\ x \leq 1 \\ x^3 + x - 1 & si\ x > 1 \end{cases}$. Montrer que f est continue en 1.

Etudions la continuité de la fonction f en 1.

D'une part, $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ x<1}} f(x) = \lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ x<1}} (2-x)^2 = (2-1)^2 = 1$.

D'autre part, on a $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ x>1}} f(x) = \lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ x>1}} (x^3 + x - 1) = 1^3 + 1 - 1 = 1$.

Ainsi, $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ x<1}} f(x) = \lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ x>1}} f(x) = f(1) = 1$ donc **la fonction f est continue en 1**.

1) Fonction continue sur un intervalle

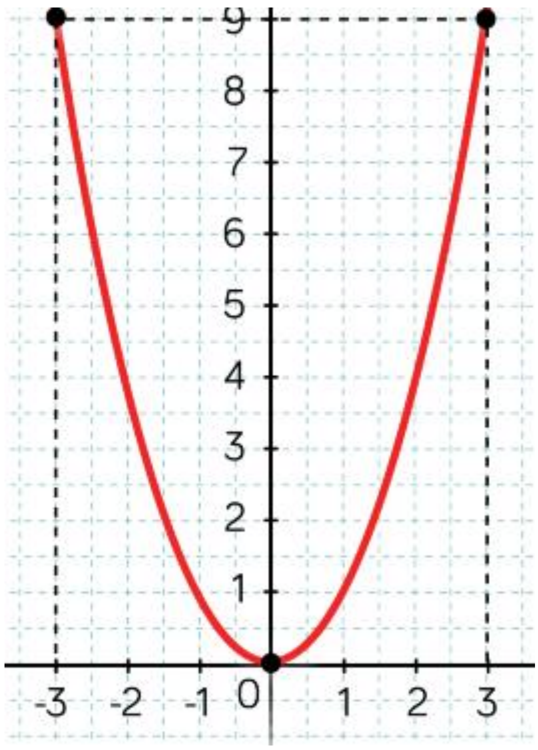
a) Définition

Une fonction est dite continue sur un intervalle si elle est continue en tout point de cet intervalle.

Graphiquement, la continuité d'une fonction sur un intervalle se traduit par un tracé de sa courbe sur cet intervalle *sans lever le crayon*.

Exemple

La fonction $x \mapsto x^2$ est continue sur l'intervalle $[-3; 3]$ car le tracé de sa courbe est en trait continu et n'a pas de point d'arrêt sur cet intervalle (son tracé peut se faire sans lever le crayon).



b) Propriété

P1) Les fonctions élémentaires suivantes sont continues sur leurs domaines de définition :

$f(x) = x$; $f(x) = x^n$ $(n \in IN^*)$; $f(x) = k, k \in IR$; $f(x) = \frac{1}{x^n}$ $(x \neq 0, n \in IN^*)$

P2) Soient f et g deux fonctions continues sur un intervalle K

- Les fonctions f+g, f×g, $kf(k \in IR)$, et $|f|$ sont continues sur K
- Si g ne s'annule pas sur K, alors $\frac{1}{g}$ et $\frac{f}{g}$ sont continues sur K

P3) Toute fonction polynôme est continue sur IR et toute fonction rationnelle est continue sur son ensemble de définition.

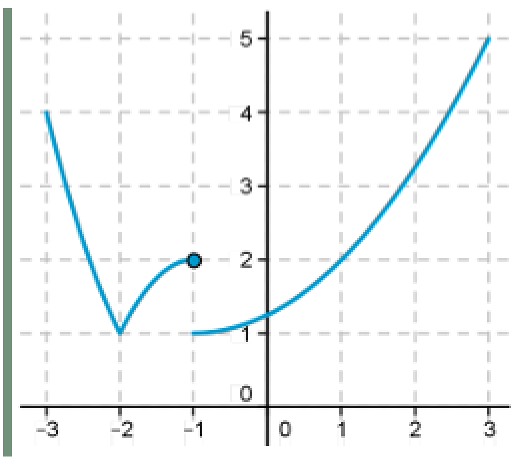
IV. Exercice d'application

Exercice 1

1) Montrer que $f(x) = 2x + 1$ est continue en $x_0 = 1$
2) Etudier la continuité de $f(x) = \frac{3x+2}{x+2}$ en $x_0 = -2$

Exercice 2

On a tracé la courbe d'une fonction *f* définie sur [-3;3].
1) La fonction est-elle continue :
   a) en -3 b) en -2 c) en -1 d) en 3?
2) La fonction est-elle continue sur :
   a) [-3;1] b) [-3;-2] c) [-3;-1[d) [-2;-1] e) [-1;3] f)]-1;3]?



Durée : 4 heures

CHAPITRE 5 : DERIVATION

Leçon 1 : Nombre dérivé et fonction dérivée.

1- Pré-requis :

A) On considère les polynômes : $P(x) = 2{,}1(x^2 - 9)$ et $Q(x) = x - 3$

   1- Factoriser les polynômes P et Q.

   2- Simplifier l'expression $R(x) = \frac{p(x)}{Q(x)}$

   3- Déduire $\lim_{x \to 3} R(x)$.

B) Soit la droite (D) d'équation $x + 2y = 3$

   1- Déterminer l'équation réduite de (D).

   2- Déduire le coefficient directeur ou la pente de (D).

2- Situation de vie

Au Cameroun, l'accord de mise sur le marché d'une moto n'est accordé qu'à la condition que la vitesse instantanée huit secondes après le démarrage soit inférieure à 13m/s.

Une entreprise spécialisée dans la conception de moto réalise des tests de performance sur un nouveau prototype.

La distance parcourue d (en mètre) pendant la phase de démarrage est donnée en fonction du temps t (en seconde) par $d = f(t) = 0{,}7t^2$.

Ce prototype pourra-t-il rouler au Cameroun ?

3- Activité d'apprentissage.

On considère la fonction $f : [0; 10] \to \mathbb{R}$

$$t \mapsto 0{,}7t^2$$

1) Montrer que pour tout $t \in [0; 10]$, $f(t) - f(2) = 0{,}7(t^2 - 4)$

2) Factoriser l'expression $f(t) - f(2)$.

3) Simplifier la fraction rationnelle $\frac{f(t)-f(2)}{t-2}$.

4) En déduire $\lim_{t \to 2} \frac{f(t)-f(2)}{t-2}$.

Soit $t_0 \in [0; 10]$. Notons $g(t_0) = \lim_{t \to t_0} \frac{f(t)-f(t_0)}{t-t_0}$

5) En déduire g(2).

6) a- Déterminer l'expression de $g(t_0)$ en se servant des questions 1, 2, 3 et 4.

b- Calculer g(8).

Lorsque t est très proche de t_0, la vitesse moyenne aux instants t et t_0 est appelée vitesse instantanée en t_0 notée v(t_0)

4- Résumé

4.1 Nombre dérivé, fonction dérivée et tangente

Définition 1 : Une fonction f est dérivable en un réel a (f est définie en a) si

$\lim\limits_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = l$ (où $l \in \mathbb{R}$).

Cette limite s'appelle nombre dérivé de f en a et se note $f'(a)$.

Définition 2 : soit f une fonction, (C) sa courbe représentative et A un point de (C) ayant pour abscisse a. Lorsque f est dérivable en a, l'équation réduite de la tangente (T) au point A est : $y = f'(a)(x - a) + f(a)$, où $f'(a)$ est le coefficient directeur de (T).

Définition 3 : On dit qu'une fonction f est dérivable sur un intervalle K (où K $\subset$ Df) si f est dérivable en tout élément de K. La fonction notée f' et définie par : $x \mapsto f'(x)$ est appelée dérivée de f ou encore fonction dérivée de f.

Exemple 1 : Reprenons l'activité précédente.

1) Que représente la fonction g par rapport à la fonction f ?
2) En déduire la fonction f'.
3) Calculer f'(3).
4) Déterminer l'équation réduite de la tangente (T) à la courbe (C) au point d'abscisse 3 et construire (T).

Remarque 1 : Lorsque la tangente (T) à (C) (où (C) est la courbe représentative de la fonction f) au point d'abscisse a est parallèle à l'axe des abscisses, on déduit que $f'(a) = 0$.

4.2 Dérivée des fonctions

a) Dérivées des fonctions élémentaires

f(x) =	f est définie sur	f est dérivable sur	f'(x) =
K (où k ∈ ℝ)	ℝ	ℝ	0
x	ℝ	ℝ	1
x^n(n∈ ℕ\{0,1})	ℝ	ℝ	nx^{n-1}
$\frac{1}{x}$	ℝ*	ℝ*	$-\frac{1}{x^2}$
$\sqrt{x}$	$\mathbb{R}_+$ ou $[0\,;+\infty[$	$\mathbb{R}_+^*$ou $]0\,;+\infty[$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$

Exemple 2 :

1- La fonction f : $x \mapsto$ -2, 3 est dérivable sur ℝ et sa dérivée est la fonction f' : $x \mapsto 0$

2- La fonction g : $x \mapsto x^4$ est dérivable sur ℝ et sa dérivée est la fonction g' : $x \mapsto 4x^3$

b) Dérivées et opérations sur les fonctions

On considère les fonctions u et v dérivables sur un intervalle K.

