# GENERALITES SUR LES SOLUTIONS AQUEUSES:

**EXERCICE 1**: C1.5 p. 18 :

1. On prépare une solution d'acide chlorhydrique en faisant dissoudre $V_0$ = 5,6 L de chlorure d'hydrogène (volume gazeux mesuré dans les C.N.T.P) dans V = 500 $cm^3$ d'eau distillée.
Calculer la concentration molaire $C_1$ de la solution ainsi préparée.
2. Quelle masse m de dichlorure de calcium $CaCl_2$ faut-il dissoudre dans V = 500 $cm^3$ d'eau distillée pour obtenir une solution de concentration molaire $C_2$ = 0,1 mol. $L^{-1}$ ?
3. On prélève $V_1$ = 20 $cm^3$ de la solution de dichlorure de calcium (obtenue à la question précédente) et on complète par de l'eau distillée de façon à obtenir $V_2$ = 100 $cm^3$ d'une nouvelle solution.
a) Décrire le mode opératoire permettant de diluer la solution de dichlorure de calcium.
b) Calculer la concentration molaire de cette nouvelle solution en ions calcium et ions chlorure.
On donne : M(Ca) = 40 g. $mol^{-1}$ ; M(Cl) = 35,5 g. $mol^{-1}$.

**EXERCICE 1**: C1.5 p. 18 :

1) $C_1 = \frac{n}{V}$ avec $n = \frac{V_0}{V_m}$, d'où $C_1 = \frac{V_0}{V.V_m}$ = 0,5 mol. $L^{-1}$

2) $C_2 = \frac{n'}{V}$ avec $n' = \frac{m}{M}$, d'où $C_2 = \frac{m}{M.V} \Rightarrow m = C_2.M.V$ = 5,55 g.

3.a) On prélève 20 $cm^3$ de la solution de dichlorure de calcium à l'aide d'une pipette jaugée de 20 $cm^3$ qu'on verse dans une fiole jaugée de 100 $cm^3$. On complète ensuite avec de l'eau distillée jusqu'au trait de jauge.

b) Equation de dissociation : $CaCl_2 \longrightarrow Ca^{2+} + 2\,Cl^-$

♦ $[Ca^{2+}] = \frac{n}{V_2} = \frac{C_2V_1}{V_2} = \frac{0,1 \times 20}{100}$ = 0,02 mol. $L^{-1}$

♦ $[Cl^-] = \frac{2n}{V_2} = \frac{2C_2V_1}{V_2} = \frac{2 \times 0,1 \times 20}{100}$ = 0,04 mol. $L^{-1}$

**EXERCICE 2**: C1.6 p. 18

On dissout une masse m de chlorure de sodium dans l'eau et on obtient $V_1$ = 100 $cm^3$ d'une solution A de concentration molaire $C_1 = 10^{-2}$ mol. $L^{-1}$. On prélève le quart de cette solution qu'on place dans un bécher et on complète avec de l'eau distillée de façon à obtenir $V_2$ = 200 $cm^3$ d'une solution B de concentration $C_2$. On prélève $V'_2$ = 10 $cm^3$ de la solution B qu'on dilue 20 fois ; on obtient une solution C de concentration $C_3$. Calculer :

1. La masse m de chlorure de sodium utilisé.
2. La concentration molaire en ions $Na^+$ et $Cl^-$ de la solution A.
3. La concentration molaire $C_2$ de la solution B.
4. La concentration molaire $C_3$ de la solution C.

**On donne** : M(Na) = 23 g. $mol^{-1}$ ; M(Cl) = 35,5 g. $mol^{-1}$.

**EXERCICE 2 : C.6 p.18**

**1)** $C_1 = \frac{m}{M.V_1} \Rightarrow m = C_1.M.V_1$ = 0,585 g

**2)** Equation de dissociation : $NaCl \longrightarrow Na^+ + Cl^-$

$C_1 = [Na^+] = [Cl^-]$ = 0,1 mol. $L^{-1}$

**3)** $C_2.V_2 = \frac{C_1V_1}{4} \Rightarrow C_2 = \frac{C_1V_1}{4V_2}$ = 1,25.$10^{-2}$ mol. $L^{-1}$

**4)** $C_3 . V_3 = C_2 . V_2'$ , avec $V_3 = 20. V_2' \Rightarrow C_3 = \frac{C_2 V_2'}{V_3} = \frac{C_2}{20} = 0{,}25.10^{-4}$ mol. $L^{-1}$

**EXERCICE 3**: C1. 7 p. 18 :

1. On mélange un volume $V_1$ = 200 $cm^3$ d'une solution de dichlorure de calcium $CaCl_2$ de concentration $C_1 = 10^{-2}$ mol. $L^{-1}$ et un volume $V_2$ = 300 $cm^3$ d'une solution de chlorure de sodium NaCl de concentration molaire $C_2 = 10^{-1}$ mol. $L^{-1}$.
Calculer la concentration molaire des ions $Na^+$ , $Cl^-$ , $Ca^{2+}$ contenus dans le mélange.
2. Quel volume $V_2'$ d'une solution de chlorure de sodium de concentration molaire $C_2 = 10^{-1}$ mol. $L^{-1}$ faut-il verser dans $V_1'$ = 100 $cm^3$ d'une solution de dichlorure de calcium de concentration $C_1 = 10^{-2}$ mol. $L^{-1}$ pour que la concentration des ions $Cl^-$ dans le mélange soit de $5.10^{-2}$ mol. $L^{-1}$.

**EXERCICE 3 : C. 7 p.18**

**1)** Equations de dissociation : $CaCl_2 \longrightarrow Ca^{2+} + 2\, Cl^-$ et $NaCl \longrightarrow Na^+ + Cl^-$

♦$[Na^+] = \frac{C_2 V_2}{V_1 + V_2} = 0{,}06$ mol. $L^{-1}$ ;

♦$[Ca^{2+}] = \frac{C_1 V_1}{V_1 + V_2} = 4.10^{-3}$ mol. $L^{-1}$ ;

♦$[Cl^-] = \frac{2\, C_1 V_1 + C_2 V_2}{V_1 + V_2} = 0{,}068$ mol. $L^{-1}$ (les ions $Cl^-$ sont apportés par les 2 solutions)

**2)** $[Cl^-] = \frac{2\, C_1 V_1' + C_2 V_2'}{V_1' + V_2'} \Rightarrow V_2' = \frac{V_1'([Cl^-] - 2C_1)}{C_2 - [Cl^-]} = 60\ cm^3$

# PRODUIT IONIQUE DE L'EAU

**EXERCICE 1**: C2. 4 :

1. On dissout 4,8 g de dichlorure de magnésium $MgCl_2$ dans l'eau et on obtient une solution $S_1$ de volume V = 2 L.
1.1. Calculer la concentration molaire de la solution $S_1$.
1.2. Calculer les concentrations molaires des ions magnésium et chlorure de la solution $S_1$.
1.3. Vérifier que la solution est neutre.
1.4. On ajoute 500 $cm^3$ d'eau à la solution $S_1$ et on obtient une solution $S'_1$. Que deviennent les concentrations molaires des ions magnésium et chlorure dans la solution $S'_1$ ?
2. On considère une solution $S_2$ de chlorure de sodium de concentration molaire $C_2$ = 0,03 mol. $L^{-1}$. On mélange 400 $cm^3$ de la solution $S_1$ avec 600 $cm^3$ de la solution $S_2$.
2.1. Calculer les concentrations molaires des différents ions présents dans le mélange obtenu.
2.2. Que vaut le pH du mélange à 25 °C ?

**On donne** : Mg : 24,3 g. $mol^{-1}$ ; Cl : 35,5 g. $mol^{-1}$.

**EXERCICE 1**: C2. 4 :

1.

1.1) $C_1 = \frac{m}{M.V} = \frac{4{,}8}{95{,}3 \times 2} = 2{,}5.10^{-2}$ mol. $L^{-1}$

1.2)

♦$[Mg^{2+}] = C_1 = 2{,}5.10^{-2}$ mol. $L^{-1}$ ;

♦$[Cl^-] = 2C_1 = 5.10^{-2}$ mol. $L^{-1}$ ;

1.3) REN : $2[Mg^{2+}] + [H_3O^+] = [OH^-] + [Cl^-]$ ; or $[Cl^-] = 2[Mg^{2+}]$, d'où $[H_3O^+] = [OH^-]$. La solution est donc neutre.

2.

2.1) Equations de dissociation : $MgCl_2 \longrightarrow Mg^{2+} + 2\ Cl^-$ et $NaCl \longrightarrow Na^+ + Cl^-$

Les ions en solution sont : $Mg^{2+}$, $Cl^-$ et $Na^+$

♦$[Na^+] = \frac{C_2V_2}{V_1+V_2} = 1{,}8.10^{-2}$ mol. L$^{-1}$ ;

♦$[Mg^{2+}] = \frac{C_1V_1}{V_1+V_2} = 10^{-2}$ mol. L$^{-1}$ ;

♦$[Cl^-] = \frac{2\,C_1V_1+C_2V_2}{V_1+V_2} = 3{,}8.10^{-2}$ mol. L$^{-1}$.

**2.2)** pH = 7 car on a un mélange de é sels neutres.

# ACIDES FORTS ET BASES FORTES

**EXERCICE 1**: C3. 2 p. 25 :

On mélange 100 mL d'acide chlorhydrique à $10^{-2}$ mol. L$^{-1}$ et 100 mL d'acide bromhydrique HBr de concentration inconnue C. Le pH de la solution obtenue est égal à 1,8. Les acides HCl et HBr sont des acides forts.

1. Quelles sont les concentrations des ions $H_3O^+$, $Cl^-$, $Br^-$ et $OH^-$ dans le mélange ?
2. Quelle est la concentration C de la solution bromhydrique initiale ?

**EXERCICE 1**: C3. 2 :

1)

♦$[H_3O^+] = 10^{-pH} = 1{,}58.10^{-2}$ mol. L$^{-1}$

♦$[OH^-] = \frac{Ke}{[H_3O^+]} = 6{,}3.10^{-13}$ mol. L$^{-1}$

♦$[Cl^-] = \frac{C_1V_1}{V_1+V_2} = 5.10^{-3}$ mol. L$^{-1}$ ;

♦REN : $[Br^-] = [H_3O^+] - [OH^-] - [Cl^-] = 1{,}08.10^{-2}$ mol. L$^{-1}$.

2) $[Br^-] = \frac{CV_2}{V_1+V_2} \Rightarrow C = 2{,}16.10^{-2}$ mol. L$^{-1}$.

**EXERCICE 2**: C3. 3 : **DS**

Une solution $S_A$ d'acide nitrique a un pH = 5,9. L'acide nitrique est un acide fort.

1.a) Calculer les concentrations molaires des espèces chimiques présentes dans la solution $S_A$.

b) On prélève 10 cm$^3$ de la solution $S_A$ et on ajoute 90 cm$^3$ d'eau pure. Quelle est la nouvelle valeur du pH ?

2. On prépare une solution $S_B$ en dissolvant une masse m d'hydroxyde de calcium $Ca(OH)_2$ dans 500 cm$^3$ d'eau pure.

a) La concentration molaire de la solution $S_B$ étant $C_B = 4.10^{-6}$ mol. L$^{-1}$, calculer la masse m d'hydroxyde de calcium utilisé.

b) Quels volume $V_A$ de $S_A$ et $V_B$ de $S_B$ doit-on mélanger pour avoir une solution de volume total
V = 120 cm$^3$ et de pH = 7 ?

**EXERCICE 2**: C3. 3 :

1.a)

♦$[H_3O^+] = 10^{-pH} = 1{,}26.10^{-6}$ mol. $L^{-1}$

♦$[OH^-] = \frac{Ke}{[H_3O^+]} = 7{,}94.10^{-9}$ mol. $L^{-1}$

♦REN : $[NO_3^-] = [H_3O^+] - [OH^-] = 1{,}26.10^{-6}$ mol. $L^{-1}$ ;

b)

♦$[NO_3^-] = 1{,}26.10^{-7}$ mol. $L^{-1} = 10^{-6,9}$ mol. $L^{-1}$ ;

♦REN : $[H_3O^+] = [OH^-] + [NO_3^-] \Leftrightarrow [H_3O^+] = \frac{Ke}{[OH^-]} + 10^{-6,9} \Leftrightarrow [H_3O^+]^2 = K_e + 10^{-6,9}[H_3O^+]$

$\Leftrightarrow [H_3O^+]^2 - 10^{-6,9}[H_3O^+] - 10^{-14} = 0$ car on ne peut pas négliger $[OH^-]$ devant $[H_3O^+]$.

Le calcul donne **$[H_3O^+] = 1{,}81.10^{-7}$ mol. $L^{-1}$**.

♦$pH = -\log[H_3O^+] = 6{,}74$.

2.a) $m = C_B.MV = 1{,}48.10^{-4}$ g

b) $2\ C_BV_B = C_AV_A = C_A\ (V - V_B) \Rightarrow V_B = 16{,}33$ mL et $V_A = 103,\ 67$ mL.

**EXERCICE 3**: C3.4 p. 25 :

On dissout 11,2 $cm^3$ de chlorure d'hydrogène pris dans les conditions normales dans 500 mL d'eau pire. Le pH de la solution S obtenue est égal à 3. Le volume molaire dans les conditions normales est 22,4 L.

1. Calculer les concentrations molaires des différentes espèces chimiques présentes dans la solution S. Montrer que la réaction entre le chlorure d'hydrogène et l'eau est totale.
2. Quel volume de chlorure d'hydrogène faut-il dissoudre dans la solution S pour que son pH devienne égal à 2 ? La solution de pH = 2 est notée $S_1$.
3. Avec quel volume d'eau faut-il diluer cette solution $S_1$ pour que le pH soit égal à 4 ?
4. Décrire deux expériences montrant la nature des ions $H_3O^+$ et $Cl^-$ présents dans la solution.

**EXERCICE 3**: C3. 4 :

1) $n_{HCl} = \frac{v}{V_m} = \frac{0{,}0112}{22{,}4} = 5.10^{-4}$ mol ; $C = \frac{n}{V} = \frac{5.10^{-4}}{0{,}5} = 10^{-3}$ mol. $L^{-1}$.

♦$[H_3O^+] = 10^{-pH} = 10^{-3}$ mol. $L^{-1}$

♦$[OH^-] = \frac{Ke}{[H_3O^+]} = 10^{-11}$ mol. $L^{-1}$

♦REN : $[Cl^-] = [H_3O^+] - [OH^-] = 10^{-3}$ mol. $L^{-1}$.

2) REN : $[H_3O^+] - [OH^-] + [Cl^-]$ avec $[OH^-] << [H_3O^+]$.

On a : $[H_3O^+] = [Cl^-] = \frac{n_1+n_2}{V} = \frac{Cv+\frac{v}{V_m}}{V}$ , d'où $v = ([H_3O^+]V - CV)V_m = 100{,}8$ $cm^3$ de chlorure d'hydrogène.

3) $V_{eau} = 49{,}5$ L.

**EXERCICE 4**: **C3. 5 p. 26 : DS**

On considère les trois solutions suivantes :

- Solution $S_1$ d'hydroxyde de sodium de concentration molaire $C_1 = 8.10^{-3}$ mol. $L^{-1}$ ;
- Solution $S_2$ de dihydroxyde de calcium $Ca(OH)_2$ de concentration molaire $C_2 = 2.10^{-3}$ mol. $L^{-1}$ ;
- Solution $S_1$ de chlorure de sodium de concentration molaire $C_3 = 10^{-3}$ mol. $L^{-1}$ ;

1. Calculer le pH de chacune des solutions $S_1$, $S_2$ et $S_3$.
2. Décrire deux expériences prouvant que la solution d'hydroxyde de sodium contient des ions $OH^-$ et des ions $Na^+$.
3. On obtient une solution A en mélangeant un volume $V_1 = 50$ $cm^3$ de la solution $S_1$, un volume $V_2 = 100$ $cm^3$ de la solution $S_2$ et un volume $V_e = 100$ $cm^3$ d'eau.

3.1. Calculer la concentration des espèces chimiques présentes dans la solution A.
3.2. En déduire le $pH_A$ de la solution A.
3.3. Dans la solution A, on ajoute 0,2 g d'hydroxyde de sodium en pastilles et on obtient une solution A'. Calculer la nouvelle concentration des ions Na+ dans la solution A'.

4. On obtient une solution B en mélangeant $V_1 = 50$ $cm^3$ de la solution $S_1$, $V_2 = 100$ $cm^3$ de la solution $S_2$ et $V_3 = 100$ $cm^3$ de la solution $S_3$.

4.1. Calculer la concentration molaire des espèces chimiques présentes dans la solution B.
4.2. En déduire le $pH_B$ de la solution B.

**On donne** : M(Na) = 23 g. $mol^{-1}$ ; M(O) = 16 g. $mol^{-1}$ ; M(H) = 1 g. $mol^{-1}$.

**EXERCICE 4**: C3. 5 :

1)

♦$S_1$ : $pH_1 = 14 + \log C_1 = 11,9$

♦$S_2$ : $pH_2 = 14 + 2\log C_2 = 11,6$

♦$S_3$ est une solution de sel : $NaCl \longrightarrow Na^+ + Cl^-$

REN : $[H_3O^+] + [Na^+] = [Cl^-] + [OH^-]$ ; Or $[Na^+] = [Cl^-]$, d'où $[H_3O^+] = [OH^-]$ : solution neutre et $pH_3 = 7$.

3.

3.1) Equations de dissociation : $Ca(OH)_2 \longrightarrow Ca^{2+} + 2OH^-$ et $NaOH \longrightarrow Na^+ + OH^-$

Les ions en solution sont : $H_3O^+$ , $OH^-$ , $Na^+$ et $Ca^{2+}$.

♦$[Na^+] = \frac{C_1V_1}{V_1+V_2+V_0} = 1,6.10^{-3}$ mol. $L^{-1}$;

♦$[Ca^{2+}] = \frac{C_2V_2}{V_1+V_2+V_0} = = 8.10^{-4}$ mol. $L^{-1}$ ;

♦REN : $[H_3O^+] + [Na^+] + 2[Ca^{2+}] = [OH^-]$ ;

Le mélange est supposé très basique, donc $[H_3O^+] << [OH^-]$.

On a : $[OH^-] = [Na^+] + 2[Ca^{2+}] = 3,2.10^{-3}$ mol. $L^{-1}$ et $[H_3O^+] = \frac{Ke}{[OH^-]} = 3,12.10^{-12}$ mol. $L^{-1}$.

3.2) Mélange A : $pH_A = -\log[H_3O^+] = 11,5$.

3.3) $[Na^+] = \frac{C_1V_1+\frac{m}{M}}{V_1+V_2+V_0} = 2,16.10^{-2}$ mol. $L^{-1}$.

4.

4.1)

Equations de dissociation : $Ca(OH)_2 \longrightarrow Ca^{2+} + 2OH^-$ ; $NaOH \longrightarrow Na^+ + OH^-$ et $NaCl \longrightarrow Na^+ + Cl^-$.

♦$[Ca^{2+}] = \frac{C_2V_2}{V_1+V_2+V_3} = 8.10^{-4}$ mol. $L^{-1}$ ;

♦$[Cl^-] = \frac{C_3V_3}{V_1+V_2+V_3} = 4.10^{-4}$ mol. L$^{-1}$ ;

♦$[Na^+] = \frac{C_1V_1+C_3V_3}{V_1+V_2+V_3} = 2.10^{-3}$ mol. L$^{-1}$ (les ions $Na^+$ sont apportés par $S_1$ et $S_3$).

♦REN : $[H_3O^+] + [Na^+] + 2[Ca^{2+}] = [OH^-] + [Cl^-]$ ; $\Rightarrow [Na^+] + 2[Ca^{2+}] - [Cl^-] = [OH^-] - [H_3O^+]$

$[H_3O^+] << [OH^-]$, donc $[OH^-] = [Na^+] + 2[Ca^{2+}] - [Cl^-] = 3{,}2.10^{-3}$ mol. L$^{-1}$ et $[H_3O^+] = \frac{Ke}{[OH^-]} = 3{,}12.10^{-12}$ mol. L$^{-1}$.

4.2) Mélange B : $pH_B = -\log[H_3O^+] = 11{,}5$.

**<u>EXERCICE</u> 5**: **C3. 6 ⟶ Réaction acide fort-base forte**

1. Quelle masse d'acide nitrique $HNO_3$ faut-il mélanger à l'eau pure pour obtenir 1 litre de solution $S_1$ de concentration $C_1 = 10^{-2}$ mol. L$^{-1}$ ?

2. On obtient 1 litre d'une solution $S_2$ par dissolution de 960 mL de chlorure d'hydrogène HCl dans l'eau pure.

2.1. Ecrire l'équation bilan de la réaction.

2.2. Quel est le pH de la solution si dans les conditions de l'expérience le volume molaire des gaz est 24 L ?

3. On prépare 100 mL d'une solution $S_3$ en mélangeant 40 mL de $S_1$ et 60 mL de $S_2$. Quel est le pH de $S_3$ ?

4. On ajoute à 10 mL du mélange $S_3$ un volume $V_b$ de soude de concentration $C_b = 2.10^{-2}$ mol. L$^{-1}$. Déterminer les volumes $V_{b1}$ et $V_{b2}$ pour obtenir respectivement :

- Une solution de $pH_1 = 7$
- Une solution de $pH_2 = 10$.

**On donne** : H : 1 g. mol$^{-1}$ ; O : 16 g. mol$^{-1}$ ; N : 14 g. mol$^{-1}$.

<u>EXERCICE 5</u>: C3. 6 :

1) $m = C_1V_1M = 0{,}63$ g

2.

2.1) $HCl + H_2O \longrightarrow H_3O^+ + Cl^-$

2.2) Soit $C_2$ la concentration de la solution : $C_2 = \frac{n_{HCl}}{V_2}$ ; $n_{HCl} = \frac{V}{V_m}$

$\Rightarrow C_2 = \frac{V}{V_2V_m} = \frac{0{,}960}{1\times 24} = 4.10^{-2}$ mol. L$^{-1}$. **$pH = -\log C_2 = 1{,}4$**.

3) Les espèces chimiques présentes dans la solution $S_3$ sont : $H_3O^+$, $OH^-$, $Cl^-$, $NO_3^-$ et $H_2O$ .

♦REN : $[H_3O^+] = [NO_3^-] + [Cl^-] + [OH^-]$ ;

Le mélange est supposé très acide, donc $[OH^-] << [H_3O^+]$.

On a : $[H_3O^+] = [NO_3^-] + [Cl^-]$

♦ $[H_3O^+] = \frac{C_1V_1'}{V_1'+V_2'} + \frac{C_2V_2'}{V_1'+V_2'} = 2{,}8.10^{-2}$ mol. L$^{-1}$ ;

**$pH = -\log[H_3O^+] = 1{,}55$**.

4) Le mélange $S_3$ est considéré comme une solution de monoacide fort : sa concentration molaire est : $C_3 = [H_3O^+] = 2{,}8.10^{-2}$ mol. L$^{-1}$.

- **Calcul de $V_{b1}$** : $pH_1 = 7$ :

Le pH étant égal à 7, on est à l'équivalence. On a alors : $C_3.V_3' = C_b. V_{b_1} \Rightarrow$ **$V_{b_1} = \frac{C_3V_3'}{C_b} = 14$ mL**.

• **Calcul de $V_{b2}$** : $pH_2 = 10$ :

$pH_2 = 10$, d'où $[H_3O^+] = 10^{-pH2} = 10^{-10}$ mol. L$^{-1}$ ; $[OH^-] = 10^{-4}$ mol. L$^{-1}$.

La solution est basique. Si n désigne le nombre de moles d'ions $OH^-$ dans la solution de volume $V'_3 + V_{b_2}$ , on a :

$n = [OH^-]\,(V'_3 + V_{b_2}) = C_b.\,V_{b_2} - C3.\,V'_3$ , soit $\mathbf{V_{b_2} = \frac{V'_3\,[OH^-] + C_2}{C_3 - [OH^-]} = 14{,}12}$ **mL.**

**<u>EXERCICE</u> 6**: **C3. 7 : DS**

1. Une solution $S_1$ de dihydroxyde de magnésium $Mg(OH)_2$ a un pH = 12.
a) Quelles sont les concentrations des espèces chimiques présentes dans la solution $S_1$ ?
b) Quelle masse de $Mg(OH)_2$ trouve-t-on dans 2 L de cette solution ?
2. Une solution $S_2$ d'acide chlorhydrique a un pH = 3,7.
a) Quelles sont les concentrations des espèces chimiques présentes dans $S_2$ ?
b) Quel volume de chlorure d'hydrogène a-t-on dissous dans l'eau pour préparer 500 mL de la solution $S_2$ ?
3. On dilue 1000 fois la solution $S_2$ pour obtenir une solution $S'_2$.
a) Quelles sont les concentrations des espèces chimiques présentes dans $S'_2$ ?
b) Quelle est la valeur du pH de la solution $S'_2$ ?
4. Une solution $S_3$ est préparée en mélangeant $V_1 = 600$ mL de $V_1$, $V_2 = 400$ mL de $S_2$ et V = 300 mL d'une solution de chlorure de magnésium $MgCl_2$ de concentration $C = 10^{-1}$ mol. L$^{-1}$.
a) Calculer les concentrations des ions $Mg^{2+}$ et $Cl^-$ dans $S_3$.
b) La solution $S_3$ est-elle acide, basique ou neutre ?
c) Calculer son pH.
5. On mélange un volume $V'_1$ de $S_1$ avec un volume $V'_2$ de $S_2$ de telle sorte que l'on obtienne une solution finale S de volume V' = 300 mL et de pH = 11,5. Calculer $V'_1$ et $V'_2$.

Données :

♦ Volume molaire gazeux : $V_0 = 24$ L. mol$^{-1}$.

♦ Masses molaires atomiques en g. mol$^{-1}$ : Mg : 24 ; O : 16 ; H : 1.

**<u>EXERCICE 6</u>**: C3. 7 :

1) $Mg(OH)_2 \longrightarrow Mg^{2+} + 2OH^-$ ; $2H_2O \rightleftarrows H_3O^+ + OH^-$ .

Bilan des espèces: $H_3O^+$, $OH^-$, $Mg^{2+}$ et $H_2O$.

♦ $[H_3O^+] = 10^{-pH} = 10^{-12}$ mol. L$^{-1}$

♦ $[OH^-] = \frac{Ke}{[H_3O^+]} = 10^{-2}$ mol. L$^{-1}$

♦ REN : $2[Mg^{2+}] + [H_3O^+] = [OH^-] \Rightarrow 2[Mg^{2+}] = [OH^-] - [H_3O^+] = [OH^-]$

$\Rightarrow [Mg^{2+}] = \frac{[OH^-]}{2} = 5.10^{-3}$ mol. L$^{-1}$.

b) $C_1 = \frac{n}{V}$ et $n = \frac{m}{M} \Rightarrow C_1 = \frac{m}{MV} \Rightarrow m = C_1.MV = [Mg^{2+}].MV = 0{,}58$ g.

2.

a) $HCl + H_2O \longrightarrow H_3O^+ + Cl^-$ et $2H_2O \rightleftarrows H_3O^+ + OH^-$ .

Bilan des espèces: $H_3O^+$, $OH^-$ , $Cl^-$ et $H_2O$ .

♦ $[H_3O^+] = 10^{-pH} = 2.10^{-4}$ mol. L$^{-1}$

♦ $[OH^-] = \frac{Ke}{[H_3O^+]} = 5.10^{-11}$ mol. L$^{-1}$

♦REN : $[H_3O^+] = [OH^-] + [Cl^-] \Rightarrow [Cl^-] = [H_3O^+] - [OH^-] = [H_3O^+] = 2.10^{-4}$ mol. L$^{-1}$
b)
$[Cl^-] = \frac{v}{V.V_m} \Rightarrow v = [Cl^-].\ V_m.V = C_2.V_m.V = 2,4.10^{-3}$ L.
3.
a) $C_2' = \frac{C_2}{1000} = 2.10^{-7}$ mol. L$^{-1}$
♦REN : $[H_3O^+] = [OH^-] + [Cl^-] \Leftrightarrow [H_3O^+] = \frac{Ke}{[OH^-]} + C_2' \Leftrightarrow [H_3O^+]^2 = K_e + C_2'.[H_3O^+]$
$\Leftrightarrow [H_3O^+]^2 - 2.10^{-7}[H_3O^+] - 10^{-14} = 0.$
On pose $x = [H_3O^+]$, on a alors : $x^2 - 2.10^{-6}\ x - 10\text{-}^{14} = 0$.
Le calcul donne **$[H_3O^+] = 2,41.10^{-7}$ mol. L$^{-1}$**.
♦$[OH^-] = \frac{Ke}{[H_3O^+]} = 4,14.10^{-8}$ mol. L$^{-1}$
♦$[Cl^-] = C_2' = 2.10^{-7}$ mol. L$^{-1}$

♦pH = - log$[H_3O^+]$ = 6,6.
4.
a) $Mg(OH)_2 \longrightarrow Mg^{2+} + 2OH^-$ ; $MgCl_2 \longrightarrow Mg^{2+} + 2Cl^-$ ; $HCl + H_2O \longrightarrow H_3O^+ + Cl^-$.
♦$[Mg^{2+}] = \frac{C_1V+CV}{V_1+V_2+V} = 2,54.10^{-2}$ mol. L$^{-1}$ ;
♦$[Cl^-] = \frac{C_2V_2+2CV}{V_1+V_2+V} = 4,6.10^{-2}$ mol. L$^{-1}$.

b) $n_{H_3O^+} = C_2.V_2 = 8.10^{-5}$ mol ; $n_{OH^-} = 2C_1.V_1 = 6.10^{-3}$ mol
$n_{OH^-} > n_{H_3O^+}$ : $S_3$ est basique.

c) $[OH^-] = \frac{n_{OH^-} - n_{H_3O^+}}{V_1+V_2+V} = 4,55.10^{-2}$ mol. L$^{-1}$ ; pH = 14 + log$[OH^-]$ = 11,7.
5)

$$\begin{cases} V_1' + V_2' = V' \\ \frac{2C_1V_1' - C_2V_2'}{V'} = 10^{pH-14} \end{cases} \Rightarrow V_1' = 98,8 \text{ mL et } V_2' = 201,2 \text{ mL.}$$

**<u>EXERCICE</u> 7**: **C3. 8**
On prépare une solution S en mélangeant une solution $S_1$ d'acide chlorhydrique de volume $V_1 = 60$ mL, de concentration $C_1 = 4.10^{-2}$ mol. L$^{-1}$ et une solution $S_2$ d'acide nitrique de volume $V_2 = 40$ mL, de concentration $C_2 = 10^{-2}$ mol. L$^{-1}$.
1. Quel est le pH de la solution S ?
2. Déterminer la concentration molaire des espèces chimiques présentes dans la solution S.
3. Quel volume d'eau faut-il ajouter à la solution S pour avoir une solution S' de pH = 2 ?
4. A la solution S', on ajoute 50 mL d'une solution de soude (hydroxyde de sodium) de concentration molaire $2.10^{-2}$ mol. L$^{-1}$.
Quelle est la nature du mélange obtenu ? Justifier votre réponse. Calculer son pH.

<u>EXERCICE 7</u>: C3. 8 :
1) $[H_3O^+] = \frac{C_1V_1+C_2V_2}{V_1+V_2} = 2,8.10^{-2}$ mol. L$^{-1}$ ; pH = - log$[H_3O^+]$ = 1,6.
2)

$HCl + H_2O \longrightarrow H_3O^+ + Cl^-$ ; $HNO_3 + H_2O \longrightarrow H_3O^+ + NO_3^-$ et $2H_2O \rightleftarrows H_3O^+ + OH^-$ .

Bilan des espèces: $H_3O^+$, $OH^-$, $Cl^-$, $NO_3^-$ et $H_2O$ .

♦$[Cl^-] = \frac{C_1V_1}{V_1+V_2} = 2{,}4.10^{-4}$ mol. L$^{-1}$

♦$[NO_3^-] = \frac{C_2V_2}{V_1+V_2} = 4.10^{-2}$ mol. L$^{-1}$

♦$[H_3O^+] = \frac{C_1V_1+C_2V_2}{V_1+V_2} = 2{,}8.10^{-2}$ mol. L$^{-1}$

♦$[OH^-] = \frac{Ke}{[H_3O^+]} = 3{,}6.10^{-13}$ mol. L$^{-1}$

3) Le volume $V_e$ d'eau à ajouter pour avoir S' : (**à vérifier**)

$C_1.V_1 + C_2V_2 = n_{H_3O^+} = [H_3O^+] (V_1 + V_2 + V_e)$, d'où $V_e = \frac{C_1V_1+C_2V_2}{V_1+V_2} - (V_1 + V_2) = 180$ mL

4) Dans S', on a $n_{H_3O^+} = C_1.V_1 + C_2V_2 = 2{,}8.10^{-3}$ mol.

Dans la solution d'hydroxyde de sodium : $n_{OH^-} = C_b.V_b = 10^{-3}$ mol

$n_{H_3O^+} > n_{OH^-}$: le mélange est acide.

c) $[H_3O^+] = \frac{n_{H_3O^+} - n_{OH^-}}{V_1+V_2+V_e+V_b} = 5{,}45.10^{-3}$ mol. L$^{-1}$ ; pH = - log$[H_3O^+]$ = 2,3.

**<u>EXERCICE</u> 8: C3. 9 : DS**

Une solution d'hydroxyde de potassium a un pH égal à 10. L'hydroxyde de potassium est une base forte.

1. Démontrer la relation pH = 14 + logC. En déduire la concentration molaire volumique C de la solution d'hydroxyde de potassium.
2. Quelle masse d'hydroxyde de potassium a-t-il fallu dissoudre pour obtenir 1 litre de cette solution ?
3. Quelle masse d'hydroxyde de potassium faut-il ajouter pour que le pH devienne égal à 12 ? (Le volume n'a pas varié).
4. On chauffe 1 L de la solution d'hydroxyde de potassium de pH = 10 de manière à éliminer une partie de l'eau par ébullition. Calculer le volume d'eau à éliminer pour obtenir un pH = 11.

<u>EXERCICE</u> 8: C3. 9

1) $KOH \longrightarrow K^+ + OH^-$ ; $2H_2O \rightleftarrows H_3O^+ + OH^-$ .

Bilan des espèces: $H_3O^+$, $OH^-$, $K^+$ et $H_2O$.

♦KOH étant une base forte, on $[K^+] = [OH^-] = C$

$[H_3O^+] = \frac{Ke}{[OH^-]} = \frac{10^{-14}}{C}$ ; pH = - log$[H_3O^+]$ = - log$\frac{10^{-14}}{C}$ = 14 + logC.

♦Pour pH = 10, logC = $10^{-14}$ = - 4, d'où C = $10^{-4}$ mol. L$^{-1}$.

2) m = MCV = $5{,}6.10^{-3}$ g

3) Soit m' la masse d'hydroxyde de potassium à ajouter pour avoir pH = 12 :

C' = $[OH^-] = 10^{-2}$ mol. L$^{-1}$

m + m' = MC'V, d'où **m' = MC'V – m = 0,554 g**.

4) Soient : $V_1$ = 1 L le volume de la solution initiale de $pH_1$ = 10 ; $V_2$ le volume de la solution de pH = 11 et de concentration C' et V le volume d'eau à éliminer.

On a alors : V = $V_1$ – V ; or C = $\frac{n_1}{V_1} = \frac{n}{V_1}$ avec C = $10^{pH_1-14}$ (1)

C’ = $\frac{n_1}{V_2} = \frac{n}{V_2}$ avec C’ = $10^{pH_2-14}$ (2).

A partir de (1) et (2), on peut écrire : $\frac{C}{C'} = \frac{n_1}{V_1} \times \frac{V_2}{n} = \frac{V_2}{V_1}$, d’où $V_2 = V_1.\frac{C}{C'} = V_1.\ 10^{pH_1-pH_2}$

$V = V_1 - V_2 = V_1 - V_1.\ 10^{pH_1-pH_2}$

**$V = V_1(1 - V_1.\ 10^{pH_1-pH_2}) = 0,9$ L.**

**EXERCICE 9**: **C3. 10**

1. Une solution $S_1$ d’acide chlorhydrique de concentration molaire $C_1 = 3,16.10^{-2}$ mol. $L^{-1}$ a un pH = 1,5.

a) Montrer avec un minimum de calcul que l’acide est fort.

b) Calculer les concentrations molaires des espèces chimiques présentes dans la solution $S_1$.

c) Calculer le volume de chlorure d’hydrogène à dissoudre dans l’eau distillée pour obtenir 500 $cm^3$ de $S_1$. Le volume molaire dans les conditions de l’expérience est $V_M = 24$ L. $mol^{-1}$.

d) Quel volume d’eau distillée faut-il ajouter à 100 $cm^3$ de la solution $S_1$ pour obtenir une solution $S_2$ de pH = 2,0 ?

