FICHE DE TRAVAUX DIRIGÉES

Prof : M. KABY
07 0996 3670 / 05 7525 9207

EXERCICE 1

Pour chacune des propositions suivantes, dis si elle est vraie (V) ou fausse (F).

N°	Propositions
1	Si f est une fonction continue et strictement croissante sur $[a ; b]$ alors $f([a ; b]) = [f(b); f(a)]$
2	Si f est une fonction continue et strictement décroissante sur $[-2 ; 3]$ et si $f(-2) \times f(3) < 0$, alors l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique sur $] -2 ; 3[$.
3	Soit une fonction $S(x)$ et sa bijection réciproque $S^{-1}(x)$. Leurs courbes représentatives sont symétriques par rapport à la droite d'équation $\frac{1}{y} = \frac{1}{x}$
4	Si $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$, on dit que la courbe (C) admet une branche parabolique de direction (OJ)

EXERCICE 2

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM). Écris sur ta copie le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de la bonne réponse.

N°	Énoncés	Réponses
1	Soit f une fonction et α un nombre réel. S'il existe une fonction g telle que $f \geq g$ sur l'intervalle $]\alpha ; +\infty[$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$ alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \dots$	A 0
		B $-\infty$
		C $+\infty$
		D α
2	$a \in \mathbb{R}_+, b \in \mathbb{R}_+, \sqrt[3]{\sqrt{a^5 b}} \times \sqrt{\sqrt[3]{ab^5}}$	A $a^5 b^5$
		B ab
		C $a^{12} b^{11}$
		D $a^4 b^3$
3	f et g sont deux fonctions. a, b et l sont des nombres réels, soit $-\infty$ soit $+\infty$. Si $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$ et $\lim_{x \rightarrow b} g(x) = l$, alors	A $\lim_{x \rightarrow b} (f \circ g)(x) = -\infty$
		B $\lim_{x \rightarrow a} (g \circ f)(x) = l$
		C $\lim_{x \rightarrow b} (f \circ g)(x) = l$
		D $\lim_{x \rightarrow a} (g \circ f)(x) = b$
4	Si pour tout nombre réel x non nul, $3 - \frac{1}{x} < f(x) < \frac{1}{x} + 3$, alors la limite de f en $+\infty$ est égale à :	A 0
		B $-\infty$
		C 3
		D $+\infty$

EXERCICE 3

1. La fonction f est continue sur $]-\infty; 0[$ et sur $]0; +\infty[$ et a pour tableau de variation le tableau suivant :

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$
$f(x)$	-2	5	1	$+\infty$

En utilisant ce tableau, donner les limites suivantes:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f\left(-2 + \frac{1}{x}\right); \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x^2); \quad \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ >}} f\left(\frac{-1}{x}\right); \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f\left(\frac{2x-1}{x^2+x}\right).$$

2. Calcule les limites suivantes:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{2x^2+1} - 3x$; b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2+4x+3} - (x+2)$; c) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+6}-3}{x-3}$; d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x} - x)$

EXERCICE 4

Soit la fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $f(x) = x^3 - 12x + 10$.

1. a) Étudier le sens de variation de f .
- b) Dresser le tableau de variation de f .
2. Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet 3 solutions α, β et γ sur $\mathbb{R}$ tels que : $\alpha < \beta < \gamma$
 - a) Vérifier que $\beta \in]0; 1[$.
 - b) Encadre β par deux nombres décimaux consécutifs à 10^{-2} près.
3. Soit g la restriction de f sur l'intervalle $]2; +\infty[$.
 - a) Montrer que g est une bijection de $]2; +\infty[$ vers un intervalle J à préciser.
 - b) On note g^{-1} sa bijection réciproque, dresser le tableau de variation de g^{-1} .

EXERCICE 5

Des élèves de terminale étudient le refroidissement d'un objet porté à 210°C . L'étude du phénomène thermique conduit à $f(t) = \frac{200}{t} + 10$ où $f(t)$ désigne la température de l'objet en degrés Celsius ($^\circ\text{C}$) à l'instant t (t est exprimé en minutes).

Les élèves effectuent un contrôle de la température de l'objet après chaque minute (le premier contrôle ayant lieu à l'instant $t = 1$). Ils n'arrivent pas à déterminer la température de l'objet après une très longue période de refroidissement.

En utilisant tes connaissances mathématiques, détermine cette température.