Dérivée de la somme	(u + v)' = u' + v'
Dérivée du produit par un scalaire	(λ u)' = λ u' où λ ∈ ℝ*
Dérivée du produit	(uv)' = u'v + v'u
Dérivée de l'inverse	$(\frac{1}{v})' = -\frac{v'}{v^2}$ où v est non nulle sur K
Dérivée du quotient	$(\frac{u}{v})' = \frac{u'v-v'u}{v^2}$ où v est non nulle sur K

Exemple 3 :

1- La fonction h : $x \mapsto x^5 + x^3$ est dérivable sur IR et sa dérivée est :
h'(x) = $(x^5)' + (x^3)' = 5x^4 + 3x^2$.

2- La fonction i : $x \mapsto -3x^2$ est dérivable sur IR et sa dérivée est :
$i'(x) = -3(x^2)' = -6x.$

3- La fonction j : $x \mapsto \frac{1}{-x+3}$ est dérivable sur [3 ; +∞[et sa dérivée est :
$j'(x) = -\frac{(-x+3)'}{(-x+3)^2} = -\frac{-1}{(-x+3)^2} = \frac{1}{(-x+3)^2}$

Conséquence : Les fonctions polynômes et les fonctions rationnelles sont dérivables sur leurs ensembles de définition.

Application : A- On considère la fonction g définie sur [1,5 ; 4] par g(x) = $\frac{1}{x-1}$

A-1-a) Calculer g(2) et g'(2) (Ne pas calculer la fonction dérivée g')

A-1-b) En déduire une équation cartésienne de la tangente (T) à la courbe de g au point d'abscisse 2.

A-2-a) Montrer que $g(x) = f(x-1)$ où f : $x \mapsto \frac{1}{x}$ est la fonction inverse.

A-2-b) A l'aide de la courbe de f, déduire celle de g dans un même repère (O ; I, J)

A-3) Construire la tangente (T) dans (O ; I, J).

A-4) Déterminer la dérivée g' sur [1,5 ; 4]

B- Calcul des dérivées

B-1) Dans chacun des cas suivants, après avoir précisé l'ensemble de définition, déterminer la dérivée de la fonction f :

a . f : $x \mapsto 4x^3 + 8x^2 - 5x + 1$ b. f : $x \mapsto \frac{2x+1}{x-5}$ c. f : $x \mapsto -1 + \frac{2}{3x-5}$

B-2) Dans chacun des cas suivants, après avoir précisé l'ensemble de définition, déterminer de deux façons différentes la dérivée de la fonction g :

g : $x \mapsto (x+1)(-3x^2 + 2x - 1)$ h : $x \mapsto \frac{-3x+2}{-x+2}$

Solution de la situation problème

L'activité d'apprentissage nous permet de conclure que la vitesse instantanée en un instant t ∈ [0 ; 10] est v(t) = 1,4t. Alors v(8) = $1,4 \times 8 = 11,2$ m/s. Or $11,2 < 13$ donc v(8) < 13m/s. D'où le prototype pourra rouler au Cameroun.

Pièces jointes : La courbe de $f : x \mapsto 0,7t^2$ sur [0 ;10]

FICHE PÉDAGOGIQUE DE PRÉPARATION DE LA LEÇON

Classe : 1ère A **Séquence :** 4 **Date :** 10 / 08 / 2019 **Effectif :** …………… **Etablissement :** ………………………………………

Titre du module : RELATIONS ET OPERATIONS FONDAMENTALES DANS L'ENSEMBLE DES NOMBRES REELS;

Titre du chapitre : Dérivation ; **Titre de la leçon :** Sens de variation et extremum

Matériel didactique à utiliser : Craie (blanche, rouge), règle graduée, calculatrice.

Objectifs Pédagogiques : L'apprenant devra être capable de :

- déterminer le sens de variation d'une fonction polynôme ou homographique définie sur un ensemble borné à partir du signe de sa fonction ;
- déterminer un extremum relatif d'une fonction polynôme en un réel x_0 d'un ensemble borné ;
- dresser le tableau de variation d'une fonction polynôme ou homographique définie sur un ensemble borné.

Motivation : ………

<table>
<tr><th rowspan="2">Etapes/durée</th><th rowspan="2">Contenu</th><th colspan="2">Activités</th><th rowspan="2">Point enseignement/ apprentissage</th><th rowspan="2">Observations</th></tr>
<tr><th>De l'enseignant</th><th>Des apprenants</th></tr>
<tr><td>Introduction : Contrôle des prérequis
(15 min)</td><td>On considère les fonctions P, Q, R définies par :
$P: x \mapsto x^3 + 2x^2 + x - 3$; $Q; x \mapsto -x^2 + 2x + 5$;
$R: x \mapsto \frac{-x-3}{2x+1}$.
a) Déterminer les domaines de définition des fonctions P, Q et R.
b) Calculer les fonctions dérivées de P, Q et R.
c) Etudier le signe des fonctions dérivées P, Q et R sur IR.</td><td>Introduit, motive, facilite.</td><td>Traitent, répondent et notent.</td><td>Outiller les apprenants pour le traitement de l'activité d'apprentissage.</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td colspan="5"></td></tr>
</table>

Situation problème *(15 min)*	Soit f une fonction définie sur l'intervalle [1 ; 10]. On suppose que f soit dérivable sur [1 ; 10] et que sa dérivée soit la fonction f' définie par : $f'(x) = 4x^2 + x + 2$. Quel est le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle [1 ; 10] ?	Introduit, partage les coupons, motive.	Écoutent, traitent, interagissent, répondent.	Captiver l'attention des apprenants, susciter le questionnement, favoriser l'appropriation de l'objectif par les apprenants.	
Activité d'apprentissage *(20 min)*	Soient les fonctions g et h définies sur l'intervalle [0 ; 5] par : $g(x) = \frac{1}{2x+1}$ et $h(x) = \frac{-2}{x+3}$. a) Calculer les dérivées g' et h' des fonctions g et h et étudier leurs signes sur [0 ; 5]. b) Montrer que g est strictement décroissante et que h est strictement croissante sur [0 ; 5]. c) Quelle relation pouvez-vous établir entre : - Le sens de variation de g et le signe de g' sur [0 ; 5] ? - Le sens de variation de h et le signe de h' sur [0 ; 5] ?	motive, facilite, supervise le travail de groupe.	traitent, interagissent, répondent.	Découvrir le savoir, le savoir-faire objet du cours.	Les élèves sont organisés en groupes de cinq (5) ou six (6) membres chacun.

Résumé *(100 min)*	*A - <u>Sens de variation</u>* **<u>Théorème</u> 1** : Soit f une fonction dérivable et f' sa fonction dérivée sur un intervalle borné I. ➢ Si f' est strictement positive sur I, alors f est strictement croissante sur I ; ➢ Si f' est strictement négative sur I, alors f est strictement décroissante sur I ; ➢ Si f' est nulle sur I, alors f est constante sur I. **<u>Remarque</u> 1** : Pour étudier les variations d'une fonction sur un intervalle I, il suffit de déterminer le signe de la fonction dérivée sur I. **<u>Exemple</u> 1** : Reprenons l'activité d'apprentissage. On constate que : ➢ Comme h' est strictement positive sur [0 ; 5], alors h est strictement croissante sur [0 ; 5]. ➢ Comme g' est strictement négative sur [0 ; 5], alors g est strictement décroissante sur [0 ; 5]. **<u>Définition</u> 1** : Le *tableau de variation* est un tableau comportant trois lignes : - La première ligne indique les nombres clés (les bornes) de l'ensemble de définition, ainsi que les nombres qui annulent la dérivée ; - La deuxième ligne indique le signe de la dérivée sur l'ensemble de définition ;	Note	Notent.	Institutionnalisation du savoir ou du savoir-faire.	

- La troisième ligne indique par des flèches « vers le haut » (respectivement « vers le bas ») si la fonction est strictement croissante (respectivement strictement décroissante). On y indique aussi les limites aux bornes de l'ensemble de définition, ainsi que quelques valeurs particulières (essentiellement aux points où la fonction dérivée s'annule).

Exemple 2 : a) Reprenons l'activité d'apprentissage ;
Dressons les tableaux de variations des fonctions g et h sur [0 ; 5].