2. Le dichlorure de calcium $CaCl_2$ se dissocie totalement dans l’eau : 4 g de ce composé sont dissous dans 500 mL d’eau distillée pour préparer une solution $S_4$. On considère que lors de la dissolution, il n’y a pas de variation de volume.

a) Calculer la concentration molaire des ions présents dans $S_4$.

b) $S_4$ est-elle acide, basique ou neutre ?

3. On mélange 100 $cm^3$ de la solution $S_1$ avec 400 $cm^3$ de la solution $S_4$.

a) Calculer le pH du mélange.

b) Déterminer la concentration molaire des ions dans le mélange.

Données :

♦Masses molaires atomiques en g. $mol^{-1}$ : O : 16 ; H : 1 ; Na : 23 ; Cl : 35,5 ; Ca : 40.

**EXERCICE 9**: C3. 10 :

1.a) pH = - log[$H_3O^+$] = 1,5, d’où [$H_3O^+$] = $3,16.10^{-2}$ mol. $L^{-1}$.

[$H_3O^+$] = $C_1$ : l’acide est donc fort.

b) $HCl + H_2O \longrightarrow H_3O^+ + Cl^-$ et $2H_2O \rightleftarrows H_3O^+ + OH^-$ .

Bilan des espèces: $H_3O^+$, $OH^-$ , $Cl^-$ et $H_2O$

♦[$H_3O^+$] = $10^{-pH}$ = $3,16.10^{-2}$ mol. $L^{-1}$

♦[$OH^-$] = $\frac{Ke}{[H_3O^+]}$ = $3,16.10^{-13}$ mol. $L^{-1}$

♦REN : [$H_3O^+$] = [$OH^-$] + [$Cl^-$] ⇒ [$Cl^-$] = [$H_3O^+$] - [$OH^-$] = [$H_3O^+$] = $C_1$ = $3,16.10^{-2}$ mol. $L^{-1}$

c) $C_1 = \frac{v}{V.V_m}$ ⇒ v = $C_1.\ V_m.V = C_2.V_m.V$ = 0,38 L.

d) Soit $V_e$ le volume d’eau à ajouter : $C_1.V_1 = C_2.V_2$ ; or $V_2 = V_1 + V_e$, d’où

**$V_e = V_1\ (\frac{C_1}{C_2} -1) = 216\ cm^3$.**

2.a) a) $CaCl_2 \longrightarrow ca^{2+} + 2Cl^-$

♦[$Ca^{2+}$] = $C_4 = \frac{m}{MV_4}$ = $7,2.10^{-2}$ mol. $L^{-1}$ ;

♦[$Cl^-$] = 2[$Ca^{2+}$] = $1,44.10^{-1}$ mol. $L^{-1}$.

b) REN : 2[$Ca^{2+}$] + [$H_3O^+$] = [$OH^-$] + [$Cl^-$]

Or [$Cl^-$] = 2[$Ca^{2+}$], d’où : [$H_3O^+$] =[$OH^-$] : $S_4$ est neutre.

3.

a) On procède à une dilution de S1, d'où : $[H_3O^+] = \frac{C_1V_1}{V_1+V_2}$ = 6,32.10$^{-3}$ mol. L$^{-1}$

pH = - log[$H_3O^+$] = 2,20.

b) Les concentrations des ions dans le mélange :

♦$[H_3O^+]$ = 6,32.10$^{-3}$ mol. L$^{-1}$

♦$[OH^-] = \frac{Ke}{[H_3O^+]}$ = 5,77.10$^{-2}$ mol. L$^{-1}$

♦$[Ca^{2+}] = \frac{C_4V_4}{V_1+V_2}$ = 2,8.10$^{-2}$ mol. L$^{-1}$

♦$[Cl^-] = \frac{C_1V_1+2C_4V_4}{V_1+V_2}$ = 1,22.10$^{-1}$ mol. L$^{-1}$

# REACTION ACIDE FORT- BASE FORTE

**EXERCICE 1**: **C5. 2 p. 38**

Un volume V = 100 cm$^3$ d'acide chlorhydrique à 5.10$^{-2}$ mol. L$^{-1}$ est obtenu en dissolvant un volume $V_0$ de chlorure d'hydrogène gazeux dans l'eau.

1. Calculer le volume $V_0$ de gaz chlorure d'hydrogène utilisé (volume molaire : $V_m$ = 22,4 L).

2. L'acide chlorhydrique ainsi préparé est ajouté progressivement à 20 cm$^3$ d'une solution d'hydroxyde de sodium. On constate que l'équivalence acido-basique est atteinte pour un volume $V_e$ d'acide versé égal à 40 cm$^3$.

2.1. Que représente l'équivalence acido-basique ?

2.2. Expliquer, en quelques lignes, la façon dont il faut procéder pour faire le dosage. Représenter le dispositif nécessaire.

2.3. Calculer la concentration molaire de la solution d'hydroxyde de sodium.

3. Quelle masse d'hydroxyde de sodium faut-il dissoudre dans l'eau pour obtenir V' = 1 litre de solution ayant cette concentration ?

**Donnée** : M(Na) = 23 g. mol$^{-1}$ ; M(O) = 16 g. mol$^{-1}$ ; M(H) = 1 g. mol$^{-1}$.

**EXERCICE 1**: **C5. 2 p. 38**

1) $C_a = \frac{n}{V}$, d'où n = $C_a$. V. Or $n = \frac{V_0}{V_m}$, donc $V_0$ = n. $V_m$ = $C_a$.V. $V_m$ = 0,112 L.

2.

2.1) L'équivalence acido-basique représente un stade de la réaction acide-base au cours de laquelle le nombre de moles d'ions $H_3O^+$ apportés par la solution d'acide est égal au nombre de moles d'ions $OH^-$ apports par la solution basique.

2.2) On place la solution d'hydroxyde de sodium dans un bécher et on ajoute quelques gouttes d'un indicateur coloré approprié, le bleu de bromothymol par exemple. On met la solution d'acide chlorhydrique dans une burette. On verse par petites quantités la solution d'acide chlorhydrique dans la solution d'hydroxyde de sodium et on agite le mélange obtenu.

On arrête l'opération lorsqu'on constate le changement de couleur de l'indicateur coloré : on est à l'équivalence acido-basique.

2.3) $C_b = \frac{C_a V_{aE}}{C_b}$ = 0,1 mol. $L^{-1}$

3) m = $MC_bV'$ = 4 g.

**EXERCICE 2**: C5. 3

Dans un bécher contenant un volume $V_a$ = 10 $cm^3$ d'acide chlorhydrique, on verse à l'aide d'une burette, une solution d'hydroxyde de sodium de concentration 0,4 g. $L^{-1}$. Le tableau ci-dessous indique pour différentes valeurs du volume $V_b$ de la solution de base versée, les valeurs correspondantes du pH :

| $V_b$ en mL | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 | 9 | 9,4 | 9,8 | 10,2 | 10,4 | 10,6 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| pH | 1,9 | 2 | 2,2 | 2,4 | 2,8 | 3,1 | 3,4 | 4,6 | 9,1 | 9,7 | 10 | 10,4 | 10,7 | 10,9 | 11 | 11,1 |

1. Proposer un schéma du dispositif permettant d'effectuer ce dosage.
2. Ecrire l'équation bilan de la réaction qui se produit au cours de ce dosage.
3.

3.1. Construire le graphique pH = f($V_b$).

**Echelles** : en abscisse : 1 cm ↔ 1 $cm^3$ ; en ordonnée : 1 cm ↔ 1 unité de pH.

3.2. Déterminer le point d'équivalence E. En déduire la concentration $C_a$ en mol. $L^{-1}$ de la solution d'acide chlorhydrique utilisé.

3.3. Quelle est la nature de la solution obtenue à l'équivalence ?

4. Calculer les concentrations molaires volumiques des différentes espèces présentes dans la solution lorsqu'on a versé un volume $V_b$ = 3 $cm^3$ d'hydroxyde de sodium.
5. Si on évaporait l'eau de la solution obtenue à l'équivalence, on obtiendrait un solide blanc.

5.1. Quel est son nom ?

5.2. Calculer sa masse.

**EXERCICE 2: C5. 3**

3.2) E ($V_{bE}$ = 10 $cm^3$ ; $pH_E$ = 7) ; $C_a = \frac{C_b V_{bE}}{V_a + V_b}$ = 0,01 mol. $L^{-1}$

3.3) Solution neutre de chlorure de sodium

4) Pour $V_b$ = 3 $cm^3$, le pH lu sur la courbe est pH = 2,1. On a alors :

♦ $[H_3O^+]$ = 7,94.$10^{-3}$ mol. $L^{-1}$

♦ $[OH^-]$ = 1,25.$10^{-12}$ mol. $L^{-1}$

♦ $[Cl^-] = \frac{C_a V_a}{V_a + V_b}$ = 7,69.$10^{-3}$ mol. $L^{-1}$

♦ $[Na^+] = \frac{C_b V_b}{V_a + V_b}$ = 2,30.$10^{-3}$ mol. $L^{-1}$

5.

5.1) On va obtenir du chlorure de sodium.

5.2) $n_{NaCl} = n_{Na^+} = n_{Cl^-} \Rightarrow \frac{m}{M} = C_b.\ V_{bE} = C_a.\ V_a$ d'où **m = $C_aV_aM$ = 5,85.$10^{-4}$ g**.

# REACTION ACIDO- BASIQUE

**EXERCICE 1**: C6.9 p. 53 : **BAC BLANC**

1) 100 $cm^3$ d'acide chlorhydrique à $5,0.10^{-2}$ mol. $L^{-1}$ sont obtenus par dilution d'un volume $V_i$ d'acide chlorhydrique à 1 mol. $L^{-1}$ dans l'eau pure.

Déterminer le volume $V_i$. Expliquer brièvement comment on réalise pratiquement une telle opération.

2) L'acide chlorhydrique ainsi préparé est ajouté progressivement à 20 $cm^3$ d'une solution aqueuse d'éthylamine $C_2H_5NH_2$. Un pH-mètre permet de suivre l'évolution du pH du mélange au cours de cette manipulation. On constate que l'équivalence acido-basique est obtenue pour un volume d'acide versé égal à 40 $cm^3$.

a) Donner l'allure de la courbe pH = f(V).

b) Que représente l'équivalence acido-basique ?

c) Calculer la concentration molaire de la solution aqueuse d'éthylamine.

d) En quelques lignes, expliquer la façon dont il faut procéder pour déterminer graphiquement le $pK_a$ du couple constitué par l'éthylamine et son acide conjugué.

e) Donner le nom et la formule de l'acide conjugué de l'éthylamine.

3) Pour 30 $cm^3$ d'acide chlorhydrique ajouté à 20 $cm^3$ de solution précédente d'éthylamine, le pH mesuré est égal à 10,3.

a) Quelles sont les espèces chimiques présentes dans la solution à ce stade de la manipulation ? Calculer leurs concentrations molaires.

b) En déduire le $pK_a$ du couple constitué par l'éthylamine et son acide conjugué.

4) Lors du dosage, on obtient un point particulier pour lequel le pH est égal au $pK_a$. Le mélange qui correspond à ce point est appelé solution tampon.

a) Donner la définition d'une solution tampon.

b) Quelles expériences faut-il mettre en œuvre pour vérifier que la solution obtenue pour pH = $pK_a$ est une solution tampon ?

**EXERCICE 1: C6.9 p. 53 : BAC BLANC**

1) Vi = $\frac{C_aV_a}{C}$ = 5 $cm^3$ : il faut prélever 5 $cm^3$ de la solution à l'aide d'une pipette ; verser cette solution dans une fiole jaugée de 100 $cm^3$ et compléter avec de l'eau distillée jusqu'au trait de jauge.

2.

a)

b)

c) $C_b = \frac{C_aV_{aE}}{C_b}$ = 0,1 mol. $L^{-1}$

d) Méthode des tangentes parallèles.

e) $C_2N_5NH_3^+$ : ion éthylammonium.

3.a)

♦ Espèces chimiques : $H_3O^+$, $OH^-$, $Cl^-$, $C_2H_5NH_3^+$ , $C_2H_5NH_2$ ; $H_2O$.

♦$[H_3O^+] = 5.10^{-11}$ mol. $L^{-1}$

♦$[OH^-] = 2.10^{-4}$ mol. $L^{-1}$

♦$[Cl^-] = \frac{C_aV_a}{V_a+V_b} = 3.10^{-2}$ mol. $L^{-1}$

♦REN: $[C_2H_5NH_3^+] = [Cl^-] + [OH^-] - [H_3O^+] = 3,02.\ 10^{-2}$ mol. $L^{-1}$ ;

♦RCM : $[C_2H_5NH_2] = \frac{C_bV_b}{V_a+V_b} - [C_2H_5NH_3^+] = 9,8.10^{-2}$ mol. $L^{-1}$.

b) $pKa = pH - \log \frac{[C_2H_5NH_2]}{[C_2H_5NH_3^+]} = 10,78$.

4.a) Une solution tampon est un mélange équimolaire d'un acide et de sa base conjuguée.

b) Lorsqu'on ajoute une base ou un acide en quantité modérée (quelques $cm^3$) à la solution, son pH ne varie pratiquement pas.

**EXERCICE 2**: C6.1: **BAC BLANC** :

L'acide acétylsalicylique est le composant actif des comprimés d'aspirine. Il est connu sous le nom commercial d'aspirine. Sa formule brute est $C_9H_8O_4$.

On se propose de déterminer la masse d'acide contenu dans un comprimé d'aspirine. Pour cela, on dissout un comprimé d'aspirine (non effervescent) dans 250 $cm^3$ d'eau distillée. Le mélange obtenu est agité à l'aide d'un agitateur magnétique jusqu'à la dissolution complète de l'aspirine.

On dose 100 mL de la solution A d'aspirine à l'aide d'une solution B d'hydroxyde de sodium décimolaire. Le dosage suivi au pH-mètre a donné les résultats suivants :

| $V_b$ ($cm^3$) | 0 | 0,5 | 1 | 2 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| pH | 2,77 | 3,10 | 3,30 | 3,40 | 3,45 | 3,50 | 3,55 | 3,60 |
| $V_b$ ($cm^3$) | 9 | 10 | 10,5 | 10,8 | 11 | 11,3 | 12 | 13 |
| pH | 3,80 | 4,10 | 4,70 | 6,10 | 8 | 11 | 11,9 | 12,1 |

1. Faire le schéma du dispositif expérimental.
2. Construire la courbe pH = f($V_b$).

Echelle : 1 cm ⟷ 1 unité de pH ; 1 cm ⟷ 1 $cm^3$.

3. L'acide acétylsalicylique est-il un acide fort ou faible ? Justifier la réponse.
4. Ecrire l'équation-bilan de la réaction acide-base qui se produit lors du dosage.
5. Déterminer les coordonnées du point équivalent. En déduire la concentration $C_a$ de la solution d'aspirine.
6. Déterminer graphiquement le $pK_a$ du couple acide-base ainsi mis en évidence.
7. Calculer le nombre de moles et la masse d'acide acétylsalicylique dans un comprimé d'aspirine.
8. Calculer les concentrations molaires volumiques de toutes les espèces chimiques présentes dans la solution qui a été dosée.

En déduire le $pK_a$. Comparer la valeur calculée du $pK_a$ à celle déterminée graphiquement.

9. On dispose de trois indicateurs colorés dont on précise les zones de virage :

♦Hélianthine : 3,1 – 4,4

♦Rouge de phénol : 6,8 – 8,4

♦Phénolphtaléine : 8,2 - 10

Représenter ces zones de virage sur le graphe pH = f($V_b$). Quel(s) indicateur(s) coloré(s) peut-on utiliser pour suivre le dosage à défaut du pH-mètre ? Justifier votre réponse.

**Donnée** : M(Na) = 23 g. $mol^{-1}$ ; M(O) = 16 g. $mol^{-1}$ ; M(H) = 1 g. $mol^{-1}$.

**EXERCICE 2**: C6.1: **BAC BLANC** :

3) Acide faible à cause de l'allure de la courbe et du pH à l'équivalence.

4) $C_9H_8O_4 + OH^- \longrightarrow C_9H_7O_4^- + H_2O$

5) E ($V_{b_E}$ = 11 $cm^3$ ; $pH_E$ = 8) ; $C_a = \frac{C_bV_b}{V_a} = 1,1.10^{-2}$ mol. $L^{-1}$.

6) $pK_a$ = 3,5.

7) n = $C_a$. $V_a$ = $2,75.10^{-3}$ mol ; m = n. M = 0,495 g ≈ 500 mg.

8) $C_9H_8O_4 + H_2O \rightleftarrows C_9H_7O_4^- + H_3O^+$

♦ Espèces chimiques : $H_3O^+$, $OH^-$, $C_9H_7O_4^-$ , $C_9H_8O_4$ ; $H_2O$.

♦$[H_3O^+] = 10^{-2,77} = 1,69.10^{-3}$ mol. L$^{-1}$

♦$[OH^-] = 5,9.10^{-12}$ mol. L$^{-1}$

♦REN : $[C_9H_7O_4^-] = [H_3O^+] - [OH^-] = 1,69.\ 10^{-3}$ mol. L$^{-1}$ ;

♦RCM : $[C_9H_8O_4] = C_a - [C_9H_7O_4^-] = 9,3.10^{-3}$ mol. L$^{-1}$.

$pK_a = pH - \log\frac{[C_9H_7O_4^-]}{[C_9H_8O_4]} = 3,5$ : valeur identique.

9) Rouge de phénol et phénolphtaléine.

**EXERCICE 3**: C6-6 :

L'étude envisagée a pour but de déterminer la composition d'un mélange d'acide benzoïque $C_6H_5$-COOH noté A et de benzoate de potassium $C_6H_5$-COOK noté B.

Le pH du mélange est 4,0 à 25 °C.

1. A 10 cm$^3$ du mélange, on ajoute une solution de potasse KOH de concentration molaire 0,1 mol/ L : le pH varie d'abord très lentement puis une variation importante intervient pour un volume versé de 12 cm$^3$.

a) Ecrire l'équation bila de la réaction chimique se produisant par addition de potasse.

b) Quelle est la signification de la variation de pH ?

c) Quelle est la concentration molaire en acide benzoïque de la solution ?

2. A 10 cm$^3$ du mélange initial, on ajoute de l'acide chlorhydrique à 0,1 mol. L$^{-1}$. Le pH décroît d'abord très lentement puis une variation significative intervient pour un volume versé de 8 cm$^3$.

a) Ecrire l'équation-bilan de la réaction chimique qui se produit par addition d'acide chlorhydrique.

b) Vers quelle limite tend le pH si on continue d'ajouter de l'acide chlorhydrique ?

c) Quelle est la concentration molaire en benzoate de potassium de la solution ?

3.a) Faire un recensement des espèces chimiques présentes dans la solution initiale.

b) Calculer les concentrations molaires des différentes espèces chimiques présentes dans la solution.

c) Calculer le $pK_a$ du couple acide/base : acide benzoïque / ion benzoate.

**EXERCICE 3: C6-6** :

1.a) $C_6H_5\text{-COOH} + OH^- \longrightarrow C_6H_5\text{-COO}^- + H_2O$

c) $C_a = \frac{C_bV_b}{V} = 0,12$ mol. L$^{-1}$

2.a) $C_6H_5\text{-COO}^- + H_3O^+ \longrightarrow C_6H_5\text{-COOH} + OH^-$.

b) Le pH tend vers 1 qui est le pH de la solution d'acide chlorhydrique.

c) $C_b = \frac{0,1 \times 8}{10} = 0,08$ mol. L$^{-1}$.

3.a)

Espèces chimiques : $H_3O^+$, $OH^-$, $K^+$, $C_6H_5$-COO$^-$, $C_6H_5$-COOH ; $H_2O$.

b)

♦$[H_3O^+] = 10^{-4}$ mol. L$^{-1}$

♦$[OH^-] = 10^{-14}$ mol. L$^{-1}$

♦$[K^+] = C_b = 0,08$ mol. L$^{-1}$.

♦REN : $[C_6H_5\text{-COO}^-] = [K^+] + [H_3O^+] - [OH^-] = 0,08$ mol. L$^{-1}$ ;

♦RCM : $[C_6H_5\text{-COOH}] = C_a + C_b - [C_6H_5\text{-COO}^-] = 0,12$ mol. L$^{-1}$.

c) $pK_a = pH - \log\frac{[C_5H_6COO_4^-]}{[C_5H_6COOH]} = 4,17$

**EXERCICE 4**: C6-7 : **BAC BLANC** :

Dans un bécher A on verse 10 $cm^3$ d'une solution d'acide chlorhydrique et dans un bécher B, 10 $cm^3$ d'une solution d'acide éthanoïque.

Dans une burette graduée, on verse une solution d'hydroxyde de sodium de concentration molaire $10^{-2}$ mol. $L^{-1}$.

1. Décrire un mode opératoire de dosage pH-métrique de chacune des deux solutions acides.
2. Les résultats des dosages sont regroupés dans le tableau suivant :

| V (mL) | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 | 9 | 9,4 | 9,8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $pH_1$ | 1,9 | 2 | 2,2 | 2,4 | 2,8 | 3,2 | 3,4 | 4,6 |
| $pH_2$ | 3,3 | 4,7 | 4,9 | 5,3 | 5,7 | 5,9 | 6,2 | 8,2 |

| V (mL) | 10 | 10,4 | 10,6 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $pH_1$ | 7 | 9,7 | 9,9 | 10,4 | 10,7 | 12,1 | 11 | 11,1 |
| $pH_2$ | 8,2 | 9,7 | 9,9 | 10,4 | 10,7 | 10,9 | 11 | 11,1 |

a) L'une des mesures est aberrante. Laquelle ? Citer une des erreurs possibles ayant conduit à cette aberration. Corriger la valeur de la mesure aberrante.

b) Tracer dans le même repère les courbes $pH_1 = f(V)$ et $pH_2 = f(V)$.

Echelles : 1 cm ⟷ 1 unité de pH ; 1 cm ⟷ 1 mL.

3.a) Identifier la courbe correspondant au dosage de la solution du bécher A et celle correspondant au dosage de la solution du bécher B. Justifier la réponse.

b) Déterminer la concentration molaire volumique de chacune des deux solutions acides.

c) Déterminer le $pK_a$ du couple acide éthanoïque / ion éthanoate.

4) Soit le mélange obtenu après avoir versé un volume V = 6 $cm^3$ d'hydroxyde de sodium dans le bécher B.

a) Faire l'inventaire des espèces chimiques présentes.

b) Calculer leurs concentrations molaires volumiques.

c) Calculer $K_A$, puis $pK_A$. Conclure.

**EXERCICE 4: C6-7 : BAC BLANC** :

2.a) La mesure aberrante est 12,1. On doit avoir 10,9 pour V = 13 mL. L'une des erreurs possibles est la mauvaise lecture ou la lecture sans avoir rendu le mélange homogène.

b) Courbes pH = f(V) :

3.a) La courbe $pH_1 = f(V)$ correspond au dosage de la solution du bécher A car à l'équivalence, pH = 7. La courbe $pH_2 = f(V)$ correspond au dosage de la solution du bécher B car le pH à l'équivalence est supérieur à 7 (on peut aussi dire que la courbe présente 2 points d'inflexion).

b) Solution A : $C_A = \frac{C_b V_{1E}}{V_A} = 10^{-2}$ mol. $L^{-1}$ ; solution B : $C_B = \frac{C_b V_{2E}}{V_B} = 10^{-2}$ mol. $L^{-1}$

c) $pK_a = 4,8$ (à lire à la demi-équivalence pour $V_2$ = 5 mL).

**EXERCICE 5**: C6-12 : **BAC BLANC** :

Dans un laboratoire d'hôpital, on veut vérifier la composition de l'«aspirine 500 » en acide acétylsalicylique. Pour cela, on écrase un comprimé de cette aspirine que l'on dissout dans 500 mL d'eau. On prélève 200 mL de cette solution que l'on dose avec une solution d'hydroxyde de sodium de concentration molaire volumique $C_b = 1,00.10^{-1}$ mol. $L^{-1}$. L'opération est suivie au pH-mètre.

1. Faire un schéma annoté du dispositif expérimental.

2. Les résultats sont consignés dans le tableau suivant :

| $V_b$ (mL) | 0,0 | 2,0 | 4,0 | 6,0 | 8,0 | 9,0 | 10,0 | 10,3 | 10,5 | 10,7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| pH | 3,1 | 3,3 | 3,5 | 3,7 | 4,1 | 4,4 | 4,7 | 5,0 | 5,2 | 5,7 |

| $V_b$ (mL) | 10,9 | 11,0 | 11,1 | 11,2 | 11,5 | 11,7 | 12,0 | 13,0 | 14,0 | 16,0 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| pH | 6,6 | 7,1 | 8,6 | 9,3 | 9,9 | 10,1 | 10,3 | 10,6 | 10,8 | 11,0 |

2.1. Sachant que le comprimé d'aspirine contient de l'acide acétylsalicylique, un acide carboxylique, écrire l'équation-bilan du dosage en prenant pour simplifier AH comme sa formule moléculaire.

2.2. Tracer la courbe représentant la variation du pH au cours du dosage en fonction du volume $V_b$ d'hydroxyde de sodium versé dans les 200 mL de solution d'aspirine.

Echelles : 1 cm ⟷ 1 mL ; 1 cm ⟷ 1 unité de pH.

2.3. En déduire le point d'équivalence.

2.4. Sachant que la masse molaire moléculaire de l'acide acétylsalicylique est M = 180 g. $mol^{-1}$, calculer la masse m en mg de cet acide contenu dans un comprimé d'«aspirine 500 ».

3. On note $V_{b_E}$ le volume d'hydroxyde de sodium au point d'équivalence E. En utilisant la courbe tracée :

3.1. Donner le $pH_E$ au point d'équivalence et les pH pour une variation de volume de 0,1 mL.

3.2. Donner le $pH_I$ au point I de volume $V_{b_I}$ = 5,5 mL et les pH pour une variation de 0,1 mL.

3.3. Que conclure quant à la nature de la solution obtenue au point I ?

3.4. Alors, entre l'«aspirine 500 » ordinaire et l'«aspirine 500 » tamponnée, laquelle conseilleriez-vous à un malade ? Pourquoi ?

**EXERCICE 5**: C6-12 : **BAC BLANC** :

1) Schéma du montage : **à faire**.

2.

2.1) $AH + OH^- \longrightarrow A^- + H_2O$

2.2) Courbe pH = f($V_b$) :

2.3) E ($V_{b_E}$ = 11,05 mL ; $pH_E$ = 7,5)

2.4) A l'équivalence, $C_a.V_a = C_b.\ V_{b_E}$ ; or $C_a = \frac{m}{MV_e}$, d'où $m = \frac{M.C_bV_eV_{bE}}{V_a}$

A.N. : $m = \frac{180\times0,1\times11,05.10^{-3}\times0,5}{0,2}$ = $497,25.10^{-3}$ g = 497 mg

3.

3.1) On a $pH_E$ = 7,5. Graphiquement, on a :

♦ Pour $V_{b_1}$ = 11,05 – 0,1 = 10,95 mL ; $pH_1$ = 6,7

♦ Pour $V_{b_2}$ = 11,05 + 0,1 = 11,15 mL ; $pH_2$ = 9,2.

3.2) On a $pH_I$ = 3,65, d'où :

♦Pour $V_{b_1} = 5,5 – 0,1 = 5,4$ mL, $pH_1 = 3,65$
♦Pour $V_{b_2} = 5,5 + 0,1 = 5,6$ mL, $pH_2 = 3,65$

3.3) C'est une solution tampon.
3.4) On doit conseiller au malade l'«aspirine 500 » tamponnée, parce qu'elle n'augmente pas l'acidité de l'estomac.

**EXERCICE 6**: C6-13 : **DS** :
On dispose d'une série de solutions aqueuses de même concentration $C = 10^{-2}$ mol. $L^{-1}$.
♦A : Solution d'acide méthanoïque HCOOH
♦B : Solution de méthanoate de sodium HCOONa
♦C : Solution d'hydroxyde de sodium
♦D : Solution d'acide chlorhydrique.
Les pH mesurés à 25 °C sont, dans l'ordre croissant : 2,0 ; 2,9 ; 7,0 ; 7,9 ; 12,0.
1.
1.1. Attribuer, en justifiant brièvement le choix, à chacune des solutions A, B, C, D, E, la valeur du pH qui lui correspond.
1.2. Calculer les concentrations en mol. $L^{-1}$, des espèces chimiques dans la solution A et en déduire le $pK_a$ du couple $HCOOH / HCOO^-$.
2. On mélange 20 $cm^3$ de la solution A et 20 $cm^3$ de la solution B. Le pH du mélange obtenu F est 3,75. Calculer les concentrations molaires des espèces chimiques contenues dans la solution F.
3. On fait tomber progressivement la solution C dans 20 $cm^3$ de la solution A.
3.1. Quelle est la réaction chimique qui se produit ?
3.2. Quel volume de la solution C faut-il verser pour obtenir un mélange ayant même pH que la solution F, soit 3,75 ?
3.3. Donner l'allure, en précisant les points importants, du graphe $pH = f(V_C)$, $V_C$ étant le volume de solution C ajouté.

**EXERCICE 6**: C6-13 : **DS** :
1.
1.1)
♦E : $pH = - \log C = 2,0$ car monoacide fort
♦D: pH = 7,0 : solution neutre à 25 °C
♦A : pH = 2,9 : monoacide faible, donc $pH < 7$ et $pH \neq - \log C$
♦B : pH = 7,9 : monobase faible, donc $> 7$ et $pH \neq 14 + \log C$.

1.2) $HCOOH + H_2O \rightleftarrows HCOO^- + H_3O^+$ ; $2H_2O \rightleftarrows H_3O^+ + OH^-$
♦ Espèces chimiques : $H_3O^+$, $OH^-$, $HCOO^-$, HCOOH ; $H_2O$.
♦$[H_3O^+] = 10^{-pH} = 1,26.10^{-3}$ mol. $L^{-1}$
♦$[OH^-] = \frac{Ke}{[H_3O^+]} = 7,94.10^{-12}$ mol. $L^{-1}$
♦REN : $[HCOO^-] = [H_3O^+] - [OH^-] = 1,26.10^{-3}$ mol. $L^{-1}$ ;
♦RCM : $[HCOOH] = C - [HCOO^-] = 8,74.10^{-3}$ mol. $L^{-1}$.

$pK_a = pH - \log\frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]} = 4,4$.

2) $HCOONa \longrightarrow Na+ + HCOO^-$ ; $HCOO^- + H_2O \rightleftarrows HCOOH + OH^-$

$HCOOH + H_2O \rightleftarrows HCOO^- + H_3O^+$ ; $2H_2O \rightleftarrows H_3O^+ + OH^-$

♦ Espèces chimiques : $H_3O^+$, $OH^-$, $Na^+$, $HCOO^-$, HCOOH ; $H_2O$.

♦$[H_3O^+] = 10^{-pH} = 1,78.10^{-4}$ mol. $L^{-1}$

♦$[OH^-] = \frac{Ke}{[H_3O^+]} = 5,62.10^{-11}$ mol. $L^{-1}$

♦$[Na^+] = \frac{C_bV_b}{V_a+V_b} = 5.10^{-3}$ mol. $L^{-1}$

♦REN : $[HCOO^-] + [OH^-] = [H_3O^+] + [Na^+]$

$\Rightarrow [HCOO^-] = [H_3O^+] + [Na^+] - [OH^-] = 1,26.10^{-3}$ mol. $L^{-1}$ ;

♦RCM : $\frac{CV_a+CV_b}{V_a+V_b} = [HCOOH] + [HCOO^-] = C$, d'où $[HCOOH] = C - [HCOO^-] = 4,82.10^{-3}$ mol. $L^{-1}$.

3.

3.1) C'est une réaction acido-basique d'équation : $HCOOH + OH^- \longrightarrow HCOO^- + H_2O$

3.2) **Volume $V_C$ à verser** :

♦ Espèces chimiques : $H_3O^+$, $OH^-$, $Na^+$, $HCOO^-$, HCOOH ; $H_2O$.

♦$[H_3O^+] = 10^{-pH} = 1,78.10^{-4}$ mol. $L^{-1}$

♦$[OH^-] = \frac{Ke}{[H_3O^+]} = 5,62.10^{-11}$ mol. $L^{-1}$

♦$[Na^+] = \frac{CV_C}{V_a+V_C}$

♦REN : $[HCOO^-] + [OH^-] = [H_3O^+] + [Na^+]$

$\Rightarrow [HCOO^-] = [H_3O^+] + [Na^+] - [OH^-] = \frac{CV_C}{V_a+V_C} + 1,78.10^{-4}$

♦RCM : $\frac{CV_C}{V_a+V_C} = [HCOOH] + [HCOO^-]$ d'où $[HCOOH] = \frac{C(V_A-V_C)}{V_a+V_C} - 1,78.10^{-4}$

$r = \frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]} = \frac{CV_C+1,78.10^{-4}(V_C+V_A)}{C(V_A-V_C)-1,78.10^{-4}(V_A+V_C)} = 10^{pH-pKa} = 1,02$. On trouve $\mathbf{V_C = 9,6\ cm^3}$ avec $V_A = 20\ cm^3$.

3.3) Allure de la courbe : acide faible + base forte

# CINEMATIQUE

**EXERCICE 1** : **GADO : P1.3**

Les coordonnées cartésiennes d'un point mobile dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ sont :

$$\begin{cases} x = 2t^2 - 2 \\ y = t^2 + 1 \end{cases} \quad x \text{ et } y \text{ en m}$$

1. Donner l'expression du vecteur position $\overrightarrow{OM}$ dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
2. Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire. En déduire la nature de la trajectoire.
3. Représenter la trajectoire entre les dates $t_0 = 0$ s et $t_1 = 3$ s.
   **Echelle** : 1 cm pour 2 m. Situer le point mobile sur la trajectoire à la date $t_2 = 2$ s.
4. Donner les caractéristiques (composantes et module) des vecteurs -vitesse et accélération du mobile à l'instant t. Faire l'application numérique pour $t_2 = 2$ s.
5. Quelle est la distance parcourue par le point mobile pendant la durée $t_2 - t_0$ ?
Quelle est sa vitesse moyenne pendant cette durée ?
6.
 6.1. Déterminer l'expression de l'abscisse curviligne S du point mobile à un instant t quelconque en prenant comme origine des abscisses curvilignes la position du mobile à l'instant $t_0$.
 6.2. Utiliser cette expression pour calculer la distance parcourue par le point mobile au bout de 2 s.

**EXERCICE 1** : P.3

1) $\overrightarrow{OM} = x.\,\vec{i} + y.\,\vec{j} .= (2t^2 - 2)\,\vec{i} + (t^2 + 1)\,\vec{j}$ .

2) En éliminant le temps t entre les deux équations horaires, on a : $y = \frac{1}{2}x + 2$ : trajectoire rectiligne.

3) Courbe y = f(x) :

| t | 0s | 3s |
|---|---|---|
| x | - 2 | 16 |
| y | 1 | 10 |
| M | $M_0$ | $M_1$ |

4)

- A la date t : $\vec{v}\begin{cases} v_x = 4t \\ v_y = 2t \end{cases}$ ; $v = \sqrt{(4t)^2 + (2t)^2} \Rightarrow v = 2\sqrt{5}\,t$
- A la date t : $\vec{a}\begin{cases} a_x = 4 \\ a_y = 2 \end{cases}$ ; $a = \sqrt{4^2 + 2^2} \Rightarrow a = 4{,}47$ m. s$^{-2}$
- A la date $t_2 = 2$ s ; v = 4,47 m. s$^{-1}$ et a = 4,47 m. s$^{-2}$.

5) A la date $t_2 = 2$ s, on a le point $M_2$ de coordonnées $x_2 = 6$ m et $y_2 = 5$ m.

