

**LENTILLES MINCES ET APPLICATIONS**

**Exercice 1 :**

Un objet lumineux AB de 6 cm de hauteur est placé, perpendiculairement à l'axe optique d'une lentille mince convergente de distance focale 5 cm, à 20 cm devant celle-ci. Le point A est sur l'axe principal.

1. Déterminer la position, la nature le sens et la hauteur de l'image de AB.
  2. Effectuer ensuite une construction géométrique et vérifier les résultats obtenus par la calcul.
1. image réelle à 6,7 cm de la lentille et de 2 cm de haut.

**Exercice 2 :**

Un objet lumineux AB, de longueur 5 cm est placé perpendiculairement à l'axe optique d'une lentille mince convergente de distance focale 25 cm ; le point A est sur l'axe optique. Déterminer, par le calcul, la position, la nature, le sens et la grandeur de l'image dans les quatre cas suivants :

1. l'objet est réel et à 2 m de la lentille.
  2. l'objet est réel et à 50 cm de la lentille.
  3. l'objet est réel et à 20 cm de la lentille.
  4. l'objet est réel et à 15 cm de la lentille.
1. image à 28,6 cm et 0,7 cm de haut.
  2. image à 50 cm et 5 cm de haut.
  3. image à -100 cm et 25 cm de haut.
  4. image à -37,5 cm et 12,5 cm de haut.

**Exercice 3 :**

On considère un objet de taille 3 cm, une lentille convergente de distance focale  $f'$  et l'image de l'objet à travers cette lentille. La taille de l'image est 1 cm. La distance entre l'objet et son image est  $D = 160$  mm. Faire un schéma et retrouver par le calcul la distance focale de la lentille.  
 $f' = 3$  cm.

**Exercice 4 :**

Une camera aérienne survolant la Terre à une altitude de 4000 m de distance focale 50 cm produit

une image de format 18 cm sur 18 cm d'une ville. Calculer la surface photographiée.  
 $S = 2,1$  km<sup>2</sup>

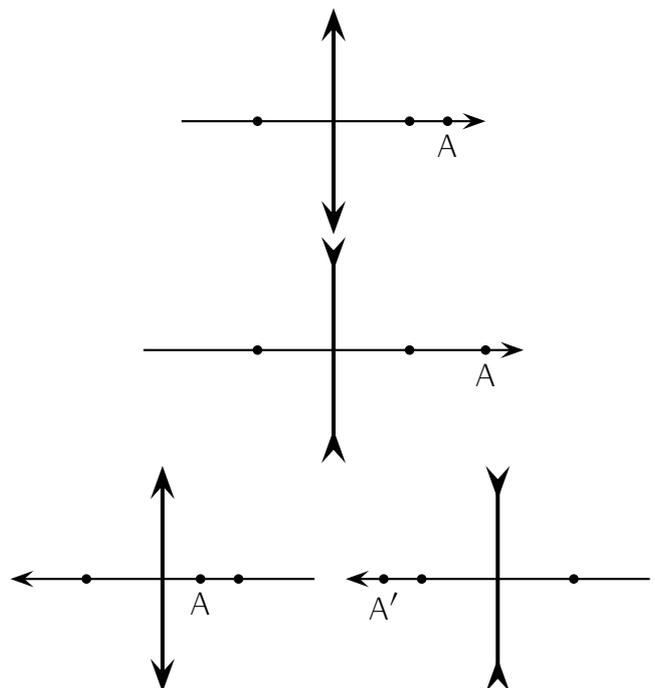
**Exercice 5 :**

Considérons une paire de lunettes correctrices pour la myopie. L'ordonnance indique une vergence de  $-2\delta$ .

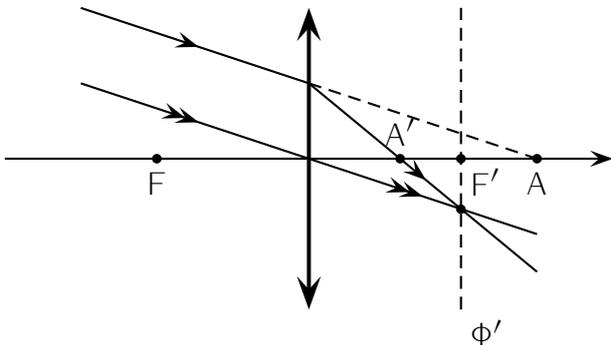
1. Quelle est la distance focale image de la paire de lunettes ? Quelle est le type de lentilles utilisées ?
  2. Muni de cette paire de lunettes, je lis un livre situé à 30 cm de mon visage. Quelle est la distance de l'image de cet ouvrage à travers les lunettes ?
1. La distance focale est de -50 cm, c'est une lentille divergente.
  2. L'image est à 18,75 cm.

**Exercice 6 : Constructions graphiques**

Pour chacune des figures, déterminer la position de l'objet A ou de son image A' par la lentille mince. Les points situés sur l'axe optique sont les foyers de la lentille. L'axe optique est orienté dans la direction de la lumière incidente.

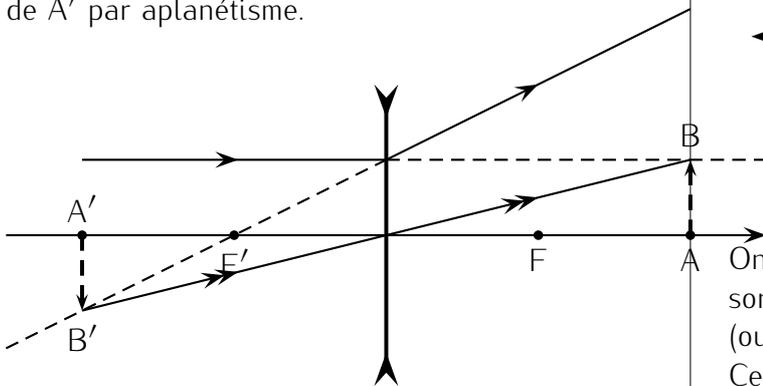


**Construction 1 :** comme A est sur l'axe optique, plusieurs techniques peuvent être utilisées : tracé d'un rayon qui passe ou passerait par A ou A' ou utilisation d'un point B ou B' "déporté".



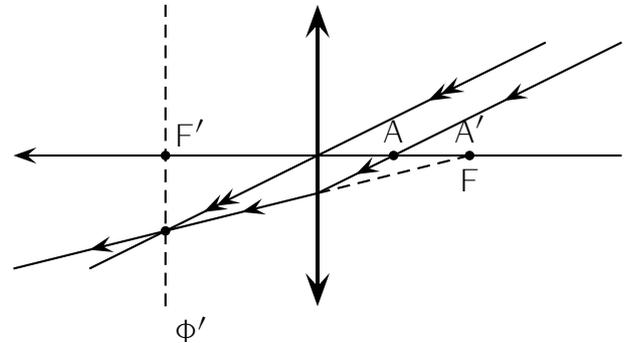
A est un objet virtuel. Comme il est sur l'axe optique  $\Delta$ , A' y est aussi. On trace un rayon qui passerait par A si la lentille n'existait pas puis on utilise un rayon parallèle au précédent et la méthode du foyer secondaire pour tracer la suite du rayon. Son intersection avec  $\Delta$  indique A'. L'image est ici réelle (située après la face de sortie). L'utilisation de l'hyperbole de conjugaison confirme le tracé (point ①).