Tableau de variation de g

x	0		5
$g'(x)$		$-$	
$g(x)$	1	↘	$\frac{1}{11}$

$$\lim_{x\to 0} g(x) = \lim_{x\to 0}\frac{1}{2x+1} = \frac{1}{2(0)+1} = 1 \quad \text{car} \quad 0 \in D_g.$$
$$\lim_{x\to 5} g(x) = \lim_{x\to 5}\frac{1}{2x+1} = \frac{1}{2(5)+1} = \frac{1}{11} \quad \text{car} \quad 5 \in D_g.$$

Tableau de variation de h

x	0		5
$h'(x)$		$+$	
$h(x)$	$-\frac{2}{3}$	↗	$-\frac{1}{4}$

$$\lim_{x\to 0} h(x) = \lim_{x\to 0} \frac{-2}{x+3} = \frac{-2}{(0)+3} = -\frac{2}{3} \quad \text{car} \quad 0 \in D_h.$$

$$\lim_{x\to 5} h(x) = \lim_{x\to 5} \frac{-2}{x+3} = \frac{-2}{(5)+3} = \frac{-2}{8} = -\frac{1}{4} \quad \text{car} \quad 5 \in D_h.$$

b) Considérons la fonction f définie sur [0 ; 6] par :

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 6x - 1.$$

Dressons le tableau de variation de f sur [0 ; 6].

f est continue et dérivable sur [0 ; 6] comme fonction polynôme.

Soit $x \in [0\,;6]$, $f'(x) = x^2 - 5x + 6$. Posons $f'(x) = 0$. Alors $x^2 - 5x + 6 = 0$.

$\Delta = (-5)^2 - 4(1)(6) = 25 - 24 = 1 = 1^2$.

On a : $x_1 = \frac{5-1}{2} = \frac{4}{2} = 2$ et $x_2 = \frac{5+1}{2} = \frac{6}{2} = 3$.

x	0		2		3		6
$f'(x)$		+	0	−	0	+	
$f(x)$	$-\frac{2}{3}$	↗	$\frac{11}{3}$	↘	$\frac{7}{2}$	↗	-55

B – *Extrémum*

Soient f une fonction dérivable sur un intervalle I et x_0 un réel appartenant à I.

Définition 2 : x_0 est un ***extrémum (local)*** de f si :

- $f'(x_0) = 0$;
- f' change de signe en x_0.

Remarque 2 : Un extrémum est soit un maximum, soit un minimum.

Définition 3 :

- x_0 est un ***maximum (local)*** de f si : f' est positive ***juste avant*** x_0 (f est croissante) puis négative ***juste après*** x_0 (f est décroissante).
- x_0 est un ***minimum (local)*** de f si : f' est négative ***juste avant*** x_0 (f est décroissante) puis positive ***juste après*** x_0 (f est croissante).

Exemple 3 : Reprenons le tableau de variation de la fonction f de l'exemple 2.

x	0		2		3		6
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\frac{2}{3}$	$\nearrow$	$\frac{11}{3}$	$\searrow$	$\frac{7}{2}$	$\nearrow$	-55

- 2 est un maximum de f sur $[0\,;3]$. En effet : \$ $f'(2) = 0$; \$ f' est positive juste avant 2, puis négative juste après 2.
- 3 est un minimum de f sur $[3\,;6]$. En effet : \$ $f'(3) = 0$; \$ f' est négative juste avant 3, puis positive juste après 3.

Exercice(s) d'application *(20 min)*	L'entreprise TOYOTA fabrique et vend des voitures. Le bénéfice réalisé par la vente de x voitures est donné (en millions de francs) par : $B(x) = -x^3 + 60x^2 + 528x$. 1- Etudier les variations de B sur IR. 2- La capacité maximale de production est de 60 voitures. Déterminer : a) Le nombre de voitures vendues pour que le bénéfice soit maximal ; b) Le bénéfice maximal. 3- Dans chaque cas, déterminer (sans calcul) s'il vaut mieux produire : a) 38 ou 44 voitures ? b) 47 ou 51 voitures ?	Met les exercices au tableau. Remplit le cahier de texte pendant que les élèves réfléchissent.			Il s'agit de l'application directe du cours.
Conclusion *(2 min)*	**Livre au programme** : **Devoirs** :	Résume la séance. Note les devoirs. Annonce le prochain cours portant sur **l'étude des fonctions.**			Matériel à prévoir au prochain cours : Règle graduée, équerre, crayon, calculatrice.

<u>Référence:</u>

FICHE PÉDAGOGIQUE DE PRÉPARATION DE LA LEÇON

Classe : 1ère A **Séquence :** 4 **Date :** 31 / 08 / 2019 **Effectif :** .... **Etablissement :** ....

Titre du module : RELATIONS ET OPERATIONS FONDAMENTALES DANS L'ENSEMBLE DES NOMBRES REELS;

Titre du chapitre : Etude de fonctions; **Titre de la leçon :** Fonctions et transformations usuelles

Matériel didactique à utiliser : Craie (blanche, rouge), règle graduée, équerre.

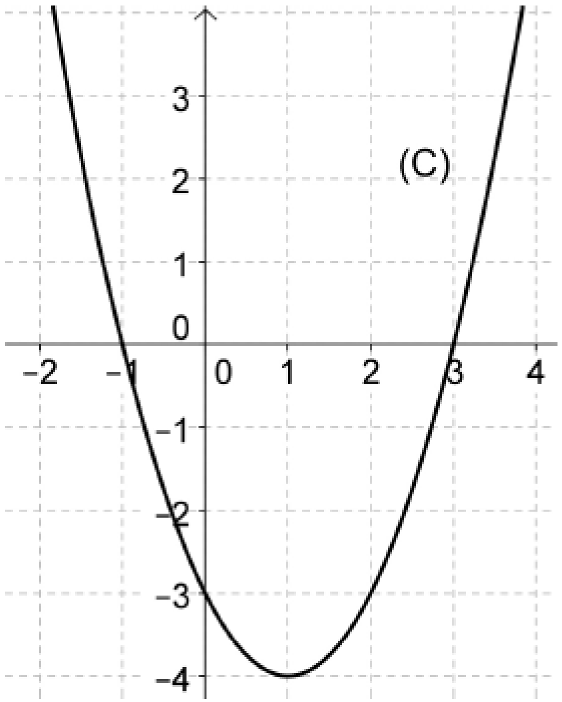
Objectifs Pédagogiques : L'apprenant devra être capable de :

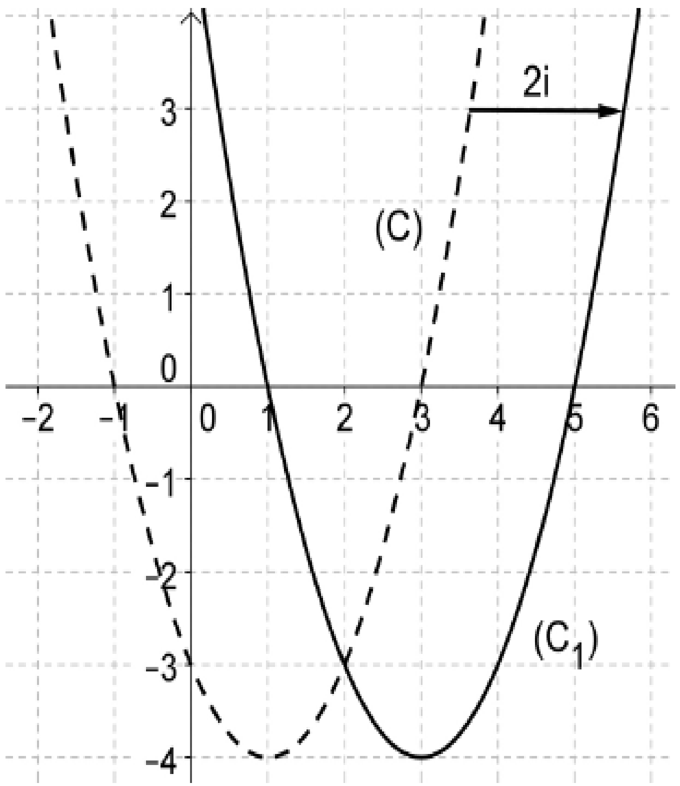
- Construire la courbe représentative de chacune des fonctions $x \mapsto -f(x)$; $x \mapsto |f(x)|$; $x \mapsto f(x-a)$; $x \mapsto f(x)+b$; $x \mapsto f(x-a)+b$ à partir de celle de f en appliquant les transformations usuelles où f est une des fonctions $x \mapsto x^2$; $x \mapsto \frac{1}{x}$.

Motivation : ....