$d(M_0M_2) = \sqrt{(x_2 - x_0)^2 + (y_2 - y_0)^2} = \sqrt{(6 + 2)^2 + (5 - 1)^2} = 8{,}94$ m ;

$V_m = \frac{d\,(M_0M_2)}{t_2 - t_0} = 4{,}47$ m. s$^{-1}$.

6.a) $s(t) = d(M_0M) = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} = \sqrt{5}\,t$

b) Pour t = 2 s : $d = \sqrt{5} \times 2 = 8{,}94$ m

**EXERCICE 2**: **GADO : P 6**

Une bille B est lancée verticalement avec une vitesse $\vec{V}_0 = 15.\vec{i}$ à partir de l'origine O d'un repère $(O, \vec{i})$ vertical ascendant . Le point O est situé à 2 m du sol. La bille est soumise à l'accélération

$\vec{a} = -10\vec{i}$.

1. Ecrire la loi horaire du mouvement de la bille.
2. Exprimer la vitesse $V_x$ de la bille en fonction de t.
3. Quelle est l'abscisse du point culminant atteint par la bille ?
4. Quelles sont les abscisses $x_1$ et $x_2$ des positions de la bille aux instants $t_1 = 1$ s et $t_2 = 2$ s et les vitesses $V_{1x}$ et $V_{2x}$ à ces deux dates ? Préciser à chaque fois le sens d'évolution de la bille.
5.
   5.1. A quelle date et avec quelle vitesse algébrique la bille repassera-t-elle au point O ?
   5.2. Quel est alors son vecteur –vitesse $\vec{v}$ ?
6.
   6.1. Combien de temps après son lancement touchera-t-elle le sol situé à 2 m en dessous du point O ?
   6.2. Calculer la norme de la vitesse de la bille juste avant le choc sur le sol.

**EXERCICE 2**: P 6

1) $x = \frac{1}{2}a_x.t^2 + V_{0_x}t + x_0$ ; $a_x = -10$ ; $V_{0_x} = 15$ et $x_0 = 0$, donc $\boldsymbol{x = -5t^2 + 15t}$.

2) $V_x = \frac{dx}{dt} = -10t + 15$.

3) Au point culminant, $V_x = 0 \Leftrightarrow -10t + 15 = 0 \Rightarrow t = 1,5$ s. On a alors $x_{max} = -5(1,5)^2 + 15\times 1,5$
$\Rightarrow$ **$x_{max} = 11,25$ m**.

4)
♦ A t = 1s, on a $x_1 = 10$ m et $V_{1x} = 5$ m. s$^{-1}$ : même sens que $\vec{i}$ ;
♦ A t = 2s, on a $x_2 = 10$ m et $V_{2x} = -5$ m. s$^{-1}$ : sens contraire de $\vec{i}$.

5.
a) Au passage par O : $x = -5t^2 + 15t = 0$, d'où **t = 3 s** $\Rightarrow$ **$V_x = -15$ m. s$^{-1}$**.
b) $V_x = -10t + 15 = -10 \times 3 + 15 = -15 \Rightarrow \vec{V} = -15\vec{i}$

6.
a) Au sol, $x = -5t^2 + 15t = -2$, d'où **t = 3,12 s**.
b) $V_x = -10t + 15 = -10\times 3,12 + 15 = -16,2 \Rightarrow$ **V = 16,2 m. s$^{-1}$**.

**EXERCICE 3** : **GADO : P.7**

1. Une automobile décrit une trajectoire rectiligne dans un repère $(O, \vec{i})$. Son accélération est constante. A l'instant $t_0 = 0$ s, l'automobile part d'un point $M_0$. A l'instant $t_1 = 3$ s, l'automobile passe par le point $M_1$ d'abscisse $x_1 = 59$ m à la vitesse algébrique $V_{1x} = 6$ m. s$^{-1}$. Elle arrive ensuite au point $M_2$ d'abscisse $x_2 = 150$ m à la vitesse algébrique $V_{2x} = 20$ m. s$^{-1}$.
   1.1. Etablir l'équation horaire du mouvement de l'automobile.
   1.2. A quel instant $t_2$ l'automobile passe-t-elle par le point $M_2$ ?
   1.3. Calculer la longueur $\ell$ du trajet effectué par l'automobile pendant la phase d'accélération dont la durée est fixée à 20 s.
2. A la date T = 1 s, une moto se déplaçant sur la même droite à la vitesse $V'_x = 20$ m. s$^{-1}$ passe par le point M' d'abscisse x' = - 5 m. Pendant toute la durée du mouvement fixée à 20 s, la moto va d'abord dépasser l'automobile ; ensuite l'automobile va rattraper la moto.

Déterminer :
   2.1. L'équation horaire du mouvement de la moto dans le repère $(O,\vec{i})$ ;
   2.2. Les dates des dépassements ;
   2.3. Les abscisses des dépassements ;

2.4. La vitesse d parcourue par la moto entre les dates T = 1 s et la date où elle dépasse l'automobile.

**EXERCICE 3** : P.7

1.

1.1) $x = \frac{1}{2}a_x.t^2 + V_{0_x}t + x_0$ ; $a_x = \frac{V_{2x}^2 - V_{1x}^2}{2(x_2 - x_1)} = 2$ m. s$^{-2}$; $V_{1x} = a_x.t_1 + V_{0_x}$ ; d'où $V_{0_x} = V_{1x} - a_x.t_1 = 0$ ;

$x_1 = \frac{1}{2}a_x.t^2 + x_0 = 59$ m $\Rightarrow x_0 = 59 - t_1^2 = 59 - 3^2 = 50$ m.

$x = \frac{1}{2}a_x.t^2 + V_{0_x}t + x_0 \Leftrightarrow \mathbf{x = t^2 + 50}$.

1.2) Au point M$_2$, on a : $x_2 = 150 = t_2^2 + 50 \Rightarrow \mathbf{t_2 = 10\ s}$.

1.3) Aux dépassements, $x = x_m$, donc $t^2 + 50 = 20t$ A t = 20 s, $x = 20^2 + 50 = 450$m, d'où

$\ell = x - x_0 = 450 - 50$ ; $\Rightarrow \boldsymbol{\ell = 400}$ **m**.

2.

2.1) Soit $x_m$, l'abscisse de la moto : $x_m = 20(t - T) + x' = 20(t - 1) - 5 \Rightarrow \mathbf{x_m = 20t - 25}$.

2.2) $x = x_m \Rightarrow t^2 + 50 = 20t - 25 \Leftrightarrow t^2 - 20t + 75 = 0$.

La résolution de cette équation donne les dates $t_1' = 5$ s et $t_2' = 15$ s. La moto dépasse l'automobile à la date $\mathbf{t_1' = 5\ s}$ et l'automobile rattrape la moto à la date $\mathbf{t_2' = 15\ s}$.

2.3)

♦A $t_1' = 5$ s : $x_1' = 75$ m

♦ A $t_2' = 15$ s : $x_2' = 275$ m.

2.4) $d = x_m - x' = 80$ m

2$^{ème}$ méthode : $d = x_m - x' = 20(t - 1) = 20 \times 4 = 80$ m.

**EXERCICE 4** : **GADO : P.8**

1. Une automobile roule sur une route droite à la vitesse constante de 108 km. h$^{-1}$. Soudain, le conducteur perçoit à 150 m devant lui un panneau de limitation de vitesse à 60 km. h$^{-1}$. Le conducteur actionne le frein et atteint le panneau avec la vitesse de 45 km. h$^{-1}$.

1.1. Donner les caractéristiques (sens et intensité) du vecteur- accélération supposé constant de l'automobile durant la phase de ralentissement.

1.2. Calculer le temps mis par le conducteur pour atteindre le panneau à partir du début de freinage.

2. Quelles devraient être l'accélération algébrique de l'automobile et la durée du freinage pour que le conducteur atteigne le panneau à la vitesse de 60 km. h$^{-1}$ ?

3. En réalité, le conducteur commence par freiner 0,8 s après avoir vu le panneau. Il impose à son véhicule l'accélération calculée au 1.1.

Avec quelle vitesse arrive-t-il au niveau du panneau ? Est-il en infraction ?

4. Le conducteur maintient constante après le panneau la vitesse précédemment calculée. A cette vitesse, il doit négocier un virage de rayon R = 150 m.

4.1. Déterminer les caractéristiques (sens et intensité) du vecteur- accélération pendant le virage.

4.2. Calculer la durée du virage si on l'assimile à un quart de cercle.

**EXERCICE 4** : P.8

1.

1.1) $a_x = \frac{V_f^2 - V_i^2}{2d} = -2{,}48$ m. s$^{-2}$ ; le vecteur $\vec{a}$ a le sens contraire du mouvement. Son intensité est

a = 2,48 m. s$^{-2}$.

1.2) $V_f = a_x.\ t + V_i \Rightarrow t = \frac{V_f - V_i}{a_x} = 7$ s

2) $a'_x = \frac{V'^2_f - V^2_i}{2d} = -2{,}07$ m. s$^{-2}$ ; $t' = \frac{V'_f - V_i}{a'_x} = 6{,}4$ s.

3)

♦Distance parcourue avant le freinage : $d = v_1.t = 24$ m ;

♦Distance parcourue pendant le freinage : d' = 150 – 24 = 126 m.

♦Vitesse au niveau du panneau : $V^2 - V_i^2 = 2\ a_x.d'$ d'où V = 16,58 m. s$^{-1}$ = 59,7 km. h$^{-1}$ < 60 km. h$^{-1}$ : il n'est pas en infraction.

4.

4.1) $\vec{a} = a_n.\vec{n} + a_t.\ \vec{\tau}$ avec $a_t = 0$ car la vitesse est constante : $\vec{a} = a_n.\vec{n}$ : le vecteur $\vec{a}$ est centripète.

$a = a_n = \frac{V^2}{R} = 1{,}83$ m. s$^{-2}$.

4.2) $s = \frac{2\pi R}{4} = V.t$ d'où t = 14,2 s

**EXERCICE 5** : **GADO : P.10**

Un automobiliste effectue une liaison entre deux stations A et B sur un tronçon d'autoroute rectiligne x'Ox. Les deux stations sont séparées par la distance AB = d = 900 m. L'automobiliste démarre de la station A avec une accélération constante $a_1 = 0{,}4$ m. s$^{-2}$.

Au bout d'une durée $t_1$, jugeant sa vitesse suffisante pour pouvoir atteindre la station B, l'automobiliste coupe définitivement le moteur. Différentes forces de frottement ralentissent le mouvement qui s'effectue avec une décélération da valeur absolue $a_2 = 0{,}1$ m. s$^{-2}$.

1. Calculer les durées $t_1$ et $t_2$ des deux phases de parcours.
2. Calculer les distances $d_1$ et $d_2$ parcourues au cours de ces deux phases.
3. Déterminer la vitesse maximale de l'automobiliste et sa vitesse moyenne entre les deux stations.
4. Représenter graphiquement la fonction $V_x = f(t)$.

**EXERCICE 5** : P.10

**1)**

♦Pour la 1$^{ère}$ phase : $x_1 = d_1 = \frac{1}{2}\ a_1 t_1^2$ et $v_1 = a_1 t$.

♦Pour la 2$^{ème}$ phase : $x_2 = d_2 = -\frac{1}{2}\ a_2\ t_2^2 + v_1.t_2$ et $v_2 = -a_2 t_2 + v_1$

♦A la fin : $v_2 = 0 \Rightarrow a_2.t_2 = v_1 = a_1 t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{a_2 t_2}{a_1}$.

♦On remplace $v_1 = a_2.t_2$ dans l'expression de $x_2$ et $t_1$ dans l'expression de $x_1$ et on pose $d = x_1 + x_2$, ce qui conduit à : $t_2 = \sqrt{\frac{2a_1 d}{a_1 a_2 + a_2^2}} = 120$ s et $t_1 = 30$ s.

2) $d_1 = 180$ m et $d_2 = 720$ m.

3) $V_{max} = a_1 t_1 = 12$ m. s$^{-1}$ ; $V_m = \frac{d}{t_1 + t_2} = 6$ m. s$^{-1}$.

**EXERCICE 6** : **GADO : P.11**

1. Une bille $B_1$ est lancée verticalement vers le haut à partir de l'origine O d'un repère $(O,\vec{\imath})$, avec une vitesse initiale d'intensité $V_0 = 15$ m. s$^{-1}$ ; son vecteur- accélération est $\vec{a}$, dirigé vers le bas (on prendra a = 10 m.s$^{-2}$) ; le repère $(O, \vec{\imath})$ est vertical ascendant.

1.1. Ecrire l'équation horaire du mouvement de $B_1$ en prenant comme origine des temps l'instant du lancement.

1.2. Quelle est l'altitude maximale atteinte ? Quelle est la durée de l'ascension ?

2. Une seconde après le départ de $B_1$, on lance une bille $B_2$ d'un point A situé à 3 m au dessous de O avec la même vitesse et la même accélération.

2.1. Ecrire l'équation horaire du mouvement de $B_2$ dans le même repère.

2.2. A quel instant et à quelle altitude $B_1$ et $B_2$ se rencontrent-elles ?

2.3. Quelles sont les vitesses de $B_1$ et $B_2$ juste avant la rencontre ?

2.4. Dans quel sens évolue chaque bille juste avant le choc ?

3. On laisse tomber la bille $B_1$ en chute libre avec une vitesse initiale nulle sur une profondeur h dans un puits de mine avec la même accélération.

3.1. La durée de la chute est de 7,0 s. Calculer la profondeur h et la vitesse v avec laquelle la bille arrive au fond du puits.

3.2. Au bout de combien de temps après le lâcher perçoit-on le bruit du choc au fond du puits ? La vitesse du son dans l'air vaut $V = 340 \text{ m. s}^{-1}$.

**<u>EXERCICE 6</u>** : P.11

**1.**

**1.1)** En orientant l'axe x'x vers le haut, on $x_1 = \frac{1}{2}a_x.t^2 + V_{0_x}t + x_0$ ; $a_x = -10 \text{ m. s}^{-2} \Rightarrow$ $\mathbf{x_1 = -5t^2 + 15\,t}$.

**1.2)** $h_{max} = -\frac{V_0^2}{2ax} = 11{,}25$ m ; $x = a_xt + V_0 = 0 \Rightarrow$ $\mathbf{t = 1{,}5\ s}$.

**2.**

**2.1)** $x_2 = \frac{1}{2}a_x.(t-1)^2 + V_{0_x}(t-1) + x_A = -5(t-1)^2 + 15(t-1) - 3 \Rightarrow$ $\mathbf{x_2 = -5t^2 + 25t - 23}$.

**2.2)**

♦ Instant de rencontre : $x_1 = x_2 \Leftrightarrow -5t^2 + 15t = -5t^2 + 25t - 23 \Rightarrow t = 2{,}3$s.

♦ Altitude du lieu de rencontre : h = 8,05 m.

**2.3)**

♦$x_1 = -5t^2 + 15\,t \Rightarrow v_{1_x} = -10t = 15$ ; pour t = 2,3 s : $\mathbf{v_{1_x} = -8\ m.\ s^{-1}}$.

♦ $x_2 = -5t^2 + 25t - 23 \Rightarrow v_{2_x} = -10t + 25$ ; pour t = 2,3 s : $\mathbf{v_{2_x} = 2\ m.\ s^{-1}}$.

2.4)

$B_2$ monte et $B_1$ descend ;

**3.**

**3.1)** $h = \frac{1}{2}at_1^2 = 245$ m ; $v = \sqrt{2ah} = 70 \text{ m. s}^{-1}$

**3.2)** $t = t_1 + t_2 = t_1 + \frac{h}{v} = 7{,}7$ s

**<u>EXERCICE 7</u>** : **GADO : P.9**

Un mobile est animé d'un mouvement de translation rectiligne dans un repère $(O,\vec{\imath})$. Le mouvement comporte deux phases dont la 1ère dure 30 s. Un chronométreur a relevé la vitesse en fonction du temps. Après conversion on obtient le tableau suivant :

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| t en s | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 100 | 150 |
| v en m. $s^{-1}$ | 0 | 4 | 8 | 12 | 11 | 10 | 5 | 0 |

1. Tracer le graphique v = f(t). Echelle 1 cm ⟷ 4 m. $s^{-1}$ ; 1 cm ⟷ 10 s.

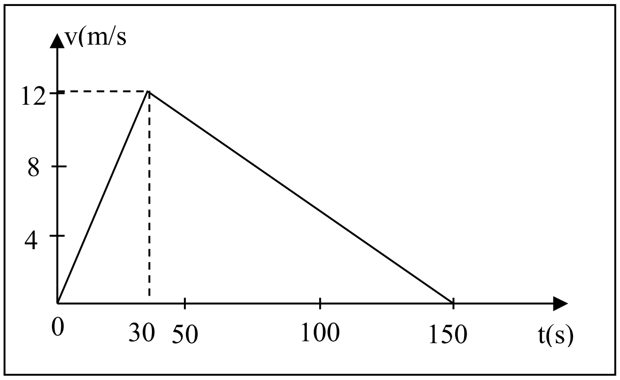
2. Etablir l'équation horaire du mouvement pour chaque phase. Préciser la nature du mouvement pendant chaque phase. La position du mobile est repérée à chaque instant par son abscisse x comptée à partir de l'origine O du repère.

3.

3.1. Calculer la longueur du trajet parcouru par le mobile pendant toute la durée du mouvement.
3.2. Montrer que cette distance est représentée par l'aire de la figure donnée par le graphique v = f(t).
4. Quelle est la distance parcourue par le mobile à la date t = 60 s ? Quelle est alors sa vitesse ?

**EXERCICE 7 : GADO : P.9 :**

1) **Courbe v = f(t)** :




**2)**

♦**1ère phase** :

$x = \frac{1}{2}a_x.t^2 + V_{0_x}t + x_0$

avec $V_{0_x} = 0$ et $x_0 = 0$ et $a_x = \frac{V_f}{t} = \frac{12}{30} = 0,4\ m.\ s^{-2}$. Le mouvement est rectiligne uniformément accéléré d'équation $x = 0,2\ t^2$ avec $0 \leq t \leq 30$ s.

♦**2ème phase** :

$x = \frac{1}{2}a'_x\ (t - 30)^2 + V'_{0x}\ (vt - 30) + x'_0$

avec $a'_x = \frac{\Delta V_x}{\Delta t} = \frac{-12}{150-30} = -\ 0,1\ m.\ s^{-2}$ ; $V'_{0x} = 12\ m.\ s^{-1}$ ; $x'_0 = d_1 = 0,2 \times 30^2 = 180$ m : le mouvement est rectiligne uniformément retardé d'équation : $x = -\ 0,05\ (t - 30)^2 + 12(t - 30) + 180$

avec 30 s $\leq$ t $\leq$ 150 s

**3.**

**3.1)** A t = 150 s, x = d = 900 m

**3.2)** La figure obtenue est un triangle dont l'aire est $A = \frac{HI}{2}$ ; la distance est donc $d = \frac{12 \times 150}{2} = 900$ m.

4) A t = 60s, $d = -\ 0,05\ (60 - 30)^2 + 12(60 - 30) + 180 = 495$ m et $v = 9\ m.\ s^{-1}$.

**EXERCICE 8**: **P.4**

La position d'un point matériel se déplaçant dans un plan muni d'un repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ est définie à chaque instant par les équations paramétrique suivantes :

$$\begin{cases} x = 2t \\ y = -5t^2 + 2t \end{cases}$$

avec $t \geq 0$.

Le point matériel est mis en mouvement à la date t = 0.

1. Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire.

2. Donner les caractéristiques (composantes et module) du vecteur -vitesse à un instant t quelconque. Calculer la vitesse du mobile au début du mouvement.

3.

3.1. Déterminer le vecteur- vitesse du point matériel lorsque celui- ci passe par son ordonnée maximale $y_{max}$ qu'on calculera.

3.2. Quelle est l'abscisse du point dont l'ordonnée est maximale ?

4.

4.1 A quelle date le point matériel passe-t-il par le point $M_0$ d'ordonnée nulle ?

4.2. Quelle l'abscisse de ce point ?

4.3. Quelle est la vitesse du mobile à cet instant ?

5.

5.1. Déterminer les coordonnées du point matériel 1 s après le début du mouvement.

5.2. Quelle est alors sa vitesse ?

**EXERCICE 8**: P.4

**1)** En éliminant le temps t entre les deux équations, on a : $y = -\frac{5}{4}x^2 + x$.

2)

♦Composantes de : $\vec{v}\begin{cases} v_x = 2 \\ v_y = -10t + 2 \end{cases}$;

♦Module : $v = \sqrt{(2)^2 + (-10t+2)^2} \Rightarrow v = \sqrt{100t^2 - 40t + 8}$

♦Au début du mouvement : t = 0 et $V_0 = \sqrt{8} = 2{,}83\ m.\ s^{-1}$.

**3.**

**3.1)**

♦A l'ordonnée maximale, $V_y = -10t = 2 = 0 \Rightarrow t = 0{,}2$ s. Le vecteur-vitesse est $\vec{V} = 2.\ \vec{i}$.

♦ L'ordonnée maximale est : $y_{max} = -5 \times 0{,}2^2 + 2 \times 0{,}2 \Rightarrow \mathbf{y_{max} = 0{,}2\ m}$.

3.2) L'abscisse est : $x = 2 \times 0{,}2 = 0{,}4$ m.

4.

4.1) Pour y = 0, on a : t = 0,4 s, x = 0,8 m

4.2) $v = 2{,}83\ m.\ s^{-1}$.

5.

5.1) A t = 1s, on a : $\overrightarrow{OM}$ ($x_1 = 2$ ; $y_1 = -3$)

5.2) $v = 8{,}25\ m.\ s^{-1}$.

**EXERCICE 9**: **P.13 : DS**

La position d'un mobile M se déplaçant dans un plan muni d'un repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ est déterminée à chaque instant par les équations horaires suivantes :

$$\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = R\cos(\omega t + \varphi) \\ y = R\sin(\omega t + \varphi) \end{cases}$$ avec R = 8 cm et $\omega = 2\pi$ rad. $s^{-1}$.

1. Déterminer $\varphi$ sachant qu'à l'instant t = 0s, le mobile se trouve au point $M_0$ de coordonnées $x_0 = 0$ et $y_0 = R$.

2) 2.1. Montrer que la valeur de la vitesse du mobile est constante.

2.2. Montrer que la valeur de l'accélération du mobile est constante.

2.3. Déterminer l'équation de la trajectoire du mobile.

2.4. En déduire la nature du mouvement du mobile.

3) 3.1. Montrer que les vecteurs accélération et position sont colinéaires.

3.2. En déduire le sens du vecteur -accélération.

4) 4.1. Représenter la trajectoire du mobile dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ à l'échelle 1/4.

4.2. Placer sur cette trajectoire les positions $M_0$, $M_1$, $M_2$, $M_3$ du mobile qui correspondent respectivement aux instants $t_0 = 0s$, $t_1 = 0,25$ s et $t_3 = 2/3s$.

**EXERCICE 9**: **P.13 : DS**

1) A t = 0, $x_0 = 0$ et $y_0 = R \Rightarrow \begin{cases} 0 = R\cos\varphi \;\; (1) \\ R = R\sin\varphi \;\; (2) \end{cases}$

(2) $\Rightarrow \sin\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}$

2.

2.1) $\vec{v}\begin{cases} v_x = -R\omega\sin(\omega t + \varphi) \\ v_y = R\omega\cos(\omega t + \varphi) \end{cases}$ ; $v = \sqrt{(v_x)^2 + (v_y)^2} = R\,\omega$ = cte.

2.2) $\vec{a}\begin{cases} a_x = -R\omega^2\sin(\omega t + \varphi) \\ a_y = R\omega^2\cos(\omega t + \varphi) \end{cases}$ ; $a = \sqrt{(a_x)^2 + (a_y)^2} = R\,\omega^2$ = cte.

2.3) $x^2 + y^2 = R^2\cos^2(\omega t + \varphi) + R^2\sin^2(\omega t + \varphi) = R^2\,[\cos^2(\omega t + \varphi) + \sin^2(\omega t + \varphi)] = R^2$.

Donc : $\mathbf{x^2 + y^2 = R^2}$.

2.4) Mouvement circulaire uniforme.

3.

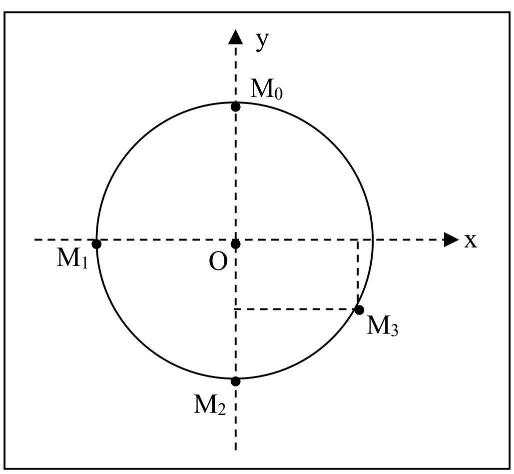
3.1) $\vec{a}\begin{cases} a_x = -R\omega^2\cos(\omega t + \varphi) \\ a_y = -R\omega^2\sin(\omega t + \varphi) \end{cases} \Leftrightarrow \vec{a}\begin{cases} a_x = -\omega^2 R\cos(\omega t + \varphi) = -\omega^2 x \\ a_y = -\omega^2 R\sin(\omega t + \varphi) = -\omega^2 y \end{cases}$

$\Leftrightarrow \vec{a} = -\omega^2.\overrightarrow{OM}$ : donc $\vec{a}$ et $\overrightarrow{OM}$ sont colinéaires.

3.2) $\vec{a}$ est centripète.

4.

4.1)



4.2)

| Point | $M_0$ | $M_1$ | $M_2$ | $M_3$ |
|---|---|---|---|---|
| t (s) | 0 | 0,25 | 0,5 | 2/3 |
| x | 0 | -R | 0 | 0,866R |
| y | R | 0 | -R | - 0,5R |

# MOUVEMENT DU CENTRE D'INERTIE D'UN SOLIDE :

**EXERCICE 1: Exo. d'application p. 133 :**

Un solide de masse m = 2 kg, abandonné en A sans vitesse initiale, glisse le long de la ligne de plus grande pente AB d'un plan incliné faisant un angle $\alpha = 30°$ avec l'horizontale. Les forces de frottements sont équivalentes à une force $\vec{f}$ constante d'intensité f = 2 N. On prendra g = 10 N. $kg^{-1}$.

1. Utiliser le théorème du centre d'inertie pour calculer l'accélération a du solide.
2. Utiliser le théorème de l'énergie cinétique pour calculer la distance nécessaire pour que la vitesse du solide passe de la valeur $v_1 = 2$ m. $s^{-1}$ acquise à l'instant $t_1$ à la valeur $v_2 = 5$ m. $s^{-1}$ acquise à l'instant $t_2$.
3. Montrer que cette distance peut être calculée en utilisant une autre relation.

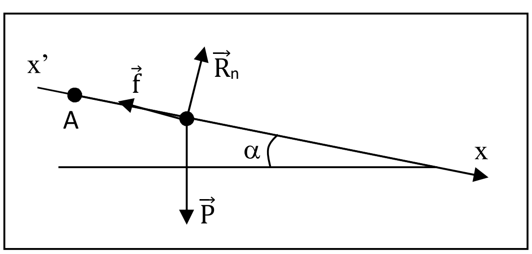
**EXERCICE 1: Exo. d'application p. 133 :**

1)

- Système: le mobile S de masse m
- Référentiel : terrestre supposé galiléen
- Repère : (x'x)
- Bilan des forces : le poids $\vec{P}$ du mobile, la réaction normale $\vec{R}_n$ du support et la force de frottement $\vec{f}$.
- Théorème du centre d'inertie : $\vec{P} + \vec{R}_n + \vec{f} = m\vec{a}$

Projection sur l'axe Ox: $mg\sin\alpha - f = ma_x \Rightarrow \mathbf{a_x = g\sin\alpha - \frac{f}{m} = 4\ m.\ s^{-2}}$.

En module : $\mathbf{a = \sqrt{a_x^2} = 4\ m.\ s^{-2}}$.




**2)** $E_{c_2} - E_{c_1} = W(\vec{P}) + W(\vec{R}_n) + W(\vec{f})$

$\frac{1}{2}$m. $v_2^2$ - $\frac{1}{2}$m$v_1^2$ = mgdsinα + 0 – f.d, où d est la distance parcourue.

$\Rightarrow$ **d =** $\mathbf{\frac{v_2^2 - v_1^2}{2(g\sin\alpha - \frac{f}{m})}}$ **= 2,6 m**.

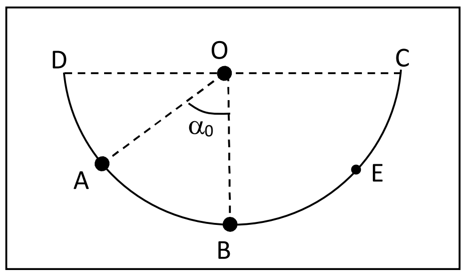
3) Le mouvement du solide étant rectiligne uniformément varié, la relation indépendante du temps permet d'obtenir le résultat précédent.

On a : $v_{2x}^2$ - $v_{1x}^2$ = $2a_x(x_2 - x_1)$ avec $x_2 - x_1$ = d.

Il vient alors : $\mathbf{x_2 - x_1 = d = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a_x}}$ **= 2,6 m**.

**<u>EXERCICE</u> 2**: P2.7

Un solide de petites dimensions, considéré comme un point matériel, de masse m = 20 g glisse sans frottement à l'intérieur d'une demi- sphère de centre O et de rayon r = 8 cm en un lieu où g = 9,8 N/kg Au cours de son mouvement, la position du solide est repérée par l'angle α que fait la verticale passant par O avec OA.




1. On lâche le solide sans vitesse initiale d'un point A caractérisé par l'angle $\alpha_0 = (\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}) = 30°$.

1.1. Représenter clairement les forces appliquées au solide au point A.

1.2. Donner les caractéristiques du vecteur- vitesse $\overrightarrow{V_B}$ du solide au passage par le point B situé au fond de la demi- sphère.

1.3. Donner les caractéristiques du vecteur- accélération $\vec{a}$ du solide au passage par le point B. Préciser ses composantes normale et tangentielle.

1.4. Calculer l'intensité de la réaction $\vec{R}$ de la demi- sphère sur le solide en B.

2. On veut que le solide atteigne le point C situé dans le plan horizontal passant par le point O.

2.1. Avec quelle vitesse minimale doit-on le lancer depuis le point A pour qu'il atteigne C ?

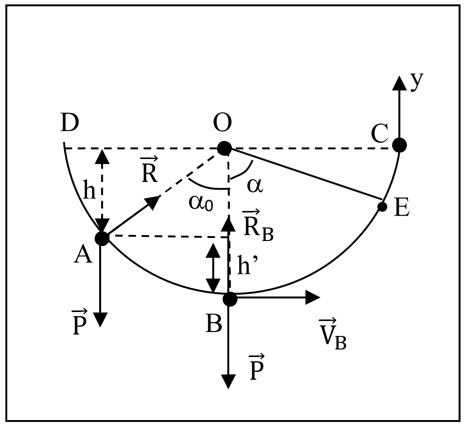
2.2. En réalité $v_A$ = 2,0 m. $s^{-1}$ ; que se passe-t-il ? Etablir l'équation horaire du mouvement du solide au- delà du point C. De combien s'élèvera-t-il au-dessus du plan horizontal passant par le point C ?

3. Le solide, lancé du point A avec une vitesse initiale $v_A$ = 1 m. $s^{-1}$, atteint un point E situé entre B et C puis rebrousse chemin. Calculer l'angle $\alpha = (\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OE})$ que fait la verticale passant par O avec OE.

**EXERCICE 2**: P2.7

1.

1.1) ♦ Bilan des forces : le poids $\vec{P}$ du mobile et la réaction $\vec{R}$ du support




1.2)

Théorème de l'énergie cinétique entre A et B :

$\frac{1}{2}mV_B^2 - 0 = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) = mgh' + 0 = mg(r - r\cos\alpha_0) = mgr(1 - \cos\alpha_0)$

$\Rightarrow V_B = \sqrt{2gr(1-\cos\alpha_0)}$.

$$\vec{V}_B \begin{cases} \blacklozenge \text{direction: tangente à la trajectoire} \\ \blacklozenge \text{sens: celui du mouvement} \\ \blacklozenge \text{module: } V_B = \sqrt{2gr(1-\cos\alpha_0)} \end{cases}$$

1.3) $\vec{a} = a_n.\vec{n} + a_\tau.\vec{\tau}$ avec $a_n = \frac{V_B^2}{r} = 2{,}6\ m.s^{-2}$ et $a_\tau = 0\ m.s^{-2}$.

$$\vec{a} \begin{cases} \blacklozenge \text{direction: colinéaire au rayon OB} \\ \blacklozenge \text{sens: de B vers O (radial centripète)} \\ \blacklozenge \text{module: } a = a_n = 2{,}6\ m.s^{-2} \end{cases}$$

1.4) TCI : $\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$

Sur un axe orienté vers le haut : $- mg + R = m.a \Rightarrow R = mg + ma \Rightarrow$ $\mathbf{R = m(g + a) = 0{,}25\ N}$.

2.

2.1) Théorème de l'énergie cinétique entre A et C :

$\frac{1}{2}mV_C^2 - \frac{1}{2}mV_A^2 = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) = - mgh + 0 = - mgr\cos\alpha_0 \Rightarrow V_A^2 = V_C^2 + 2gr\cos\alpha_0$

$V_A$ est minimale si $V_C = 0$, d'où $\mathbf{V_{A_{min}} = \sqrt{2gr\cos\alpha_0} = 1{,}16\ m.s^{-1}}$.

2.2)

♦Le mobile va dépasser le point C et continuer son mouvement avec une trajectoire verticale.

♦Au-delà de C, on a : TCI : $\vec{P} = m\vec{a}$.

Projection sur Cy : $a_y = - g$

$y = \frac{1}{2}a_y.t^2 + V_{0_y}t + y_0$ avec $V_{0_y} = V_C = \sqrt{V_A^2 - 2gr\cos\alpha_0}$ et $y_0 = 0$. Donc l'équation horaire de la trajectoire est : $\mathbf{y = - 4{,}9t^2 + 1{,}62\ t}$.

♦$V^2 - V_C^2 = 2.\ a_y d \Rightarrow d = \frac{-V_C^2}{-2g} = 0{,}13\ m = 13\ cm$.

3) $\frac{1}{2}mV_E^2 - \frac{1}{2}mV_A^2 = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) = - mgH = - mg(r\cos\alpha_0 - r\cos\alpha)$ avec $V_E = 0$

$\Rightarrow \cos\alpha = \cos\alpha_0 - \frac{V_A^2}{2gr} = 0{,}228 \Rightarrow$ **$\alpha = 76{,}8°$**.

**<u>EXERCICE</u> 3**: P2.11 : **INFAS** :

Dans les fêtes foraines, il y a parfois des stands où il est possible de montrer ses qualités athlétiques. Dans l'un d'entre eux, il s'agit de propulser à une certaine hauteur h un petit chariot de masse m qui peut se déplacer sur deux rails parallèles. Le schéma ci-dessous en donne le profil dans un plan vertical. Les rails comportent quatre parties :

♦une portion horizontale AB,

♦un premier arc de cercle BC ;

♦une partie rectiligne CD ;

♦un dernier arc de cercle DE de rayon r, de centre O situé sur l'horizontale $\overrightarrow{AB}$. E est alors sur la verticale passant par O à une hauteur h = r au-dessus de O. Le chariot est considéré comme ponctuel.

1. On lance le chariot en exerçant, entre A et B, une force constante $\vec{F}$ de même sens que $\overrightarrow{AB}$. Entre A et E, le chariot glisse le long du guide ; il est soumis à des forces de frottement équivalentes à une force constante $\vec{f}$, opposée au vecteur-vitesse.

1.1. Enoncer le théorème de l'énergie cinétique.

1.2. Exprimer la vitesse du chariot au passage en B pour qu'il arrive en E avec une vitesse nulle. La distance parcourue entre B et E est $\ell$.

1.3. Le chariot étant au repos en A, déterminer en fonction de $\ell$, m et g, l'intensité de la force $\vec{F}$ qu'il est nécessaire d'exercer entre A et B pour que le chariot arrive en E avec une vitesse nulle.

