DEVOIR D'UP
14/11/2022

MATHÉMATIQUES

Durée : 4 h

SÉRIE D

Cette épreuve comporte deux pages numérotées 1/2 et 2/2.

<u>EXERCICE</u> 1 (2 $points$)

Écris le numéro de chaque affirmation suivie de VRAI si l'affirmation est vraie ou de FAUX si l'affirmation est fausse.

N°	AFFIRMATIONS
1	A et B sont des évènements d'un même univers. Si $P(A) = 0{,}4$; $P(B) = 0{,}2$ et $P(A \cap B) = 0{,}8$ alors les évènements A et B sont indépendants.
2	Si f et g sont deux fonctions telles que $f \geq g$ sur $]a;+\infty[$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$ alors $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.
3	Soit I et K deux intervalles de IR. Soit une fonction continue I telle que $f(I) \subset K$. Si g est continue sur K alors gof est continue sur I.
4	Une expérience aléatoire où l'on s'intéresse à un évènement appelé succès et à sa non réalisation appelée échec est un schéma de Bernoulli.

<u>EXERCICE</u> 2 (2 $points$)

Pour chacune des affirmations ci-dessous, quatre réponses sont données dont une seule est juste. Recopie sur ta feuille le numéro de l'affirmation suivie de la lettre correspondant à la réponse juste.

<table>
<tr><th rowspan="2">N°</th><th rowspan="2">AFFIRMATIONS</th><th colspan="4">REPONSES</th></tr>
<tr><th>A</th><th>B</th><th>C</th><th>D</th></tr>
<tr><td>1</td><td>Si $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$; on dit que (Cf) admet en $+\infty$ une branche parabolique de direction celle de (OI) lorsque $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} =$</td><td>$+\infty$</td><td>0</td><td>$-\infty$</td><td>1</td></tr>
<tr><td>2</td><td>Soit la loi de probabilité d'une variable aléatoire X résumé dans le tableau suivant :
$\begin{array}{|c|c|c|c|}\hline x_i & -10 & 0 & 20 \\ \hline P(X = x_i) & \frac{1}{8} & \frac{3}{8} & \frac{1}{2} \\ \hline\end{array}$
Sachant que l'espérance mathématique E(X) = $\frac{35}{4}$, on a V(X) =</td><td>$\frac{2175}{16}$</td><td>$\frac{375}{4}$</td><td>10</td><td>$\frac{1775}{16}$</td></tr>
<tr><td>3</td><td>x et y sont des nombre réels strictement positifs.
On a : $\sqrt[3]{\sqrt[2]{x^4y^6}}$</td><td>$x^2y^3$</td><td>$x^3y$</td><td>$y\sqrt[3]{x^2}$</td><td>$xy$</td></tr>
<tr><td>4</td><td>Si $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$ et $g(x) = \frac{4f(x)+2}{5f^2(x)-1}$ alors $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ égale à :</td><td>0</td><td>$\frac{4}{5}$</td><td>$+\infty$</td><td>$-\infty$</td></tr>
</table>

<u>EXERCICE</u> 3 (3 $points$)

On donne la fonction f définie sur IR \{2}, par $f(x) = \frac{x^2-2x}{x^3-8}$.

1) Justifie que $\lim\limits_{x\to2} f(x) = \frac{1}{6}$.

2a) Démontre que f admet un prolongement par continuité en 2.

 b) Détermine la fonction g, prolongement par continuité de f en 2.

EXERCICE 4 ($4\ points$)

Dans une association sportive, $\frac{1}{4}$ des femmes et $\frac{1}{3}$ des hommes adhèrent à la section handball.

On sait également que 30% des membres de cette association adhèrent à la section handball.

On choisit au hasard un membre de cette association et on note :

- F l'évènement : « le membre choisi est une femme »
- B l'évènement : « le membre choisi adhère à la section handball »

PARTIE A

1.a) Démontre que la probabilité de l'évènement F est $\frac{2}{5}$.

b) Déduis-en l'arbre de probabilité traduisant cette situation.

2. On choisit un membre parmi les adhérents à la section handball.

Calcule la probabilité que ce membre soit une femme.

PARTIE B

Pour financer une sortie, les membres de cette association sportive organisent une loterie.

Pour cette loterie, on utilise une urne contenant 100 boules ; 25 exactement sont gagnantes rapportent 2000F chacune, les autres ne rapportent rien.

Pour jouer à cette loterie, un joueur doit payer 500F puis tirer au hasard et de façon simultanée deux boules de l'urne : il reçoit alors 2000F par boule gagnante.

Les deux boules sont ensuite remises dans l'urne. Les tirages de cette urne sont équiprobables.

On note X la variable aléatoire associant le gain algébrique du joueur (déduction faite des 500F).

1) Justifie que la probabilité de l'évènement E : « les boules tirées sont gagnantes » est $\frac{2}{33}$.

2) Détermine la loi de probabilité de X.

3) Justifie qu'en moyenne chaque joueur gagne 500F.

EXERCICE 5 ($4\ points$)

Soit f la fonction définie et dérivable sur $]-\infty;5[$ par $f(x)=\frac{x^2-2x-14}{x-5}$ et (C) sa courbe représentative dans un repère (O,I,J).

1a) Calcule $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

b) Calcule $\lim\limits_{\substack{x\to5 \\ <}} f(x)$ puis interprète graphiquement le résultat.

2a) Justifie que $\forall x\in\,]-\infty;5[,\ f(x)=x+3+\frac{1}{x-5}$.

b) Démontre que la droite (D) d'équation $y=x+3$ est une asymptote à (C) en $-\infty$.

c) Etudie la position relative de (C) et (D).

3) On admet que la fonction f est strictement croissante sur $]-\infty;4[$ et strictement décroissante sur $]4;5[$.

a) Démontre que l'équation $f(x)=0$ admet une unique solution α dans $]-\infty;4[$.

b) Sachant que $-3<\alpha<-2$, détermine une valeur approchée de α à 10^{-1}près.

EXERCICE 6 ($5\ points$)

Un jeu crack organisé par les élèves de Terminale de la ville de Ouragahio consiste à proposer un questionnaire composé de cinq questions. Pour chacune des cinq questions l'animateur propose trois réponses possibles dont une seule est exacte. Les questions posées sont indépendantes les unes des autres. Il répond au hasard.

Pour avoir un lot, il faut donner au moins deux bonnes réponses à l'issu des cinq questions. Koffi, élève de Terminale est candidat et affirme qu'il a plus de 50% de chance d'avoir un lot mais ses amis pensent le contraire. A partir d'une production argumentée basée sur tes connaissances mathématiques, dis si Koffi a raison.