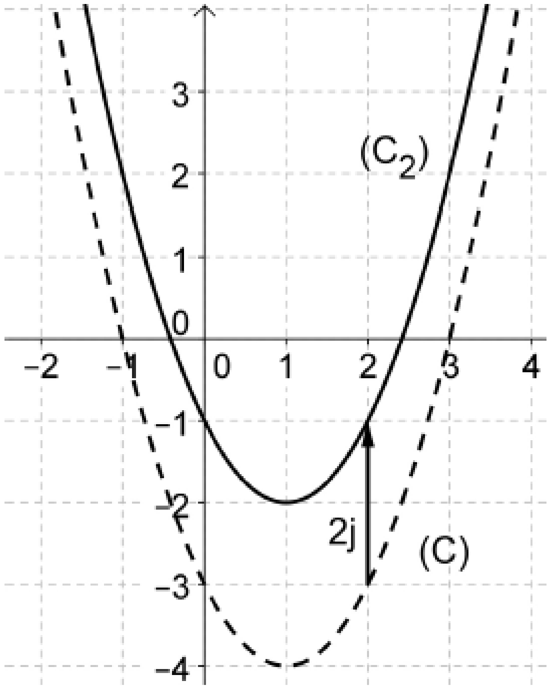
Etapes/durée	Contenu	Activités		Point enseignement/ apprentissage	Observations
		De l'enseignant	Des apprenants		
Introduction : Contrôle des prérequis *(15min)*	Le plan est muni du repère orthonormé (O ; I ; J). On considère les points $A\binom{-1}{2}$; $B\binom{0}{1}$ et $C\binom{2}{3}$. Notons (C) la courbe reliant les points A, B, C. **a)** Placer les points A, B, C et représenter (C). **b)** 1- Construire les points A_1, B_1, C_1 image des points A, B, C par la symétrie orthogonale d'axe (OI). 2- En déduire la représentation graphique de (C_1) image de (C) par la symétrie orthogonale d'axe (OI). **c)** 1- Construire les points A_2, B_2, C_2 image des points A, B, C par la translation de vecteur $\vec{u}(2\,;1)$. 2- En déduire la représentation graphique de (C_2) image de (C) par la translation de vecteur $\vec{u}(2\,;1)$.	Introduit,motive, facilite.	Traitent, répondent et notent.	Outiller les apprenants pour le traitement de l'activité d'apprentissage.	

Situation problème *(15 min)*	L'entreprise BIC fabrique et vend des stylos à bille. A la fin d'une année d'activité, le directeur des affaires financières (DAF) donne le bilan des bénéfices (qui est fonction du nombre de bics produits) réalisés par l'entreprise. Il dit que la production de bic a augmenté de 20 et que l'entreprise à fait 100000 de bénéfice en plus tous ça par rapport à l'année passée. Le DAF dispose de la courbe des bénéfices de l'année antérieure mais ne réussit pas à réaliser celle de cette année. Aide le DAF à résoudre ce problème.	Introduit, partage les coupons, motive.	Écoutent, traitent, interagissent, répondent.	Captiver l'attention des apprenants, susciter le questionnement, favoriser l'appropriation de l'objectif par les apprenants.	
Activité d'apprentissage *(20 min)*	On considère la fonction carrée f définie par : $x \mapsto x^2$ de courbe représentative (C) et $M\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ un point quelconque de la courbe (C). a) Après avoir tracé le point $M_1\begin{pmatrix} x-1 \\ y \end{pmatrix}$, trace la courbe ($C_1$) image de la courbe (C) par la translation de vecteur $\vec{\imath}$. b) Après avoir tracé le point $M_2\begin{pmatrix} x \\ y+1 \end{pmatrix}$, trace la courbe ($C_2$) image de la courbe (C) par la translation de vecteur $\vec{\jmath}$. c) Après avoir tracé le point $M_3\begin{pmatrix} x-1 \\ y+1 \end{pmatrix}$, trace la courbe ($C_3$) image de la courbe (C) par la translation de vecteur $\vec{\imath}$.	motive, facilite, supervise le travail de groupe.	traitent, interagissent, répondent.	Découvrir le savoir, le savoir-faire objet du cours.	Les élèves traitent individuellement l'activité.

Résumé *(100 min)*	***Définition*** : Deux fonctions sont dites *associées* lorsque leurs représentations graphiques respectives dans le plan muni d'un repère orthonormal, se déduisent l'une de l'autre par une transformation géométrique classique (translation, symétrie orthogonale, symétrie centrale …). ***Exemple*** : On considère la fonction $f: x \mapsto (x-1)^2 - 4$ et (C) la représentation graphique de f dans le repère orthonormal $(O\,;\vec{\imath}\,;\vec{\jmath})$.  ***1- Translation*** : • La courbe (C₁) de la fonction $g: x \mapsto f(x-a)$ est obtenue à partir de la courbe (C) grâce à la translation de vecteur $a\vec{\imath}$. Ainsi la courbe (C₁) de la fonction $g: x \mapsto (x-3)^2 - 4$	Note	Notent.	Institutionnalisation du savoir ou du savoir-faire.	

	est l'image de la courbe (C) par la translation de vecteur $2\vec{\imath}$.  • La courbe (C_2) de la fonction $h: x \mapsto f(x) + b$ est obtenue à partir de la courbe (C) grâce à la translation de vecteur $b\vec{\jmath}$. Ainsi la courbe (C_2) de la fonction $h: x \mapsto (x-1)^2 - 6$				

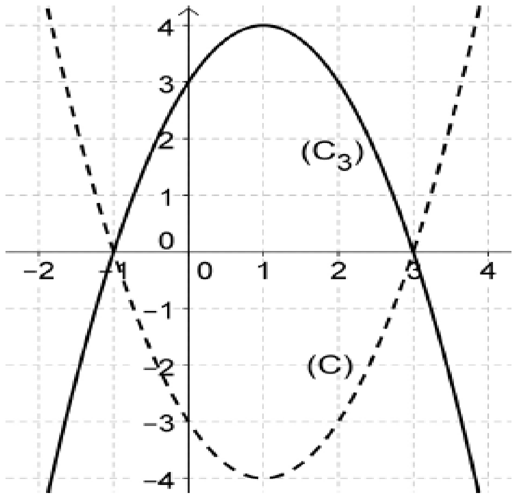
est l'image de la courbe (C) par la translation de vecteur $2\vec{j}$.

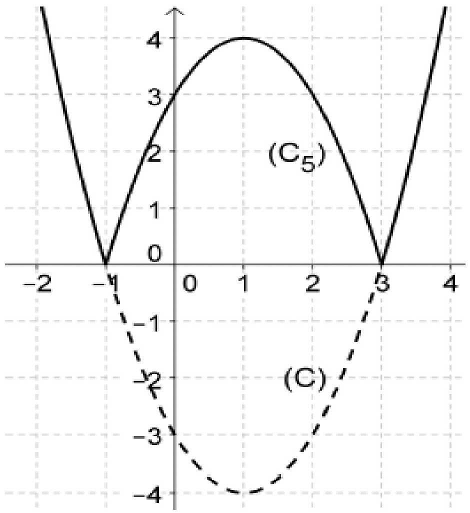


- La courbe (C′) de la fonction $i: x \mapsto f(x-a)+b$ est obtenue à partir de la courbe (C) grâce à la translation de vecteur $a\vec{i}+b\vec{j}$.
  Ainsi la courbe (C′) de la fonction $i: x \mapsto (x-3)^2-6$ est l'image de la courbe (C) par la translation de vecteur $2\vec{i}+2\vec{j}$.

2- Symétrie

- La courbe (C_3) de la fonction $j: x \mapsto -f(x)$ est obtenue à partir de la courbe (C) grâce à la symétrie orthogonale d'axe $(O;\vec{i})$.

	Ainsi la courbe (C_3) de la fonction $j: x \mapsto -(x-1)^2 + 4$ est l'image de la courbe (C) par la symétrie orthogonale d'axe $(O;\vec{\imath})$.  • La courbe (C_5) de la fonction $k: x \mapsto \lvert f(x) \rvert$ est obtenue de la façon suivante : - On garde la partie de la courbe (C) correspondant aux valeurs positives de $f(x)$. - On trace de plus l'image de l'autre partie par la symétrie orthogonale d'axe $(O;\vec{\imath})$.				

					
Exercice(s) d'application *(20 min)*	On considère la fonction inverse g définie sur la réunion d'intervalles $[-3\,;0[\,\cup\,]0\,;3]$ et on note sa courbe représentative (C) dans le repère orthonormal $(O\,;\vec{\imath}\,;\vec{\jmath})$. a) Construire (C). b) On considère la fonction $h: x \mapsto \frac{x-2}{x-3}$ définie sur $[0\,;3[\,\cup\,]3\,;6]$ et de courbe représentative (C′). - Montrer que pour tout réel x de $[0\,;3[\,\cup\,]3\,;6]$ $h(x) = g(x-3)+1$. - En déduire la représentation de (C′). c) On considère la fonction $j: x \mapsto \left\|\frac{1}{x}\right\|$ définie sur $[-3\,;0[\,\cup\,]0\,;3]$ et de courbe représentative (C″). - Montrer que pour tout réel x de $[-3\,;0[$, $j(x) = -g(x)$ et pour tout réel x de $]0\,;3]$, $j(x) = g(x)$. - En déduire la représentation de (C″).	Met les exercices au tableau. Remplit le cahier de texte pendant que les élèves réfléchissent.			Il s'agit de l'application directe du cours.

Conclusion *(2 min)*	**Livre au programme** : **Devoirs** :	Résume la séance. Note les devoirs. Annonce le prochain cours portant sur **l'étude des fonctions polynômes.**			Matériel à prévoir au prochain cours : Règle graduée, équerre, crayon, calculatrice.