On donne : distance AB = $\frac{h}{2}$ et $\ell = 2$ h.

1.4. Calculer $v_B$ et F. On donne : m = 10 kg, h = 2m, g = 10 m. s$^{-2}$, f = 20 N.

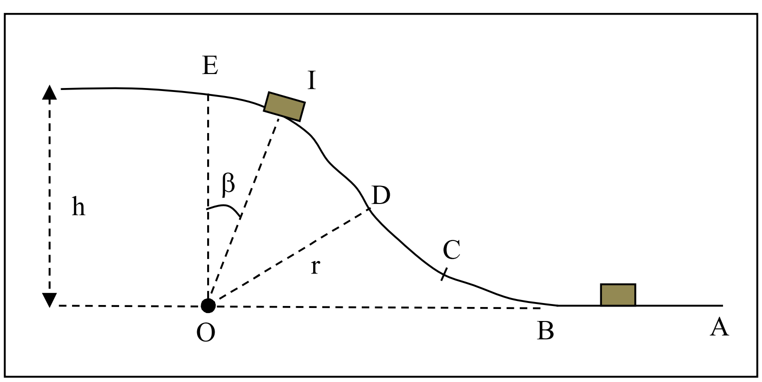
2. repartant de E avec une vitesse nulle, le chariot revient vers son point de départ.

2.1. Donner l'expression de la vitesse V du chariot en un point I quelconque de l'arc ED, en fonction de l'angle $\beta = (\overrightarrow{OE}, \overrightarrow{OI})$.

2.2. Calculer en fonction de l'angle β et des autres données, la composante normale de la réaction que les rails exercent sur le chariot en ce point I.

A.N. : β = 40°, m = 10 kg, h = 2 m.

2.3. Calculer la vitesse du chariot à son passage en B.

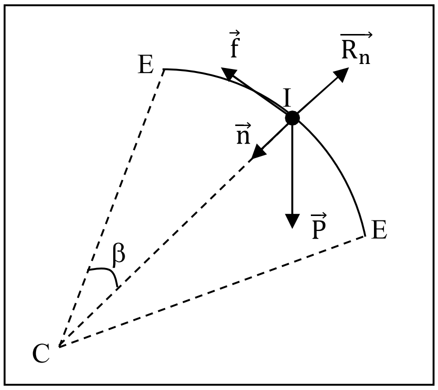


**EXERCICE 3**: P2.11 : **INFAS** :

1.

1.1) Enoncé du théorème de l'énergie cinétique :

1.2)




$\frac{1}{2}mV_E^2 - \frac{1}{2}mV_B^2 = W(\vec{P}) + W(\vec{f}) + W(\vec{R}_n)$

$0 - \frac{1}{2}mV_B^2 = - mgh – f.\ell \Rightarrow V_B = \sqrt{2(gh + \frac{f\ell}{m})}$ .

1.3) Entre A et B, on a : $\frac{1}{2}mV_B^2 - \frac{1}{2}mV_A^2 = W(\vec{P}) + W(\vec{f}) + W(\vec{R}_n) + W(\vec{F})$

$\Rightarrow \frac{1}{2}mV_B^2 = F.AB – f.AB \Rightarrow$ **$F = 5f + 2mg$.**

1.4) A.N. : $V_B = 7{,}5\ m.\ s^{-1}$ ; $F = 300$ N.

2.

2.1) TEC : $\frac{1}{2}mV_1^2 - \frac{1}{2}mV_E^2 = W(\vec{P}) + W(\vec{f}) + W(\vec{R}_n)$

$\Rightarrow \frac{1}{2}mV_1^2 - 0 = - mgh\ (1– \cos\beta) - fh\beta\beta$

$\Rightarrow V_1 = \sqrt{2gh(1 - \cos\beta) - \frac{2fh\beta}{m}}$ .

2.2) TCI : $\vec{P} + \vec{R}_n + \vec{f} = m\,\vec{a}$

Projection sur $\vec{n}$ : $mg\cos\beta - R_n = \frac{mV^2}{h} \Rightarrow$ **$R_n = m(3g\cos\beta - 2g + \frac{2f\beta}{m}) = 57{,}74$ N**

2.3) TEC :

Entre E et B, on a : $\frac{1}{2}mV_B^2 - \frac{1}{2}mV_E^2 = W(\vec{P}) + W(\vec{f}) + W(\vec{R}_n)$

$\frac{1}{2}mV_B^2 - \frac{1}{2}mV_E^2 = mgh – f.\ell \Rightarrow$ **$V_B = \sqrt{2(gh - \frac{f\ell}{m})} = 4{,}9\ m.\ s^{-1}$.**

**EXERCICE 4**: P2.13 :

Au plafond d'un véhicule situé sur une route rectiligne et horizontale, on accroche un pendule constitué d'une petite sphère assimilable à un point matériel de masse m = 10 g, suspendue à un fil inextensible de longueur $\ell$ = 50 cm et de masse négligeable.

1. La vitesse du véhicule passe de $V_1 = 60$ km. h$^{-1}$ à $V_2 = 70$ km. h$^{-1}$ et le pendule fait un angle $\alpha_1 = 30°$ avec la verticale.

1.1. Faire un schéma représentant les forces appliquées au pendule et indiquer le sens du mouvement du véhicule.

1.2. Déterminer la durée de la variation de la vitesse.

2. Le véhicule est à l'arrêt.

2.1. Quelle est la position du pendule ?

2.2. On communique au pendule une énergie de 3,0.10$^{-2}$ J. Il passe à une position $P_2$, faisant un angle $\alpha_2$ avec la verticale. L'intensité de la vitesse $\vec{V}_0$ en ce point vaut 2,0 m. s$^{-1}$. Calculer l'angle $\alpha_2$.

3. Au passage par la position $P_2$, le fil casse.

3.1. Etablir l'équation de la trajectoire de la sphère.

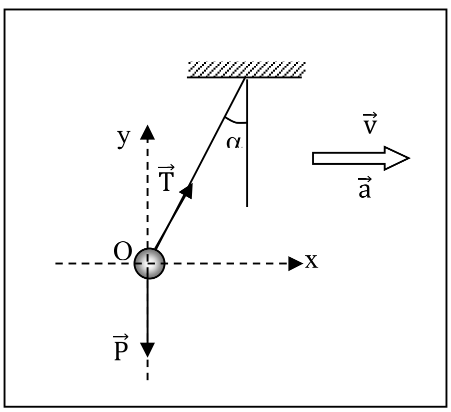
3.2. Calculer l'abscisse du point C où la sphère touche le sol, sachant que le point $P_2$ est à 20 cm au-dessus du sol.

On donne : g = 10 m. s$^{-2}$.

**EXERCICE 4**: P2.13 :

1.

1.1)




1.2) TCI : $\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$

♦Projection sur Ox : $T\sin\alpha_1 = ma_x$ (1)

♦Projection sur Oy : $T\cos\alpha_1 = mg$ (2)

$\frac{(1)}{(2)} \Rightarrow \tan\alpha_1 = \frac{a_x}{g} \Rightarrow a_x = g\tan\alpha_1 = \frac{\Delta V}{\Delta t}$

$\Rightarrow$**$\Delta t = \frac{V_2 - V_1}{g\tan\alpha_1} = 0{,}48$ s**.

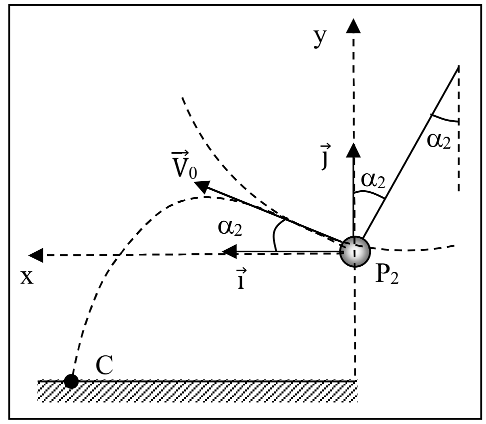
2.

2.1) $\tan\alpha = \frac{a_x}{g}$ ; or à l'arrêt $a_x = 0$, d'où **$\alpha = 0$** (position verticale).

2.2) TEC :

$E_{c_2} - E_{c_1} = W(\vec{P}) + W(\vec{T})$

$\frac{1}{2}m.v_0^2 - E_{c_1} = mg\ell(1 - \cos\alpha_2)$




$\Rightarrow \cos\alpha_2 = \frac{mV_0^2 - 2E_{c1}}{2mg\ell} + 1 \Rightarrow$ **$\alpha_2 = 36{,}87°$**.

3.

3.1) TCI :

- <u>Système</u> : {la boule de masse m}
- <u>Force</u>: le poids $\vec{P}$
- <u>Théorème du centre d'inertie</u>: $\vec{P} = m\vec{a}$ et $\vec{a} = \vec{g}$

-<u>Les conditions initiales sont</u> : à t = 0:

$$\vec{V}_0 \begin{cases} V_{0_x} = V_0\cos\alpha_2 \\ V_{0_y} = V_0\sin\alpha_2 \end{cases} ; \quad \overrightarrow{P_2M_0} \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}$$

- <u>à t >0</u> :

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} ; \quad \vec{V} \begin{cases} V_x = V_0\cos\alpha_2 \\ V_y = -gt + V_0\sin\alpha_2 \end{cases} ; \overrightarrow{OG} \begin{cases} x = V_0\cos\alpha_2 t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0\sin\alpha_2 t \end{cases}$$

**<u>Equation de la trajectoire</u> :**

$x = V_0 \cos\alpha_2 t \Rightarrow t = \frac{x}{V_0\cos\alpha_2}$ . On remplace t par son expression dans y (t), ce qui donne :

**$y = -\frac{gx^2}{2V_0^2\cos^2\alpha_2} + x\tan\alpha_2$**. A.N. : **$y = -1{,}95x^2 + 0{,}75x$**

3.2)

**$y_C = -20$ cm $= -0{,}2$ m** $\Rightarrow y = -1{,}95x^2 + 0{,}75x = -0{,}2 \Leftrightarrow -1{,}95x^2 + 0{,}75x + 0{,}2 = 0 \Rightarrow$ **$x_C = 0{,}57$ m**.

# MOUVEMENT DANS LE CHAMP DE PESANTEUR

**<u>EXERCICE 1</u>** : P.4. 1 :

Un projectile de masse m est lancé dans le champ de pesanteur terrestre. La vitesse de lancement $\vec{V}_0$ fait avec le plan horizontal un angle de tir α. La résistance de l'air est négligée. On étudie le mouvement du centre d'inertie du projectile.

On donne : $V_0 = 200$ m. s$^{-1}$ ; $g = 9{,}8$ m. s$^{-2}$.

1. Etablir les équations horaires du mouvement.
2. Etablir l'équation de la trajectoire. En déduire la nature du mouvement.
3. Etablir l'expression de la portée horizontale.
4. Déterminer la portée maximale.
5. Etablir l'expression de la flèche, c'est-à-dire l'altitude maximale $h_{max}$ atteinte par le projectile. Quelle est la valeur maximale de la flèche ?
6. Déterminer la vitesse à l'altitude h = 100 m si α = 30°.
7. Le projectile étant lancé avec la vitesse $V_0$, calculer pour une portée horizontale d = 2 500 m :

7.1) les angles possibles du tir ;

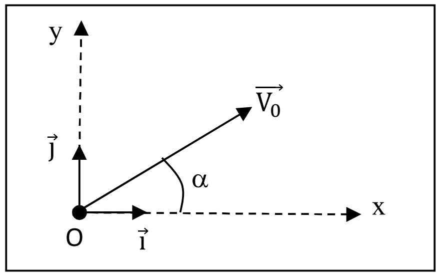
7.2) la flèche ;

7.3) la durée du tir, l'impact se faisant sur le sol, plan horizontal contenant le point de lancement ;

7.4) la vitesse lors de l'impact.

**EXERCICE 1** : P.4. 1 :

1)




- Référentiel galiléen: la Terre
- Système : {le projectile de masse m}
- Force: le poids $\vec{P}$
- Théorème du centre d'inertie: $\vec{P} = m\vec{a}$ et $\vec{a} = \vec{g}$

-Les conditions initiales sont : à t = 0:

$\vec{V_0}\begin{cases} V_{0_x} = V_0\cos\alpha \\ V_{0_y} = V_0\sin\alpha \end{cases}$ ; $\overrightarrow{OG_0}\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}$

- à t >0 :

$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$ ; $\vec{V}\begin{cases} V_x = V_0\cos\alpha \\ V_y = -gt + V_0\sin\alpha \end{cases}$ ; $\overrightarrow{OG}\begin{cases} x = V_0\cos\alpha t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0\sin\alpha t \end{cases}$

2) Equation de la trajectoire :

$x = V_0 \cos\alpha\, t \Rightarrow t = \frac{x}{V_0\cos\alpha}$ . On remplace t par son expression dans y (t), ce qui donne :

$\mathbf{y = -\frac{gx^2}{2V_0^2\cos^2\alpha} + x\tan\alpha}$ : cette trajectoire est une parabole.

3) $x_P = d = \frac{V_0^2\sin^2\alpha}{g}$

4) $d_{max} = \frac{V_0^2}{2d}$

5) $h_{max} = \frac{V_0^2\sin^2\alpha}{2g} = 2040{,}8$ m

6) v = 195 m. $s^{-1}$

7.

7.1) $\sin 2\alpha = 0{,}6125 \Rightarrow \alpha_1 = 18{,}9°$ et $\alpha_2 = 71{,}1°$.

7.2) Avec $\alpha_1$, on a : $h_{1_{max}} = 214$ m (tir tendu) ; avec $\alpha_2$, on a : $h_{2_{max}} = 1825$ m (tir en cloche).

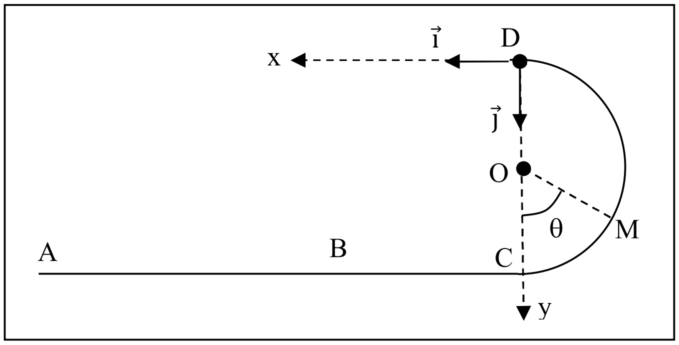
7.3) Avec $\alpha_1$, on a $t_1 = \frac{2V_0\sin\alpha_1}{g} = 13{,}2$s ; avec $\alpha_2$, on a $t_2 = \frac{2V_0\sin\alpha_2}{g} = 38{,}6$ s.

7.4) $V = V_0 = 200$ m. $s^{-1}$.

**EXERCICE 2**: P.4. 2 :

Dans tout le problème, on négligera les frottements et on prendra $g = 10\ m.\ s^{-2}$.

La piste de lancement d'un projectile M est située dans un plan vertical : elle comprend une partie rectiligne horizontale ABC et une portion CD qui est un demi-cercle de centre O et de rayon r = 1 m.




Le projectile de masse m = 0,5 kg est initialement au repos en A. On le lâche sur la piste, en faisant agir sur lui, le long de la piste AB de sa trajectoire une force $\vec{F}$ horizontale et d'intensité F constante. On pose ℓ = 1,5 m et BC = 5 m.

1. Au point M défini par l'angle $(\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OM}) = \theta$, établir en fonction de F, ℓ, m, r, θ et g, l'expression de :

1.1) la valeur $V_M$ de la vitesse du projectile ;

1.2) l'intensité $R_M$ de la réaction $\vec{R}$ de la piste.

2. Quelle intensité minimale $F_0$ faut-il donner à $\vec{F}$ pour que le projectile atteigne le point D ?

3. On donne à la force $\vec{F}$ la valeur $F_1 = 15$ N.

3.1. Avec quelle vitesse le projectile arrive-t-il au point D ?

3.2. Quel est le mouvement ultérieur du projectile après avoir dépassé le point D ? Etablir l'équation de sa trajectoire dans le repère $(D, \vec{i}, \vec{j})$.

3.3. A quelle distance de la verticale passant par C, le projectile va-t-il toucher le plan ABC ?

3.4. Calculer la vitesse du projectile à l'instant où il touche le plan ABC.

3.5. Avec quelle force $\vec{F}_2$ faut-il lancer le projectile pour qu'il touche le plan ABC en un point situé à 3 m de C ?

**EXERCICE 2**: P.4. 2 :

1.

1.1) $V_M = \sqrt{\frac{2(F\ell - 2gr(1-\cos\theta))}{m}}$

1.2) $R_M = \frac{2F\ell}{r} - mg\,(2 - 3\cos\theta)$

2) En D, $R_M \geq 0$ et $\theta = \pi \Rightarrow F_0 = \frac{5mgr}{2\ell} = 8{,}33$ N.

3.

3.1) $V_D = 7{,}07$ m. s-1

3.2) Mouvement parabolique d'équation $y = \frac{gx^2}{2V_D^2}$

3.3) $d = 2V_D.\sqrt{\frac{\ell}{g}} = 4{,}47\ m.\ s^{-1}$.

3.4) $V = \sqrt{4gr + V_D^2} = 9{,}48\ m.\ s^{-1}$.

3.5) $F_2 = 10{,}4$ N.

**EXERCICE 3**: P.4. 4 : BAC D 1992 BENIN : **DS**

Une petite sphère solide (S) de rayon négligeable, de masse m = 20 g est accrochée à un point fixe O par un fil inextensible sans masse. La distance de O au centre A de la sphère est OA = $\ell$ = 20 cm.

1. On écarte la sphère (S) de la position d'équilibre, le fil faisant un angle $\alpha_0 = 60°$ avec la verticale. On lâche la sphère sans vitesse initiale.

1.1) Déterminer à un instant t quelconque, la vitesse linéaire du solide en fonction de l'angle $\alpha$ que fait le fil avec la verticale.

1.2. Calculer cette vitesse et la tension du fil au passage par la position d'équilibre.

2. La sphère décrit maintenant une circonférence de centre O, et de rayon $\ell$. Le fil est coupé brusquement quand la sphère passe par le point C, point le plus bas de sa trajectoire avec la vitesse de 5 m. s$^{-1}$.

2.1. Etablir l'équation de la trajectoire de la sphère.

2.2. A quelle distance de la verticale de C, la sphère touchera-t-elle le sol sachant que C est à 2 m du sol ?

2.3. Déterminer au point de chute, les composantes du vecteur-vitesse. Calculer son module.

On donne : g = 10 m. s$^{-2}$.

**EXERCICE 3**: P.4. 4 : BAC D 1992 BENIN : **DS**

1.

1.1) TEC :

$\frac{1}{2}mV^2 = mgh = mg\ell(\cos\alpha - \cos\alpha_0) \Rightarrow V = \sqrt{2g\ell(\cos\alpha - \cos\alpha_0)}$

1.2) Au passage par la position d'équilibre : $\alpha = 0$ et $\cos\alpha = 1$, d'où

$V = \sqrt{2 \times 10 \times 0{,}2 \times (1 - \cos 60°)} = 1{,}41$ m. s$^{-1}$.

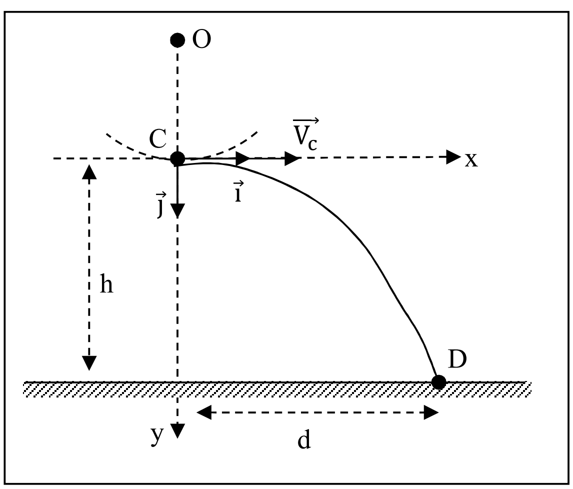
2.

2.1) TCI : $\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$

Projection sur $\vec{n}$ : $-P + T = m.a_n = \frac{mV^2}{\ell} \Rightarrow \mathbf{T = P + \frac{mV^2}{\ell} = 0{,}4}$ **N**.

2.

2.1)




♦ Référentiel galiléen: la Terre

♦ Système : {la sphère de masse m}

♦ Force: le poids $\vec{P}$

♦ Théorème du centre d'inertie: $\vec{P} = m\vec{a}$ et $\vec{a} = \vec{g}$

-Les conditions initiales sont : à t = 0:

$\vec{V}_C \begin{cases} V_{C_x} = V_c \\ V_{C_y} = 0 \end{cases}$ ; $\overrightarrow{OG}_0 \begin{cases} x_C = 0 \\ y_C = 0 \end{cases}$

- à t > 0 :

$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = g \end{cases}$ ; $\vec{V} \begin{cases} V_x = V_c \\ V_y = gt \end{cases}$ ; $\overrightarrow{OG} \begin{cases} x = V_c t \\ y = \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$

2) Equation de la trajectoire :

$x = V_C t \Rightarrow t = \frac{x}{V_C}$ . On remplace t par son expression dans y (t), ce qui donne :

$\mathbf{y = \frac{gx^2}{2\,V_C^2}}$ : cette trajectoire est une parabole.

2.2) Soient D le point de chute de la sphère sur le sol et d la distance cherchée (voir figure).

Au point D : $y_D = h = 2$ m et $x_D = -$ d. On a alors : $y_D = h = \frac{gd^2}{2\,V_C^2} \Rightarrow \mathbf{d = \sqrt{\frac{2V_C^2 h}{d}} = 3,16\ m}$.

2.3)

♦ $V_{D_x} = V_c = cte = 5\ m.\ s^{-1}$.

♦ $V_{D_y} = gt_D$ avec $t_D = \frac{d}{V_C}$ , d'où $V_{D_y} = \frac{d}{gV_c} = \frac{g}{V_c}\sqrt{\frac{2V_C^2 h}{g}} = \sqrt{2gh} \Rightarrow V_{D_y} = \sqrt{2gh} = 6,32\ m.\ s^{-1}$.

♦ $V_D = \sqrt{V_{Dx}^2 + V_{Dy}^2} = 8,06\ m.\ s^{-1}$.

**EXERCICE 4**: P.4. 5 : **INFAS** :

Dans tout le problème, on prendra : $g = 10\ m.\ s^{-2}$.

**A**. Un fusil de masse M = 3,6 kg tire suivant une horizontale Ox des balles de masse m = 10 g. La vitesse d'une balle à la sortie du canon est $V_0 = 200\ m.\ s^{-1}$. Chaque balle assimilée à un point matériel est située, avant la mise à feu, à la distance ℓ = 50 cm de la sortie O du canon sur l'axe Ox de celui-ci.

1. On suppose que le mouvement de la balle à l'intérieur du canon est rectiligne uniformément varié suivant l'axe du canon. Calculer :

1.1) l'accélération de ce mouvement ;

1.2) le temps θ écoulé entre la mise à feu et la sortie de la balle du canon.

2. On considère comme isolé le système constitué par la balle et le fusil.

2.1. Etablir l'expression de la vitesse $\vec{V}$ de recul du fusil et celle de son énergie cinétique à la date θ où la balle sort du canon.

2.2. L'épaule du tireur s'oppose au recul du fusil en développant une force supposée constante, de module f. Sachant que la crosse du fusil s'immobilise après un parcours d = 2 cm, calculer f.

**B**. On s'intéresse maintenant au mouvement de la balle après sa sortie du canon en négligeant la résistance de l'air. Le tireur tire sur une cible A située sur Ox à la distance D de O. On désigne par Oy la verticale de O orientée vers le bas. L'axe du canon fait à présent un angle α avec l'horizontale Ox de telle sorte que la sortie du canon coïncide toujours avec le point O.

1. On désire déterminer l'angle $\alpha_0$ dont le tireur doit incliner l'axe de son fusil sur l'horizontale Ox pour que la balle atteigne le point A.

1.1. Etablir l'équation de la trajectoire de la balle pour un angle d'inclinaison quelconque $\alpha$.
Quelle est la nature de cette trajectoire ?

1.2. Etablir l'expression donnant $\alpha_0$ en fonction de D et $V_0$ et montrer que $\alpha_0$ peut prendre deux valeurs dont la plus petite sera dénommée $\beta$.

A.N. : Calculer $\beta$ pour D = 460 m. On admettra que pour un angle $\theta$ inférieur à 0,12 rad, on peut écrire : $\cos\theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2}$ ; $\sin\theta \approx \theta$ en radian.

2. Un obstacle plan, vertical et perpendiculaire à Ox se dresse devant le tireur. Sa hauteur au-dessus du plan horizontal passant par O est légèrement inférieure à l'altitude maximale H qu'atteint la balle au-dessus de ce même plan sur la trajectoire précédente.

2.1. Quelle est, en grandeur et direction, la vitesse de la balle en ce point d'altitude maximale ? En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, établir l'expression de H. Calculer sa valeur numérique.

2.2. Quelle doit être la position de l'obstacle afin que l'inclinaison $\beta$ ne soit pas modifiée, la cible étant toujours le point A ?

**EXERCICE 4**: P.4. 5 : **INFAS** :

A.

1.

1.1) $a_x = \frac{V_0^2}{2L} = 4.10^4$ m. s$^{-2}$.

1.2) $\theta = \frac{V_0}{a_x} = 5.10^{-3}$ s.

2.

2.1) $m\vec{V}_0 + M\vec{V} = \vec{0} \Rightarrow \vec{V} = -\frac{m\vec{V}_0}{M}$, soit $V = \frac{mV_0}{M}$

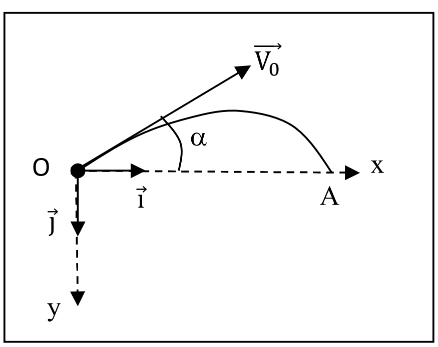
$E_c = \frac{1}{2}MV^2 = \frac{m^2V_0^2}{2M}$

2.2) $\Delta Ec = \Sigma W \Rightarrow 0 - Ec = f.d \Rightarrow f = \frac{m^2V_0^2}{2Md}$ = 27,78 N.

B.

1.

1.1)




- Référentiel galiléen: la Terre
- Système : {automobile - pilote} de masse m
- Force: le poids $\vec{P}$
- Théorème du centre d'inertie: $\vec{P} = m\vec{a}$ et $\vec{a} = \vec{g}$

-Les conditions initiales sont : à t = 0:

$\vec{V}_0 \begin{cases} V_{0_x} = V_0 \cos\alpha \\ V_{0_y} = -V_0 \sin\alpha \end{cases}$ ; $\overrightarrow{OG}_0 \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}$

- à t > 0 :

$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = g \end{cases}$ ; $\vec{V} \begin{cases} V_x = V_0 \cos\alpha \\ V_y = gt - V_0 \sin\alpha \end{cases}$ ; $\overrightarrow{OG} \begin{cases} x = V_0 \cos\alpha t \\ y = \frac{1}{2} gt^2 - V_0 \sin\alpha t \end{cases}$

**Equation de la trajectoire** :

$x = V_0 \cos\alpha\, t \Rightarrow t = \frac{x}{V_0 \cos\alpha}$ . On remplace t par son expression dans y (t), ce qui donne :

$\mathbf{y = \frac{gx^2}{2 V_0^2 \cos^2\alpha} - x \tan \alpha}$ : cette trajectoire est une parabole.

1.2)

Au point A : y = 0 et x = D, d'où $\frac{gD^2}{2 V_0^2 \cos^2\alpha_0} - D \frac{\sin\alpha_0}{\cos\alpha_0} = 0 \Rightarrow D = \frac{2V_0^2 \sin\alpha_0 \cos\alpha_0}{g} = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha_0}{g}$

ou $\sin 2\alpha_0 = \frac{Dg}{V_0^2}$.

Posons $\sin\varphi = \frac{Dg}{V_0^2}$, alors $\sin 2\alpha_0 = \sin\varphi$, d'où $2\alpha_0 = \varphi \Rightarrow \alpha_0 = \frac{\varphi}{2}$ ; $2\alpha_0 = \pi - \varphi \Rightarrow \alpha_0 = \frac{\pi - \varphi}{2}$.

$\sin\varphi = \frac{Dg}{V_0^2} = 0{,}115 \Rightarrow \varphi = 6{,}6° = 0{,}115$ rad, d'où $\boldsymbol{\beta = \frac{\varphi}{2} = 0{,}0575}$ **rad**.

2.

2.1)

Direction horizontale : $V_S = V_0.\cos\beta = 199{,}67$ m. s$^{-1}$.

TEC : $\frac{1}{2} m V_S^2 - \frac{1}{2} m V_0^2 = - mgH$, d'où $H = \frac{V_S^2 - V_0^2}{-2g} = \frac{V_0^2 \sin^2\beta}{2g} = 6{,}73$ m.

2.2) $x = \frac{D}{2} = 230$ m.

**EXERCICE 5**: P.4. 6 :

On se propose d'étudier un coup de pied de pénalité au cours d'un match de rugby. Au moment du coup de pied, le ballon de masse m = 420 g se trouve au sol en O face aux poteaux à la distance L = 60 m. Le tireur lui communique une énergie cinétique de translation $E_c$ = 120 J et le fait partir dans le plan (Ox, Oz) avec un angle $\alpha$ = 50° par rapport au sol (voir figure).

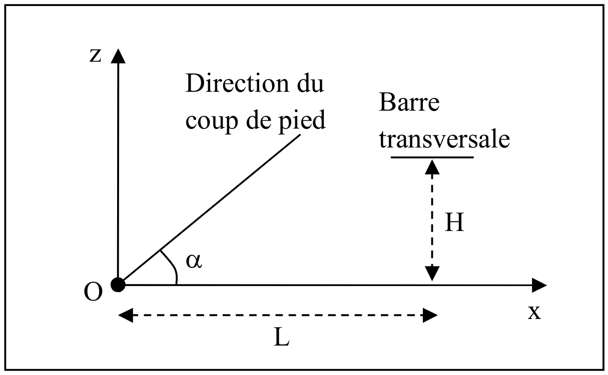
On négligera l'action de l'air ; on admettra que le champ de pesanteur de valeur g = 9,8 m. s$^{-2}$ est uniforme et on étudiera le mouvement du centre d'inertie du ballon.

1. Etablir l'équation de la trajectoire du centre d'inertie du ballon dans le plan (Ox, Oz) en fonction de $\alpha$, g et $V_0$ la vitesse initiale.

Montrer que cette équation peut se mettre sous la forme : $z = - \frac{mg}{4E_c \cos^2\alpha} x^2 + x\tan\alpha$.

2. Pour marquer, il faut que le ballon passe au-dessus de la barre transversale qui se trouve à la hauteur H = 3,0 m. La pénalité est-elle marquée ? Justifier la réponse.

3. Donner l'expression littérale, puis calculer, la durée entre l'instant du tir et l'arrivée du ballon au sol.




**EXERCICE 5**: P.4. 6 :

1)

♦ Référentiel galiléen: la Terre

♦ Système : {la balle de masse m}

♦ Force: le poids $\vec{P}$

♦ Théorème du centre d'inertie: $\vec{P} = m\vec{a}$ et $\vec{a} = \vec{g}$

-Les conditions initiales sont : à t = 0:

$$\vec{V}_0 \begin{cases} V_{0_x} = V_0 \cos\alpha \\ V_{0_z} = V_0 \sin\alpha \end{cases} ; \quad \overrightarrow{OG}_0 \begin{cases} x_0 = 0 \\ z_0 = 0 \end{cases}$$

- à t >0 :

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_z = -g \end{cases} ; \quad \vec{V} \begin{cases} V_x = V_0 \cos\alpha \\ V_z = -gt + V_0 \sin\alpha \end{cases} ; \overrightarrow{OG} \begin{cases} x = V_0 \cos\alpha t \\ z = -\frac{1}{2} gt^2 + V_0 \sin\alpha t \end{cases}$$

**Equation de la trajectoire** :

$x = V_0 \cos\alpha \, t \Rightarrow t = \frac{x}{V_0 \cos\alpha}$ . On remplace t par son expression dans z (t), ce qui donne :

$\mathbf{z = -\frac{gx^2}{2 V_0^2 \cos^2\alpha} + x \tan\alpha}$ : cette trajectoire est une parabole.

En posant $Ec = \frac{1}{2} m V_0^2$ et $V_0^2 = \frac{2E_c}{m}$, on a : $z = -\frac{mg}{4E_c \cos^2\alpha} x^2 + x\tan\alpha$.

2) Pour marquer, il faut que le ballon passe au-dessus de la barre transversale. Donc à un point tel que x = L et z > H.

On a : $z = -\frac{mg}{4E_c \cos^2\alpha} L^2 + L\tan\alpha = -3{,}21\text{m}$.

On remarque que z < H : la pénalité n'est pas marquée puisque le ballon retombe sur le terrain avant la ligne de but.

3)….

**EXERCICE 6**: P.4. 8 :

1. Un jeune homme, sur le balcon du premier étage d'une maison, coudé sur le garde-fou, laisse tomber, par mégarde, une des petites billes de masse m = 20 g chacune, qu'il a en main.

Dans un repère (Ox, Oy) dont l'origine O est prise au sol situé à 3,2 m du point de chute A de la bille, on étudie le mouvement de la bille (voir figure).

1.1. Enoncer le théorème de l'énergie cinétique.

1.2. On néglige toutes les forces passives. Appliquer le théorème énoncé ou bien utiliser toute autre voie pour déterminer la nature du mouvement pris par la bille.

1.3. En déduire les équations horaires.

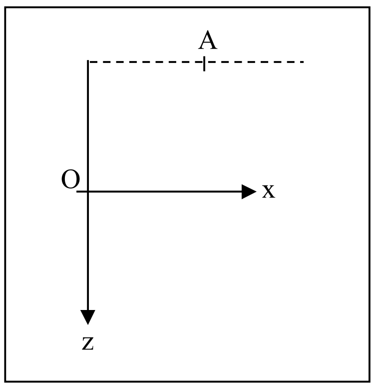
1.4. Ecrire l'équation de la trajectoire.

1.5. Calculer la date d'arrivée au sol de la bille. On donne : $g = 10\ m.\ s^{-2}$.

2. Du point A, le jeune-homme lance à présent vers le haut une autre petite bille identique à la première, avec une vitesse $\vec{V}_A$ d'intensité $V_A = 2,4\ m.\ s^{-1}$ qui fait un angle $\alpha = 30°$ avec l'horizontale.

2.1. Ecrire l'équation de la trajectoire de la bille.

2.2. En déduire l'altitude maximale $h_m$ atteinte par la bille et l'abscisse du point B où elle repasse par le plan horizontal contenant le point A.




**EXERCICE 6**: P.4. 8 :

1.

1.1) Enoncé du TEC :

1.2) Nature du mouvement de la bille :

$\sum\vec{f} = \vec{P}$ , d'où $\Delta E_c = W(\vec{P}) = \vec{P}.\ \overrightarrow{AG} \Rightarrow \frac{1}{2}m\vec{V}^2 = m\ \vec{g}\ (\overrightarrow{OG} - \overrightarrow{OA})$.

On dérive cette expression, et on obtient : $m\ \vec{v}.\ \vec{a} = m.\ \vec{g}.\ \vec{v}$, soit $m\ \vec{a} = m\ \vec{g} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g} = \overrightarrow{cte}$ avec $\vec{V}_A = \vec{0}$. Le mouvement de la bille est donc rectiligne uniformément accéléré.

1.3)

- Référentiel galiléen: la Terre
- Système : {la balle de masse m}
- Force: le poids $\vec{P}$
- Théorème du centre d'inertie: $\vec{P} = m\vec{a}$ et $\vec{a} = \vec{g}$

-Les conditions initiales sont : à t = 0:

$\vec{V}_0 \begin{cases} V_{0_x} = 0 \\ V_{0_z} = 0 \end{cases}$ ; $\overrightarrow{OG}_0 \begin{cases} x_0 = 0 \\ z_0 = z_A \end{cases}$

- à t > 0 :

$\vec{a}\begin{cases}a_x = 0\\ a_z = g\end{cases}$ ; $\vec{V}\begin{cases}V_x = 0\\ V_z = gt\end{cases}$ ; $\overrightarrow{OG}\begin{cases}x = x_A\\ z = \frac{1}{2}gt^2 + z_A\end{cases}$

1.4) Equation de la trajectoire : $\mathbf{x = x_A}$.