**Construction 2 :** on peut utiliser un objet AB placé orthogonalement à l'axe optique  $\Delta$ . On cherche l'image B' de B et on en déduit la position de A' par aplanétisme.



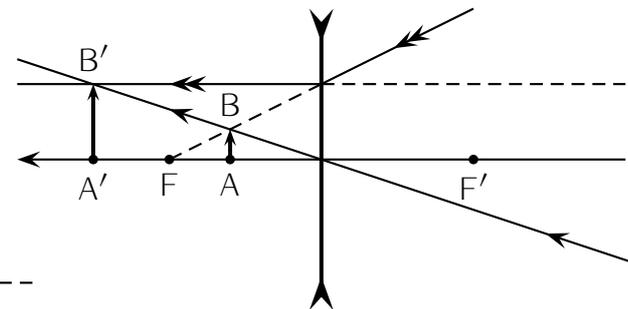
A' est virtuelle.

**Construction 3 :** attention, la lumière incidente vient de droite à gauche, il faut donc en tenir compte quand on place les foyers de la lentille.



A' est virtuelle et si on est dans le cas particulier où  $\overline{OA} = -\frac{f'}{2}$  comme sur la figure, on a alors  $A' = F$ .

**Construction 4 :** on peut utiliser l'image étendue A'B' dont on cherche l'image AB.



On trace donc des rayons qui passent par B' en sortie de la lentille. B est l'endroit d'où il viennent (ou semblent venir). Cette fois A est virtuel.

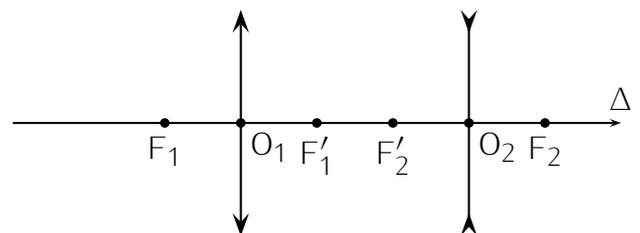
**Exercice 7 : Construction géométrique du foyer d'un doublet.**

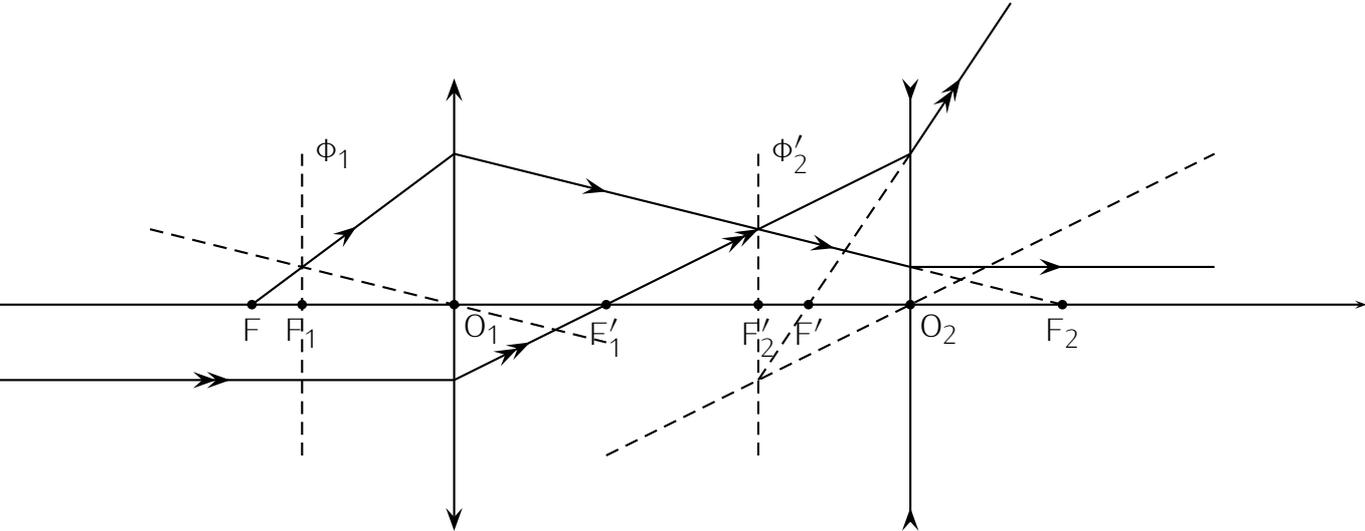
On considère le système de deux lentilles minces (doublet) représenté ci-dessous.

On prendra  $\overline{O_1F'_1} = \overline{F'_1F'_2} = \overline{O_2F_2} = 1 \text{ cm}$ .

1. Construire le foyer principal objet puis le foyer principal image du système.
2. Retrouver le résultat par le calcul.

1. Par définition, le foyer principal objet est le point de l'axe optique  $\Delta$  dont l'image est à l'infini sur l'axe optique.





On part d'un rayon sortant du système parallèlement à l'axe optique et on "remonte" son parcours le long du système pour voir de quel point de l'axe optique il provient ou semble provenir.

De même, le foyer principal image est l'image d'un point situé à l'infini sur l'axe optique. On tracera le devenir d'un rayon arrivant parallèlement à l'axe optique. Son intersection avec  $\Delta$  est  $F'$ .

2. On peut retrouver ces résultats par le calcul en utilisant les relations de conjugaison.

Pour le foyer principal objet,  $F - (L_1) \rightarrow A_1 = F_2 - (L_2) \rightarrow A'_\infty \in \Delta$ . En effet, pour que l'image finale soit à l'infini, il faut que l'image de  $F$  par  $(L_1)$  soit confondue avec le foyer principal objet de  $(L_2)$ .

On n'a donc qu'une seule relation de conjugaison à utiliser,  $F - (L_1) \rightarrow A_1 = F_2$  donne  $\frac{1}{O_1F_2} - \frac{1}{O_1F} =$

$$\frac{1}{f'_1} \Rightarrow \overline{O_1F} = \frac{f'_1 \cdot \overline{O_1F_2}}{f'_1 - \overline{O_1F_2}} = \frac{1 \times 4}{1 - 4} = -1,33 \text{ cm.}$$

De même, pour le foyer principal image,  $A_\infty \in \Delta - (L_1) \rightarrow F'_1 - (L_2) \rightarrow F'$  et  $\frac{1}{O_2F'} - \frac{1}{O_2F'_1} = \frac{1}{f'_2} \Rightarrow$

$$\overline{O_2F'} = \frac{f'_2 \cdot \overline{O_2F'_1}}{f'_2 + \overline{O_2F'_1}} = \frac{(-1) \times (-2)}{-1 - 2} = -0,67 \text{ cm.}$$

### Exercice 8 : Élargissement d'un faisceau.

Un faisceau lumineux quasi parallèle de diamètre  $d = 2 \text{ mm}$  est émis d'une source Laser. On désire multiplier son diamètre par 10 tout en maintenant le faisceau cylindrique.