FICHE PÉDAGOGIQUE DE PRÉPARATION DE LA LEÇON

Classe : $1^{\text{ère}}$A **Séquence :** 4**Date :** 10 / 08 / 2019**Effectif :** ……………**Etablissement :** ……………………………………………

Titre du module : RELATIONS ET OPERATIONS FONDAMENTALES DANS L'ENSEMBLE DES NOMBRES REELS;

Titre du chapitre : Etude de fonctions; **Titre de la leçon :** Fonctions polynômes

Matériel didactique à utiliser : Craie (blanche, rouge), règle graduée, calculatrice.

Objectifs Pédagogiques :L'apprenant devra être capable de :

- Construire la courbe représentative d'une fonction polynôme ou homographique définie sur un ensemble borné ;
- Résoudre graphiquement une équation du second degré dans un ensemble borné ;
- Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation $f(x) = m$ dans un ensemble borné où f est une fonction polynôme du second degré et m un paramètre réel.

Motivation : ……

Etapes/durée	Contenu	Activités		Point enseignement/ apprentissage	Observations
		De l'enseignant	Des apprenants		
Introduction : Contrôle des prérequis *(15min)*	On considère la fonction Q définie sur $I = [-2\,;4]$ par : $Q : x \mapsto -x^2 + 2x + 5$. **a)** Etudier les variations de la fonction Qsur I. **b)** Représenter la courbe (C) de la fonction $P : x \mapsto -x^2$ à l'aide de la courbe de la fonction carrée. **c)** Construire sur le même graphe la courbe (C') image de la courbe (C) par la translation de vecteur $\vec{u}(1\,;6)$. **d)** Après avoir déterminer la forme canonique du polynôme Q, montrer que (C') est la courbe de la fonction Q.	Introduit,motive, facilite.	Traitent, répondent et notent.	Outiller les apprenants pour le traitement de l'activité d'apprentissage.	

<table>
<tr>
<td>Situation problème

(15 min)</td>
<td>Mr Jean lance verticalement, vers le haut, à partir du sol, et à un instant $t = 0$ pour origine et où $t \in [0\,;9]$.
On admet que la hauteur $x(t)$ mètres de la balle, à l'instant t en secondes, est donnée par : $x(t) = -\frac{t^2}{2} + \frac{9t}{2}$.
On admet que la vitesse $v(t)$ de la balle est $x'(t)$. Mr Jean se demande quelle est la vitesse de la balle à son point le plus haut.
A l'aide d'un graphe, aide monsieur Jean à résoudre son problème.</td>
<td>Introduit, partage les coupons, motive.</td>
<td>Écoutent, traitent, interagissent, répondent.</td>
<td>Captiver l'attention des apprenants, susciter le questionnement, favoriser l'appropriation de l'objectif par les apprenants.</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td>
</tr>
<tr>
<td>Activité d'apprentissage

(20 min)</td>
<td>On considère la fonction g définie par : $[0\,;9] \to \mathbb{R}$
$x \mapsto \frac{(9-x)x}{2}$ de courbe représentative (C).
a) Calculer $g(0), g(9)$et $g\left(\frac{9}{2}\right)$.
b) Déterminer la fonction dérivée g' de g et en déduire son signe sur $[0\,;9]$.
c) Dresser le tableau de variation de $g$sur $[0\,;9]$.
d) Déterminer l'équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse $\frac{9}{2}$.
e) Compléter le tableau suivant :
<table><tr><td>x</td><td>2</td><td>4</td><td>5</td><td>7</td></tr><tr><td>$g(x)$</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>
f) Construire (C) et (T) dans le même repère orthonormé (O , I , J).
g) Montrer que $x^2 - 9x + 18 = 0 \Leftrightarrow g(x) = 9$.
En déduire la résolution graphique de $x^2 - 9x + 18 = 0$ sur $[0\,;9]$.
h) Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation $g(x) = m$ sur $[0\,;9]$où m est un réel.</td>
<td>motive, facilite, supervise le travail de groupe.</td>
<td>traitent, interagissent, répondent.</td>
<td>Découvrir le savoir, le savoir-faire objet du cours.</td>
<td>Les élèves traitent individuellement l'activité.</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td></td>
<td>i) La courbe (C) admet-elle un maximum ? Si oui, quelles sont ses coordonnées ?</td>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td>
</tr>
<tr>
<td>Résumé

(100 min)</td>
<td>Considérons une fonction polynôme de second degré f définie par : $f(x) = ax^2 + bx + c \ \ (a \neq 0)$, de forme canonique $f(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta$ et de courbe représentative (C).
➢ f est définie, continue et dérivable sur IR, donc en particulier sur tout intervalle borné $I = [d\,;e]$ de IR ;
➢ La droite d'équation $x = \alpha$ est l'axe de symétrie de la courbe (C) encore appelée parabole ;
➢ Tableau de variation : Le sens de variation dépend du signe de a.
Si $a < 0$
<table>
<tr><td>x</td><td>$d \qquad \alpha \qquad e$</td></tr>
<tr><td>$f'(x)$</td><td>$+ \quad 0 \quad -$</td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td>β
$f(d) \nearrow \quad \searrow f(e)$</td></tr>
</table>
Si $a > 0$
<table>
<tr><td>x</td><td>$d \qquad \alpha \qquad e$</td></tr>
<tr><td>$f'(x)$</td><td>$- \quad 0 \quad +$</td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td>$f(d) \searrow \quad \nearrow f(e)$
β</td></tr>
</table>
➢ β est un maximum de f lorsque $a < 0$ et est un minimum de f lorsque $a > 0$.
➢ (C) est l'image de la courbe représentative de la fonction $g : x \mapsto ax^2$ par la translation de vecteur $\vec{u}(\alpha\,;\,\beta)$.
➢ Le point $\Omega(\alpha\,;\beta)$ est le sommet de la parabole (C).</td>
<td>Note</td>
<td>Notent.</td>
<td>Institutionnalisation du savoir ou du savoir-faire.</td>
<td></td>
</tr>
</table>

	Exemple 1 : Reprenons l'activité d'apprentissage.				
Exercice(s) d'application *(20 min)*	Le plan est muni du repère orthonormé (O ; $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$) d'unité 1cm Soit la fonction f définie sur I= $[-1\,;4]$ par : $f(x) = x^2 - 5x + 6$ et (C_f) sa représentation graphique. a) Calculer les limites de f aux bornes de I. b) Calculer la dérivée f' et dresser le tableau de varation de f sur I. c) Résoudre dans l'intervalle I l'équation $f(x) = 0$. , En déduire les points d'intersection de la courbe (C_f) avec les axes. d) Déterminer une équation de la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse 1. e) Déterminer la forme canonique de f. En déduire le lien qui existe entre (C_f) et la courbe de la fonction carrée. f) A l'aide du graphe de la fonction carrée, construire (T) et (C_f) dans le même repère. g) A l'aide du graphe précédent, discuter suivant le paramètre θ le nombre des solutions de l'équation $f(x) = \theta$.	Met les exercices au tableau. Remplit le cahier de texte pendant que les élèves réfléchissent.			Il s'agit de l'application directe du cours.
Conclusion *(2 min)*	**Livre au programme** : **Devoirs** :	Prochain cours : **l'étude des fonctions homographiques.**			Matériels : règle graduée, équerre, crayon, calculatrice.

FICHE PÉDAGOGIQUE DE PRÉPARATION DE LA LEÇON

Classe : $1^{\text{ère}}$A **Séquence :** 4**Date :** 10 / 08 / 2019**Effectif :** ……………**Etablissement : ……………………………………………**

Titre du module : RELATIONS ET OPERATIONS FONDAMENTALES DANS L'ENSEMBLE DES NOMBRES REELS**;**

Titre du chapitre : Etude de fonctions**;** **Titre de la leçon :** Fonctions homographiques

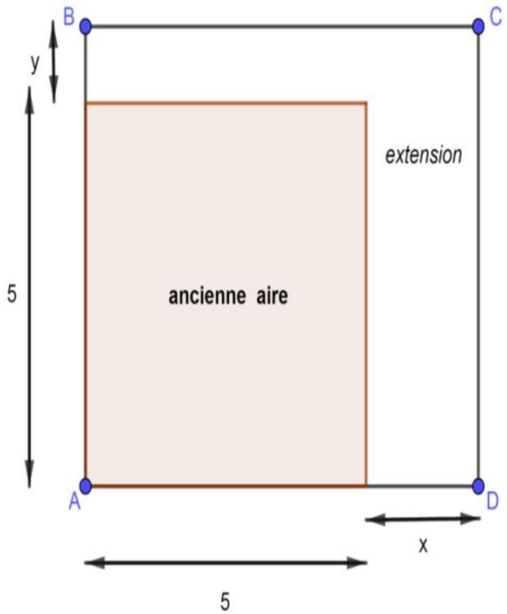
Matériel didactique à utiliser : Craie (blanche, rouge), règle graduée, calculatrice.