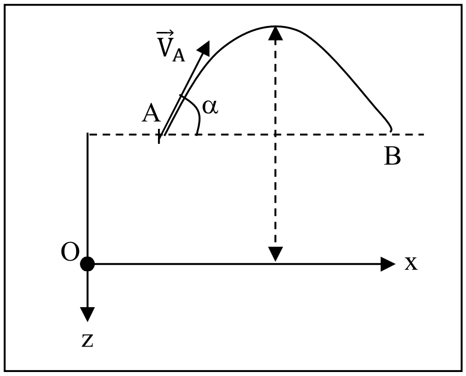
1.5)

Au sol, z = 0, d'où t = $\sqrt{\frac{-2z_A}{g}} = \sqrt{\frac{2\times 3{,}2}{10}}$ = 0,8 s.

2.

2.1)

.




♦ Référentiel galiléen: la Terre

♦ Système : {la balle de masse m}

♦ Force: le poids $\vec{P}$

♦ Théorème du centre d'inertie: $\vec{P} = m\vec{a}$ et $\vec{a} = \vec{g}$

-Les conditions initiales sont : à t = 0:

$\vec{V}_0\begin{cases}V_{A_x} = V_A\cos\alpha\\ V_{A_z} = -V_A\sin\alpha\end{cases}$ ; $\overrightarrow{OG}_0\begin{cases}x_0 = x_A\\ z_0 = z_A\end{cases}$

- à t > 0 :

$\vec{a}\begin{cases}a_x = 0\\ a_z = g\end{cases}$ ; $\overrightarrow{V_A}\begin{cases}V_x = V_A\cos\alpha\\ V_z = gt - V_A\sin\alpha\end{cases}$ ; $\overrightarrow{OG}\begin{cases}x = V_A\cos\alpha t + x_A\\ z = \frac{1}{2}gt^2 - V_A\sin\alpha t + z_A\end{cases}$

**Equation de la trajectoire :**

x = $V_0 \cos\alpha\, t \Rightarrow t = \frac{x}{V_0\cos\alpha}$ . On remplace t par son expression dans z (t), ce qui donne :

$\mathbf{z = -\frac{g(x-x_A)^2}{2V_A^2\cos^2\alpha} - (x - x_A)\tan\alpha + z_A}$ , soit $\mathbf{z = 1{,}16(x - x_A)^2 - 0{,}58(x - x_A) - 3{,}2}$.

2.2)

♦ A l'altitude maximale : $\frac{dz}{dx} = 2{,}32(x - x_A) - 0{,}58 = 0 \Rightarrow x - x_A = 0{,}25$ m.

Alors $z_m = 1{,}16(0{,}25)^2 - (0{,}58 \times 0{,}25) - 3{,}2 = -3{,}27$m.

Donc : $h_m = |z_m| = 3{,}27$ m.

♦Au point B : $z = z_A \Rightarrow 1{,}16(x_B - x_A)^2 - 0{,}58(x_B - x_A) = 0$ et $(x_B - x_A)\,[1{,}16(x_B - x_A) - 0{,}58] = 0$.

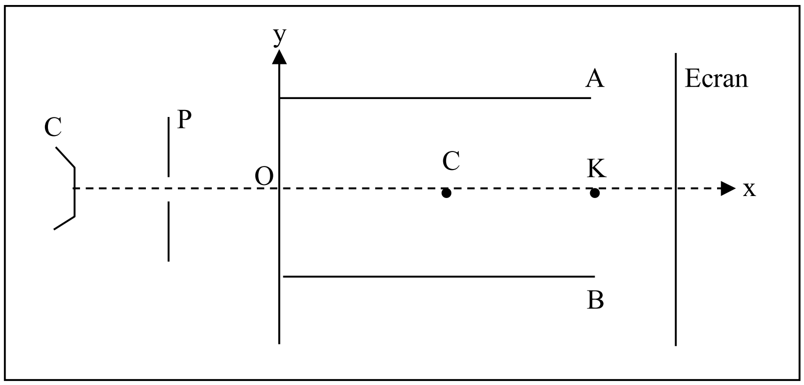
Or $x_B \neq x_A$, d'où $x_B - x_A = \frac{0{,}58}{1{,}16}$ et $\mathbf{x_B = 0{,}50 + x_A}$.

# MOUVEMENT DANS UN CHAMP ELECTRIQUE

**EXERCICE 1** : P.5. 1 : **BAC BLANC** :

♦Données : Charge élémentaire : $e = 1{,}6.10^{-19}$ C ; masse de l'électron : $m = 9{,}1.10^{-31}$ kg.

1. Un faisceau d'électrons est émis par une cathode C, avec une vitesse pratiquement nulle. Ce faisceau d'électrons est accéléré par une tension $U_1$ appliquée entre la plaque P et la cathode C (voir figure).




a) Déterminer le signe de $U_1 = V_P - V_C$ et le sens du champ électrique $\vec{E}_1$ existant entre la plaque P et la cathode C.

b) Quelle est la nature du mouvement d'un électron entre C et P ?

c) Calculer la tension $U_1$ pour que les électrons arrivent sur la plaque P avec la vitesse $v_1 = 25000$ km. s$^{-1}$.

2. La plaque P est percée d'un trou laissant passer les électrons. Ces électrons, en faisceau homocinétique, pénètrent à la vitesse $\vec{v}_1$ suivant l'axe horizontal Ox, dans un déflecteur électrostatique constitué de deux armatures A et B d'un condensateur plan.

Soient d, la distance entre les deux armatures, ℓ, leur longueur, D, la distance du centre I du condensateur à l'écran fluorescent, $U = V_A - V_B > 0$, la tension entre les armatures et $\vec{E}$ le champ électrique qui règne entre les armatures.

On donne : U = 100 V ; D = 0,4 m ; ℓ = 0,1 m ; d = 2,5 cm.

a) Déterminer l'équation de la trajectoire d'un électron entre les armatures. En déduire la nature du mouvement.

b) Déterminer les coordonnées du point S par lequel le faisceau d'électrons sort du condensateur.

Que vaut la déviation verticale h du faisceau à la sortie du déflecteur ?

c) Déterminer la déviation angulaire en fonction de $v_1$, e, m, E et ℓ puis faire l'application numérique.

d) Déterminer la vitesse $v_S$ de sortie d'un électron.

e) Montrer que la déviation linéaire H sur l'cran n'est fonction ni de la masse, ni de la charge de l'électron.

f) Quelle est la vitesse d'un électron à son arrivée sur l'écran fluorescent ?

3. La chambre à vide associée au déflecteur électrostatique constitue un tube électronique expérimental dont la déflexion (ou déviation) verticale h peut être réglée à partir de la tension accélératrice $U_1$.

a) Montrer que la déviation verticale h à la sortie du condensateur est fonction de $U_1$, ℓ et E.

b) Montrer que les électrons ne peuvent sortir de l'espace entre les armatures (du côté de l'armature A) que pour un champ électrique $E \leq \frac{2U_1 d}{\ell^2}$ . Calculer dans ce cas la valeur maximum $U_{max}$ de la tension U.

**EXERCICE 1** : P.5. 1 : **BAC BLANC** :

1.a) $U_1 = V_P - V_C > 0$

b) Mouvement rectiligne uniformément varié.

c) $U_1 = \frac{mv^2}{2e} = 1777{,}3$ V

2.a) $y = \frac{eEx^2}{2mv_1^2}$ : mouvement parabolique

b) Au point S : $x_S = \ell = 0{,}1$ m et $y_S = 5{,}6.10^{-3}$ m ; $h = y_S = 5{,}6.10^{-3}$ m.

c) $\tan\alpha = \frac{eE\ell}{mv_1^2} = 0{,}112$, d'où $\alpha = 6{,}4°$

d) $v_S = \frac{v_1}{\cos\alpha}$ ou $v_S = \sqrt{v_1^2 + \frac{2eUh}{md}} = 25{,}16.10^6$ m. s$^{-1}$

e) $H = \frac{U\ell D}{2U_1\, d}$

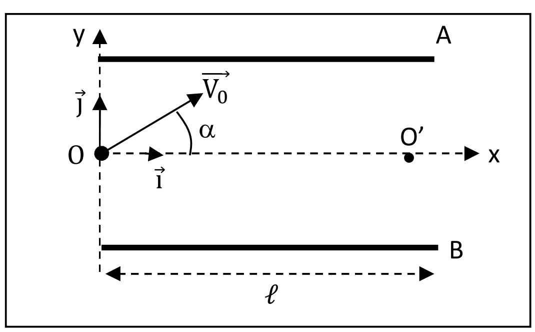
f) $v = v_S$ (le mouvement de l'électron est rectiligne uniforme à la sortie).

3.a) $h = \frac{E\ell^2}{4U_1}$

b) $y_S \leq \frac{d}{2}$ d'où $E \leq \frac{2U_1 d}{\ell^2}$ ; $U_{max} = d.\, E_{max} = \frac{2U_1 d^2}{\ell^2} = 222{,}16$ V.

**EXERCICE 2** : **P5.2 : GADO BAC BLANC :**

Un condensateur plan est constitué de deux plaques métalliques parallèles horizontales rectangulaires A et B de longueur $\ell$ et séparées par une distance d. En chargeant les plaques, on crée entre elles un champ -électrostatique uniforme $\vec{E}$ . L'expérience a lieu dans le vide. On raisonnera dans le plan $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , le point O étant équidistant des plaques et situé à l'entrée du condensateur.
Un faisceau homocinétique de protons de masse m arrive en O avec la vitesse $\vec{v}_0$ contenue dans le plan $(O, \vec{i}, \vec{j})$ et faisant avec l'axe x'x un angle $\alpha$ (voir figure).




1.

1.1. Indiquer en le justifiant le sens du champ électrique $\vec{E}$ et le signe de la tension $V_A - V_B = U$ pour que le faisceau de protons puisse recouper l'axe x'x.

1.2. Etablir l'équation de la trajectoire du faisceau de protons ; en déduire la nature du mouvement.

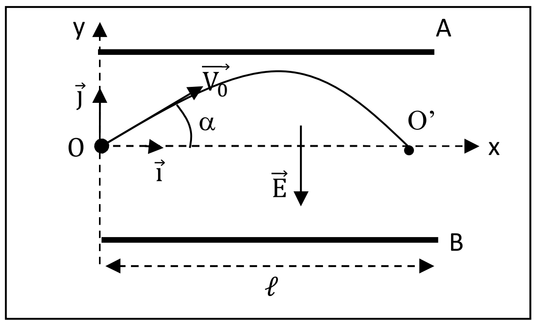
2.

2.1. Exprimer littéralement la condition qui doit être vérifiée par la tension U si l'on veut que le faisceau de protons sorte du condensateur par le point O' situé sur l'axe x'x.

2.2. Calculer la valeur numérique de U.
On donne : $v_0 = 500$ km. s$^{-1}$ ; $\alpha = 30°$ ; $\ell = 20$ cm ; d = 10 cm ; m = $1{,}6.10^{-27}$ kg ; e = $1{,}6.10^{-19}$ C.
2.3. La tension U ayant la valeur précédemment calculée, déterminer la hauteur maximale atteinte par le faisceau de protons au-dessus de l'axe x'x.
2.4. A quelle distance minimale du plateau supérieur passe le faisceau de protons ?

## EXERCICE 2 : P5.2 : GADO

1.
1.1) Si le faisceau de protons doit recouper l'axe x'x, il faut que la force électrique $\vec{F} = q.\vec{E}$ soit dirigée vers le bas. Or q = e > 0 : le champ $\vec{E}$ aura le même sens que $\vec{F}$ : c'est-à-dire de la plaque A vers la plaque B. Le potentiel en A est donc supérieur au potentiel en B, d'où $V_A - V_B = U > 0$.
1.2)




• <u>Référentiel galiléen:</u> la Terre
• <u>Système</u> : {un proton} de masse m et de charge q = e
• <u>Théorème du centre d'inertie</u>: $\vec{F}_e = m\vec{a}$ et $m\vec{a} = e\vec{E} \Rightarrow \vec{a} = \frac{e\vec{E}}{m}$.
-<u>Les conditions initiales sont</u> : à t = 0:

$$\vec{V}_0 \begin{cases} V_{0_x} = V_0\cos\alpha \\ V_{0_y} = V_0\sin\alpha \end{cases} ; \quad \overrightarrow{OG}_0 \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}$$

- <u>à t >0</u> :

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -\frac{eU}{md} \end{cases} ; \quad \vec{V} \begin{cases} V_x = V_0\cos\alpha \\ V_y = -\frac{eU}{md}t + V_0\sin\alpha \end{cases} ; \overrightarrow{OG} \begin{cases} x = V_0\cos\alpha t \\ y = -\frac{eU}{2md}t^2 + V_0\sin\alpha t \end{cases}$$

**<u>Equation de la trajectoire</u> :**
$x = V_0 \cos\alpha\, t \Rightarrow t = \frac{x}{V_0\cos\alpha}$ . On remplace t par son expression dans y (t), ce qui donne :
$\mathbf{y = -\frac{eUx^2}{2mV_0^2\cos^2\alpha} + x\tan\alpha}$ : le mouvement est parabolique.

2.
2.1) En O' : $x = \ell$ et y = 0, d'où $U = \frac{2mdV_0^2\sin\alpha.\cos\alpha}{e\ell} = \frac{mdV_0^2\sin2\alpha}{e\ell}$
2.2) U = 1082,5 V
2.3) Au sommet S de la trajectoire, la vitesse est horizontale, donc $y_S = -\frac{eU}{2md}t^2 + V_0\sin\alpha t = 0$
$\Rightarrow -\frac{eU}{2md}t + V_0\sin\alpha = 0 \Rightarrow t = \frac{mV_0\sin\alpha}{eE}$

et $y_S = -\frac{eU}{2md}\left(\frac{mV_0\sin\alpha}{eE}\right)^2 + V_0\sin\alpha\left(\frac{mV_0\sin\alpha}{eE}\right)$ $\Rightarrow$ $\mathbf{y_S = \frac{mdV_0^2\sin^2\alpha}{2eU} = 0{,}029\ m = 2{,}9\ cm}$.

2.4) $d_m = \frac{d}{2} - y_S = 2{,}1$ cm

**EXERCICE 3**: P5. 3 : **D.S** :

Un solide ponctuel S, de masse m = 2 g, est lancé de l'origine O d'un repère galiléen d'axes Ox et Oy, à la date t = 0. Le vecteur -vitesse initial $\vec{V}_0$ de ce solide est situé dans le plan xOy et fait un angle $\alpha$ avec l'axe Ox (voir figure).

Dans toutes les expériences suivantes, supposées être réalisées dans le vide, $\vec{V}_0$ garde la même valeur $V_0 = 2$ m. s$^{-1}$, l'angle $\alpha$ prenant par contre différentes valeurs.

1. Le solide S est soumis à la seule action d'un champ de pesanteur uniforme caractérisé par un vecteur $\vec{g}$ tel que g = 10 m. s$^{-2}$.

a) Quand $\alpha = 90°$, calculer l'ordonnée y(M) du sommet M de la trajectoire du solide.

b) Quand $\alpha = 45°$, montrer que l'ordonnée y(M') du sommet M' de la trajectoire est telle que $y(M') = \frac{1}{2}y(M)$. Quelles sont les coordonnées de M' ?

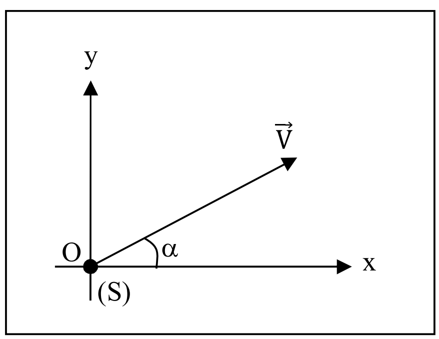
2. On prend $\alpha = 0$ et le solide S porte maintenant une charge électrique q. On superpose au champ de pesanteur, un champ électrique uniforme $\vec{E}$.

a) Lorsque q = - 2.10$^{-6}$ C, le mouvement du solide est rectiligne uniforme. En déduire les caractéristiques (direction, sens, intensité) du champ électrique.

b) Lorsque q = - 6.10$^{-6}$ C :

• Etablir l'équation de la trajectoire du solide dans le système d'axes (Ox, Oy) ;

• Montrer que cette trajectoire passe par le point M' et déterminer les caractéristiques du vecteur-vitesse du solide en ce point.




**EXERCICE 3**: P5. 3 : **D.S** :

1) Les équations horaires du mouvement de S sont :

• Référentiel galiléen: la Terre

• Système : {Solide} de masse m

• Force: le poids $\vec{P}$

• Théorème du centre d'inertie: $\vec{P} = m\vec{a}$ et $\vec{a} = \vec{g}$

-Les conditions initiales sont : à t = 0:

$\vec{V_0}\begin{cases}V_{0_x} = V_0\cos\alpha \\ V_{0_y} = V_0\sin\alpha\end{cases}$ ; $\overrightarrow{OM_0}\begin{cases}x_0 = 0 \\ y_0 = 0\end{cases}$

- à $t > 0$ :

$\vec{a}\begin{cases}a_x = 0 \\ a_y = -g\end{cases}$ ; $\vec{V}\begin{cases}V_x = V_0\cos\alpha \\ V_y = -gt + V_0\sin\alpha\end{cases}$ ; $\overrightarrow{OM}\begin{cases}x = V_0\cos\alpha t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0\sin\alpha t\end{cases}$

a) **Etude du cas $\alpha = 90°$** :

$\vec{V}\begin{cases}V_x = 0 \\ V_y = -gt + V_0\end{cases}$ ; $\overrightarrow{OM}\begin{cases}x = 0 \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 t\end{cases}$

Au sommet M, on a $V_y = 0$, soit $-gt + V_0 = 0$, d'où $t = \frac{V_0\sin\alpha}{g}$ et $y(M) = \frac{V_0^2}{2g} = 0{,}2$ m.

b) **Etude du cas $\alpha = 45°$** :

Au sommet M', on a : $V_y = 0 \Rightarrow -gt + V_0\sin\alpha = 0$, d'où $t = \frac{V_0\sin\alpha}{g}$ et $y(M') = \frac{V_0^2\sin^2\alpha}{2g}$.

Soit $y(M') = y(M).\sin^2\alpha$.

Pour $\alpha = 45°$, on trouve $y(M') = \frac{1}{2}y(M)$.

♦Les coordonnées de M' sont : $x(M') = \frac{V_0^2\sin^2\alpha}{2g} = 0{,}2$ m et $y(M') = 0{,}1$ m. (**à vérifier**)

2.a) Le mouvement étant rectiligne et uniforme, on a : $\sum\vec{F} = \vec{P} + \vec{f_e} = \vec{0}$.

Soit $\vec{E} = -\frac{m}{q}\vec{g}$. Ainsi $\vec{E}$ a même direction et même sens que $\vec{g}$ (puisque $q < 0$) et de norme :

$E = \frac{m}{|q|}g = 10^4$ V. m$^{-1}$.

b)

♦TCI : $\vec{P} + \vec{F} = m.\vec{a} \Leftrightarrow m.\vec{g} + q.\vec{E} = m.\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g} + \frac{q\vec{E}}{m} = \overrightarrow{cte}$.

$\vec{a}\begin{cases}a_x = 0 \\ a_y = -(g + \frac{qE}{m})\end{cases}$ ; $\vec{V}\begin{cases}V_x = V_0 \\ V_y = -(g + \frac{qE}{m})t\end{cases}$ ; $\overrightarrow{OG}\begin{cases}x = V_0 t \\ y = -\frac{1}{2}\left(g + \frac{qE}{m}\right)t^2\end{cases}$

$x = V_M t \Rightarrow t = \frac{x}{V_0}$ . On remplace t par son expression dans y (t), ce qui donne :

$\mathbf{y = -(g + \frac{qE}{m})\frac{x^2}{2V_0^2} = 2{,}5.\ x^2}$ : c'est l'équation d'une parabole.

♦ On a M' : $x(M') = 0{,}20$ m ; $y(M') = 0{,}1$ m, d'où $y(M') = 2{,}5x_{M'}^2$ ; S passe par M'.

♦ $Vx(M') = Vy(M') = 2$ m. s$^{-1}$.

On a $(\overrightarrow{Ox}, \vec{V}(M')) = 45°$ et $V = 2{,}8$ m. s$^{-1}$.

**EXERCICE 4** : P5.4 : **D.S** :

On prendra $g = 10\ m.\ s^{-2}$.

Une sphère conductrice m, assimilable à un point matériel, de masse m = 2,0 g et portant une charge q positive, est suspendue en un point fixe O, par l'intermédiaire d'un fil isolant, inextensible, de masse négligeable, de longueur $\ell = 10$ cm.

Le pendule ainsi constitué est placé entre deux armatures métalliques A et B, planes, horizontales de grandes dimensions, distantes entre elles de d = 20 cm. Le point de suspension O est situé à 5 cm au-dessous de l'armature supérieure A. On applique entre les deux armatures, une différence de potentiel $U_{AB} = V_A - V_B = 2000$ V, créant alors entre A et B, un champ électrostatique uniforme $\vec{E}$.

1. Donner les caractéristiques de la force électrostatique et de la force de pesanteur s'exerçant sur la sphère M.

2. La sphère porte une charge électrique $q = 0{,}20.10^{-6}$ C. Le pendule est écarté de sa position d'équilibre d'un angle de 90°, et abandonné sans vitesse initiale.

Déterminer au passage par la verticale :

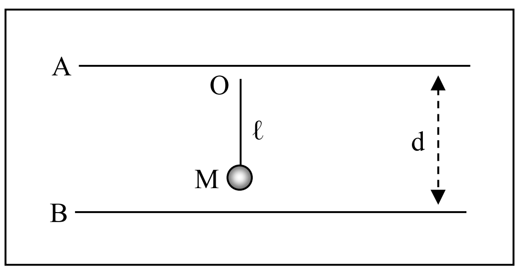
a) la vitesse de la sphère M ;

b) la tension du fil.

3. Le fil casse au passage à la verticale.

a) Déterminer l'équation et la nature de la trajectoire de M après la rupture du fil.

b) Calculer la durée du mouvement, jusqu'au moment où M touche l'armature B.




**EXERCICE 4** : P5.4 :

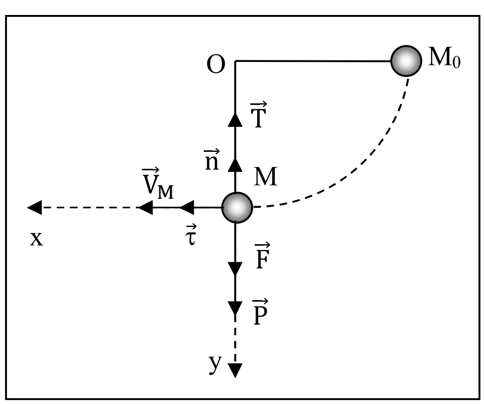
1)

♦ La force électrostatique est verticale et dirigée vers le bas : $F = qE = \frac{U_{AB}}{d} = 2.10^{-3}$ N

♦ Le poids est vertical descendant : $P = mg = 2.10^{-2}$ N.

2.

a) TEC entre $M_0$ et M : $\frac{1}{2}mV_M^2 - \frac{1}{2}mV_{M_0}^2 = W(\vec{P}) + W(\vec{T}) + W(\vec{F})$



$\Rightarrow \frac{1}{2} mV_M^2 = mg\ell + qE\ell$ , d'où $V_M = \sqrt{2(g + \frac{qE}{m})\ell} = 1{,}5$ m. s$^{-1}$.

b) TCI : $\vec{P} + \vec{T} + \vec{F} = m.\vec{a}$

Projection sur la normale $\vec{n}$ : - P - F + T = m.$a_n$ $\Leftrightarrow$ $\mathbf{T = P + F + m.\frac{V_M^2}{\ell} = 6{,}6.10^{-2}}$ **N**.

3.

a) TCI : $\vec{P} + \vec{F} = m.\vec{a} \Leftrightarrow m.\vec{g} + q.\vec{E} = m.\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g} + \frac{q\vec{E}}{m} = \overrightarrow{cte}$ .

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = g + \frac{qE}{m} \end{cases} ; \quad \vec{V} \begin{cases} V_x = V_M \\ V_y = \left(g + \frac{qE}{m}\right) t \end{cases} ; \overrightarrow{OG} \begin{cases} x = V_M t \\ y = \frac{1}{2}\left(g + \frac{qE}{m}\right) t^2 \end{cases}$$

$x = V_M t \Rightarrow t = \frac{x}{V_M}$ . On remplace t par son expression dans y (t), ce qui donne :

$\mathbf{y = (g + \frac{qE}{m}) \frac{x^2}{2V_M^2}}$ : c'est l'équation d'une parabole.

b) La bille touche l'armature B lorsque $y_B = d - (\ell + 5.10^{-2}) = 5.10^{-2}$ m.

$y = \frac{1}{2}\left(g + \frac{qE}{m}\right) t^2 \Rightarrow \mathbf{t_B = \sqrt{\frac{2y_B}{(g + \frac{qE}{m})}} = 9{,}5.10^{-2}}$ **s**.

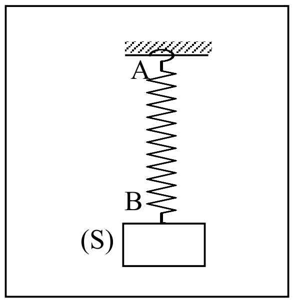
# OSCILLATIONS MECANIQUES LIBRES

**EXERCICE 1** : Exo. résolu p. 169 :

On dispose d'un ressort à spires non jointives de masse négligeable, de longueur AB et supportant en B un solide (S) de masse m. La constante de raideur du ressort est $k = 2{,}5$ N. m$^{-1}$.

On déplace verticalement le solide (S) à partir de sa position d'équilibre de 2 cm vers le bas et on l'abandonne sans vitesse initiale.

1. Montrer que le mouvement de (S) est sinusoïdal.
2. La période des oscillations est T = 1,25 s. Calculer la masse m du solide (S).
3. Etablir l'équation horaire y = f(t) de (S). On précisera le sens positif, les origines des espaces et du temps choisis.




**EXERCICE 1** : Exo. résolu p. 169 :

1)

♦A l'équilibre : $\vec{P} + \vec{T_0} = \vec{0}$. En prjetant sur y'y, on a : $\mathbf{mg - k\Delta\ell = 0}$ $(\Delta\ell = \ell_1 - \ell_0)$

♦ TCI : $\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$.

Soit $\ell$ la longueur du ressort lorsque le solide est en mouvement :

En projetant sur y'y: $P - T = m\ddot{y} \Leftrightarrow mg - k(\ell - \ell_0) = m\ddot{y}$.

Or $\ell - \ell_0 = \Delta\ell + y$, d'où $mg - k(\Delta\ell + y) = mg - k.\Delta\ell - ky = m\ddot{y}$.

En remarquant que $mg - k.\Delta\ell = 0$, on a finalement : $m\ddot{y} = -ky$ soit $\mathbf{\ddot{y} + \frac{k}{m}x = 0}$.

2)

$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 m}{k}$, d'où $m = \frac{kT^2}{4\pi^2} = 9{,}9.10^{-2}$ kg.

3) **Equation horaire** :

♦Sens positif : sens vertical ascendant

♦ Origine des espaces : la position d'équilibre

♦ Origine des temps : instant où le solide est abandonné sans vitesse initiale.

Une solution de cette équation différentielle est : $\mathbf{y = Y_m.\sin(\omega t + \varphi)}$ avec $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{1{,}25} = 5$ rad. s$^{-1}$.

$Y_m$ et $\varphi$ sont donnés par les conditions initiales.

A t = 0, $y = Y_m.\sin(\varphi) = y_0$ avec $y_0 = 2$ cm $= 2.10^{-2}$ m

A t = 0, $\dot{y} = Y_m.\omega\cos(\varphi) = 0$, d'où $\cos\varphi = 0$, soit $\varphi = \frac{\pi}{2}$ ou $\varphi = \frac{3\pi}{2}$.

Conclusion : $Y_m = 2.10^{-2}$ m et $\varphi = \frac{\pi}{2}$.

L'équation horaire du mouvement du solide S est : $\mathbf{y = 0{,}02\ \sin(5t + \frac{\pi}{2})}$.

**EXERCICE 2** : P.6 : 1 :

Un solide S de masse m = 200 g est fixé à l'extrémité d'un ressort de raideur $k = 40$ N. $m^{-1}$. L'autre extrémité du ressort est attachée à un support fixe. Ce ressort, de masse négligeable, à spires non jointives, peut travailler en extension et en compression. Le solide de masse m est guidé rectilignement sur un banc à coussin d'air horizontal. Les frottements sont négligeables.

Le solide est écarté de sa position d'équilibre d'une longueur $x_0 = 5$ cm en étirant le ressort et lâché avec une vitesse initiale $V_0 = 0{,}70$ m. $s^{-1}$ vers sa position d'équilibre. On associe au mouvement du solide un repère $(O,\vec{i})$ où o est la position d'équilibre du centre de gravité du solide et $\vec{i}$ un vecteur unitaire de même sens que $\vec{V}_0$.

1. Déterminer :

1.1) l'énergie mécanique $E_0$ du système {ressort-solide} au début du mouvement ;

1.2) la vitesse du solide au passage par la position d'équilibre ;

1.3) le raccourcissement maximal du ressort.

2.

2.1. Etablir l'équation différentielle du mouvement du solide.

2.2. En déduire l'équation horaire du mouvement.

2.3. Quelle est la période $T_0$ du mouvement ?

**EXERCICE 2** : P.6 : 1 :

1.

1.1) $E_0 = \frac{1}{2}mV_0^2 + \frac{1}{2}kx_0^2 = 9{,}9.10^{-2}$ J.

1.2) A un instant t quelconque, on a : $E = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}kx^2$. Au passage par la position d'équilibre, on a : $x = 0$, d'où $E_1 = \frac{1}{2}mV_1^2$ .

D'après la conservation de l'énergie mécanique, on a : $E_1 = E_0 \Rightarrow \frac{1}{2}mV_1^2 = E_0$, d'où

$V_1 = \sqrt{\frac{2E_0}{m}} = 9{,}95.10^{-1}$m. $s^{-1}$.

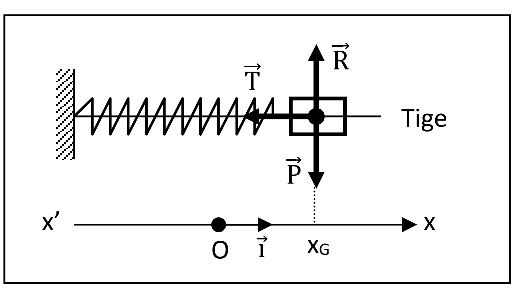
1.3) $E = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}kx^2$. Pour $x = x_{max}$, on a : V = 0, d'où $E_2 = \frac{1}{2}kx_{max}^2$.

D'après la conservation de l'énergie mécanique, on a :

$E_0 = E_1 \Rightarrow \frac{1}{2}kx_{max}^2 = E0$, d'où $x_{max} = \sqrt{\frac{2E_0}{k}} = 0{,}07$ m = 7 cm.

2.

2.1)




♦ <u>Système</u>: le solide S de masse m

♦ <u>Référentiel</u> : terrestre supposé galiléen

♦ <u>Bilan des forces</u> : le poids $\vec{P}$ du solide et la réaction $\vec{R}$ de la tige et la tension $\vec{T}$ du ressort.

♦ <u>Théorème du centre d'inertie</u> : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m\,\vec{a}$

♦ Projection sur l'axe (x'x) : $0 + 0 - T = m.a_x \Rightarrow -kx = m\ddot{x}$ soit

$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$ **ou** $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$.

2.2) Une solution de cette équation différentielle est : $\mathbf{x = X_m.sin(\omega t + \varphi)}$ avec $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$.

D'après les conditions initiales, on a au début du mouvement (t = 0) :

♦ $x = -x_0 = X_m.\sin\varphi \Rightarrow \varphi = -\frac{x_0}{X_m} < 0$

$\dot{x} = V_0 = X_m.\omega\cos\varphi \Rightarrow \cos\varphi = \frac{V_0}{X_m\omega} > 0$

♦ $\sin^2\varphi + \cos^2\varphi = 1 = (\frac{-V_0}{X_m})^2 + (\frac{V_0}{X_m\omega})^2$, d'où $X_m = \sqrt{x_0^2 + \frac{V_0^2}{\omega^2}}$.

Or $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$, donc $X_m = \sqrt{x_0^2 + \frac{mV_0^2}{k}} = 0{,}07$ m.

♦$\tan\varphi = \frac{-x_0\omega}{V_0} = -1{,}010 \Rightarrow \varphi = (-0{,}79 + k.\pi)$ rad

Or $\sin\varphi < 0$ et $\cos\varphi > 0$, d'où $\varphi = -0{,}79$ rad.

L'équation horaire du mouvement du solide S est : $\mathbf{x = 0{,}07\ sin(\omega t - 0{,}79)}$ ; avec x en m et

$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 14{,}14$ rad. $s^{-1}$.

2.3) $T_0 = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 0{,}44$ s.

**EXERCICE 3** : P.6 : 2 :

Un ressort à spires non jointives, suspendu verticalement, supporte un solide S de masse m = 600 g. La constante de raideur du ressort est k = 100 N. $m^{-1}$. On prendra g = 10 N. $kg^{-1}$.

1. Calculer l'allongement $\Delta\ell_0$ du ressort quand le système est en équilibre.

2. On écarte le solide (S) de sa position d'équilibre en le tirant verticalement vers le bas d'une longueur $x_0$ = 5 cm puis on le lâche sans vitesse initiale. On observe des oscillations. Le centre de gravité G du solide S est repéré par son abscisse x sur l'axe x'x orienté vers le haut dont l'origine o coïncide avec la position de G à l'équilibre. L

L'énergie potentielle de pesanteur du solide S est nulle en O.

2.1. Calculer la variation d'énergie potentielle correspondant au déplacement initial.

2.2. Calculer l'énergie E0 du système {ressort-solide S-Terre} au début du mouvement.

2.3. Etablir l'expression de l'énergie mécanique E du système en fonction de $\Delta\ell_0$, k, x, m et V.

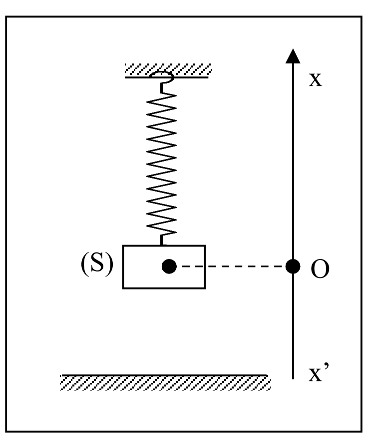
2.4. Calculer la vitesse maximale $V_{max}$ que peut acquérir le solide S au cours du mouvement.

3.

3.1. Etablir l'équation différentielle du mouvement par deux méthodes différentes.

3.2. En déduire l'équation horaire et la période T du mouvement.

3.3. Calculer l'énergie potentielle du système et la tension $T_1$ du ressort à la date $t_1 = \frac{T}{2}$, où T est la période.



**EXERCICE 3** : P.6 : 2 :

1) $\Delta\ell_0 = \frac{mg}{k} = 0{,}06$ m.

2.

2.1) $\Delta E_p = E_p - E_{po} = \frac{1}{2}k(\Delta\ell_0 + x_0)^2 - mgx_0 - \frac{1}{2}(\Delta\ell_0)^2 = 0{,}125$ J.

2.2) $E_0 = \frac{1}{2}k(\Delta\ell_0 + x_0)^2 - mgx_0 = 0{,}305$ J.

2.3) $E = \frac{1}{2}k(\Delta\ell_0 - x)^2 + mgx + \frac{1}{2}mV^2$

$E = \frac{1}{2}k(\Delta\ell_0)^2 + \frac{1}{2}kx^2 + x(mg - k\Delta\ell_0) + \frac{1}{2}mV^2$. Or à l'équilibre, $mg - k\Delta\ell_0 = 0$, d'où

$\mathbf{E = \frac{1}{2}k(\Delta\ell_0)^2 + \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mV^2}$.