1. L'élargisseur utilise une lentille mince divergente ( $L_1$ ) et une lentille mince convergente ( $L_2$ ) de distance focale  $f'_2 = 50 \text{ mm}$ .

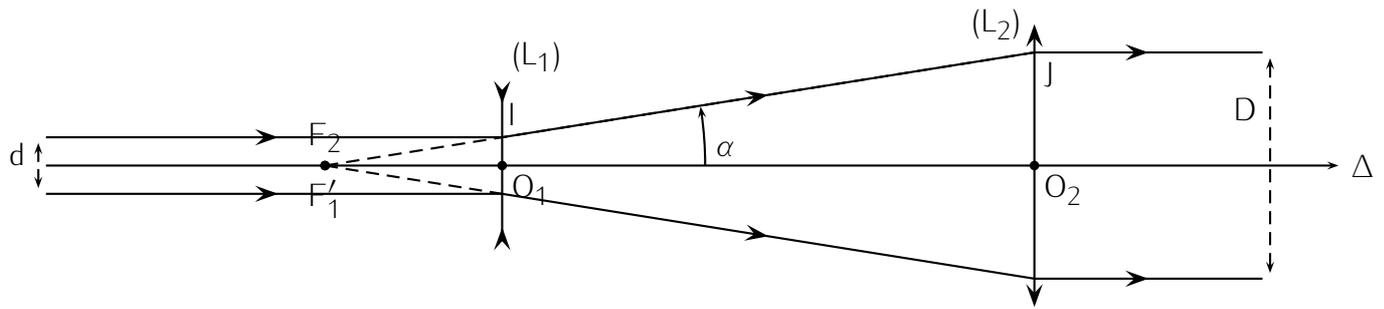
Faire un schéma et en déduire  $f'_1$ . Quelle est la distance  $\overline{O_1O_2}$  qui sépare les deux lentilles ?

2. Cette fois, les deux lentilles sont convergentes et on a toujours  $f'_2 = 50 \text{ mm}$ . Reprendre les questions précédentes.

1. Pour que le faisceau sortant reste constitué de rayons parallèles à l'axe optique  $\delta$ , il faut que le système soit afocal, c'est à dire  $A_\infty - (L_1) \rightarrow A_1 = F'_1 = F_2 - (L_2) \rightarrow A'_\infty$ .

Il faut donc que  $F'_1 = F_2$ .

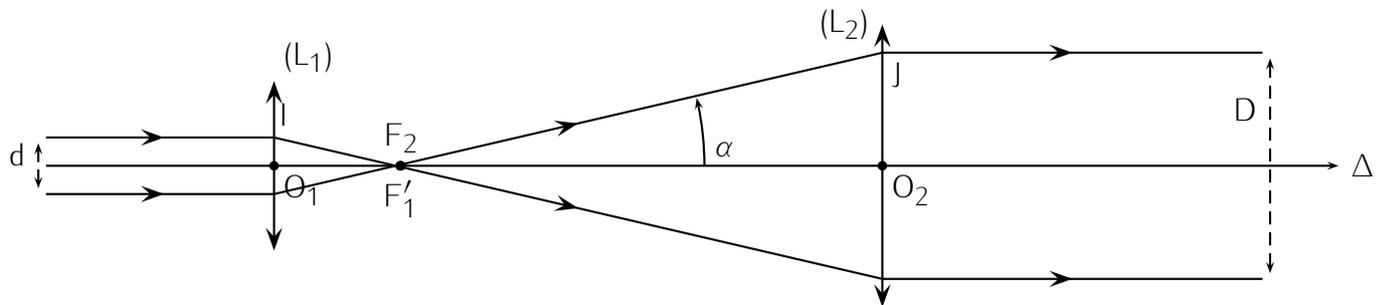
On peut maintenant réaliser la figure, même si pour l'instant la distance  $\overline{O_1O_2}$  est inconnue.



Reste à utiliser ensuite des relations trigonométriques (ou le théorème de Thalès). Dans les triangles rectangles  $F'_1O_1I$  et  $F_2O_2J$ ,  $\tan \alpha = \frac{d/2}{f'_1} = \frac{D/2}{f_2} \Rightarrow f'_1 = -f_1 = -\frac{d}{D}f'_2 = -5 \text{ mm}$ .

Par ailleurs, sur la figure on lit  $\overline{O_1O_2} = \overline{O_1F'_1} + \overline{F'_1O_2} = f'_1 + \overline{F_2O_2} = f'_1 + f'_2 = 45 \text{ mm}$ .

2. On prend maintenant deux lentilles convergentes. Le système doit rester afocal, on conserve donc  $F'_1 = F_2$  et on obtient la figure suivante :



On a à nouveau dans les triangles rectangles  $F'_1O_1I$  et  $F_2O_2J$ ,  $\tan \alpha = \frac{d/2}{f'_1} = \frac{D/2}{f'_2} \Rightarrow f'_1 = \frac{d}{D}f'_2 = 5 \text{ mm}$ .

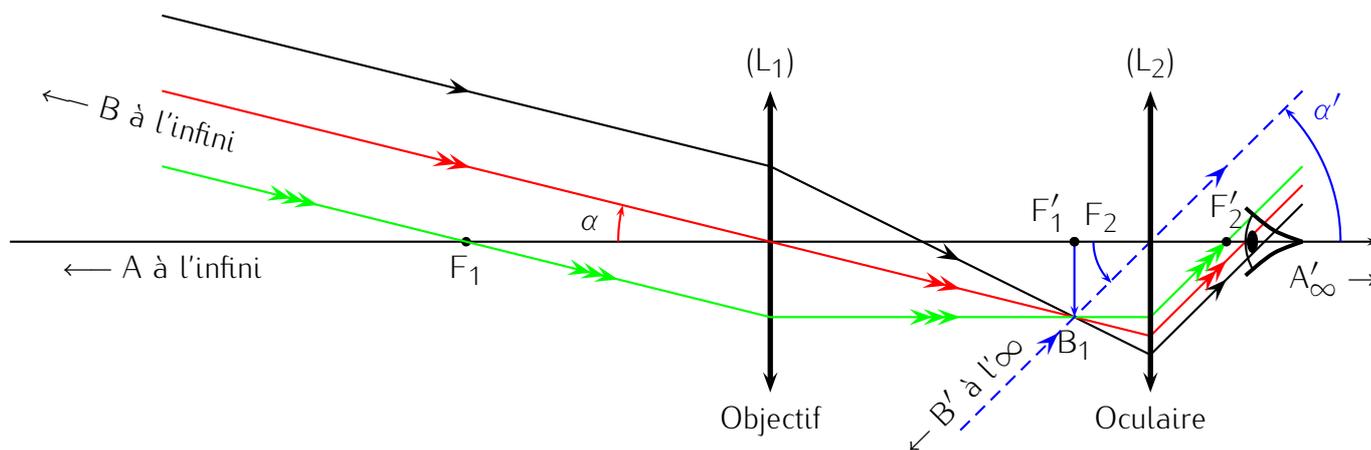
Et cette fois  $\overline{O_1O_2} = \overline{O_1F'_1} + \overline{F'_1O_2} = f'_1 + \overline{F_2O_2} = f'_1 + f'_2 = 55 \text{ mm}$ .