Objectifs Pédagogiques :L'apprenant devra être capable de :

- Construire la courbe représentative d'une fonction polynôme ou homographique définie sur un ensemble borné ;
- Résoudre graphiquement dans IR des inéquations dont la résolution se ramène à $\frac{ax+b}{cx+d} < 0$;
- Déterminer une équation d'une asymptote parallèle à l'axe des ordonnées à la courbe d'une fonction homographique ;
- Utiliser l'écriture $x \mapsto \alpha + \frac{k}{x-\beta}$, pour déterminer le vecteur de la translation permettant de construire la courbe d'une fonction homographique à partir de celle de la fonction $x \mapsto \frac{k}{x}$.

Motivation : ………

Etapes/durée	Contenu	Activités		Point enseignement/ apprentissage	Observations
		De l'enseignant	Des apprenants		
Introduction : Contrôle des prérequis *(15min)*	On considère la fonction R définie sur $J =]1\,;5]$ par : $R : x \mapsto \frac{-2x+1}{x-1}$. **a)** Etudier les variations de la fonction Rsur J. **b)** Représenter la courbe (C) de la fonction $S : x \mapsto -\frac{1}{x}$ à l'aide de la courbe de la fonction inverse. **c)** Construire sur le même graphe (C') image de la courbe (C) par la translation de vecteur $\vec{u}(1\,;-2)$. **d)** Montrer que $R(x) = S(x-1) - 2$. **e)** En déduire que (C') est la courbe de la fonction R.	Introduit,motive, facilite.	Traitent, répondent et notent.	Outiller les apprenants pour le traitement de l'activité d'apprentissage.	

Situation problème *(15 min)*	Le maire de DOUALA 4, suite à l'explosion démographique a décidé d'agrandir l'aire de jeu de sa municipalité. Actuellement, cette aire a la forme d'un carré de 5m de côté. Le responsable propose d'allonger chacun de ses côtés pour lui donner la forme rectangulaire ci-dessous :  Suite à des contraintes budgétaires, la surface de l'aire de jeu doit être égale à $100m^2$ et $x \leq 15$. Ainsi pour tout $x \in [0\,;15]$, on a : $y = \frac{75-5x}{5+x}$. A l'aide d'un graphe, aide le responsable à savoir quelle est la plus grande valeur que y peut prendre.	Introduit, partage les coupons, motive.	Écoutent, traitent, interagissent, répondent.	Captiver l'attention des apprenants, susciter le questionnement, favoriser l'appropriation de l'objectif par les apprenants.	

<table>
<tr>
<td>Activité d'apprentissage

(20 min)</td>
<td>On considère la fonction f définie par : $[0\,;15] \to \mathbb{R}$
$x \mapsto \frac{75-5x}{5+x}$ de courbe représentative (C).
a) Calculer $f(0), f(10)$et $f(15)$.
b) Déterminer la fonction dérivée f' de f et en déduire son signe sur $[0\,;15]$.
c) Dresser le tableau de variation de $f$sur $[0\,;15]$.
d) Déterminer l'équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 10.
e) Compléter le tableau suivant :
<table><tr><td>x</td><td>3</td><td>6</td><td>9</td><td>12</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>
f) Montrer que $f(x) = \frac{100}{5+x} - 5$.
En déduire la résolution graphique de l'inéquation $\frac{100}{5+x} <$ 5sur$[0\,;15]$.
g) A l'aide du graphe de la fonction inverse, construire la courbe (C') de la fonction $g : x \mapsto \frac{100}{x}$.
En déduire que (C) est l'image de (C') par la translation de vecteur $\vec{u}(-5\,;\,-5)$ et construire (C) et (T) dans le même repère orthonormé (O , I , J).</td>
<td>motive, facilite, supervise le travail de groupe.</td>
<td>traitent, interagissent, répondent.</td>
<td>Découvrir le savoir, le savoir-faire objet du cours.</td>
<td>Les élèves traitent individuellem ent l'activité.</td>
</tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>Résumé

(100 min)</td>
<td>
Considérons une fonction homographique f définie par :
$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ $(c \neq 0)$, de forme simplifiée $f(x) = \alpha + \frac{k}{x-\beta}$
(où
$\alpha = 0$; $k = \frac{b}{c}$; $\beta = -\frac{d}{c}$ si $a = 0$ et $\alpha = \frac{a}{c}$; $k = \frac{bc+da}{c^2}$; $\beta = -\frac{d}{c}$ si
$a \neq 0$) et de courbe représentative (C).

f est définie, continue et dérivable sur IR $-\{\beta\}$, donc en particulier sur les intervalles bornés $I = [e\,;\beta[$ et $J =]\beta\,; f]$ de IR (où $e < \beta < f$) ;
La droite d'équation $x = \beta$ est une asymptote parallèle à l'axe des abscisses à la courbe (C) ;
Pour tout réel x différent de $-\frac{d}{c}$, $f'(x) = \frac{-k}{(x-\beta)^2}$
Tableau de variation : Le sens de variation dépend du signe de k.

Si $k < 0$
<table>
<tr><td>x</td><td colspan="2">β</td></tr>
<tr><td>$f'(x)$</td><td>$+$</td><td>$+$</td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td>$\nearrow$ $+\infty$</td><td>$-\infty$ $\nearrow$</td></tr>
</table>
Si $k > 0$
<table>
<tr><td>x</td><td colspan="2">β</td></tr>
<tr><td>$f'(x)$</td><td>$-$</td><td>$-$</td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td>$\searrow$ $-\infty$</td><td>$+\infty$ $\searrow$</td></tr>
</table>

(C) est l'image de la courbe représentative de la fonction $g : x \mapsto \frac{k}{x}$ par la translation de vecteur $\vec{u}(\alpha\,;\,\beta)$.
Le point $\Omega(\alpha\,;\beta)$ est centre de symétrie de la courbe (C).

<u>Exemple</u> 1 : Reprenons l'activité d'apprentissage.
</td>
<td>Note</td>
<td>Notent.</td>
<td>Institutionnalisation du savoir ou du savoir-faire.</td>
<td></td>
</tr>
</table>

<table>
<tr><td></td><td colspan="5"></td></tr>
<tr>
<td>Exercice(s) d'application

(20 min)</td>
<td>On considère la fonction g définie par : $[0\,;3[\,\cup\,]3\,;6] \to \mathbb{R}$
$x \mapsto \frac{2x-5}{x-3}$ de courbe représentative (C).
a) Calculer $g(0), g(4)$ et $g(6)$.
b) Calculer les limites à gauche et à droite de g en 3.
c) Déterminer la dérivée g' de la fonction g et en déduire son signe sur $[0\,;3[\,\cup\,]3\,;6]$.
d) Dresser le tableau de variation de g sur $[0\,;3[\,\cup\,]3\,;6]$.
e) Déterminer l'équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 4.
f) Compléter le tableau suivant :
<table>
<tr><td>x</td><td>1</td><td>2</td><td>5</td><td>$\frac{5}{2}$</td></tr>
<tr><td>$g(x)$</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
g) Montrer que $g(x) = 2 + \frac{1}{x-3}$.
En déduire que (C) est l'image de la courbe de la fonction inverse par la translation de vecteur $\vec{u}(3\,;\,2)$.
h) Montrer que le point $\Omega(3\,;2)$ est centre de symétrie de la courbe (C).
i) Construire (C) et (T) dans le même repère orthonormé (O , I , J).
j) A l'aide du graphe précédent, résoudre l'inéquation $\frac{1}{x-3} < -2$ sur $[0\,;3[\,\cup\,]3\,;6]$.</td>
<td>Met les exercices au tableau.

Remplit le cahier de texte pendant que les élèves réfléchissent.</td>
<td></td>
<td></td>
<td>Il s'agit de l'application directe du cours.</td>
</tr>
<tr><td></td><td colspan="5"></td></tr>
</table>

Conclusion *(2 min)*	**Livre au programme** : **Devoirs** :	Résume la séance. Note les devoirs. Annonce le prochain cours.			Matériel à prévoir au prochain cours : Règle graduée, équerre, crayon, calculatrice.

MODULE 20: **ORGANISATION ET GESTION DES DONNEES**

CHAPITRE 7 : **STATISTIQUES**

Leçon 1 : **Caractéristiques de position, caractéristiques de dispersions durée : 2h**

Objectifs pédagogiques : calculer la moyenne, déterminer la médiane, calculer la variance et l'écart type dans une série statistique de caractère quantitatif.

Motivations : De nombreux problèmes dans la vie ; tels que le recensement de la taille, du poids, du volume d'une population… font appels aux caractères de positions ou de dispersions. Cette leçon nous donne des outils pour les résoudre.

Contrôle des prérequis.

Soit le tableau statistique ci-dessous :

Modalités xi	2	7	13
Effectifs ni	5	4	1

Quel est le mode ? Quel est **l'effectif total** ? Quelles est la nature du caractère étudié **?**
Dresser la ligne des **fréquences** de chaque modalité. Calculer la **moyenne.**

Situation de vie.