2.4) En utilisant la conservation de l'énergie mécanique, on a : $E_0 = E = \frac{1}{2}k(\Delta\ell_0)^2 + \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mV^2$.

$V = V_{max}$ si $x = 0$, d'où $E_0 = \frac{1}{2}k(\Delta\ell_0)^2 + \frac{1}{2}mV_{max}^2 \Rightarrow V_{max} = \sqrt{\frac{2E_0 - k(\Delta\ell_0^2)}{m}} = 0{,}64$ m. s$^{-1}$.

3.

3.1)

♦**Méthode énergétique** :

$\frac{dE}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}m\frac{d\dot{x}^2}{dt} + \frac{1}{2}\frac{dx^2}{dt} = \dot{x}(m\ddot{x} + kx) = 0$.

$\forall\, \dot{x}$, on a : $\mathbf{m\ddot{x} + kx = 0}$.

♦**Méthode dynamique** :

TCI : $\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$.

En projetant sur x'x : $P_x + T_x = m\ddot{x} \Leftrightarrow -mg + k(\Delta\ell_0 - x) = m\ddot{x}$.

Or $-mg + k.\Delta\ell_0 = 0$, d'où $m\ddot{x} = -kx$, soit $m\ddot{x} + kx = 0$ ou encore $\mathbf{\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0}$.

3.2) Une solution de cette équation différentielle est : $\mathbf{x = X_m.\sin(\omega t + \varphi)}$ avec $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 12{,}9$ rad. s$^{-1}$

et $T_0 = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 0{,}49$ s.

A t = 0 : $\begin{cases} x = -x_0 = X_m\sin\varphi \\ \dot{x} = 0 = \omega X_m\cos\varphi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X_m = \frac{-x_0}{\sin\varphi} > 0 \\ \cos\varphi = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X_m = x_0 \\ \varphi = -\frac{\pi}{2} \end{cases}$

L'équation horaire est : $\mathbf{x = 0{,}05\sin(12{,}9t - \frac{\pi}{2})}$ .

3.3)

A $t = \frac{T}{2}$, $x = 0{,}05\sin(\frac{2\pi}{T}.\frac{T}{2} - \frac{\pi}{2}) = 0{,}05$ m $= x_0$.

$E_p = \frac{1}{2}k(\Delta\ell_0)^2 + \frac{1}{2}kx_0^2$ ou $\Rightarrow E_p = \frac{1}{2}k(\Delta\ell_0 - x_0)^2 + mgx_0 = 0{,}305$ J.

$T = k(\Delta\ell_0 - x) = k(\Delta\ell_0 - x_0) = 1$ N.

# MOUVEMENT DANS
# UN CHAMP MAGNETIQUE

**<u>EXERCICE 1</u>** : Exo résolu P.181 :

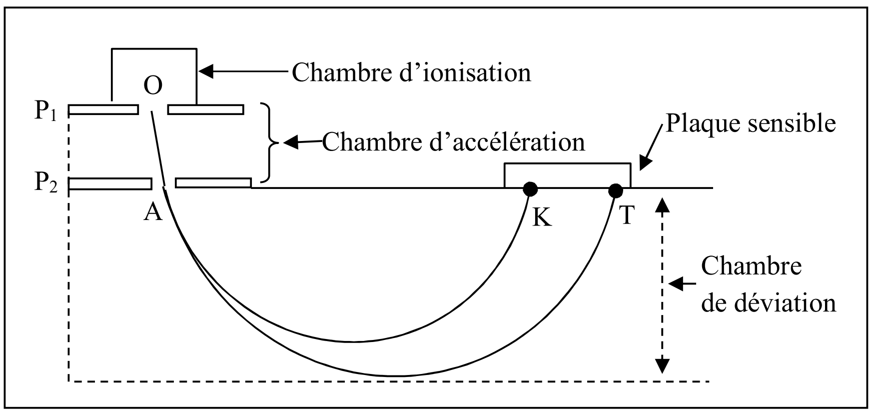
L'uranium naturel contient essentiellement deux isotopes : l'uranium 235 et l'uranium 238. On désire séparer les deux isotopes de l'uranium à l'aide d'un spectrographe de masse (voir figure).

Les ions $^{235}_{Z}U^{+}$ de masse $m_1$ et $^{238}_{Z}U^{+}$ de masse $m_2$ produits dans une chambre d'ionisation sont introduits avec une vitesse initiale négligeable en O dans une chambre d'accélération entre deux plaques $P_1$ et $P_2$ soumises à une tension $U = V_{P_1} - V_{P_2}$. Ces ions sortent par la fente A.

1.

1.1. Représenter sur un schéma le sens du champ électrique $\vec{E}$ régnant entre les plaques $P_1$ et $P_2$ permettant l'accélération des ions.

1.2. Exprimer les vitesses $V_1$ et $V_2$ des ions $^{235}_{Z}U^{+}$ et $^{238}_{Z}U^{+}$ en fonction de q, U et leurs masses respectives $m_1$ et $m_2$. En déduire une relation entre $m_1$, $m_2$, $V_1$ et $V_2$.




2. A la sortie en A de la chambre d'accélération, les ions pénètrent dans une région où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ perpendiculaire au plan de la figure.

2.1. Quel doit être le sens de $\vec{B}$ pour que les ions soient déviés vers la plaque sensible ?

2.2. Démontrer que les ions prennent dans le champ magnétique, un mouvement circulaire uniforme dans un plan qu'on précisera.

2.3. Déterminer les rayons de courbure $R_1$ et $R_2$ des trajectoires des ions en fonction de $U = V_{P_1} - V_{P_2}$, q, B et de la masse de l'ion correspondant.

2.4. Déterminer l'ion qui correspond à chacune des traces K et T sur la plaque sensible. Calculer la distance KT.

3. Le courant d'ions issu de la chambre d'ionisation a une intensité de 10 µA. Sachant que l'uranium naturel contient en nombre d'atomes 0,7 % d'isotopes légers, calculer en mg, la masse de chaque isotope recueilli en 24 h.

**Données** :

♦ $B = 10^{-3}$ T, U = 4 kV

♦ Charge élémentaire : $e = 1{,}6.10^{-19}$ C

♦ Unité de masse atomique : $1u = 1{,}66.10^{-27}$ kg

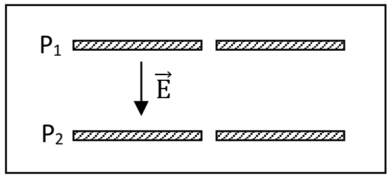
♦ Masse de l'uranium 235 : $m_1 = 235$ u

♦Masse de l'uranium 238 : $m_2 = 238$ u.

**EXERCICE 1** : Exo résolu P.181 :

**1.**

**1.1)** $\vec{E}$ est dirigé de $P_1$ vers $P_2$.

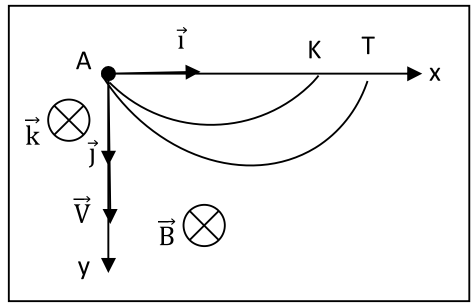



**1.2)**

♦ $\frac{1}{2}m_1.V_1^2 = q(V_{P_1}-V_{P_2}) = qU \Rightarrow V_1 = \sqrt{\frac{2qU}{m_1}}$.

♦ De même : $V_2 = \sqrt{\frac{2qU}{m_2}}$

♦$\frac{V_1}{V_2} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}}$




**2.**

**2.1)** $\vec{B}$ doit être entrant.

**2.2)** $\sum\vec{F} = m\vec{a} = q\vec{V}\wedge\vec{B}$ ; $\vec{a} = \frac{q\vec{V}\wedge\vec{B}}{m}$.

D'après les propriétés du produit vectoriel, on a :

♦$\vec{a} \perp \vec{V}$ , d'où $a_\tau = 0 \Rightarrow \frac{dV}{dt} = 0 \Rightarrow$ **V = cte** : **le mouvement est uniforme**.

♦$\vec{a} \perp \vec{V}$, d'où $\vec{a} = \vec{a}_n$ soit $\frac{q\vec{V}\wedge\vec{B}}{m} = \vec{a}_n$.

En module : $\frac{qV.B}{m} = \frac{V^2}{R}$ , d'où $\mathbf{R = \frac{mV}{qB} = cte}$ : **le mouvement est circulaire**.

♦Soit zz' l'axe associé au vecteur $\vec{B}$ :

$\vec{a} = \frac{q\vec{V}\wedge\vec{B}}{m} \Rightarrow \vec{a} \perp \vec{V}$ donc $a_z = 0$ et $V_z = cte = 0$ : le mouvement ne s'effectue pas suivant l'axe zz' associé au vecteur $\vec{B}$. Le mouvement se fait donc dans le plan de figure (plan Axy).

**2.3)** $R_1 = \frac{m_1V_1}{qB} = \frac{m_1}{qB}\sqrt{\frac{2qB}{m_1}} \Rightarrow \mathbf{R_1 = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2m_1U}{q}}}$ ; $\mathbf{R_2 = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2m_2U}{q}}}$

**2.4)** $m_1 < m_2$, d'où $R_1 < R_2$ ; l'ion ${}^{235}_{Z}U^+$ arrive en K tandis que l'ion ${}^{238}_{Z}U^+$ arrive en T.

$KT = AT - AK = 2R_2 - 2R_1 = 2(R_2 - R_1) \Rightarrow KT = \frac{2}{B}\sqrt{\frac{2U}{q}}(\sqrt{m_2} - \sqrt{m_1}) = 1,78$ m.

1.

1.1) $\vec{E}$ est dirigé de $P_1$ vers $P_2$.

1.2)

♦ $\frac{1}{2}m_1.V_1^2 = q(V_{P_1}-V_{P_2}) = qU \Rightarrow V_1 = \sqrt{\frac{2qU}{m_1}}$.

♦ De même : $V_2 = \sqrt{\frac{2qU}{m_2}}$

♦$\frac{V_1}{V_2} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}}$

2.

2.1) $\vec{B}$ doit être sortant.

2.2) $\sum\vec{F} = m\vec{a} = q\vec{V}\wedge\vec{B}$ ; $\vec{a} = \frac{q\vec{V}\wedge\vec{B}}{m}$.

D'après les propriétés du produit vectoriel, on a :

♦$\vec{a} \perp \vec{V}$ , d'où $a_\tau = 0 \Rightarrow \frac{dV}{dt} = 0 \Rightarrow V = cte$ : le mouvement est uniforme.

♦$\vec{a} \perp \vec{V}$, d'où $\vec{a} = \vec{a}_n$ soit $\frac{q\vec{V}\wedge\vec{B}}{m} = \vec{a}_n$. En module : $\frac{qV.B}{m} = \frac{V^2}{R}$ , d'où $\mathbf{R = \frac{mV}{qB} = cte}$ : le mouvement est circulaire.

♦Soit zz' l'axe associé au vecteur $\vec{B}$ :

$\vec{a} = \frac{q\vec{V}\wedge\vec{B}}{m} \Rightarrow \vec{a} \perp \vec{V}$ donc $a_z = 0$ et $V_z = cte = 0$ : le mouvement ne s'effectue pas suivant l'axe zz' associé au vecteur $\vec{B}$. Le mouvement se fait donc dans le plan de figure.

2.3) $R_1 = \frac{m_1V_1}{qB} = \frac{m_1}{qB}\sqrt{\frac{2qB}{m_1}} = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2m_1U}{q}}$ ; $R_2 = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2m_2U}{q}}$

2.4) $m_1 < m_2$, d'où $R_1 < R_2$ ; l'ion ${}^{235}_{Z}U^+$ arrive en K tandis que l'ion ${}^{238}_{Z}U^+$ arrive en T.

$KT = AT - AK = 2R_2 - 2R_1 = 2(R_2 - R_1) = \frac{2}{B}\sqrt{\frac{2U}{q}}(\sqrt{m_2} - \sqrt{m_1}) = 1{,}78$ m.

3) $q = ne = I.t$, d'où $n = \frac{It}{e} = 5{,}4.10^{18}$.

♦Pour l'isotope 235, $n_1 = \frac{0{,}7n}{100} = 3{,}78.10^{16}$ atomes.

La masse correspondante est $m = n_1.m_1 = 1{,}474.10^{-8}$ kg = 14,74 µg.

♦Pour l'isotope 238, $n_2 = \frac{(100-0{,}7)n}{100} = 5{,}36.10^{18}$ atomes.

La masse correspondante est $m' = n_2.m_2 = 2{,}12.10^3$µg.

**EXERCICE 2** : P.7. 1 :

Un faisceau homocinétique d'électrons pénètre en O à la vitesse $\vec{V}_0$ dans un domaine (en pointillés sur la figure) de largeur ℓ où règne un champ magnétique uniforme de vecteur $\vec{B}$ orthogonal à $\vec{V}_0$.

1.

1.1. On désire obtenir une déviation des particules vers le haut par le champ magnétique $\vec{B}$. Préciser sur la figure le sens du vecteur $\vec{B}$ .

1.2. Montrer que dans le champ magnétique, le mouvement des particules est circulaire et uniforme dans un plan que l'on précisera.

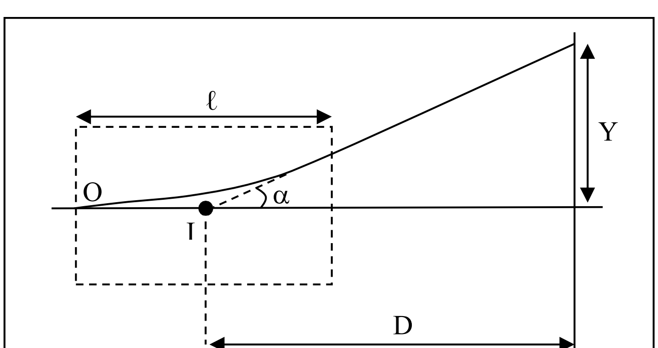
2. A sa sortie du champ, le faisceau d'électrons semble provenir d'un point I proche du centre de l'espace champ magnétique. un écran est placé à la distance D = 10 cm du point I perpendiculairement à $\vec{V}_0$ .

2.1. Exprimer la déviation angulaire α (ou angle α de déflexion) du faisceau électronique en fonction de q, m, ℓ, B et $V_0$.

2.2. Déterminer l'expression de la déviation linéaire Y du faisceau d'électrons sur l'écran.

2.3. Que valent le champ magnétique B et le rayon R de la trajectoire si on observe sur l'écran une distance de déflexion Y = 4 cm.

♦ On donne : $V_0 = 100$ km. $s^{-1}$, ℓ = 2 cm, q = - e = - $1{,}6.10^{-19}$ C, $m = 9{,}1.10^{-31}$ kg.



**EXERCICE 2** : P.7. 1 :

1.

1.1) En utilisant la règle de l'observateur d'Ampère ou la règle de la main droite ou …., on constate que le champ magnétique $\vec{B}$ est sortant.

1.2) Montrons que le mouvement est circulaire et uniforme :

TCI : $\sum\vec{F} = m\vec{a} = q\vec{V} \wedge \vec{B}$ ; $\vec{a} = \frac{q\vec{V}\wedge\vec{B}}{m}$.

D'après les propriétés du produit vectoriel, on a :

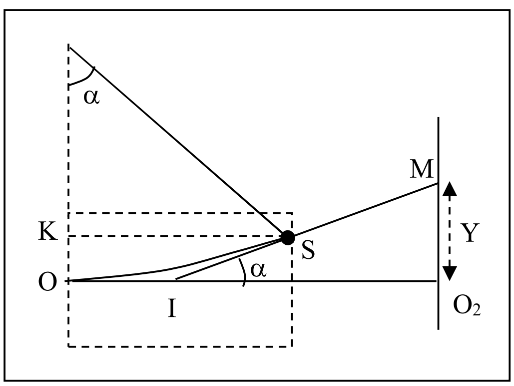
♦$\vec{a} \perp \vec{V}$ , d'où $a_\tau = 0 \Rightarrow \frac{dV}{dt} = 0 \Rightarrow V = V_0 = cte$ : le mouvement est uniforme.

♦$\vec{a} \perp \vec{V}$, d'où $\vec{a} = \vec{a}_n$ soit $\frac{q\vec{V}\wedge\vec{B}}{m} = \vec{a}_n$. En module : $\frac{|q|V.B}{m} = \frac{V^2}{R}$ , d'où $\mathbf{R = \frac{mV}{|q|B} = cte}$ : le mouvement est circulaire.

♦Soit zz' l'axe associé au vecteur $\vec{B}$ :

$\vec{a} = \frac{q\vec{V}\wedge\vec{B}}{m} \Rightarrow \vec{a} \perp \vec{V}$ donc $a_z = 0$ et $V_z = cte = 0$ : le mouvement ne s'effectue pas suivant l'axe zz' associé au vecteur $\vec{B}$. Le mouvement se fait donc dans le plan perpendiculaire à $\vec{B}$, autrement dit, dans le plan contenant les vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{V}$.

2.




2.1) Déviation angulaire α : $\sin\alpha = \frac{KS}{O_1S} = \frac{\ell}{R} = \frac{\ell|q|B}{mV_0}$

2.2) Déviation linéaire sur l'écran :

En considérant le triangle $IMO_2$ : $\tan\alpha = \frac{Y}{D}$ , d'où $Y = D.\tan\alpha$.

2.3) $\tan\alpha = \frac{Y}{D} = 0{,}4$, d'où $\alpha = 21{,}8°$.

$\sin\alpha = \frac{\ell}{R}$ d'où $R = \frac{\ell}{\sin\alpha} = 5{,}38$ cm.

$R = \frac{mV_0}{|q|B}$, d'où $\mathbf{B = \frac{mV_0}{|q|R} = 1{,}05.10^{-5}\ T}$.

# SUJETS D'EXAMEN (BAC) PROPOSES AU BENIN :

## SUJET 1 : BAC D 95 (REMPLACEMENT)

**CHIMIE 1** :

Soit le composé A de formule : $CH_3$-$CH(CH_3)$-$CH_2OH$.

1. Donner le nom de ce composé, sa fonction chimique et préciser sa classe.

2. Le composé A est mis en présence d'une solution de dichromate de potassium en milieu acide.

a) Ecrire l'équation-bilan de la réaction qui se produit dans les cas suivants :

• la solution de dichromate de potassium est utilisée en quantité insuffisante ;

• la solution de dichromate de potassium est utilisée en excès.

b) Donner dans chaque cas, le nom du produit organique formé et préciser une méthode d'identification de chaque produit.

3.a) On considère l'ester B de formule semi-développée : HOOC-$CH(CH_3)$-$CH_3$.

Donner les formules semi-développées des isomères de même fonction chimique que B.

b) L'action prolongée, à chaud, d'un excès d'eau sur B conduit à la formation de deux composés D et E que l'on sépare. Le composé D par dissolution dans l'eau donne une solution acide.

Donner la formule semi-développée, le nom et la fonction chimique de D et E.

4. L'action d'un composé organique G sur E donne par réaction complète l'ester B et le composé D.

a) Déterminer la formule semi-développée, la fonction chimique et le nom du composé G.

b) Ecrire l'équation-bilan de cette réaction.

5. L'action du pentachlorure de phosphore $PCl_5$ sur D donne un composé organique I. Déterminer la formule semi-développée, le nom et la fonction chimique du composé I.

**CHIMIE 1** :

1) 2-méthylpropan-1-ol ; fonction alcool ; alcool primaire.

2.a)

**• Cas où l'oxydant est en défaut** :

$Cr_2O_7^{2-}$ + 14 $H^+$ + 6$e^-$ ⟶ 2$Cr^{3+}$ + 7$H_2O$ (réduction)

$CH_3$-$CH(CH_3)$-$CH_2OH$ ⟶ $CH_3$-$CH(CH_3)$-CHO + 2$H^+$ + 2 $e^-$ (oxydation)

**Bilan** :

3$CH_3$-$CH(CH_3)$-$CH_2OH$ + $Cr_2O_7^{2-}$ + 8 $H^+$ + ⟶ 3$CH_3$-$CH(CH_3)$-CHO + 2$Cr^{3+}$ + 7 $H_2O$

ou 3$CH_3$-$CH(CH_3)$-$CH_2OH$ + $Cr_2O_7^{2-}$ + 8 $H_3O^+$ + ⟶ 3$CH_3$-$CH(CH_3)$-CHO + 2$Cr^{3+}$ + 15$H_2O$

**• Cas où l'oxydant est en excès** :

$Cr_2O_7^{2-}$ + 14 $H^+$ + 6$e^-$ ⟶ 2$Cr^{3+}$ + 7$H_2O$ (réduction)

$CH_3$-$CH(CH_3)$-$CH_2OH$ ⟶ $CH_3$-$CH(CH_3)$-COOH + 4$H^+$ + 4$e^-$ (oxydation)

**Bilan** :

3$CH_3$-$CH(CH_3)$-$CH_2OH$ + 2$Cr_2O_7^{2-}$ + 16 $H^+$ + ⟶ 3$CH_3$-$CH(CH_3)$-COOH + 4$Cr^{3+}$ + 11$H_2O$

ou 3$CH_3$-$CH(CH_3)$-$CH_2OH$ + 2$Cr_2O_7^{2-}$ + 16 $H_3O^+$ + ⟶ 3$CH_3$-$CH(CH_3)$-COOH + 4$Cr^{3+}$ + 27$H_2O$

b) **• Cas où l'oxydant est en défaut** :

On obtient du 2-méthylpropanal qui peut être identifié en utilisant ou le réactif de Schiff, ou la liqueur de Fehling ou le réactif de Tollens.

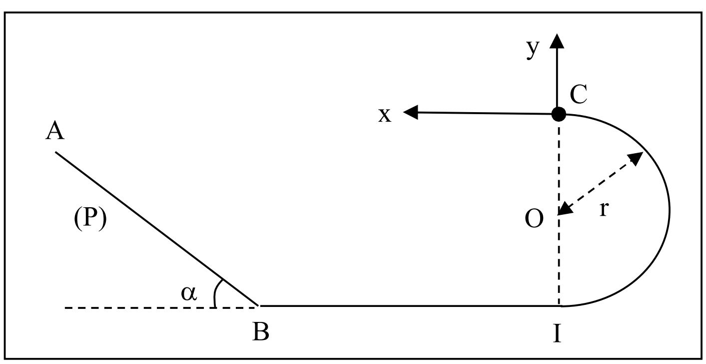
• **Cas où l'oxydant est en excès** :
On obtient de l'acide 2-méthylpropanoïque qui est mis en évidence par le bleu de bromothymol ou un autre indicateur coloré.
3.a) $HOOC\text{-}CH_2\text{-}CH_2\text{-}CH_3$ ; $CH_3\text{-}CH_2\text{-}COO\text{-}CH_3$ ; $CH_3\text{-}COO\text{-}CH_2\text{-}CH_3$.
b)
•On peut agir le sodium sur le composé E anhydre : il se dégage du dihydrogène : E est donc un alcool.
•On oxyde E de façon ménagée : la réaction étant positive, l'alcool E est un alcool I ou un alcool II.
•On fait ensuite agir la 2,4-DNPH sur le produit de l'oxydation de : le test positif met en évidence la fonction carbonyle.
•On fait réagir ensuite le réactif de Schiff : le test négatif prouvera que le composé testé est une cétone : par conséquent E est un alcool secondaire.

(D) : H-COOH : acide méthanoïque (fonction acide carboxylique)
(E) : $CH_3\text{-}CHOH\text{-}CH_3$ : propan-2-ol (fonction alcool)

4.a)
(G) : H-CO-O-COH : anhydride méthanoïque (anhydride d'acide).
b) $H\text{-}CO\text{-}O\text{-}COH + CH_3\text{-}CHOH\text{-}CH_3 \longrightarrow H\text{-}CO\text{-}O\text{-}CH(CH_3)\text{-}CH_3 + HCOOH$
5) I : HCOCl : chlorure de méthanoyle (fonction : chlorure d'acyle ou chlorure d'acide).

# SUJET 2 : BAC C 95 (REMPLACEMENT)

**EXERCICE III** :
Données : $g = 10\ m.\ s^{-2}$ ; $\pi^2 = 10$ ; AB = d.
1. Un solide S, assimilable à un point matériel de masse m = 1,25 kg se déplace sans frottement sur une piste dont la coupe par un plan vertical est représentée par la figure ci-dessous : (P), plan incliné d'un angle $\alpha = 30°$ sur l'horizontale BI, $\widehat{IC}$, demi-circonférence de centre O et de rayon r.

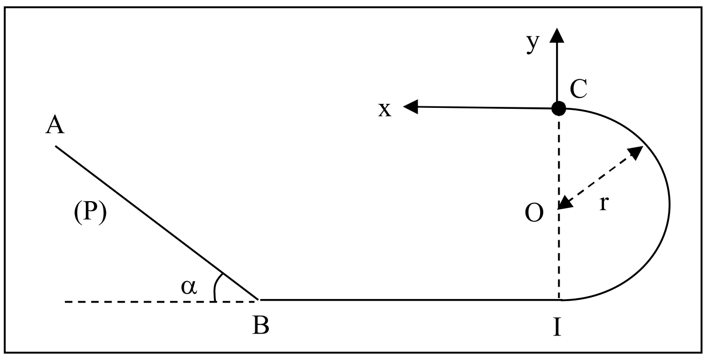



Le solide S est lâché sans vitesse initiale du point A.
a) En utilisant le théorème de l'énergie cinétique que l'on énoncera, déterminer la vitesse du solide en B en fonction de g, d et α. La calculer pour d = 5 m.

b) Exprimer en fonction de d et α, la valeur maximale de r pour que le solide S ne décolle pas de la piste en C. Application numérique : d = 5 m.
2. La piste s'arrête en C. On donne : r = 1 m.
a) Calculer la vitesse en C.
b) Dans le repère (Cx, Cy), établir l'équation cartésienne de la trajectoire du solide.
c) A quelle date le solide arrive-t-il sur l'horizontale BI de longueur suffisante ?
d) Donner en ce point les caractéristiques de sa vitesse.

## SUJET 2 : BAC C 95 (REMPLACEMENT)

**EXERCICE III** :
1.




a) Enoncé : voir cours.
$\frac{1}{2}mV_B^2 - 0 = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) = mgd\sin\alpha \Rightarrow \mathbf{V_B = \sqrt{2gd.\sin\alpha} = 7{,}1\ m.\ s^{-1}}$.

b) Vitesse en C : $\frac{1}{2}mV_C^2 - \frac{1}{2}mV_B^2 = -\ mgr$ , d'où $\mathbf{V_C^2 = -\ 4gr + 2gd\sin\alpha}$
Réaction en C : $\vec{R} + m\vec{g} = m\vec{a}$ , soit $R + mg = \frac{mV_C^2}{r}$
D'où $R = mg(\frac{2d\sin\alpha}{r} - 5)$. Le contact impose $R \geq 0$, autrement $\frac{2d\sin\alpha}{r} - 5 \geq 0$ ; d'où $r \leq \frac{2d\sin\alpha}{5}$
et $\mathbf{r_{max} = \frac{2d\sin\alpha}{5}}$
2.a) $V_C = \sqrt{2gd\sin\alpha - 4gr} = 3{,}2\ m.\ s^{-1}$ (voir 1.b)
b) $x = V_C.t$ ; $y = -\frac{1}{2}gt^2$, d'où $\mathbf{y = -\ \frac{gx^2}{2V_C^2}}$
c) Au point de chute : $y_D = -\ 2r = -\ \frac{1}{2}gt_D^2$ , d'où $\mathbf{t_D = 0{,}63\ s}$.
d)
• Point d'application : D ( xD = 2,0 m ; yD = - 2 m)
• Direction et sens : $\theta = (\overrightarrow{Cx}, \vec{V}_D)$ tel que $\tan\theta = \frac{V_{D_y}}{V_{D_x}}$
$\tan\theta = -\ \frac{gt_D}{V_C} = -\ 1{,}969$ soit $\mathbf{\theta = -\ 63{,}1°}$.
• Norme : $V_D = \sqrt{V_C^2 + (gt_D)^2} = 7{,}0\ m.\ s^{-1}$.

# SUJET 3 : BAC D 96

**EXERCICE 1**:

On réalise la saponification d'un ester E par une solution d'hydroxyde de sodium de concentration molaire 1 mol. $L^{-1}$. Une masse m = 8,8 g de cet ester réagit avec 100 mL de solution d'hydroxyde de sodium.

1.a) Ecrire l'équation-bilan de la réaction de saponification.

b) Déterminer la masse molaire et la formule brute de cet ester.

c) Déterminer les formules semi-développées et les noms des isomères de E.

2. On récupère l'alcool C formé au cours de la réaction de saponification. Son oxydation ménagée par un excès d'une solution de dichromate de potassium en milieu acide conduit à un acide carboxylique A. Le volume $V_a$ = 20 $cm^3$ de cet acide de concentration massique 4,6 g. $L^{-1}$ est neutralisé exactement par un volume $V_b$ = 20 $cm^3$ d'une solution d'hydroxyde de sodium décimolaire.

a) Calculer la concentration molaire et la masse de cet acide. En déduire sa formule brute et celle de l'alcool C.

b) Identifier l'ester E (formule semi-développée et nom). En déduire le nom et la formule semi-développée de l'acide qui a servi à la préparation de cet ester.

3. Ecrire les demi-équations redox et en déduire l'équation-bilan de la réaction d'oxydation de l'alcool C, sachant que le couple oxydant-réducteur est $Cr_2O_7^{2-}$ / $Cr^{3+}$.

• On donne les masses molaires en g. $mol^{-1}$: C : 12 ; O : 16.

**EXERCICE 1**:

1.a) R-COO-R' + $OH^-$ ⟶ R-$COO^-$ + R'-OH

b) $n_E = \frac{m_E}{M_E} = C_B.\ V_B$, d'où $M_E = \frac{m_E}{C_B V}$ = 88 g. $mol^{-1}$.

$M_E = M(C_nH_{2n}O_2) = 14n + 32 = 88 \Rightarrow n = 4$. La formule brute est $\mathbf{C_4H_8O_2}$.

c)

• H-COO-$CH_2$-$CH_2$-$CH_3$ : méthanoate de propyle

• H-COO-CH($CH_3$)-$CH_3$ : méthanoate d'isopropyle

• $CH_3$-COO-$CH_2$-$CH_3$ : éthanoate d'éthyle

• $CH_3$-$CH_2$-COO-$CH_3$ : propanoate de méthyle.

2.

a) $C_a.\ V_a = C_b.\ V_b$, d'où $C_a$ = 0, 1 mol. $L^{-1}$ ; $M = \frac{C_m}{C_a}$ = 46 g. $mol^{-1}$

Formules brutes : Acide A : $CH_2O_2$ ; alcool : $CH_4O$.

b) Ester E : $CH_2$-COO-$CH_2$-$CH_3$ : éthanoate d'éthyle ; Acide : $CH_3$-$CH_2$-COOH : acide propanoïque.

3)

$Cr_2O_7^{2-}$ + 14 $H^+$ + 6$e^-$ ⟶ 2$Cr^{3+}$ + 7$H_2O$ (réduction)

$CH_3OH$ + $H_2O$ ⟶ HCOOH + 4$H^+$ + 4$e^-$ (oxydation)

**Bilan** :

3$CH_3OH$ + 2$Cr_2O_7^{2-}$ + 16 $H^+$ + ⟶ 3HCOOH + 4$Cr^{3+}$ + 11$H_2O$

ou 3$CH_3OH$ + 2$Cr_2O_7^{2-}$ + 16 $H_3O^+$ + ⟶ 3HCOOH + 4$Cr^{3+}$ + 27$H_2O$

# SUJET 8 : BAC C 99 (REMPLACEMENT)

**EXERCICE I**: **BAC BLANC**

On dispose de trois solutions aqueuses à 25 °C :

- $S_1$ : une solution d'acide chlorhydrique de concentration molaire $C_1$
- $S_2$ : une solution d'hydroxyde de sodium de concentration molaire $C_2$
- $S_3$ : une solution d'ammoniac de concentration molaire $C_3 = 2{,}5.10^{-3}$ mol. $L^{-1}$.

On donne : $pK_a$ ($NH_4^+$/ $NH_3$) = 9,2 à 25 °C.

1. Calculer le pH de chacune des solutions $S_1$ et $S_3$ si les trois solutions avaient la même concentration molaire $C_3 = 2{,}5.10^{-3}$ mol. $L^{-1}$.

2. Dans un erlenmeyer, on introduit un volume $V_2$ = 20 mL de la solution $S_2$. On y verse alors progressivement grâce à une burette graduée la solution S1 d'acide chlorhydrique. La variation du pH du mélange est suivie à l'aide d'un pH-mètre. Pour $V_1$ = 0 mL, pH = 11. Pour $V_1$ = 25 mL, pH = 7.

a) Ecrire l'équation-bilan de la réaction acido-basique qui se produit.

b) Calculer les concentrations molaires $C_1$ et $C_2$ respectivement des solutions $S_1$ et $S_2$.

c) Vers quelle limite tend le pH de ce mélange quand le volume $V_1$ d'acide chlorhydrique ajouté augmente indéfiniment ?

d) Tracer l'allure du graphe pH = f($V_1$) en tenant compte des renseignements évoqués ci-dessus.

3. Soit $M_1$ le mélange réalisé lorsque $V_1$ = 55 mL. Au mélange $M_1$, on ajoute maintenant un volume $V_3$ = 96 mL de la solution $S_3$ d'ammoniac. On obtient ainsi un mélange $M_2$.

a) Montrer que dans le mélange $M_1$, le nombre de moles d'ions hydronium est $n = 1{,}2.10^{-4}$ mol.

b) Ecrire l'équation bilan de la réaction qui se produit dans le mélange $M_2$.

c) Montrer que le pH du mélange $M_2$ est égal au $pK_a$ du couple $NH_4^+$/ $NH_3$.

d) Inventorier les espèces chimiques présentes dans le mélange $M_2$ et calculer leurs concentrations molaires.

**EXERCICE I**: **BAC BLANC**

1)

- $S_1$ est une solution de monoacide fort : $pH_{S_1} = -\log C_3 = 2{,}6$.
- $S_2$ est une solution de monobase forte : $pH_{S_2} = 14 + \log C_3 = 11{,}4$

2.

a) $H_3O^+ + OH^- \longrightarrow 2H_2O$

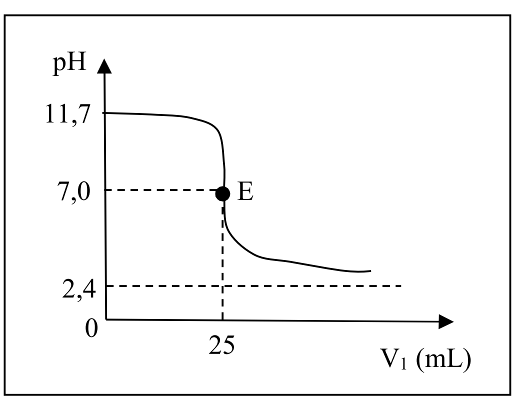
b)

- $V_1$ = 0 mL ; $pH_{S_2} = 14 + \log C_2$, d'où $C_2 = 5.10^{-3}$ mol. $L^{-1}$
- $V_1$ = 25 mL, pH = 7,0 : c'est l'équivalence acido-basique.