1.  $f'_1 = -5 \text{ mm}$  et  $\overline{O_1O_2} = 45 \text{ mm}$ . 2.  $f'_1 = 5 \text{ mm}$  et  $\overline{O_1O_2} = 55 \text{ mm}$ .

### Exercice 9 : Lunette astronomique de Meudon.

La lunette astronomique de Meudon, en France, est schématisée par l'association de deux lentilles minces convergentes, l'une, l'objectif ( $L_1$ ) de focale  $f'_1 = 16 \text{ m}$  et l'autre, l'oculaire ( $L_2$ ) de distance focale  $f'_2 = 4 \text{ cm}$ . Le diamètre de l'objectif est  $D = 80 \text{ cm}$ .

- Faire un schéma de la lunette quand elle est réglée à l'infini. Dessiner la marche d'un faisceau lumineux issu d'un objet situé à l'infini mais pas sur l'axe optique, les rayons arrivent alors sur l'objectif en faisant un angle  $\alpha$  avec l'axe optique.
  - Calculer la valeur du grossissement  $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$  où  $\alpha'$  est l'angle que font les rayons avec l'axe optique en sortie du système.
  - Situer le cercle oculaire (image de l'objectif à travers ( $L_2$ )) et calculer son diamètre  $d$ .
  - On observe une étoile dont la diamètre angulaire apparent est  $0,02''$ . Montrer que cette étoile apparaît ponctuelle pour un observateur qui regarde dans la lunette, la résolution angulaire de l'œil est d'environ  $1,5'$ . Quel est alors l'intérêt ?
1. Si la lunette est réglée à l'infini, c'est un système afocal et  $AB_\infty - (L_1) \rightarrow A_1B_1 - (L_2) \rightarrow A'B'_\infty$ . L'image intermédiaire  $A_1B_1$  est alors à la fois dans le plan focal image de ( $L_1$ ) et dans le plan focal objet de ( $L_2$ ).



Pour dessiner correctement le faisceau issu de AB à travers le système optique, on a tout intérêt à utiliser l'image intermédiaire  $A_1B_1$ . Le rayon qui passerait par  $B_1$  et  $O_2$  donne l'angle  $\alpha'$ .

2. En utilisant à nouveau l'image intermédiaire  $A_1B_1$ , on fait apparaître les triangles rectangles  $\overline{O_1F'_1B_1}$  et  $\overline{F_2O_2B_1}$  de côté  $\overline{F_2B_1}$  commun. Dans ces triangles, on écrit  $\alpha \simeq \tan \alpha = -\frac{\overline{B_1F'_1}}{\overline{O_1F'_1}}$  ( $\alpha < 0$  sur la figure) et  $\alpha' \simeq \tan \alpha' = \frac{\overline{B_1F_2}}{\overline{F_2O_2}}$ .

On en déduit  $G = \frac{\alpha'}{\alpha} = -\frac{\overline{B_1F_2}}{\overline{F_2O_2}} \times \frac{\overline{O_1F'_1}}{\overline{B_1F'_1}} = -\frac{f'_2}{f'_1} = -\frac{16}{4 \cdot 10^{-2}} = -400$ .

Remarque : si on n'oriente pas les angles, on peut obtenir +400 mais le signe – permet de montrer que l'image finale ( $A'B'$  vue par l'œil) sera inversée.

3. Par définition,  $(L_1) - (L_2) \rightarrow \mathcal{C}$  : cercle oculaire.  
Vu la distance  $\overline{O_1O_2}$  par rapport à la distance focale de l'oculaire, le cercle oculaire, image de  $(L_1)$  par  $(L_2)$  est dans le plan focal image de  $(L_2)$  : on a  $\overline{O_2C} = f'_2 = 4$  cm.  
En utilisant la formule du grossissement,  $|y_2| = \left| \frac{\overline{O_2C}}{\overline{O_2O_1}} \right| = \frac{d}{D} \Rightarrow d = \frac{f'_2}{f'_1 + f'_2} D \simeq 2$  mm ce qui correspond environ à l'ouverture maximale de l'iris de l'œil. On aura donc intérêt à le placer au niveau du cercle oculaire pour récolter un maximum de lumière.
4. À travers la lunette, grâce au grossissement, on verra l'étoile double sous un diamètre angulaire  $\alpha' = G \cdot \alpha = 8''$  ce qui reste largement inférieur à la limite de résolution de l'œil et ce dernier ne pourra pas séparer les deux étoiles. Par contre, l'intérêt de la lunette est de collecter beaucoup de lumière : toute la lumière arrivant sur l'objectif ( $D = 80$  cm) est concentrée au niveau du cercle oculaire.

**Exercice 10 : Appareil photographique.**

1. L'objectif d'un appareil photographique est assimilable à une lentille mince convergente ( $L_1$ ) de 10 cm de distance focale. On photographie une tour de 50 m de haut située à 1 km.
  - (a) À quelle distance de l'objectif se situe l'image  $A_1B_1$  obtenue ?
  - (b) Quelle est la taille de cette image ?
2. On associe à cet objectif une lentille mince divergente ( $L_2$ ) de distance focale  $-4$  cm. La pellicule est située à 12 cm de  $(L_2)$  jusqu'à obtention, sur la pellicule, d'une image finale  $A'B'$  nette.
  - (a) Quelle est alors la distance  $\overline{O_1O_2}$  entre  $(L_1)$  et  $(L_2)$  ?
  - (b) Quelle est la taille de l'image dans ce cas ?
  - (c) Quel est l'intérêt de  $(L_2)$  ?

- (d) Sur un schéma à l'échelle 1/1, positionner les lentilles ( $L_1$ ) et ( $L_2$ ), les images  $A_1B_1$  et  $A'B'$  en utilisant les valeurs numériques précédentes. Mettre en évidence sur ce schéma  $\alpha$ , l'angle apparent sous lequel on voit l'objet depuis le centre optique de ( $L_1$ ).
- (e) Sur le même schéma, tracer la marche, à travers ( $L_1$ ) et ( $L_2$ ), d'un faisceau lumineux incident couvrant toute la lentille ( $L_1$ ) dans les deux cas suivants :
- faisceau parallèle de même direction que l'axe optique du système.
  - faisceau parallèle, incliné selon l'angle apparent  $\alpha$ .
3. On reprend l'appareil photographique de la question 1.
- (a) Quelle devrait être la distance focale d'une lentille convergente unique qui donnerait de la même tour, une image de même taille que celle donnée par le système ( $(L_1), (L_2)$ ) précédent ?
- (b) Pourquoi utilise-t-on la solution de la question 2. plutôt que celle de la question 3. pour fabriquer les appareils photographiques ?
1. Étude de l'objectif.

(a) Étant donné que la distance objet – lentille ( $\overline{AO_1} = 1$  km) est très supérieure à la distance focale  $f'_1 = 10$  cm de la lentille, l'image intermédiaire  $A_1B_1$  se trouve dans le plan focal image de ( $L_1$ ). On a alors  $\overline{O_1A_1} = f'_1 = 10$  cm.