Après une évaluation séquentielle de Français dans une classe de PA, les notes obtenus par les élèves de la classe sont donnée ci-dessous : 12, 19, 16, 8, 12, 13, 10, 8, 16, 8, 10, 13, 11, 11, 8, 12, 8, 11.
Le professeur de français disposant d'un logiciel de calcul (Sine qua none) dans son ordinateur entre donc ces données et obtient l'affiche ci-dessous : $\text{moyenne} = 11{,}2778; \text{variance} = 10{,}9784; \text{écart}-\text{type} = 3{,}31337; \text{médiane} = 11.$
Le professeur de français se demande l'opération effectué par le logiciel pour avoir ces quatre résultats.

Activité d'apprentissage.

Considérons les résultats suivants : 12, 19, 16, 8, 12, 13, 10, 8, 16, 8, 10, 13, 11, 11, 8, 12, 8, 11

1) Recopie et complète le tableau ci-dessous

Modalité(xi)	8	10	11	12	14	16	19	Total
Effectifs (ni)								
$n_i \times x_i$								
$n_i \times {x_i}^2$								
Effectif cumulé croissant (ECC)								
Effectif cumulé décroissant (ECD)								

2) Calculer l'effectif total $N = \sum n_i$ et les réels $\bar{x} = \frac{\sum n_i \times x_i}{N}$; $V = \frac{\sum n_i \times {x_i}^2}{N} - \bar{x}^{\,2}$ et $\sigma = \sqrt{V}$

3) Quelle est la modalité dont l'ECC et l'ECD sont tous deux supérieurs ou égaux à N/2

Solution situation de vie

Résumé

Soit la série statistique ci-contre

Modalités(x_i)	x_1	x_2	x_3	…	x_m
Effectifs (n_i)	n_1	n_2	n_3	…	n_m

1. Caractéristiques de positions

- Le mode ici : c'est toute modalité qui a le plus grand effectif ou la plus grande fréquence
- La moyenne : C'est la quantité $\bar{x} = \frac{\sum n_i \times x_i}{N} = \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + n_3x_3 + \cdots + n_mx_m}{N}$ ou $\bar{x} = \sum f_i \times x_i$.
  Ici, N représente l'effectif total,ni et $f_i = \frac{n_i}{N}$ sont respectivement l'effectif et la fréquence de la modalité x_i
- La médiane Me d'une série statistique est la modalité dont l'effectif cumulé croissant et l'effectif cumulé décroissant sont tous deux supérieurs ou égaux à la moitié de l'effectif total.

NB :Si deux modalités ont leurs effectifs cumulés croissant et décroissants tous deux supérieurs à la moitié de l'effectif total, on convient de prendre pour médiane la demi-somme des deux modalités.

2. Caractéristiques de dispersions

- La variance : C'est la quantité $V = \frac{\sum n_i \times x_i^2}{N} - \bar{x}^{\,2} = \frac{n_1 x_1^{\,2} + n_2 x_2^{\,2} + n_3 x_3^{\,2} + \cdots + n_m x_m^{\,2}}{N} - \bar{x}^{\,2}$ ou

  $V = \sum f_i \times x_i^{\,2} - \bar{x}^{\,2}$
- L'écart-type : C'est la racine carrée de la variance. On le note $\sigma = \sqrt{V}$. $(le\ symbole\ \sigma\ se\ lit\ sigma)$

Exercices d'applications

On a reparti les pointures d'un stock de 60 chaussures dans le tableau suivant

Pointures	38	39	40	41	42	43	44
effectifs	6	8	3	13	11	12	7

1) Déterminer le mode de cette série statistique.
2) a) Dresser le tableau des fréquences en pourcentage
   b) Quel est le pourcentage des chaussures dont la pointure est supérieur ou égale à 41 ?
   c) Quel est le pourcentage des chaussures dont la pointure est comprise strictement entre 39 et 43 ?
3) Calculer la pointure moyenne de ce stock de chaussure.
4) Calculer la variance et l'écart-type de cette série statistique.
5) a) Dresser le tableau de fréquences cumulées croissants et décroissants.
   b) En déduire la médiane de cette série.

Devoir à faire à domicile : Exercice page collection major

Jeux bilingue : traduction de quelques termes en anglais

Mode :fashion ; pourcentage : percentage ;moyenne :average ; variance :variance ; ecart-type : gap marks ; calcule :calculate

Leçon 2 : **Séries statistique regroupées en classe d'égale amplitude, représentation graphique durée :3h**

Objectifs pédagogiques : déterminer la classe modale, le mode, calculer la moyenne, calculer la variance et l'écart type dans une série statistique regroupée en classe d'égale amplitude. Représenter graphiquement une série regroupée en classe d'égales amplitudes par un histogramme ou un polygone des ECC (ou ECD, ou FCC ou FCD). Déterminer graphiquement la médiane.

Motivations : De nombreux problèmes dans la vie ; tels que le recensement de la taille, du poids, du volume d'une population… font appels aux caractères de positions ou de dispersions et nécessite une représentation par des diagrammes. Cette leçon nous donne des outils pour les résoudre.

Contrôle des pré-requis.

Soit le tableau statistique suivant :

M	[0 ; 2[	[2 ; 4[	[4 ; 6[
Effectifs ni	3	4	1

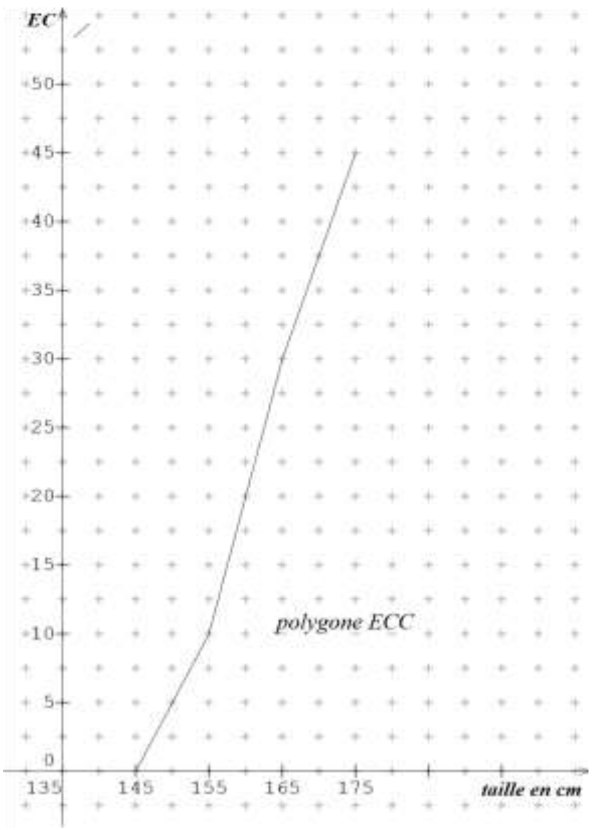
Quelle est l'amplitude de chaque classe ?
Quelle est la classe modale ?
Dresser le tableau des centres de chaque classe.
Calculer la moyenne.

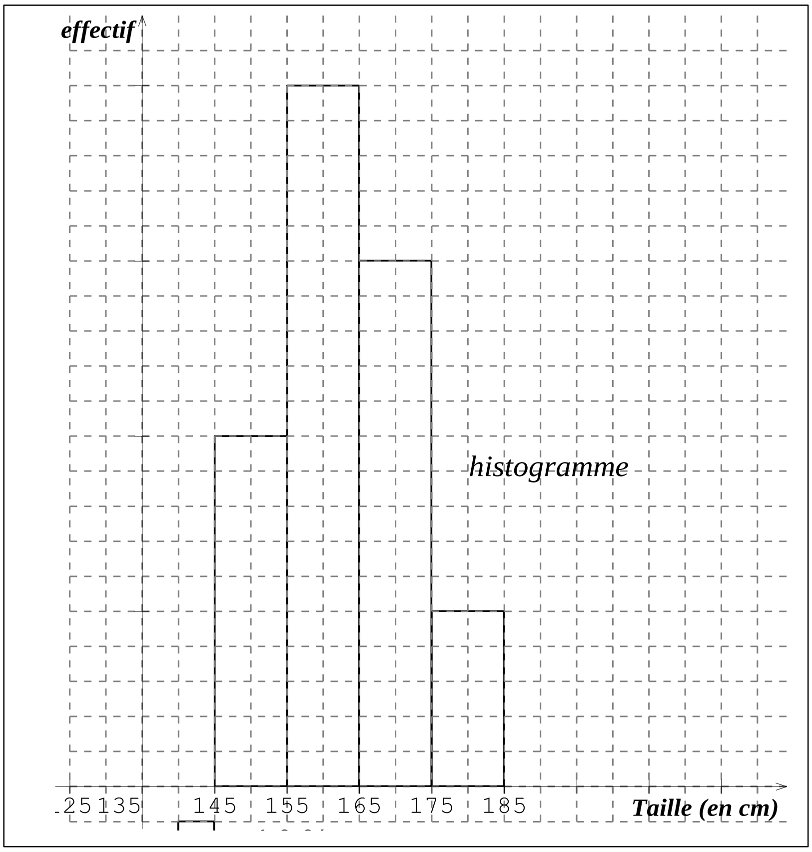
Situation de vie.