$C_2V_2 = C_1V_1$, d'où $C_1 = 4.10^{-3}$ mol. $L^{-1}$.

c) Quand $V_1$ augmente indéfiniment, le milieu devient de plus en plus acide et le pH tend vers celui de $S_1$ : soit pH = 2,4.

d)



3.a) $V_T > V_E$ ; or il s'agit d'une réaction acide fort-base forte :
$n_{H_3O^+ rest} = n_{H_3O^+(S_1)} - n_{OH^-(S_2)} = 1{,}2.10^{-4}$ mol.

b) $H_3O^+ + NH_3 \longrightarrow NH_4^+ + H_2O$

c) $n_{NH_3} = C_3.V_3 = 2{,}4.10^{-4}$ mol ; on constate que $n_{H_3O^+} = \frac{1}{2} n_{NH_3}$. On est donc à la demi-équivalence, donc pH = pKa ($NH_4^+$/ $NH_3$)
d)
•$HCl + H_2O \longrightarrow H_3O^+ + Cl^-$ ;
• $2\ H_2O \rightleftarrows H_3O^+ + OH^-$ ;
• $NH_3 + H_2O \rightleftarrows NH_4^+ + OH^-$
• $NaOH \longrightarrow Na^+ + OH^-$

♦ Espèces chimiques : $H_3O^+$, $OH^-$, $Cl^-$, $Na^+$, $NH_4^+$ , $NH_3$ ; $H_2O$.
♦$[H_3O^+] = 6{,}3.10^{-10}$ mol. $L^{-1}$
♦$[OH^-] = 1{,}6.10^{-5}$ mol. $L^{-1}$
♦$[Na^+] = \frac{C_2V_2}{V_T} = 5{,}9.10^{-4}$ mol. $L^{-1}$
♦$[Cl^-] = \frac{C_1V_1}{V_T} = 1{,}3.10^{-3}$ mol. $L^{-1}$
♦REN : $[NH_4^+] = [Cl^-] + [OH^-] - [Na^+] - [H_3O^+] = 7{,}3.\ 10^{-4}$ mol. $L^{-1}$ ;
♦RCM : $[NH_3] = \frac{C_3V_3}{V_T} - [NH_4^+] = 6{,}7.10^{-4}$ mol. $L^{-1}$.

**EXERCICE II**:
• On donne les masses molaires en g. $mol^{-1}$: C : 12 ; O : 16 ; H : 1 ; Cl : 35,5.
L'analyse élémentaire d'un anhydride mixte d'acides carboxyliques A de formule $C_xH_yO_3$ a donné : C : 51,7 % ; H : 6,9 % ; O : 41,4 %.
1. Déterminer x et y.
2. L'hydrolyse de A donne un mélange de deux acides carboxyliques $A_1$ et $A_2$. L'hydratation du propène en présence de l'acide sulfurique a donné un mélange de deux corps $B_1$ et $B_2$. $A_1$ est le produit final d'oxydation ménagée de $B_2$.
a) Ecrire l'équation de la réaction d'hydratation du propène. Identifier $B_1$ et $B_2$ par leurs formules semi-développées. Les nommer.
b) En utilisant les résultats précédents, donner les formules semi-développées et les noms de l'anhydride A et des acides carboxyliques $A_1$ et $A_2$.
3. On estérifie n moles de $A_1$ avec n moles de $B_1$. Lorsque l'équilibre est supposé atteint, on obtient m = 3,5 g d'ester. L'acide restant est dosé par une solution d'hydroxyde de sodium de concentration C = 1 mol. $L^{-1}$. A l'équivalence, le volume de la solution de soude versé est V = 21 $cm^3$.
a) Ecrire l'équation de la réaction entre $B_1$ et $A_1$. Nommer l'ester formé.

b) Calculer le nombre de moles de $A_1$ restant après la réaction entre $A_1$ et $B_1$. En déduire n.
c) On fait réagir $5.10^{-2}$ mol de $B_2$ avec un excès du chlorure d'acyle correspondant de $A_1$. Ecrire l'équation bilan de la réaction et calculer la masse minimale de chlorure d'acyle qu'il faut à cet effet.

**EXERCICE II**:
1) $\frac{12x}{51,7} = \frac{y}{6,9} = \frac{48}{41,4} \Rightarrow$ x = 5 et y = 8, d'où $\mathbf{C_5H_8O_3}$.
2.
a) $C_3H_6 + H_2O \longrightarrow C_3H_7OH$.
Le produit de l'hydratation est un mélange des alcools suivants :
$CH_3$-$CH_2$-$CH_2$-OH (alcool primaire) et $CH_3$-CHOH-$CH_3$ (alcool secondaire).

Identification de $B_1$ et $B_2$ :
$B_1$: $CH_3$-$CH_2$-$CH_2$-OH (propan-1-ol) ; $B_2$: $CH_3$-CHOH-$CH_3$ (propan-2-ol).

b) $A_1$ : $CH_3$-$CH_2$-COOH : acide propanoïque ; $A_2$ : $CH_3$-COOH : acide éthanoïque
A : $CH_3$-$CH_2$-CO-O-CO-$CH_3$ : anhydride éthanoïque-propanoïque.
3.
a) $CH_3\text{-}CH_2\text{-}COOH + CH_3\text{-}CHOH\text{-}CH_3 \rightleftarrows CH_3\text{-}CH_2\text{-}COO\text{-}CH_2\text{-}CH(CH_3)\text{-}CH_3 + H_2O$
Nom de l'ester : propanoate de 1-méthyléthyle.
b) A l'équivalence acido-basique : $n_{A_1 rest} = n_{OH^- disp} = CV = 2,1.10^{-2}$ mol.

**Détermination de n** : $n = n_{A_1 rest} + n_{A_1 disp}$ ; or $= n_{A_1 disp} = n_{ester} = \frac{m}{M_E} = 0,03$ mol, d'où
**n = 5,1.10$^{-2}$ mol**.

c) $CH_3\text{-}CH_2\text{-}COCl + CH_3\text{-}CHOH\text{-}CH_3 \longrightarrow CH_3\text{-}CH_2\text{-}COO\text{-}CH_2\text{-}CH(CH_3)\text{-}CH_3 + HCl$

• Masse minimale m' de chlorure d'acyle : $n'_{A_1} \geq 5.10^{-2}$ mol ; $M'_{A_1} = 92,5$ g. mol$^{-1}$, d'où **m' = 4,6 g**.

## SUJET 10 : BAC C 2000 (REMPLACEMENT)

**EXERCICE I**: **BAC BLANC** : **INFAS**.
• On donne les masses molaires en g. mol$^{-1}$: O : 16 ; H : 1 ; Ca : 40.
1. Une solution aqueuse peut être caractérisée par le rapport $n = \frac{[H_3O^+]}{[OH^-]}$.
a) Exprimer n en fonction du pH de la solution et du $pK_e$ ($K_e$ produit ionique de l'eau : $K_e = 10^{-pKe}$).
b) Donner les valeurs limites de n sachant que le pH est compris entre 1 et 13.
c) Le pH d'une solution aqueuse $S_0$ d'acide chlorhydrique est égal à 3,7. Calculer la valeur du rapport n pour cette solution.
2. Le dihydroxyde de calcium $Ca(OH)_2$ est une dibase forte.
a) Calculer les concentrations molaires des espèces chimiques présentes dans une solution aqueuse S1 de dihydroxyde de calcium sachant que pour cette solution $n = 10^{-10}$.
b) Calculer la masse de dihydroxyde de calcium dans 1,5 L de cette solution.
3. On dilue 1 000 fois la solution $S_0$ et on obtient une solution $S_2$.
a) Calculer les concentrations molaires des espèces chimiques présentes dans $S_2$.

b) En déduire le pH de $S_2$.
4. On mélange un volume $V_0$ de la solution $S_0$ et un volume $V_1$ de la solution $S_1$ de manière à obtenir un volume $V = 100\ cm^3$ de solution de pH = 7. Calculer $V_0$ et $V_1$.
5. On mélange $V_A$ d'une solution d'acide éthanoïque de concentration molaire $C_a = 10^{-3}$ mol. L$^{-1}$ et un volume $V_b$ de la solution $S_1$.
a) Calculer $V_a$ et $V_b$ pour que la solution S obtenue ait un volume $V = 200\ cm^3$ et un pH = 4,8.
b) Quelle est la nature de la solution S ? Citer ses propriétés.
On donne : $pK_a\ (CH_3COOH/CH_3COO^-) = 4,8$.

**EXERCICE I**: **BAC BLANC** : **INFAS**.
1.a) $n = \frac{[H_3O^+]}{[OH^-]}$ ; or $[H_3O^+] = 10^{-pH}$ et $[OH^-] = \frac{Ke}{[H_3O^+]} = \frac{10^{-pKe}}{10^{-pH}}$, d'où $n = \frac{10^{-pKe}}{10^{-pH}} \times 10^{-pH}$, soit

$\mathbf{n = 10^{pKe-2pH}}$. (**à revoir**)

b) On a : $1 \leq pH \leq 13$, or $pH = -\log[H_3O^+] = -\frac{1}{2}(\log n + \log Ke)$
d'où $1 \leq -\frac{1}{2}(\log n + \log Ke) \leq 13$ soit $10^{-26+pKe} \leq n \leq 10^{-2+pKe}$
Finalement : $\mathbf{10^{-12} \leq n \leq 10^{+12}}$.

c) $n = 10^{pKe-2pH} = 10^{14-7,4} = \mathbf{3,98.10^6}$.

2.a) $Ca(OH)_2 \longrightarrow Ca^{2+} + 2\ OH^-$ ; $2H_2O \rightleftarrows H_3O^+ + OH^-$
Espèces chimiques : $H_3O^+$, $OH^-$, $Ca^{2+}$, $H_2O$
On a : $pH = -\frac{1}{2}(\log n + \log Ke) = 12$, d'où $[H_3O^+] = 10^{-pH} = 10^{-12}$ mol. L$^{-1}$ ; $[OH^-] = 10^{-2}$ mol. L$^{-1}$ ;
$[Ca^{2+}] = \frac{1}{2}[OH^-] = 5.10^{-3}$ mol. L$^{-1}$.

b) $C_1 = [Ca^{2+}] = \frac{m}{MV}$, d'où $\mathbf{m = MV.\ [Ca^{2+}] = 0,555\ g}$.

3.a) $HCl + H_2O \longrightarrow H_3O^+ + Cl^-$ ; $2H_2O \rightleftarrows H_3O^+ + OH^-$.
Espèces chimiques : $H_3O^+$, $OH^-$, $Cl^-$ et $H_2O$.
$S_0$ est un monoacide fort de pH = 3,7, soit $C_0 = 10^{-pH}$.
Or $C_2 = \frac{C_0}{10} = 10^{-pH-3} = 2.10^{-7}$ mol. L$^{-1}$.
Ainsi $[Cl^-] = C_2 = 2.10^{-7}$ mol. L$^{-1}$.
Electroneutralité : $[H_3O^+] = [Cl^-] + \frac{Ke}{[H_3O^+]} \Rightarrow [H_3O^+]^2 - 2.10^{-7}.[H_3O^+] - 10^{-14} = 0$.
On obtient après résolution : $[H_3O^+] = 2,41.10^{-7}$ mol. L$^{-1}$ et $[OH^-] = 4,14.10^{-8}$ mol. L$^{-1}$.

b) $pH = -\log[H_3O^+] = 6,62$.

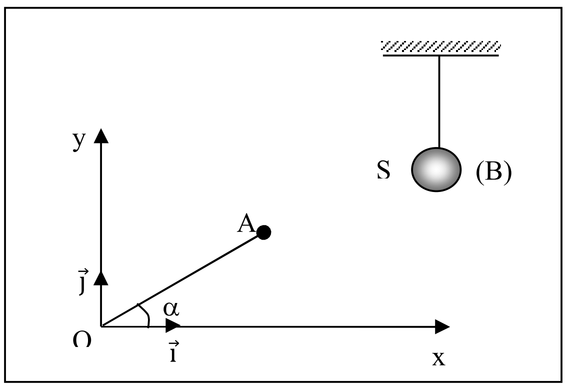
4) pH = 7 correspond à l'équivalence acide fort, base forte, alors $n_{H_3O^+} = n_{OH^-}$, soit $C_0V_0 = 2C_IV_1$
Or $V = V_1 + V_0$. On a : $V_0 = 9,8.10^{-2}$ L et $V_1 = 2.10^{-3}$ L.

5.a) $pH = pK_a$, d'où $\frac{n_a}{2} = n_{OH^-}$, soit $\frac{C_aV_a}{2} = 2C_bV_b \Rightarrow C_aV_a = 4\ C_bV_b$. Or $V = V_a + V_b$, d'où
$\mathbf{V_a = 0,19\ L}$ et $\mathbf{V_b = 10^{-2}\ L}$.

b) S est une solution tampon.
S est insensible à une dilution modérée ou à un ajout modéré d'acide fort ou de base forte.

# SUJET 11 : BAC C 2001

**PHYSIQUE I**: BAC BLANC : INFAS.
Données numériques : $m = m' = 100$ g ; $\ell = 2$ m ; $g = 10$ m. s$^{-2}$.
Un dispositif mécanique est constitué d'un projectile de masse m assimilé à un point matériel et d'un pendule simple formé d'une bille (B) de masse m' et d'un fil de longueur $\ell$.
1. Le projectile (P) est lancé d'un point O situé au bas d'un plan incliné d'un angle $\alpha$ par rapport à l'horizontale (Ox).
(P) part de O, suivant la ligne de plus grande pente du plan incliné, avec la vitesse $\vec{V}_0 = 7.\vec{i} + 7.\vec{j}$ dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.




a) Calculer la valeur de l'angle $\alpha$.
b) Sur le plan incliné, (P) est soumis à des forces de frottements qui équivalent à une force $\vec{f}$ opposée au mouvement et d'intensité constante $f = 1$ N.
Sachant que (P) parcourt sur le plan incliné une distance $OA = L = 2$ m, calculer sa vitesse $V_A$ en A.
2. Au point A, le projectile (P) quitte le plan incliné. La résistance de l'air est négligeable.
a) Déterminer dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$, l'équation cartésienne de la trajectoire du projectile (P).
b) Calculer l'altitude maximale atteinte par le projectile (P).
c) Soit S le point le plus haut atteint par (P). Donner au point S, les caractéristiques de la vitesse $\vec{V}_S$ de (P).
3. Au point S, se trouve la bille (B) du pendule. Il se produit entre (P) et (B) un choc supposé parfaitement élastique (conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie cinétique).
a) Calculer la vitesse $V_1$ de (P) et $V_2$ de (B) juste après le choc.
b) Déterminer dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$, les coordonnées du point de chute et la vitesse de (P) au point de chute.
c) De quelle hauteur maximale h la bille (B) monte-t-elle au-dessus du plan horizontal de S ?
En déduire l'angle maximal $\beta$ dont le pendule s'écarte de sa position verticale.
d) Calculer l'intensité T de la tension $\vec{T}$ du fil dans la position correspondant à l'angle maximal $\beta$ et dans la position d'équilibre.

**PHYSIQUE I: BAC BLANC : INFAS.**

1.

a) $\tan\alpha = \frac{V_{0y}}{V_{0x}} = \frac{7}{7} = 1$, d'où $\alpha = 45°$.

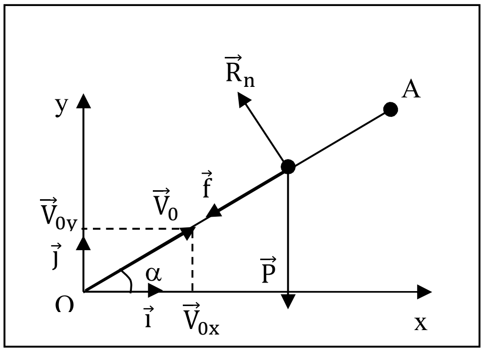
b) • Système : {le projectile (P) de masse m}

• Référentiel galiléen: la Terre

• Force: le poids $\vec{P}$ , la force de frottement $\vec{f}$ et la réaction normale $\vec{R}_n$.

•TEC : $\frac{1}{2}mV_A^2 - \frac{1}{2}mV_0^2 = W(\vec{P}) + W(\vec{f}) + W(\vec{R}_n) = - mgL\sin\alpha - f.L$

$\Rightarrow$ $\mathbf{V_A = \sqrt{V_0^2 - 2L(g\sin\alpha + \frac{f}{m})} = 5{,}45\ m.\ s^{-1}}$.




2.a)

• Système : {le projectile (P) de masse m}

• Référentiel galiléen: la Terre

• Force: le poids $\vec{P}$

• Théorème du centre d'inertie: $\vec{P} = m\vec{a}$ et $\vec{a} = \vec{g}$

-Les conditions initiales sont : à t = 0:

$\vec{V}_A \begin{cases} V_{A_x} = V_A\cos\alpha \\ V_{A_y} = V_A\sin\alpha \end{cases}$ ; $\overrightarrow{OG}_0 \begin{cases} x_0 = L\cos\alpha \\ y_0 = L\sin\alpha \end{cases}$

- à t > 0 :

$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$ ; $\vec{V} \begin{cases} V_x = V_A\cos\alpha \\ V_y = -gt + V_A\sin\alpha \end{cases}$ ; $\overrightarrow{OG} \begin{cases} x = V_A\cos\alpha t + L\cos\alpha \\ y = -\frac{1}{2}g^2t + V_A\sin\alpha t + L\sin\alpha \end{cases}$

**Equation de la trajectoire :**

$x = V_A\cos\alpha\ t + L\cos\alpha \quad \Rightarrow \quad t = \frac{x - L\cos\alpha}{V_A\cos\alpha}$.

On remplace t par son expression dans y (t), ce qui donne :

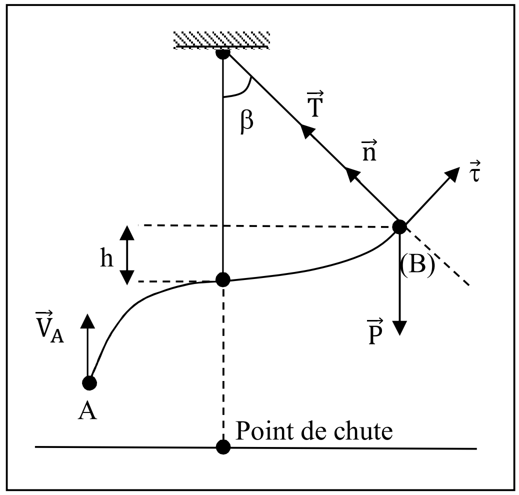
$\mathbf{y = - \frac{g(x - L\cos\alpha)^2}{2\,V_A^2\cos^2\alpha} + (x - L\cos\alpha).\tan\alpha}$ ou $\mathbf{y = - 0{,}337\ x^2 + 1{,}952\ x - 0{,}674}$.

b) Altitude maximale atteinte :

$\left(\frac{dy}{dx}\right)_S = 0 \Rightarrow x_S = 2{,}9$ m, d'où $\mathbf{y_S = 2{,}15\ m}$.

c) Caractéristiques de $\vec{V}_S$:

$$\vec{V}_S \begin{cases} \text{direction: horizontale} \\ \text{sens: celui de } \vec{i} \\ \text{valeur: } V_A\cos\alpha = V_S = 3{,}85 \text{ m/s} \end{cases}$$




3.a)

- Avant le choc : $\vec{p} = m\,\vec{V}_S$ ; $Ec = \frac{1}{2}mV_S^2$
- Après le choc : $\vec{p}' = m\,\vec{V}_1 + m'\,\vec{V}_2$ ; $E'c = \frac{1}{2}mV_1^2 + \frac{1}{2}m'V_2^2$

♦ Conservation de la quantité de mouvement : $m\,\vec{V}_S = m\,\vec{V}_1 + m'\,\vec{V}_2$

♦ Conservation de Ec : $= \frac{1}{2}mV_S^2 = \frac{1}{2}mV_1^2 + \frac{1}{2}m'V_2^2$

D'où le système :

$$\begin{cases} V_{Sx} = V_{1x} + V_{2x} \\ V_{Sx}^2 = V_{1x}^2 + V_{2x}^2 \end{cases}$$

On obtient : $\mathbf{V_1 = 0}$ et $\mathbf{V_2 = 3{,}85\ m.\ s^{-1}}$.

b) Après le choc, (P) effectue un mouvement de chute libre : $\mathbf{y_P = 0}$, d'où $\mathbf{x_P = x_S = 2{,}90\ m}$.

Vitesse du point de chute :

D'après le TEC : $\frac{1}{2}MV^2 - 0 = mgy_S$, d'où $\mathbf{V = \sqrt{gy_S} = 6{,}56\ m.\ s^{-1}}$.

c) Hauteur maximale atteinte par (B) :

TEC : $0 - \frac{1}{2}m'V_2^2 = m'gh$, d'où $h = \frac{V_2^2}{2g} = 0{,}74$ m.

Angle maximal : $h = \ell(1 - \cos\beta)$, d'où $\cos\beta = 1 - \frac{h}{\ell}$ et $\mathbf{\beta = 51°}$.

d) Intensité de T :

TCI : $\vec{P} + \vec{T} = m'\,\vec{a}$ .

Suivant la normale $\vec{n}$ :

• A la position d'équilibre définie par $\beta$ :
$P\cos\beta + T = 0$, d'où $\mathbf{T = m'g\cos\beta = 0,63\ N}$

• A la position d'équilibre :

$$- P + T = m'\frac{V_2^2}{\ell}\text{, d'où } \mathbf{T = m(g + \frac{V_2^2}{\ell}) = 1,74\ N}.$$

# SUJET 12 : BAC D 2001

**PHYSIQUE II**:

1. Une bobine B est alimentée par un générateur de tension alternative sinusoïdale de valeur efficace U = 220 V et de fréquence N = 50 Hz. Dans le circuit, on place un ampèremètre A de résistance négligeable. L'intensité lue est I = 1,1 A (voir figure 1).

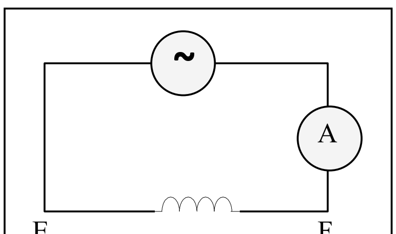


Figure 1

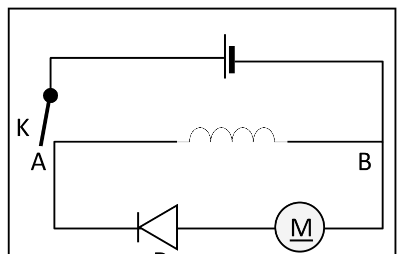


Figure 2

1.1. Calculer la valeur de l'impédance Z de la bobine.

1 .2. On mesure la résistance R de la bobine et on trouve R = 12Ω. Calculer la valeur de l'inductance L de la bobine.

2. Un générateur de force électromotrice E = 25 V et de résistance r = 2Ω alimente un circuit constitué par la bobine précédente aux bornes de laquelle on a placé un petit moteur électrique M en série avec une diode à jonction (figure 2).

2.1. Lorsqu'on ferme l'interrupteur K, quel est le sens du courant qui s'établit dans le circuit.

2.2. On constate que le moteur ne tourne pas. Expliquer la raison.

2.3. Vérifier que l'intensité du courant vaut I = 1,78 A.

3. On ouvre l'interrupteur K et on constate que le moteur tourne pendant quelques secondes.

3.1. Quel est le sens du courant qui le parcourt ?

3.2. Identifie la source de l'énergie électrique nécessaire au fonctionnement du moteur.

3.3. Donne le nom du phénomène ainsi mis en évidence ?

4. Pendant son fonctionnement, le moteur sert à soulever une masse m = 60,0 g à une hauteur h = 39,5 cm.

4.1. Calculer le travail mécanique fourni par le moteur.

4.2. Calculer l'énergie électromagnétique emmagasinée par la bobine.

4.3. En déduire le rendement du moteur.

Donnée : $g = 9,80\ N.kg^{-1}$.

**PHYSIQUE II**:

**1.**

**1.1)** L'impédance de la bobine est : $Z = \frac{U}{I} = \frac{220}{1,1} = 200 \Rightarrow \mathbf{Z = 200\Omega}$.

**1.2)** L'impédance d'un circuit RL a pour expression : $Z = \sqrt{R^2 + L^2\omega^2}$ . Comme $\omega = 2\pi N$ et $Z = \frac{U}{I}$, on a : $L = \frac{1}{2\pi N}\sqrt{\frac{U^2}{I^2} - R^2} = 0,636$ H.

**2.**

**2.1)** Le courant circule de A vers B. La diode D est alimentée en inverse : elle est bloquée et se comporte comme un interrupteur ouvert : aucun courant ne traverse le moteur. Il ne fonctionne donc pas.

$U = E - r.I = RI + L.\frac{dI}{dt}$ ; $\frac{dI}{dt} = 0 \Rightarrow U = E - rI = RI \Rightarrow I = \frac{E}{R+r} = 1,785 \Rightarrow \mathbf{I = 1,78\ A}$.

**3.**

**3.1)** Le courant traversant le moteur circule de B vers A (dans le moteur).

**3.2)** A l'ouverture de l'interrupteur K, l'énergie emmagasinée par la bobine durant la phase précédente ($\frac{1}{2}Li^2$) est évacuée dans le moteur à travers la diode D.

**3.3)** Cette expérience met en évidence le phénomène d'auto-induction. A l'ouverture de K, la bobine est le siège d'une f.é.m. d'auto-induction qui prolonge le courant initial.

**4.**

**4.1)** Le travail mécanique fourni par le moteur est : $\mathbf{W = mgh = 0,232\ J}$.

**4.2)** L'énergie électromagnétique est : $\mathbf{W_e = \frac{1}{2}Li^2 = 1,01\ J}$.

**4.3)** Le rendement de l'opération est : $\eta = \frac{W}{W_e} = \mathbf{23\ \%}$.

# SUJET 13 : BAC D 2002

**CHIMIE I**: INFAS.

1. On dissout une masse m = 815 mg de chlorure d'alkylammonium de formule $C_nH_{2n+1}NH_3Cl$ dans de l'eau distillée de façon à obtenir 1 L de solution $S_0$ de concentration molaire $C_0 = 10^{-2}$ mol. $L^{-1}$.

1.a) Montrer, sans faire de calcul, que ce chlorure d'alkylammonium est un acide.

b) Déterminer la formule semi-développée et le nom du chlorure d'alkylamonium.

2. le pH de la solution $S_0$ est égal à 6,4 à 25 °C.

a) Recenser les espèces chimiques présentes dans la solution $S_0$ et calculer leurs concentrations molaires volumiques.

b) Calculer le $pK_a$ du couple acide/base obtenu.

3. On mélange un volume $V_1$ = 10 $cm^3$ de la solution $S_0$ avec un volume $V_2$ d'une solution d'hydroxyde de sodium de concentration $C_2 = 10^{-2}$ mol. $L^{-1}$. Le pH du mélange est 11.

a) Faire le bilan qualitatif des espèces chimiques présentes dans le mélange.

b) Exprimer les concentrations molaires volumiques de $Cl^-$, $C_nH_{2n+1}NH_3^+$ et de $C_nH_{2n+1}NH_2$ en fonction de $V_2$.

c) Calculer $V_2$.

4. On dispose de trois solutions S, $S_1$ et $S_2$ ; toutes de même concentration $C_0 = 10^{-2}$ mol. $L^{-1}$ :

- S : solution de l'amine $C_nH_{2n+1}NH_2$;

- $S_1$ : solution d'hydroxyde de sodium ;
- $S_2$ : solution d'acide chlorhydrique.

On désire préparer une solution tampon S' de pH = 10,8 et de volume V = 30 cm$^3$.

a) Des solutions S, $S_1$ et $S_2$, lesquelles doit-on mélanger pour obtenir S' ?

b) Calculer les volumes des solutions mélangées.

c) Citer les propriétés de S'.

## CHIMIE I: INFAS.

1.a) $C_nH_{2n+1}NH_3Cl \longrightarrow C_nH_{2n+1}NH_3^+ + Cl^-$ ; $\quad C_nH_{2n+1}NH_3^+ + H_2O \rightleftarrows C_nH_{2n+1}NH_2 + H_3O^+$.

L'ion $Cl^-$ est passif vis-à-vis de l'eau ; par contre $C_nH_{2n+1}NH_3^+$ réagit avec l'eau en donnant l'ion $H_3O^+$. Cet ion est donc acide. Il en est de même du chlorure d'alkylammonium.

b) $C_0 = \frac{m}{MV_0}$, soit $M = \frac{m}{C_0V_0} = 14n + 53,5$, d'où $n = \frac{m}{14C_0V_0} - \frac{53,5}{14} = 2$.

Finalement, on a : $C_2H_5NH_3Cl$ et $CH_3$-$CH_2$-$NH_3Cl$ : chlorure d'éthylammonium.

2.a) Espèces chimiques : $H_3O^+$, $OH^-$, $Cl^-$, $C_2H_5NH_3^+$, $C_2H_5NH_2$ et $H_2O$.

- $[H_3O^+] = 10^{-pH} = 3,98.10^{-7}$ mol. L$^{-1}$ ;
- $[OH^-] = 2,51.10^{-8}$ mol. L$^{-1}$ ;
- $[Cl^-] = C_0 = 10^{-2}$ mol. L$^{-1}$.
- $[C_2H_5NH_3^+] = 10^{-2}$ mol. L$^{-1}$.
- $[C_2H_5NH_2] = 3,73.10^{-7}$ mol. L$^{-1}$.

b) $pK_a = pH - \log\frac{[B]}{[A]} = 6,4 - \log\frac{3,73.10^{-7}}{10^{-2}} = 10,8$.

3.a) Espèces chimiques : $H_3O^+$, $OH^-$, $Cl^-$, $Na^+$, $C_2H_5NH_3^+$, $C_2H_5NH_2$ et $H_2O$.

b)

- $[Cl^-] = \frac{C_0V_1}{V_1+V_2} = \frac{10^{-1}}{10+V_2}$ avec $V_2$ en cm$^3$
- R.EN $[C_2H_5NH_3^+] = [Cl^-] + [OH^-] - [H_3O^+] - [Na^+]$

Or $[H_3O^+] << [OH^-]$, d'où $[C_2H_5NH_3^+] = [Cl^-] - [Na^+] + [OH^-] = \frac{10^{-1}-10^{-2}V_2}{10+V_2} + 10^{-3}$

- R.C. M : $\frac{C_0V_1}{V_1+V_2} = [C_2H_5NH_2] + [C_2H_5NH_3^+]$, d'où $[C_2H_5NH_2] = \frac{10^{-2}V_2}{10+V_2} + 10^{-3}$

c) $\frac{[C_2H_5NH_2]}{[C_2H_5NH_3^+]} = 10^{pH-pKa} = 1,585$ soit $\frac{10^{-2}V_2}{10+V_2} - 10^{-3} = 1,585(\frac{10^{-1}-10^{-2}V_2}{10+V_2} + 10^{-3})$, d'où $\mathbf{V_2 = 7,9\ cm^3}$.

4.a) Les solutions à mélanger sont S et $S_2$.

b) $C_2V_2 = \frac{CV'}{2}$ et $V_2 + V' = V$ avec $C = C_2 = C_0$. On trouve $V_2 = 10$ mL ; $V' = 20$ mL.

c) S' est une solution tampon ($pH = pK_a$). Son pH ne varie pas lors d'une dilution modérée à l'eau distillée. Son pH varie peu lors d'un ajout modéré d'une solution d'acide ou de base.

# SUJET 14 : BAC C 2002

**CHIMIE I**:

Toutes les solutions aqueuses sont prises à 25 °C.

On donne en g. $mol^{-1}$, les masses molaires atomiques suivantes : H : 1 ; O : 16 ; Na : 23 ; Cl : 35,5.

Un flacon d'une solution commerciale d'acide chlorhydrique porte les indications suivantes :

♦Masse volumique : $\mu$ = 1 100 kg. $m^{-3}$

♦Masse de chlorure d'hydrogène pur dissous : 16,6 %.

1. Afin de vérifier ces indications, on réalise l'expérience suivante à 25°C. On prélève 1 mL de cette solution notée $S_0$ que l'on complète à 500 mL avec de l'eau distillée pour obtenir une solution diluée $S_1$. On verse alors progressivement la solution $S_1$ dans un volume $V_b$ = 40 mL d'une solution d'hydroxyde de sodium. On suit la variation du pH en fonction du volume $V_a$ d'acide chlorhydrique versé. Les résultats sont consignés dans le tableau suivant :

| $V_a$ (mL) | 0 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| pH | 11,7 | 11,6 | 11,5 | 11,4 | 11,3 | 11,2 | 11,0 | 10,8 |

| $V_a$ (mL) | 9 | 9,3 | 9,9 | 10 | 10,1 | 10,5 | 11 | 12 | 13 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| pH | 10,5 | 10,2 | 9,5 | 7 | 4,5 | 3,8 | 3,5 | 3,2 | 3,0 |

1.1. Ecrire l'équation-bilan de la réaction entre les solutions d'acide chlorhydrique et d'hydroxyde de sodium.

1.2. Calculer la concentration molaire volumique de la solution d'hydroxyde de sodium à partir de la valeur du pH de la solution initiale de la base ($V_a$ = 0 mL).

1.3. Tracer la courbe pH = f($V_a$).

Echelles : 1 cm ↔ 1 mL ; 1 cm ↔ 1 unité de pH.

1.4. Déterminer graphiquement les coordonnées du point équivalent E. En déduire la concentration molaire volumique $C_0$ de la solution $S_0$.

1.5. Les indications du flacon sont-elles exactes ? Justifier la réponse.

2. Le mélange obtenu à l'équivalence est évaporé. On recueille un produit blanc.

2.1. Donner la formule et le nom du produit blanc.

2.2. Calculer sa masse.

**CHIMIE I**:

1.

1.1) $H_3O^+ + OH^- \longrightarrow 2H_2O$.

1.2) pH = 14 + log$C_b$ ⇒ $C_b = 10^{pH-14} = 5.10^{-3}$ mol. $L^{-1}$

1.3) Courbe pH = f($V_a$) :

1.4)

♦ Point équivalent : E ( $V_{a_E}$ = 10 mL ; $pH_E$ = 7)

♦Valeur de $C_a$ : $C_a. V_{a_E} = C_b. V_b \Rightarrow C_a = \frac{C_bV_b}{V_{a_E}} = 2.10^{-2}$ mol. $L^{-1}$.

♦ Valeur de $C_0$ : $C_0. V_0 = C_a. V_1 \Rightarrow C_0 = \frac{C_aV_1}{V_0}$ = 10 mol. $L^{-1}$.

1.5)

$C_0 = \frac{m}{MV_0} = \frac{p.m}{MV_0} = \frac{p.\mu}{M} \Rightarrow p = \frac{C_0 M}{\mu} = \frac{10 \times 36,5}{1100} = 33,2$ % : les indications du flacon sont inexactes.

2.

2.1) NaCl : chlorure de sodium

2.2) $n_{NaCl} = C_a.\ V_{a_E} = \frac{m_{NaCl}}{M_{NaCl}} \Rightarrow m_{NaCl} = C_a.\ V_{a_E}.\ M_{NaCl} = 11,7$ mg.

**CHIMIE II**:

On donne en g. mol$^{-1}$, les masses molaires atomiques suivantes : H : 1 ; C : 12 ; O : 16.

L'analyse d'un composé organique A à chaîne carbonée ramifiée de formule brute $C_xH_yO$ montre que :

♦le rapport entre la masse d'hydrogène et la masse de carbone qu'il renferme est égal à 0,167 ;

♦le pourcentage en masse d'oxygène présent dans le composé est 18,6 %.

1.a) Quelle est la formule brute de A ?

b) Quelles sont les formules semi-développées et les noms possibles de A ?

2. L'oxydation catalytique de A par une solution acidifiée de dichromate de potassium produit un acide carboxylique B. L'atome de carbone lié au groupe carboxyle porte trois groupes méthyle.

a) Donner les formules semi-développées et les noms des composés A et B.

b) Ecrire l'équation-bilan de la réaction d'oxydoréduction.

3. On fait réagir l'acide B et l'éthanol.

a) Ecrire l'équation bilan de la réaction.

b) Nommer le produit organique formé.

c) Quelles sont les caractéristiques de cette réaction ?

4. On mélange maintenant 0,25 mol du composé B à 4 g d'éthanol. On ajoute à ce mélange quelques gouttes d'acide sulfurique concentré et on le chauffe.

a) Quel rôle joue l'acide dans ce mélange ?

b) Y a-t-il un réactif en excès dans le mélange ? Justifier la réponse.

c) Pourquoi chauffe-t-on le mélange ?

d) Calculer la quantité de matière d'ester formé si la réaction était totale.

e) En réalité, on a obtenu 0,052 mol d'ester. Calculer le rendement de la réaction.

