Institut Africain d'Informatique, BP 2263 Libreville (GABON), Tel (241) 07 70 55 00

CONCOURS D'ENTRÉE EN 1^{ere} ANNÉE MIAGE
SESSION 2009

Epreuve de Mathématiques générales

Durée : 2 heures. Sans document.Coefficient 02.
Ce sujet comporte deux (02) pages.
N.B. N'utiliser que la feuille de composition mise à votre disposition. La copie ne doit pas être signée et ne devra porter aucun signe distinctif.

Exercice 1 .

.p et n étant des entiers naturels, on pose :

$$S_n\left(p\right)=\sum_{k=0}^{n}C_{p+k}^{p}\ \textit{et}\ S_n'\left(p\right)=C_{n+p+1}^{p+1}$$

où

$$C_n^k=\frac{n!}{k!\left(n-k\right)!}$$

1. *Montrer que*

$$S_n\left(p\right)=S_n'\left(p\right)$$

2. *En déduire le calcul de*

$$a)\ \sum_{k=0}^{n}k^2\blacksquare\quad b)\ \sum_{k=0}^{n}k^3\blacksquare$$

3. *Calculer les sommes (pas la limite mais en fonction de n) suivantes :*

$$a)\ \sum_{k=1}^{n}\left(kC_n^k-2^{n-1}\right)\blacksquare\quad b)\ \sum_{k=1}^{n}k^2C_n^k\blacksquare\quad c)\ \sum_{k=0}^{n}C_n^k\blacksquare$$

Exercice 2 .

On rappelle que

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{n!} = e \qquad (\textit{base des logarithmes népériens})$$

On note

$$S_n = \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k!}$$

Donner une expression simple en fonction de S_n *et en déduire leur somme des séries de terme général :*

$$a) \quad x_n = \frac{n^2}{n!} \qquad b) \; y_n = \frac{n^3}{n!}$$

Exercice 3 .

La répartition des tailles des élèves d'une classe est donnée par:

Tailles	*Centres des classes*	*Effectifs*	*Fréquences en %*	*Effectifs cumulés croissants*
$[146, 154[$			*10*	
$[154, 158[$		*7*		
$[158, 162[$			*25*	
$[162, \ [$			*12,5*	
$[\ ,\ [$	*170*			
$[174, 186[$			*15*	*40*

1. *Compléter le tableau et tracer l'histogramme de la série.*
2. *Combien d'élèves ont une taille inférieure à 1,62m? 1,70m?*