(b) Par utilisation de la formule du grandissement de la lentille ( $L_1$ ),  $\gamma_1 = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{O_1A_1}}{\overline{O_1A}} \Rightarrow \overline{A_1B_1} = \frac{\overline{O_1A_1}}{\overline{O_1A}} \cdot \overline{AB} = \frac{10 \cdot 10^{-2}}{-10 \cdot 10^4} \cdot 50 = -5 \cdot 10^{-3}$  m soit une image intermédiaire de hauteur 5 mm et inversée.

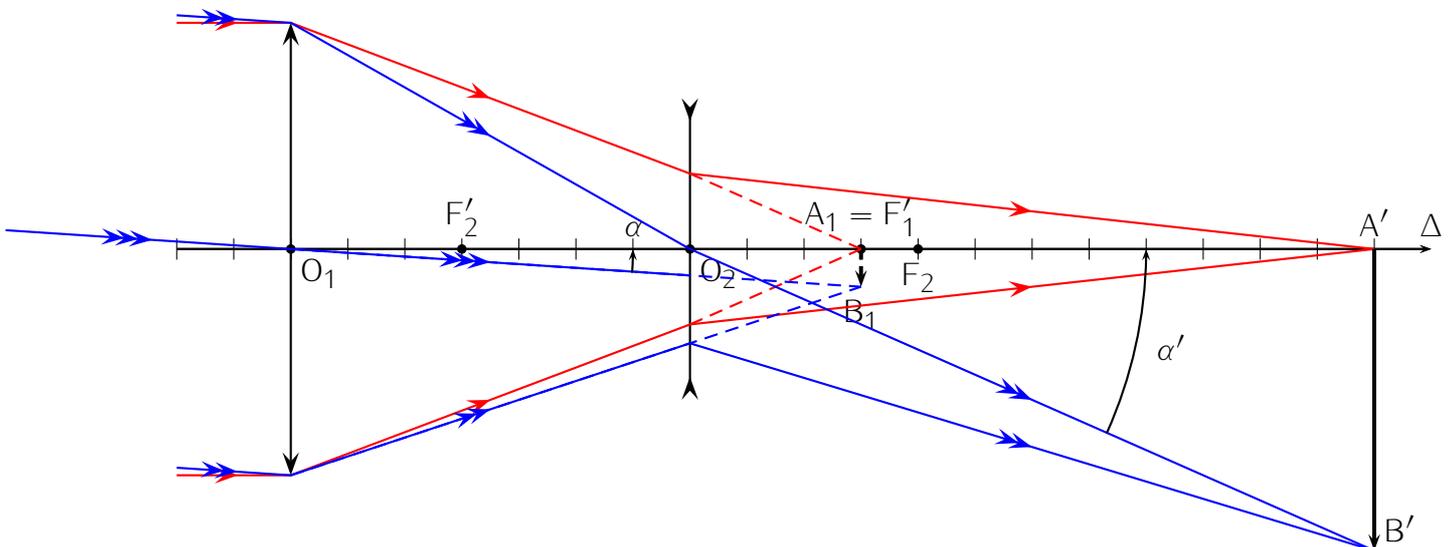
2. Ajout de la lentille divergente ( $L_2$ ).

(a) On a maintenant  $AB - (L_1) \rightarrow A_1B_1 - (L_2) \rightarrow A'B'$  avec  $\overline{O_2B'} = 12$  cm et  $f'_2 = -4$  cm. On connaît la position de  $A_1B_1$  et celle de  $A'B'$ , on va donc utiliser la relation de conjugaison de  $L_2$  pour déterminer sa position.  $\frac{1}{\overline{O_2A'}} - \frac{1}{\overline{O_2A_1}} = \frac{1}{f'_2} \Rightarrow \overline{O_2A_1} = \frac{f'_2 \cdot \overline{O_2A'}}{\overline{O_2A'} - f'_2} = \frac{-4 \cdot 12}{-4 - 12} = 3$  cm. On en déduit ensuite  $\overline{O_1O_2} = \overline{O_1A_1} + \overline{A_1O_2} = 10 - 3 = 7$  cm.

(b) En utilisant à nouveau la formule du grandissement,  $\gamma_2 = \frac{\overline{O_2A'}}{\overline{O_2A_1}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}} \Rightarrow \overline{A'B'} = \frac{\overline{O_2A'}}{\overline{O_2A_1}} \cdot \overline{A_1B_1} = \frac{12}{3} \cdot (-0,5) = -2$  cm.

(c) On voit que ( $L_2$ ) permet d'obtenir une image finale quatre fois plus grande.

(d) Figure :



Pour placer  $\alpha$  on utilise le fait que les rayons issus de B et qui arrivent sur ( $L_1$ ) en faisant l'angle  $\alpha$  avec  $\Delta$  passerait en  $B_1$  (l'image de B par ( $L_1$ )) si ( $L_2$ ) n'existait pas.

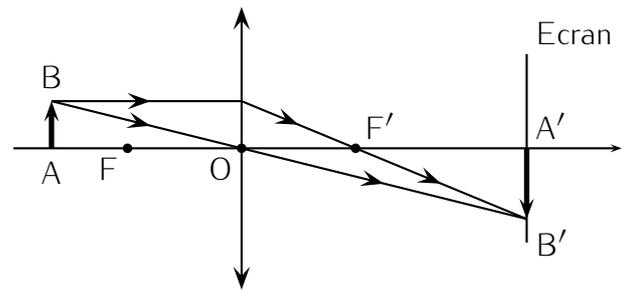
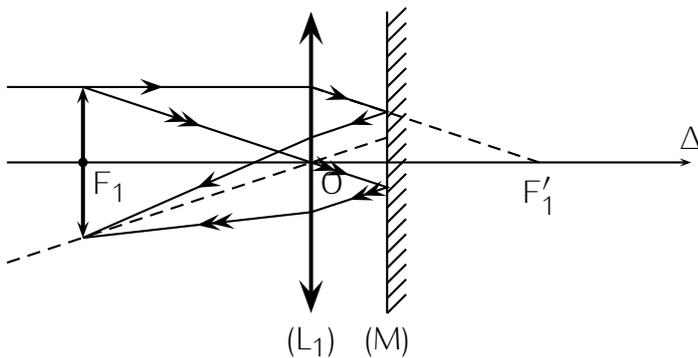
- (e) On complète le tracé :
- le faisceau parallèle à  $\Delta$  converge vers  $A_1$  puis  $A'$ .
  - le faisceau parallèle et incliné selon  $\alpha$  converge vers  $B_1$  puis  $B'$ .
3. Retour à l'appareil photo à une lentille : ( $L_1$ ). On a cette fois  $AB - (L_1) \rightarrow A'B'$ .
- (a) Comme l'objet reste situé très loin, son image  $A'B'$  par ( $L_1$ ) reste dans le plan focal image, c'est à dire  $\overline{O_1A'} = f'_1$ . D'après la formule du grandissement,  $\gamma_1 = \frac{\overline{O_1A'}}{\overline{O_1A}} = \frac{f'_1}{\overline{O_1A}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} \Rightarrow f'_1 = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} \cdot \overline{O_1A} = \frac{4 \cdot 10^{-2}}{50} \cdot (-10^3) = 0,4 \text{ m}$  soit une distance focale de 40 cm.
- (b) On préfère donc ajouter une lentille convergente comme décrit lors de la question 2. pour limiter l'encombrement des appareils photographiques.