Au commissariat de police de l'arrondissement de Penka-Michel, pour des individus qui sont venue se faire établir une carte nationale d'identité l'on a enregistré la tailles en centimètre (cm) des postulants et les résultats ont été consignés dans le tableau ci-dessous.

Taille (en cm)	[145; 155[	[155; 165[	[165; 175[	[175; 185[
effectif	10	20	15	5

Le commissaire dispose d'un logiciel permettant de prendre les paramètres des tailles des postulats. Suite à une panne informatique, le commissaire ne se souvient plus des calculs effectués par le logiciel mais se souvient que le logiciel avait affiché les résultats suivant : $taille\ moyenne = 163$cm; écart − type = 9; médiane =162,5.





Aide monsieur le commissaire à retrouver les opérations effectués parle logiciel afin qu'il puisse travailler sans le logiciel.

Activité d'apprentissage.

1) Recopie et complète le tableau ci-dessous

classes	[145; 155[	[155; 165[	[165; 175[	[175; 185[	Total
Effectif (ni)	10	20	15	5	
Centre (ci)					[redacted]
$n_i \times c_i$					
$n_i \times c_i^2$					
Effectif cumulé croissant (ECC)					[redacted]

2) a) Quel est la classe modale de cette série statistique ?
   b) Quel est le nombre de personnes dont la taille est inférieure à 165cm ?
   c) Quel est le nombre de personnes dont la taille est supérieure ou égale à 175 cm ?

3) Calculer les réels $N = \sum n_i$; $\bar{x} = \frac{\sum n_i \times c_i}{N}$; $V = \frac{\sum n_i \times c_i^2}{N} - \bar{x}^2$ et $\sigma = \sqrt{V}$
4) Construire le diagramme à bande (histogramme) représentant cette série.
5) Le plan est muni d'un repère orthogonal.
   a) Placer en abscisse les extrémités des classes et en ordonnée les effectifs cumulés. On prendra pour origine le point de coordonnée (145;0) ; en abscisse 1cm pour une taille de 5cm et en ordonnée 1 cm pour 5 élèves.
   b) Placer dans le repère les points correspondant au tableau suivant

Taille (en cm)	145	155	165	175	185
ECC	0	10	30	45	50

c) Joindre les points consécutifs par des segments.

d) Sachant que la médiane Me est l'abscisse du point du polygone tracé d'effectif cumulé $N/2$, repérer et estimer la médiane

Solution situation de vie

Résumé

1. **Définitions** :

Dans une série statistique de caractère quantitatif regroupé en classe d'égales amplitudes.

- La classe modale : c'est toute classe qui a le plus grand effectif ou la plus grande fréquence.
  Le mode : c'est le centre de la classe modale
- La moyenne : C'est la quantité $\bar{x} = \frac{\sum n_i \times c_i}{N} = \frac{n_1c_1+n_2c_2+n_3c_3+\cdots+n_mc_m}{N}$ ou $\bar{x} = \sum f_i \times c_i$.
  Ici, N représente l'effectif total, n_i et $f_i = \frac{n_i}{N}$ sont respectivement l'effectif et la fréquence de la classe ayant pour centre c_i.
- La variance : C'est la quantité $V = \frac{\sum n_i \times c_i^2}{N} - \bar{x}^2 = \frac{n_1{c_1}^2+n_2{c_2}^2+n_3{c_3}^2+\cdots+n_m{c_m}^2}{N} - \bar{x}^2$ ou
  $V = \sum f_i \times c_i^2 - \bar{x}^2$
- L'écart-type : C'est la racine carrée de la variance. On le note $\sigma = \sqrt{V}$. (*le symbole σ se lit sigma*)

2. **Représentations graphiques**

- Histogramme dans une série statistique regroupé en classe d'égale amplitude
  Dans l'histogramme, chaque classe est représentée par un rectangle. Ces rectangles ont la même largeur. Mais la hauteur d'un rectangle est proportionnelle à l'effectif (ou fréquence) de la classe qu'elle représente.
  Exemple : voir l'histogramme de l'activité
- Polygone des ECC, des FCC, des ECD et des FCD
  Exemple : considérons la série statistique ci-dessous dont les effectifs cumulés sont donnés

classes	[130 ; 140[	[140 ; 150[	[150 ; 160[	[160 ; 170[	[170 ; 180[
ECC	6	21	39	46	50
ECD	50	44	29	11	4

Pour construire dans un repère orthogonal le polygone des ECC (respectivement le polygone des ECD) de cette série statistique, on procède comme suit :

✓ Pour construire le polygone des ECC

- Placer en abscisse les bornes des classes et en ordonnée les effectifs cumulés croissants - Placer ensuite dans ce repère les points correspondant au tableau suivant

bornes	130	140	150	160	170	180
ECC	0	6	21	39	46	50

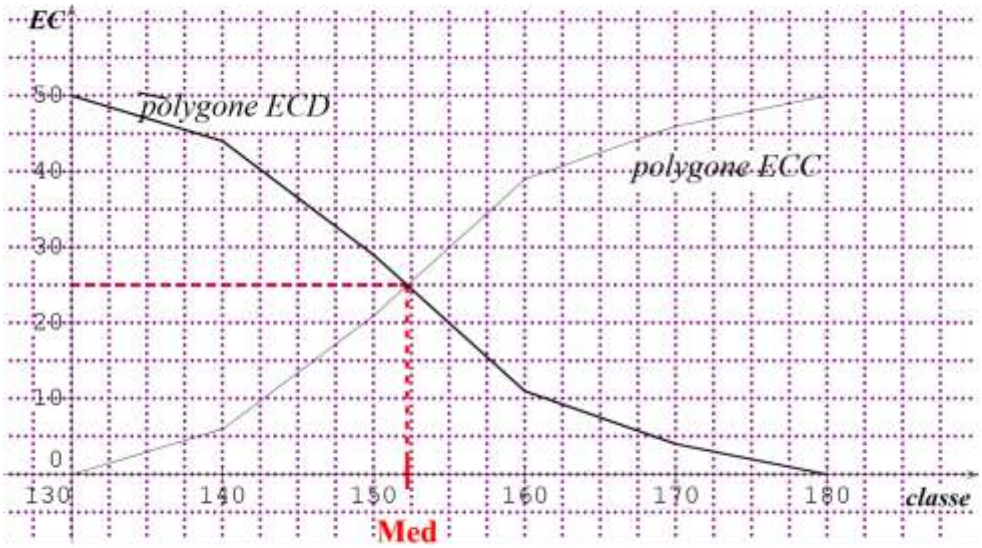
- Joindre les points consécutifs par des segments et on a ce polygone.

✓ Pour construire le polygone des ECD

- Placer en abscisse les bornes des classes et en ordonnée les effectifs cumulés décroissants
- Placer ensuite dans ce repère les points correspondant au tableau suivant

bornes	130	140	150	160	170	180
ECD	50	44	29	11	4	0

- Joindre les points consécutifs par des segments et on a ce polygone Application : voir le schéma ci-dessous



Remarque :

- La médiane est l'abscisse du point de rencontre des deux polygones.

- La Médiane Me est l'abscisse du point du polygone des effectifs cumulés ayant pour effectif N/2

NB :- pour construire le polygone d'une fréquence cumulée on procède de façon analogue mais la ligne des effectifs cumulés est remplacée par la ligne des fréquences cumulées correspondantes.

- La Médiane Me est l'abscisse du point du polygone des fréquences cumulées ayant pour fréquence $\frac{fréquence\ totale}{2}$

Exercices d'applications

Après un contrôle, les notes de mathématiques de 60 élèves d'une classe de 1ère ont été regroupées dans le tableau suivant:

Notes	[0 ; 4[	[4 ; 8[	[8 ; 12[	[12 ; 16[	[16 ; 20[
Effectifs		12	15		3
Fréquences	0,3				
Fréquence cumulés croissantes		0,5			

1) Recopier et compléter le tableau ci-dessus.
2) Calculer le pourcentage des élèves ayant une note supérieure ou égale à 12 /20.
3) a) Construire le polygone des fréquences cumulées croissantes
   b) Déterminer graphiquement la médiane
4) quelles est la note moyenne de ces élèves en maths ?

Devoir à faire à domicile : Exercice page collection major

Jeux bilingue : traduction de quelques termes en anglais

Quelle est la classe modale ?: What is the modal class ?

Construis l'histogramme: Construct the histogram

Construis le polygone des effectifs cumulés croissants (ou décroissants): Construct the polygon of the strengths accumulated crescents (or decreasing)

Construis le polygone des fréquences cumulées croissants (ou décroissants): Construct the polygon of the frequencies accumulated crescents (or decreasing)

Cour réalisé par M. NANDONG TSAKENG FRANK enseignant au Ly. Bil de Penka-Michel.