**CHIMIE II**:

1.a)

♦ $\frac{y}{12x} = 0,167 \Rightarrow y = 12 \times 0,167x$ ; $M_A = 12x + y + 16 = 14,004x + 16$

♦$\frac{M_A}{100} = \frac{16}{18,6} \Rightarrow \frac{14,004x+16}{100} = \frac{16}{18,6} \Rightarrow x = 5$ et **A : $C_5H_{10}O$**.

b)

♦$CH_3$-$C(CH_3)$-$CH_2$-CHO : 3-méthylbutanal

♦$CH_3$-$CH_2$-$CH(CH_3)$-CHO : 2-méthylbutanal

♦$CH_3$-$C(CH_3)_2$-CHO : 2,2-diméthylpropanal

♦ $CH_3$-$C(CH_3)$-CO-$CH_3$ : 3-méthylbutan-2-one

2.a)

♦A : $CH_3$-$C(CH_3)_2$-CHO : 2,2-diméthylpropanal

♦B : $CH_3$-$C(CH_3)_2$-COOH : acide 2,2-diméthylpropanoïque

b)

$Cr_2O_7^{2-}$ + 14 $H^+$ + 6$e^-$ ⟶ 2$Cr^{3+}$ + 7$H_2O$ (réduction)

$CH_3$-$CH(CH_3)_2$-CHO + 2$H_2O$ ⟶ $CH_3$-$C(CH_3)_2$-COOH + 2$H^+$ + 2$e^-$ (oxydation)

**Bilan** :

3 $CH_3$-$C(CH_3)_2$-CHO + $Cr_2O_7^{2-}$ + 8 $H^+$ + ⟶ 3 $CH_3$-$C(CH_3)_2$-COH + 2$Cr^{3+}$ + 4$H_2O$

ou 3 $CH_3$-$C(CH_3)_2$-CHO + $Cr_2O_7^{2-}$ + 8$H_3O^+$ + ⟶ 3 $CH_3$-$C(CH_3)_2$-COOH + 2$Cr^{3+}$ + 12$H_2O$

3.a) $CH_3$-$C(CH_3)_2$-CHO + $CH_3$-$CH_2$-OH ⇄ $CH_3$-$C(CH_3)_2$-COO-$CH_2$-$CH_3$ + $H_2O$.

b) $CH_3$-$C(CH_3)_2$-COO-$CH_2$-$CH_3$: 2,2-diméthylpropanoate d'éthyle.

c) Lente, limitée, athermique, réversible.

4.a) L'acide sulfurique joue le rôle de catalyseur. Il permet d'accélérer la réaction.

b) n(éthanol) = $\frac{m}{M} = \frac{4}{46}$ = 8,7.$10^{-2}$ mol : $n_B$ > n(éthanol) : B est en excès.

c) on chauffe le mélange pour accélérer la réaction.

d) n(ester) = n(éthanol) = $\frac{m}{M} = \frac{4}{46}$ = 8,7.$10^{-2}$ mol

e) $r = \frac{\text{n(ester)réel}}{\text{n(ester)théorique}} = \frac{0{,}052}{8{,}7.10^{-2}}$ = 0,5977 soit **r = 59,8 %.**

**PHYSIQUE I**:

On considère un circuit électrique comportant un générateur, une bobine d'inductance L et de résistance R, un condensateur de capacité C variable, montés en série. Le générateur impose entre ses bornes A et B une tension sinusoïdale u de fréquence N = 50 Hz.

1. Faire le schéma du montage.
2. Exprimer :

a) l'impédance Z du circuit en fonction de R, L, C et de la pulsation ω de la tension u ;

b) la phase φ de la tension par rapport à l'intensité en fonction de L, C, R et ω ;

c) la puissance électrique moyenne consommée dans le circuit en fonction de la tension efficace U, de l'intensité efficace I et de la phase φ ;

d) la puissance électrique moyenne consommée dans le circuit en fonction de R et I. En déduire le dipôle dans lequel cette puissance est dissipée.

3. On monte un ampèremètre en série avec les autres dipôles du circuit. On fait varier la capacité C du condensateur et on constate que pour deux valeurs $C_1$ = 12 µF et $C_2$ = 17 µF, l'ampèremètre indique la même valeur de l'intensité efficace.

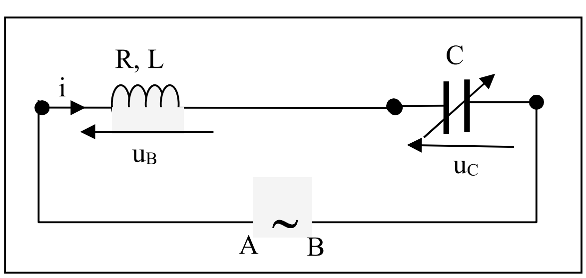
a) Calculer la valeur de l'impédance L de la bobine.

b) Pour chacune des valeurs de C, préciser si la tension u est en retard ou en avance de phase sur l'intensité i du courant dans le circuit.

4. Pour quelle valeur $C_0$ de la capacité C du condensateur, la puissance électrique moyenne consommée dans le circuit est-elle maximale ?

**PHYSIQUE I**:

1)



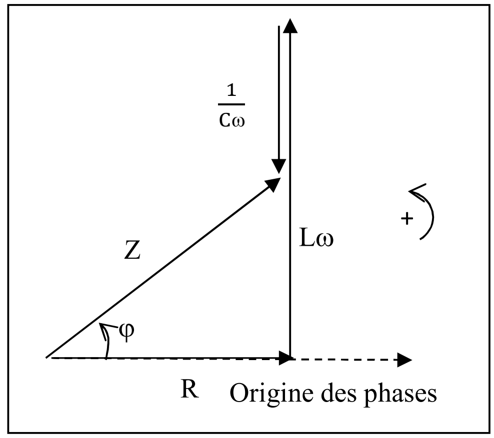
2.a) $Z = \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$

b) $\tan\varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}$.

c) Puissance moyenne : $P = U.I.\cos\varphi$ .

d) $\cos\varphi = \frac{R}{Z}$ et $U = Z.I$, d'où $P = Z.I \times I \times \frac{R}{Z} = R.I^2$.

Cette puissance est dissipée dans la bobine.




3.a) $I = \frac{U}{Z_1} = \frac{U}{Z_2} \Rightarrow Z_2 = Z_1$ et $R^2 + (L\omega - \frac{1}{C_1\omega})^2 = R^2 + (L\omega - \frac{1}{C_2\omega})^2$ , d'où $L = \frac{1}{2\omega^2}(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}) = 0{,}72$ H.

b) $L\omega = 0{,}72 \times 100\pi = 226{,}25\Omega$

♦ $\frac{1}{C_1\omega} = 265,\ 26\ \Omega$ , soit $L\omega - \frac{1}{C_1\omega} < 0$ et $\varphi_1 < 0$ : pour la valeur $C_1$ de C, u est en retard par rapport à i.

♦ $\frac{1}{C_2\omega} = 187,\ 24\Omega$, soit $L\omega - \frac{1}{C_2\omega} > 0$ et $\varphi_2 > 0$ : pour la valeur $C_2$ de C, u est en avance par rapport à i.

4) $P = R.I^2$ est maximale si I est maximale, donc à la résonance : $L\omega = \frac{1}{C_0\omega}$ , d'où

$C_0 = \frac{1}{L\omega^2} = 1{,}4\ .10^{-5}$ F.

**<u>PHYSIQUE II</u>**: **BAC LANC : Mvt dans $\vec{E}$** :

Données numériques : $e = 1{,}6.10^{-19}$ C ; $m = 9{,}1.10^{-31}$ kg ; $\alpha = 30°$ ; $d = 7{,}0$ cm ; $\ell = 20$ cm = OO'.

Des électrons sont émis par une cathode C avec une vitesse initiale négligeable. Ils sont alors accélérés par une tension $U_{QC} = U_0 = 500$ V et arrivent en Q avec une vitesse $\vec{V_0}$ faisant un angle $\alpha$ avec l'axe (O, x). Le poids des électrons a un effet négligeable.

1. Enoncer le théorème de l'énergie cinétique et l'utiliser pour calculer le module $V_0$ de la vitesse $\vec{V_0}$ .

2. Les électrons venant de Q arrivent en O, avec la vitesse $\vec{V_0}$. Ils pénètrent à l'intérieur du condensateur plan constitué par les plaques AA' et BB' (voir figure). Le champ électrique $\vec{E}$ est uniforme et la tension $U_{AB} = U$ est positive.

a) Dans le repère (O, $\vec{i}$ ,$\vec{j}$), exprimer en fonction de e, $V_0$, $\alpha$, U et d, les composantes du vecteur-accélération, du vecteur-vitesse et du vecteur-position à l'intérieur des plaques.

b) En déduire l'équation cartésienne de la trajectoire en fonction de $U_0$, U, d et $\alpha$.

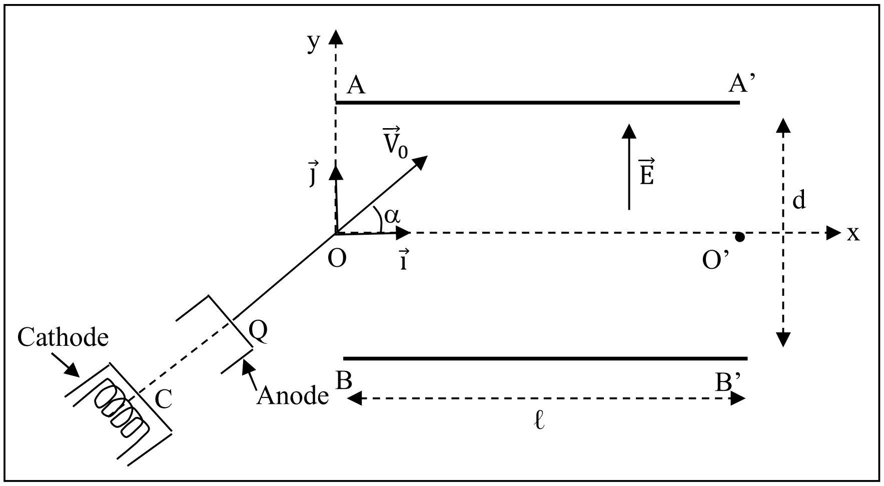
c) Exprimer, en fonction de $U_0$, U, d et $\alpha$, les coordonnées du point M où le vecteur-vitesse est parallèle à l'axe (Ox).

d) En déduire la relation liant $U_0$, U et $\alpha$ pour que l'électron ne touche pas la plaque supérieure AA'.

3. On veut que l'électron sorte du champ en O'.

a) Déterminer en fonction de $\alpha$, $\ell$, d et $U_0$ la tension à appliquer entre les plaques. Donner sa valeur numérique.

b) Montrer alors que le vecteur-vitesse en O' a la même valeur qu'en O.




**PHYSIQUE II: BAC LANC (la question 4 peut être supprimée)** :

1) ♦ **Enoncé du théorème de l'énergie cinétique** :

Dans un référentiel galiléen, la variation de l'énergie cinétique d'un système matériel entre deux dates $t_1$ et $t_2$ est égale à la somme algébrique des travaux des forces extérieures appliquées au système pendant la durée de la variation.

♦ **Calcul de $V_0$** :

• Système : un électron de masse m et de charge e

• Référentiel terrestre supposé galiléen

• Bilan des forces extérieures : le poids $\vec{P}$ de l'électron et la force électrique $\vec{F}_e$ : $\vec{P} << \vec{F}_e$

• TEC : $\frac{1}{2}mV_0^2 = qU_{CQ} \Rightarrow V_0 = \sqrt{\frac{2eU_{QC}}{m}} = 1,32.10^7$ m. s$^{-1}$.

2.

a)

• Force: la force électrique $\vec{F}_e = -e\,\vec{E}$

• Théorème du centre d'inertie: $\vec{F}_e = m\vec{a}$ et $m\,\vec{a} = -e\,\vec{E} \Rightarrow \vec{a} = -\frac{e\vec{E}}{m} = -\frac{eE}{m}\vec{j}$

-Les conditions initiales sont : à t = 0:

$$\vec{V}_0 \begin{cases} V_{0_x} = V_0\cos\alpha \\ V_{0_y} = V_0\sin\alpha \end{cases} ; \quad \overrightarrow{OG}_0 \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}$$

- à t >0 :

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -\frac{eU}{md} \end{cases} ; \quad \vec{V} \begin{cases} V_x = V_0\cos\alpha \\ V_y = -\frac{eU}{md}t + V_0\sin\alpha \end{cases} ; \overrightarrow{OG} \begin{cases} x = V_0\cos\alpha t \\ y = -\frac{eU}{2md}t^2 + V_0\sin\alpha t \end{cases}$$

b) **Equation de la trajectoire :**

$x = V_0 \cos\alpha\, t \Rightarrow\ t = \frac{x}{V_0 \cos\alpha}$ . On remplace t par son expression dans y (t), ce qui donne :

$\mathbf{y = -\ \frac{Ux^2}{4dU_0\cos^2\alpha} + x\tan\alpha}$ avec $mV_0^2 = 2eU_0$.

c) Si la vitesse est parallèle à (Ox), Vy = 0, soit $-\frac{eU}{md}t + V_0\sin\alpha = 0$, d'où $t_M = \frac{mdV_0\sin\alpha}{eU}$

Finalement : $x_M = V_0.t_M\cos\alpha = \frac{U_0 d\sin^2\alpha}{U}$ et $y_M = \frac{U_0 d.\sin^2\alpha}{U}$

d) L'électron ne touche pas AA' si $y_M < \frac{d}{2}$ soit $\frac{U_0 d.\sin^2\alpha}{U} < \frac{d}{2}$, d'où $\mathbf{2U_0\sin^2\alpha < U}$.

3.

a) Si l'électron sort du champ en O', y = 0 et x = ℓ, soit $-\ \frac{Ux^2}{4dU_0\cos^2\alpha} + x\tan\alpha = 0$, d'où

$\mathbf{U = \frac{2dU_0\sin^2\alpha}{\ell}}$ = 303 V.

b) TEC entre O et O' :

$\frac{1}{2}mV'^2_0 - \frac{1}{2}mV_0^2 = \vec{F}_e \,.\, \overrightarrow{OO'} = 0$ car $\vec{F}_e \perp \overrightarrow{OO'}$, d'où $V'_0 = V_0$.

# EPREUVE 1 : BAC D 91 CÔTE D'IVOIRE (REMPLACEMENT) :

**EXERCICE III** :

1. Ecrire l'équation de la réaction générale d'hydrolyse d'un ester.

2. On procède à l'hydrolyse d'un ester de formule brute $C_5H_{10}O_2$. On obtient l'acide éthanoïque et un corps X. L'oxydation ménagée de X donne un corps Y qui agit sur la 2,4-dinitrophénylhydrazine (D.N.P.H.) et n'agit pas sur la liqueur de Fehling.

a) Quelle est la formule semi-développée de X ?

b) Quelle est la formule semi-développée de l'ester ?

3. Il existe un alcool A isomère de X. Quelle est la formule semi-développée et la classe de A ?

4. Ecrire l'équation-bilan de la réaction qui se produit entre l'alcool A et l'ion dichromate ($Cr_2O_7^{2-}$) en excès et en milieu acide. Quel composé organique B obtient-on ?

5. On désire synthétiser, à partir de B, une amide. On procède de deux manières différentes :

- la première consiste à utiliser B et l'ammoniac $NH_3$.
- La seconde consiste à utiliser B, le chlorure de thionyle $SOCl_2$ et l'ammoniac $NH_3$.

a) Ecrire dans chaque cas, les équations des réactions nécessaires.
b) Donner le nom de l'amide.

**EXERCICE III** :
1) R-COO-R' + $H_2O \rightleftarrows$ R-COOH + R'-OH
2.a) X a pour formule brute $C_3H_7OH$ et c'est un alcool secondaire.
D'où X : $CH_3$-CHOH-$CH_3$ : propan-2-ol.
b) L'ester : $CH_3$-COO-$CH(CH_3)_2$.
3) A isomère de X est un alcool primaire de formule semi-développée : $CH_3$-$CH_2$-$CH_2$-OH.
4) L'action de A sur l'ion $Cr_2O_7^{2-}$ donne de l'acide propanoïque : (**équation à vérifier**)
$Cr_2O_7^{2-}$ + 14 $H^+$ + 6$e^-$ ⟶ 2$Cr^{3+}$ + 7$H_2O$ (réduction)
$CH_3$-$CH_2$-$CH_2$-OH + $H_2O$ ⟶ $CH_3$-$CH_2$-COOH + 4$H^+$ + 4$e^-$ (oxydation)
**Bilan** :
3 $CH_3$-$CH_2$-$CH_2$-OH + 2$Cr_2O_7^{2-}$ + 16 $H^+$ + ⟶ 3 $CH_3$-$CH_2$-COOH + 4$Cr^{3+}$ + 11$H_2O$
ou 3$CH_3$-$CH_2$-$CH_2$-OH + 2$Cr_2O_7^{2-}$ + 16 $H_3O^+$ + ⟶ $CH_3$-$CH_2$-COOH + 4$Cr^{3+}$ + 27$H_2O$.

5.a)
* B sur l'ammoniac $NH_3$ :
• $CH_3$-$CH_2$-COOH + $NH_3 \rightleftarrows$ $CH_3$-$CH_2$-COO- + $NH_4^+$
• $CH_3$-$CH_2$-$COO^-$ + $NH_4^+$ ⟶ $CH_3$-$CH_2$-CO-$NH_2$ + $H_2O$

* B sur le chlorure de thionyle et l'ammoniac $NH_3$ :
• $CH_3$-$CH_2$-COOH + $SOCl_2$ ⟶ $CH_3$-$CH_2$-COCl + $SO_2$ + HCl
• $CH_3$-$CH_2$-COCl + $NH_3$ ⟶ $CH_3$-$CH_2$-CO-$NH_2$ + HCl

b) L'amide obtenue est la propanamide.

# EPREUVE 4 : BAC C 99 NIGER

**EXERCICE 2** :
1. La molécule d'un composé organique A, de formule $C_nH_{2n}O_2$, contient 27,58 % en masse d'oxygène. Donner la formule brute de A.
$M_C = 12$ g. $mol^{-1}$ ; $M_H = 1$ g. $mol^{-1}$ ; $M_O = 16$ g. $mol^{-1}$.
2. On fait agir A avec la 2,4-D.N.P.H et le réactif de Schiff. On obtient un précipité jaune pour le 1er test, une solution à coloration rose pour le 2ème test.
a) Quelle est la fonction du composé A ? Donner sa formule semi-développée et son nom.
b) Comment appelle-t-on le produit de la réaction de A sur la 2,4-D.N.P.H ?
3. Par action du dichromate de potassium en milieu acide sur le composé A, on obtient un corps B.
a) Donner la formule semi-développée et le nom de B.
b) Ecrire l'équation-bilan de la réaction.
4. B réagit avec un alcool C pour donner un corps D et de l'eau. D a une masse molaire de 116 g/mol. Le produit de l'oxydation de C par le dichromate de potassium en milieu acide ne réagit pas avec le réactif de Tollens ni avec les indicateurs colorés usuels.

Donner les formules semi-développées et les noms de C et D.

**EXERCICE 2** :

1) $\frac{14n+16}{100} = \frac{16}{27,58}$, d'où n = 3. Donc A : **$C_3H_6O$**.

2.a) A est un aldéhyde : $CH_3$-$CH_2$-CHO (propanal)

b) Le produit de la réaction est la 2,4-dinitrophénylhydrazone (le précipité).

3.a) B : acide carboxylique : $CH_3$-$CH_2$-COOH ; nom : acide propanoïque.

b)

$Cr_2O_7^{2-}$ + 14 $H^+$ + $6e^-$ ⟶ $2Cr^{3+}$ + $7H_2O$ (réduction)

$CH_3$-$CH_2$-CHO + $H_2O$ ⟶ $CH_3$-$CH_2$-COOH + $2H^+$ + $2e^-$ (oxydation)

**Bilan** :

3 $CH_3$-$CH_2$-CHO + $2Cr_2O_7^{2-}$ + 8 $H^+$ + ⟶ 3 $CH_3$-$CH_2$-COOH + $2Cr^{3+}$ + $4H_2O$

ou 3$CH_3$-$CH_2$-$CH_2$-OH + $Cr_2O_7^{2-}$ + 8 $H_3O^+$ + ⟶ 3$CH_3$-$CH_2$-COOH + $2Cr^{3+}$ + $12H_2O$.

4) D : $CH_3$-$CH_2$-COO-$C_nH_{2n+1}$ : M = 14n + 74 ⇒ n = $\frac{M-74}{14}$ = 3.

C : alcool dont la molécule comporte 3 atomes de carbone. Le produit de l'oxydation ménagée de C est sans action avec le réactif de Tollens et avec les indicateurs colorés usuels : le produit est une cétone : l'alcool est secondaire.

C : $CH_3$-CH(OH)-$CH_3$ ; D : $CH_3$-$CH_2$-COO-CH($CH_3$)-$CH_3$.

# EPREUVE 5 : BAC D 2000 NIGER

**EXERCICE 2** :

On disposé d'une solution aqueuse $S_1$ d'ammoniac, de concentration $C_1 = 10^{-2}$ mol. $L^{-1}$ et de pH = 10,6.

1. Ecrire la réaction de l'ammoniac avec l'eau. Quels sont les couples acide / base en présence dans la solution ?
2. Indiquer les différentes espèces chimiques présentes dans la solution. Calculer leur concentration.
3. Calculer :

a) le $pK_A$ du couple acide / base de l'ammoniac ;

b) le coefficient d'ionisation $\alpha_1$ de la solution $S_1$.

4. A partir de la solution $S_1$, on prépare 250 mL d'une solution $S_2$ de concentration $C_2 = 2.10^{-3}$ mol/ L.

a) Quelle quantité de $S_1$ doit-on prélever ?

b) Indiquer le matériel utilisé pour cette opération.

5. Le pH de la solution $S_2$ est 10,2.

a) Calculer le coefficient d'ionisation $\alpha_2$ de la solution $S_2$.

b) En comparant $\alpha_2$ à $\alpha_1$, que peut-on conclure quant à l'évolution de l'ionisation de l'ammoniac ?

**EXERCICE 2** :

1) $NH_3 + H_2O \rightleftarrows NH_4^+ + OH^-$

Couples acide/base : $NH_4^+$/ $NH_3$ et $H_2O/OH^-$.

2) Espèces chimiques : $H_3O^+$, $OH^-$, $NH_4^+$ ,$NH_3$ et $H_2O$.

•$[H_3O^+] = 10^{-pH} = 2{,}5.10^{-11}$ mol. $L^{-1}$ ;
•$[OH^-] = 4.10^{-4}$ mol. $L^{-1}$ ;
•REN : $[NH_4^+] = [OH^-] = 4.10^{-4}$ mol. $L^{-1}$.
•RCM : $C_1 = [NH_3] + [NH_4^+] \Rightarrow [NH_3] = C_1 - [NH_4^+] = 9{,}6.10^{-3}$ mol. $L^{-1}$.
3.a) $pK_a = pH - \log\frac{[NH_3]}{[NH_4^+]} = 9{,}2$
b) $\alpha_1 = \frac{[NH_4^+]}{C_1} = 4.10^{-2} = 4$ %.
4.a) $n = C_2V_2 = C_1V_1 \Rightarrow V_1 = \frac{C_2V_2}{C_1} = 25$ mL
b) Fiole jaugée 250 mL et 25 mL. Prélever 25 mL, verser dans la fiole de 250 mL et compléter avec de l'eau.
5.a) $\alpha_2 = \frac{[NH_4^+]}{[NH_3]}$ (**à revoir**)
•$[H_3O^+] = 10^{-pH} = 10^{-10{,}2}$ mol. $L^{-1}$ ;
•$[OH^-] = 1{,}58.10^{-4}$ mol. $L^{-1}$ ;
•REN : $[NH_4^+] = [OH^-] = 1{,}58.10^{-4}$ mol. $L^{-1}$.
•RCM : $C_2 = [NH_3] + [NH_4^+] \Rightarrow [NH_3] = C_2 - [NH_4^+] =$ 2.10-3 – $1{,}58.10^{-4}$ =
$\alpha_2 = \frac{1{,}58.10^{-4}}{10^{-3}} = 0{,}158 \approx 0{,}16$
b) $\alpha_1 < \alpha_2$ : ionisation croissante.

# EPREUVE 13 : BAC C 98 TOGO (REMPLACEMENT) :

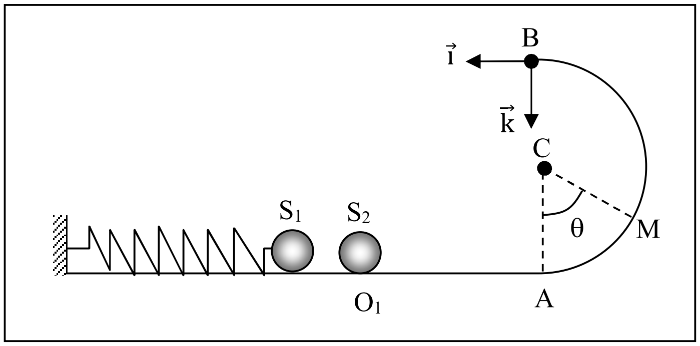
**PHYSIQUE 1** : INFAS
Dans tout l'exercice, on négligera les forces de frottement et on prendra $g = 10$ m. $s^{-2}$.
Une piste située dans un plan vertical est constituée de deux parties : une partie rectiligne (OA) et une partie circulaire (AB) de centre C et de rayon r.
On dispose d'un ressort R de constante de raideur K sur la partie rectiligne. L'une des extrémités du ressort est fixe, l'autre reliée à un solide ponctuel ($S_1$) de masse $m_1$. A l'équilibre ($S_1$) est au point $O_1$ tel que $O_1A = 2r$. On déplace ($S_1$) et on le lâche sans vitesse initiale. Une bille ($S_2$) de masse $m_2 = \frac{m_1}{2}$ initialement au repos en $O_1$ est propulsée avec une vitesse $V_0$ lors d'un choc avec ($S_1$) (voir figure).
1.a) Exprimer la réaction de la piste sur ($S_2$) en un point M en fonction de r, $V_0$, g et $\theta = \widehat{ACM}$).
b) En déduire en fonction de g et r, la vitesse minimale de ($S_2$) en $O_1$ pour qu'elle puisse atteindre le point B, sommet de sa trajectoire circulaire.
c) Quelle est dans cette condition, la vitesse $V_B$ de ($S_2$) en B ?
2.a) Etudier dans le repère $(B, \vec{i}, \vec{k})$ le mouvement ultérieur de la bille ($S_2$).
b) La bille ($S_2$) retombe sur la piste en un point D. Déterminer en fonction de r, la distance d = AD. Conclure.

3. A l'arrivée de ($S_2$) en D, elle heurte de nouveau ($S_1$). A cet instant, ($S_1$) passait par D dans le sens du vecteur $\vec{i}$, pour la $2^{ème}$ fois.

a) Déterminer l'intervalle de temps t, qui sépare les deux chocs.

A.N. : $K = 10\ N.m^{-1}$ ; $m_1 = 100\ g$.

b) En déduite le temps $t_2$, mis par ($S_2$) pour parcourir la piste AB.

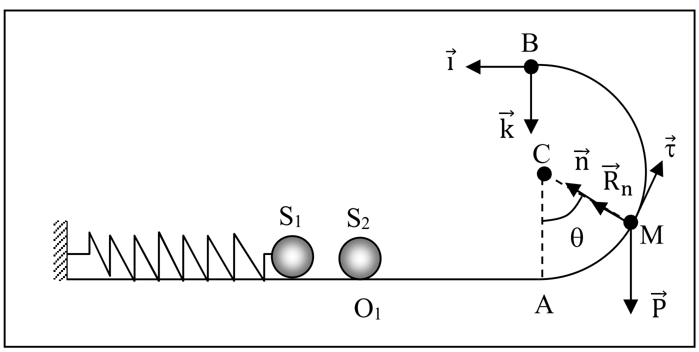



**PHYSIQUE 1** :

1.a)

- <u>Système</u> : {la bille $S_2$ de masse $m_2$}
- <u>Référentiel galiléen:</u> la Terre
- <u>Force</u>: le poids $\vec{P}$ et la réaction normale $\vec{R}_M$
- <u>Théorème du centre d'inertie</u>: $\vec{P} + \vec{R}_n = m_2\vec{a}$
- Projection sur $\vec{n}$ : $- mg.\cos\theta + R_n = m_2.\frac{V_M^2}{r}$

TEC : $V_M^2 = V_0^2 - 2gr\,(1 - \cos\theta)$, d'où $\mathbf{R_n = m_2\left[\frac{V_0^2}{r} + g(3\cos\theta - 2)\right]}$




b) La vitesse minimale de ($S_2$) en $O_1$ est telle que $V_B \geq 0$ et $R_n \geq 0$, d'où $V_{01}\min = \sqrt{5gr}$

c) Dans cette condition : $V_B^2 = 5gr - 4gr$, soit $V_B = \sqrt{gr}$

2.a) $z = \frac{gx^2}{2V_B^2}$ : mouvement parabolique

b) D ($x_D = AD = d$ ; $z = 2r$). Ainsi $2r = \frac{gx_D^2}{2V_B^2}$, d'où $2r = \frac{gx_D^2}{2gr}$ . Finalement : $\mathbf{x_D = d = 2r}$.

3.a) L'équation horaire du mouvement de ($S_2$) est : $x = X_m.\cos(\omega_0 t)$.

La vitesse $x = - X_m.\omega_0.\sin(\omega_0.t)$ est maximale en $O_1$ : soit $\sin(\omega 0t) = \pm 1 \Rightarrow t = \frac{\pi}{\omega_0}(\pm\frac{1}{2} + 2k)$.

Lors du 2ème passage en O1 dans le sens de $\vec{i}$ : $t = \frac{7\pi}{2}\sqrt{\frac{m_1}{k}}$.

Ainsi, l'intervalle de temps qui sépare les deux cocs est : $t = \frac{7\pi}{2}\sqrt{\frac{m_1}{k}} = 1,1$ s.

b) Le temps de chute est tel que : $z_D = \frac{1}{2}gt^2 = 2r \Rightarrow t = \sqrt{\frac{4r}{g}}$ . Ainsi le temps mis par ($S_2$) pour parcourir la piste AB est $t_2 = \frac{7\pi}{2}\sqrt{\frac{m_1}{k}} - \sqrt{\frac{4r}{g}} = 1,1 - \sqrt{\frac{4r}{g}}$

# EPREUVE 14 : BAC D 98 TOGO

**CHIMIE 1**:

Un monoalcool saturé A a une densité de vapeur d = 2,55. On verse un échantillon de cet alcool en excès dans un bécher contenant une solution acide de dichromate de potassium et on observe que le mélange réactionnel passe de la couleur orange à la couleur verte. Le composé B d'oxydation de A donne un test positif avec la D.N.P.H. ainsi qu'avec la liqueur de Fehling.

1.a) Quels sont les ions responsables de la couleur orange puis verte de ce mélange ?

b) Donner la fonction chimique du composé B obtenu.

c) Trouver la formule brute de A.

d) Quels sont la classe, le nom et la formule semi-développée de A sachant que sa molécule contient deux groupes méthyles.

e) Donner le nom et la formule semi-développée de B. Ecrire l'équation-bilan de sa réaction avec la liqueur de Fehling.

2. Lorsqu'on verse une solution acide de dichromate de potassium, en excès sur A, on obtient le composé C. L'action du pentachlorure de phosphore $PCl_5$ sur C donne le composé organique D. D agit sur une monoamine saturée et non cyclique comportant 31,1 % d'azote pour donner le produit F.

a) Quelles sont les formules semi-développées possibles de l'amine ?

b) L'amine utilisée est celle de la classe la plus élevée. L'identifier.

c) Trouver les formules semi-développées et noms des produits C, D et E.

• On donne les masses molaires exprimées en $g.\ mol^{-1}$ : C : 12 ; H : 1 : N : 14.

**CHIMIE 1**:

1.a) Les ions dichromates $Cr_2O_7^{2-}$ sont responsables de la couleur orange et les ions chrome $Cr^{3+}$ sont responsables de la couleur verte obtenue après oxydation.

b) B est un aldéhyde ; sa fonction chimique est – CHO.

c) A : $C_nH_{2n+2}O$ : M = 14n + 18 = 29.d = 73,95, d'où n = 4, d'où **A : $C_4H_{10}O$**.

d) A : $CH_3$-$CH(CH_3)$-$CH_2OH$ : méthylpropan-1-ol : alcool primaire.

e) B : $CH_3$-$CH(CH_3)$-CHO : méthylpropanal.

$CH_3\text{-}CH(CH_3)\text{-}CHO + 2\ Cu^{2+} + 5\ OH^- \longrightarrow Cu_2O + CH_3\text{-}CH(CH_3)\text{-}COO^- + 3H_2O$.

2.a)

Amine : $C_nH_{2n+1}N$ : $\frac{M}{100} = \frac{14n+15}{100} = \frac{14}{31,1} \Rightarrow n = 2$, d'où **$C_2H_7N$**.

• $CH_3$-NH-$CH_3$ : diméthylamine

• $CH_3$-$CH_2$-$NH_2$ : éthylamine.

b) L'amine de la classe la plus élevée est : $CH_3$-NH-$CH_3$ : diméthylamine.

c)
- C : $CH_3$-$CH(CH_3)$-$COOH$ : acide 2-méthylpropanoïque
- D : $CH_3$-$CH(CH_3)$-$COCl$ : chlorure de 2-méthylpropanoyle
- E : $CH_3$-$CH(CH_3)$-$CO$-$N(CH_3)_2$ : N,N-diméthyl-2-méthylpropanamide.

**PHYSIQUE 1**:

On constitue un dipôle en plaçant en série une bobine B d'inductance L et de résistance r avec un conducteur ohmique de résistance R. On applique aux bornes de cette association, une tension sinusoïdale de fréquence f = 50 Hz et d'expression $u = U\sqrt{2}\cos\omega t$. L'intensité instantanée est alors $i = I\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi)$.

On donne : U = 82,5 V et I = 2 A. Un voltmètre branché successivement aux bornes de R puis de B donne respectivement $U_R = 40$ V et $U_B = 60$ V.

1.a) Déterminer R.

b) En prenant l'horizontale comme origine des phases, déterminer à l'aide de la construction de Fresnel, la phase $\varphi$ de i par rapport à u et la phase $\varphi_B$ de la tension $u_B$ aux bornes de B par rapport à u.

c) Calculer L et r.

2. Quelle est la capacité C du condensateur qu'il faut mettre en série avec le dipôle précédent pour que l'intensité i soit en phase avec la tension aux bornes de la nouvelle association ?

3. On enlève le condensateur et on alimente le dipôle constitué de B et R en série, avec une tension continue de valeur $U_1 = 12$ V.

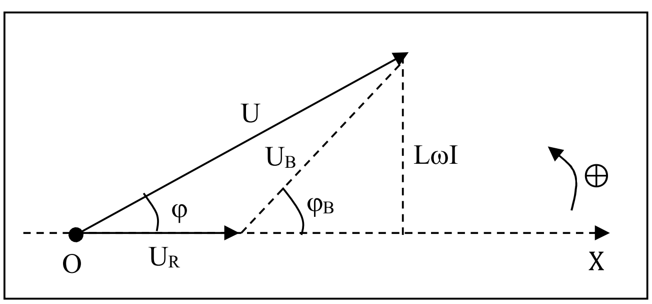
Quelle serait l'intensité $I_1$ du courant qui traverse ce dipôle ?

**PHYSIQUE 1**:

1.a) $U_R = R.I \Rightarrow R = \frac{U_R}{I} = \frac{40}{2} = 20\Omega$.

b) Construction de Fresnel :

Echelle : 1 cm $\leftrightarrow$ 15 V ; $U_R \leftrightarrow$ 2,7 cm ; $U_B \leftrightarrow$ 4 cm ; $U \leftrightarrow$ 5,5 cm.




Graphiquement : $\varphi = 41°$ et $\varphi B = 65°$.

c)
- $\sin\varphi = \frac{L\omega I}{U}$, d'où $L = \frac{U.\sin\varphi}{\omega I} = 8,6.10^{-2}$ H
- $\tan\varphi = \frac{L\omega}{R+r}$, d'où $r = \frac{L\omega}{\tan\varphi} - R = 11,80\Omega$.

2) i et u en phase veut dire qu'on est à la résonance : $LC\omega^2 = 1 \Rightarrow C = \frac{1}{L\omega^2} = 1,2.10^{-4}$ F

3) $U_1 = (R + r)I_1 \Rightarrow I_1 = \frac{U_1}{R+r} = 0,39$ A.