### Exercice 11 : Focométrie, la totale.

La focométrie est la recherche de la distance focale d'un système optique : lentilles minces sphériques.

1. Détermination très rapide. Comment savoir, au touché si une lentille est convergente ou divergente ?
  2. Détermination rapide. Montrer, à l'aide de constructions graphiques qu'il est possible de différencier une lentille convergente d'une lentille divergente en regardant un objet suffisamment près :  $|\overline{AO}| < |f|$ .
  3. Méthode d'auto-collimation. On déplace un objet AB face à une lentille accolée ou non à un miroir plan jusqu'à ce que l'image  $A'B'$  de AB se forme dans le plan de l'objet. Montrer que cette méthode permet de déterminer la distance focale de la lentille : on tracera l'image de AB si A en F. Peut-on directement utiliser cette méthode avec une lentille divergente ?
  4. Méthode de BESSEL Un objet AB et un écran (E) sont maintenus fixes et distants de D. Entre l'objet et l'écran, on déplace une lentille convergente de distance focale  $f'$  image à déterminer. Montrer que si  $D > 4f'$ , il existe deux positions de la lentille distantes de d pour lesquelles il y a une image nette de l'objet sur l'écran. Exprimer  $f'$  en fonction de d et D.
  5. Méthode par conjugaison. Montrer qu'on peut déterminer la distance focale d'une lentille mince par utilisation d'une formule de conjugaison. Laquelle choisiriez-vous ? Quelle type de courbe traceriez-vous à partir d'un tableau de valeurs composé de couples ( $p = \overline{OA}, p' = \overline{OA'}$ ) pour déterminer  $f'$  ?
  6. Expliquez comment on peut mesurer la distance focale d'une lentille ( $L_1$ ) divergente inconnue en lui accolant utilisant une deuxième lentille ( $L_2$ ), celle-ci connue et convergente.
  7. Méthode de BADAL. On utilise deux lentilles convergentes ( $L_1$ ) et ( $L_2$ ) distantes de  $\overline{O_1O_2} > f'_2$ . Faire une figure.  
Un objet ponctuel A est placé en  $F_1$  (par auto collimation) et a pour image  $A''$ . Déterminer la position de  $A''$ .  
On intercale une lentille divergente ( $L_3$ ) dont on veut mesurer la distance focale telle que  $O_3 = F_2$   
Faire une figure et déterminer une méthode de mesure de  $f'_3$ .
1. Si le rayon de courbure des dioptries qui constituent la lentille sont assez faibles, on peut déterminer, au touché si une lentille est à bords minces (convergente) ou à bords épais (divergente) ?
  2. En se reportant au photocopié donné en annexe du TD ou en observant les hyperboles de conjugaison, on s'aperçoit qu'on l'objet plus grand si la lentille est convergente (effet loupe) et plus petit si elle est divergente.

## 3. Méthode d'auto-collimation : tracé ci-dessous à gauche.



On ne peut pas utiliser directement la méthode précédente avec une lentille divergente car son foyer principal image est virtuel et ne peut donc pas être projeté.

## 4. Méthode de BESSEL.

On commence par tracer une figure sur laquelle on représente l'objet (réel), la lentille et l'écran sur lequel se forme l'image réelle (plus haut à droite).

En posant ensuite  $x = \overline{AO}$  et  $D = \overline{AA'}$  soit  $\overline{OA'} = \overline{OA} + \overline{AA'} = -x + D$ , la relation de conjugaison de Descartes va prendre la forme  $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \Rightarrow -\frac{1}{x} - \frac{1}{D-x} = \frac{1}{f'}$

Ce qui donne  $-\frac{D-x+x}{x(D-x)} = \frac{1}{f'} \Rightarrow -Df' = xD - x^2$  et on aboutit à une équation du second degré en  $x$  sous la forme  $x^2 - Dx + Df' = 0$ .

On calcule le discriminant  $\Delta = D^2 - 4Df'$ . L'équation comporte 2 solutions réelles si  $\Delta > 0$ , c'est à dire si  $D > 4f'$ . On a alors les deux solutions suivantes :  $x_1 = \frac{1}{2}(D - \sqrt{D^2 - 4Df'})$  et  $x_2 = \frac{1}{2}(D + \sqrt{D^2 - 4Df'})$  qui correspondent à deux positions  $O_1$  et  $O_2$  possibles pour la lentille et pour lesquelles  $A'B'$  est nette à l'écran (image réelle inversée agrandie si L proche de AB et plus petite si L est plus proche de l'écran).

La distance entre ces deux positions est  $d = \overline{O_1O_2} = \overline{O_1A} + \overline{AO_2} = -x_1 + x_2 = \sqrt{\Delta} = \sqrt{D^2 - 4Df'} \Rightarrow f' = \frac{D^2 - d^2}{4D}$ .

## 5. Méthode par conjugaison.

Les formules de conjugaison relient la position de l'objet à celle de l'image et à la distance focale. En mesurant les deux premières, on peut effectivement calculer  $f'$ . On choisira d'utiliser la relation de conjugaison avec origine au centre car c'est le seul point qu'on peut directement visualiser sur le banc d'optique ( $F'$  et  $F$  ne sont pas des points matériels).

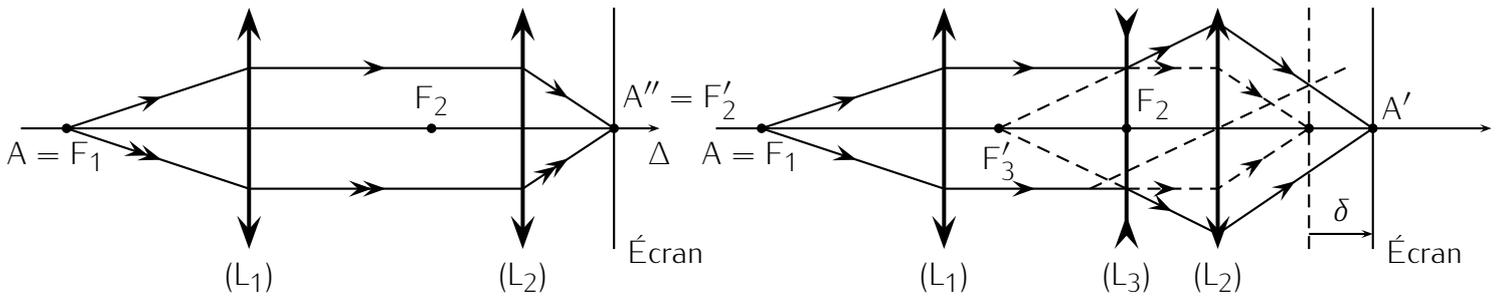
Partant de  $\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'}$  où  $p = \overline{OA}$  et  $p' = \overline{OA'}$ , on obtient  $f' = \frac{pp'}{p-p'}$ .

À partir du tableau de couples  $(p, p')$ , on tracera  $\frac{1}{p'}$  en fonction de  $\frac{1}{p}$  pour obtenir des points à peu près alignés (incertitude de mesure) suivant une droite de pente 1 et d'ordonnée à l'origine  $\frac{1}{f'}$ . Une régression linéaire à la calculatrice ou le tracé de la droite moyenne permettra d'obtenir  $f'$  avec une bonne précision.

6. Les deux lentilles minces étant accolées, on peut utiliser le théorème des vergences :  $V = V_1 + V_2$  où  $V$  est la vergence de la lentille résultante. Si  $v > 0 \iff V_2 > -V_1 = |V_1|$ , la lentille résultante est convergente et on peut utiliser la méthode d'auto collimation pour mesure  $V$  puis en déduire  $V_1 = V - V_2$ .

## 7. Méthode de BADAL.

Pour le moment, on n'utilise que deux lentilles convergentes :  $(L_1)$  et  $(L_2)$  et on a imposé  $A = F_1$ .



On cherche l'image de A par le système  $\{ (L_1) + (L_2) \}$ .

Nul besoin d'utiliser une relation de conjugaison :  $A = F_1 - (L_1) \rightarrow A_1 \text{ à } l'∞ - (L_2) \rightarrow F'_2 = A''$ .

On intercale, en  $F_2$ , une lentille divergente  $L_3$  de distance focale inconnue (figure de droite).

Si on retrouve alors une image nette  $A'$  en déplaçant l'écran d'une distance  $\delta$ , c'est que  $A'$  l'image de  $F'_3$  par  $L_2$  est sur l'écran. En utilisant la relation de conjugaison de Newton, on a

$$\overline{F_2 F'_3} \cdot \overline{F'_2 A'} = -f_2'^2 \Rightarrow f_3' = -\frac{f_2'^2}{\delta}$$

**Exercice 12 : Lunette de Galilée, effet de Zoom.**

- La lunette de Galilée est formée d'une lentille objectif ( $(L_1)$  :  $O_1, f'_1 = 20 \text{ cm}$ ) et d'une lentille oculaire divergente ( $(L)$  :  $O, f' < 0$ ). Le foyer objet  $F$  de  $(L)$  coïncide avec le foyer image  $F'_1$  de  $(L_1)$ . La longueur  $l = O_1O$  vaut  $15 \text{ cm}$ . On pointe un objet  $AB$  de  $2 \text{ cm}$  à  $30 \text{ cm}$  devant l'objectif.
  - Construite l'image  $A'B'$  de  $AB$ . Est-elle réelle ou virtuelle ?
  - Calculer  $p' = \overline{OA'}$  et  $\overline{A'B'}$  (valeurs numériques).
  - Le grandissement de l'ensemble dépend-il de la position de  $AB$  ? On tracera un rayon issu de  $B$  et arrivant sur le système parallèlement à l'axe optique.
  - Cet appareil est destiné à voir des objets éloignés. En appelant  $\alpha$  le diamètre angulaire apparent d'un objet à l'infini et  $\alpha'$  celui de son image, calculer le grossissement  $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$  de cette lunette.
- En fait, la lentille  $(L)$  est un ensemble de deux lentilles  $(L_2)$  divergente et  $(L_3)$  identique à  $(L_1)$ .
  - On suppose  $(L_2)$  et  $(L_3)$  accolées. Quelle est la distance focale  $f'_2 = \overline{O_2 F'_2}$  de  $(L_2)$  pour que le système soit équivalent à celui du 1. ?
  - $(L_1)$  et  $(L_3)$  restent fixes,  $(L_2)$  est mobile,  $O_1O_3 = l = 15 \text{ cm}$  et  $O_1O_2 = x$  variant entre  $0$  et  $l$ . Calculer en fonction de  $x$ , la position  $p' = \overline{O_3 A'}$  de l'image  $A'B'$  d'un objet à l'infini de diamètre apparent  $\alpha$ , puis déduire le grossissement de l'appareil.
  - Montrer que  $p'$  passe par un extremum quand  $x$  varie. Montrer qu'au voisinage de cet extremum, si la position de l'image ne varie pas beaucoup, le grossissement lui varie. Application ?

1.a. Virtuelle. 1.b.  $p' = -5,625 \text{ cm}$  et  $\overline{A'B'} = 0,5 \text{ cm}$ . 1.c.  $\gamma = 4 \forall p$  1.d.  $G = 4$ . 2.a.  $f_2 = -4 \text{ cm}$ . 2.b.  $p' = \frac{20(x^2 - 35x + 320)}{x(x - 15)} < 0$  en cm et  $G = \frac{80}{x^2 - 35x + 320}$ . 2.c.  $G$  maximum pour  $x = 12 \text{ cm}$  : zoom.

**Exercice 13 : Étude d'un microscope.**

Un microscope peut être modélisé par deux lentilles convergentes  $(L_1)$  et  $(L_2)$  alignées sur le même axe optique, entourées d'air.

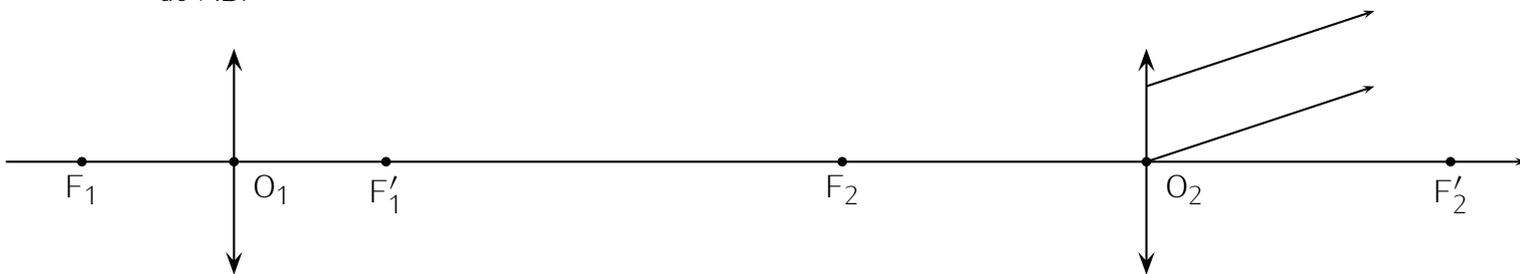
(L<sub>1</sub>) modélise l'objectif et a une distance focale image  $f'_1 = 2$  mm. (L<sub>2</sub>) modélise l'oculaire et a une distance focale image  $f'_2 = 30$  mm. La distance  $\Delta = \overline{F'_1 F_2}$  entre le foyer image de (L<sub>1</sub>) et le foyer objet de (L<sub>2</sub>) vaut 160 mm, c'est l'intervalle optique du microscope.

La distance minimale de vision de l'œil est  $d_m = 25$  cm (Cf. TP – cours) : c'est le punctum proximum, la distance au dessous de laquelle l'œil n'arrive plus à accommoder : l'image n'est plus nette.

Par contre, l'œil normal voit net un objet situé à l'infini et cela sans accommoder.

On observe, à travers le microscope, un petit objet AB perpendiculaire à l'axe optique avec A et l'œil sur l'axe optique.

- Rappeler la formule de conjugaison de Newton pour une lentille mince sphérique. Donner également les deux formules de Newton pour le grandissement  $\gamma$ .
- Où doit être placé A pour que l'œil observe AB à travers le microscope sans accommoder ? Faire l'application numérique.
- Les deux rayons sortant de la lentille (L<sub>2</sub>) sur le dessin ci-dessous (qui n'est pas à l'échelle) sont issus de B. Dessiner leur trajet à travers le microscope et trouver ainsi graphiquement la position de AB.



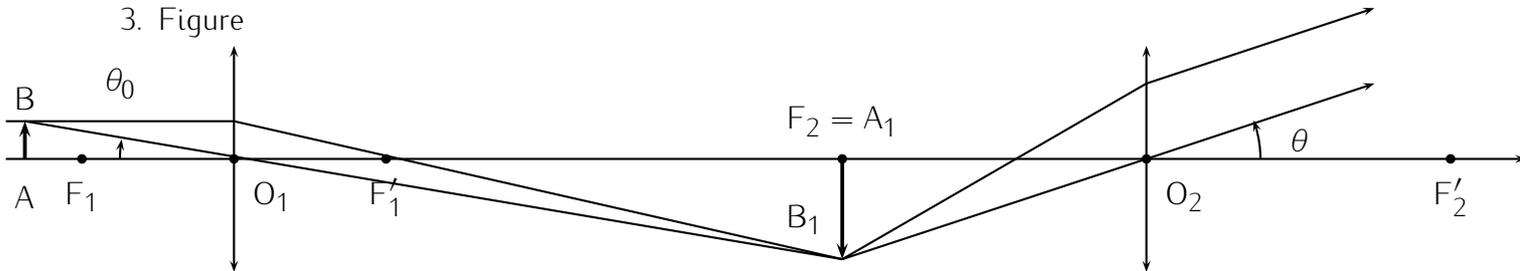
- Expression du grossissement :
  - Sous quel angle maximal  $\theta_0$  un œil normal voit-il AB sans le microscope ? (on prendra  $\tan \theta_0 \simeq \theta_0$ ).
  - Sous quel angle  $\theta$  l'œil voit-il AB à travers le microscope ? (on prendra  $\tan \theta \simeq \theta$ ).
  - On définit le grossissement par  $G = \frac{\theta}{\theta_0}$ . Calculer G en fonction de  $\Delta$ ,  $d_m$ ,  $f'_1$  et  $f'_2$ . Faire l'application numérique.
- Le cercle oculaire de centre C est l'image de la monture de (L<sub>1</sub>) à travers (L<sub>2</sub>).
  - Que vaut  $\overline{CF'_2}$ .
  - Quel est le diamètre  $D'$  du cercle oculaire sachant que le diamètre de la monture de (L<sub>1</sub>) est  $D = 11$  mm ?
- Comme la rétine est discontinue, granulaire, l'œil ne peut pas distinguer deux rayons lumineux l'un de l'autre s'ils font entre eux un angle inférieur à  $\varepsilon = 1,5$  minute d'arc. Quelle est la taille du plus petit objet AB que l'on pourra distinguer ? On donnera son expression en fonction de  $\Delta$ ,  $\varepsilon$ ,  $f'_1$  et  $f'_2$ . Faire l'application numérique.
- Formules de conjugaison et de grandissement de Newton pour une lentille mince sphérique : si A' est le conjugué de A par une lentille de distance focale image  $f'$ .

$$\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = -f'^2 = -\overline{OF'}^2 \quad \gamma = -\frac{\overline{OF}}{\overline{FA}} = -\frac{\overline{F'A'}}{\overline{OF'}}$$

Remarque :  $\gamma$  se retrouve rapidement à l'aide d'une figure.

2. Pour que l'œil observe AB à travers le microscope sans accommoder, il faut que l'image A<sub>1</sub>B<sub>1</sub> de AB soit dans le plan focal objet de L<sub>2</sub> donc que A<sub>1</sub> = F<sub>2</sub> et en appliquant la relation précédente à L<sub>1</sub> avec F<sub>2</sub> le conjugué de A par L<sub>1</sub> :

$$\overline{F_1A} \cdot \overline{F_1'F_2} = -f_1'^2 \iff \overline{F_1A} = -\frac{f_1'^2}{\overline{F_1F_2}} = -\frac{f_1'^2}{\Delta} = -\frac{4}{160} \simeq -0,025 \text{ mm (A} \simeq F_1\text{.)}$$



4. (a) Un œil normal voit AB sous un angle maximum s'il est à la distance minimale c'est à dire à d<sub>m</sub> et  $\tan \theta_0 = \frac{\overline{AB}}{d_m} \simeq \theta_0$   
 (b) À travers le microscope, on voit les rayons sortir sous un angle

$$\theta \simeq \tan \theta = -\frac{\overline{A_1B_1}}{f_2'} \text{ , or } \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = -\frac{\overline{F_1'A_1}}{\overline{OF_1'}} = -\frac{\Delta}{f_1'} \text{ et } \theta = \frac{\Delta \overline{AB}}{f_2' f_1'} \Rightarrow G = \frac{\theta}{\theta_0} = \frac{d_m \Delta}{f_1' f_2'} \simeq 667$$

5. Cercle oculaire.

- (a) Par application de la formule de Newton au couple (O<sub>1</sub>,C), conjugués par L<sub>2</sub> :

$$\overline{F_2O_1} \cdot \overline{F_2'C} = -f_2'^2 \iff \overline{F_2'C} = \frac{-f_2'^2}{\overline{F_2F_1'} + \overline{F_1'O_1}} = \frac{-f_2'^2}{-\Delta - f_1'} \iff \overline{CF_2'} \simeq -5,56 \text{ mm}$$

- (b) Le cercle oculaire étant le conjugué de L<sub>1</sub> par L<sub>2</sub>, on peut utiliser la formule du grandissement :

$$\frac{D'}{D} = |\gamma| = \left| -\frac{\overline{F_2'C}}{\overline{OF_2'}} \right| = \frac{f_2'}{\Delta + f_1'} \iff D' = \frac{f_2'}{\Delta + f_1'} D \simeq 2,04 \text{ mm}$$

6. Le microscope permet d'augmenter l'angle que font deux rayons proches. On pourra distinguer l'objet AB à travers le microscope si l'angle

$$|\theta| = |G| \cdot |\theta_0| > \varepsilon \iff \frac{\Delta \overline{AB}}{f_2' f_1'} > \varepsilon \iff AB > \frac{\varepsilon f_1' f_2'}{\Delta} \simeq 0,16 \mu\text{m}$$

On obtient AB inférieur à la longueur d'onde de la lumière visible (0,4 à 0,8 μm) mais on est plus dans le domaine de l'optique géométrique et c'est la diffraction de la lumière à travers L<sub>1</sub> qui limitera la résolution du microscope.