CORRECTION MATHS BEPC 2011 ZONE 3

EXERCICE 1

1. Justifions que $\frac{1}{a} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{1 \times (\sqrt{2}-\sqrt{3})}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{3})} = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{(\sqrt{2})^2-(\sqrt{3})^2}$$

$$\frac{1}{a} = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2-3} = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{-1} = -\sqrt{2}+\sqrt{3} = \sqrt{3}-\sqrt{2}$$

$$\boxed{\frac{1}{a} = \sqrt{3}-\sqrt{2}}$$

2. Encadrons $\sqrt{3}-\sqrt{2}$ par deux nombres décimaux consécutifs d'ordrte 1.

$\sqrt{3}-\sqrt{2} = \sqrt{3}+(-\sqrt{2})$

$$\left.\begin{array}{l} 1{,}73 < \sqrt{3} < 1{,}74 \\ -1{,}42 < -\sqrt{2} < -1{,}41 \end{array}\right\} \quad \text{donc } 1{,}73-1{,}42 < \sqrt{3}-\sqrt{2} < 1{,}74-1{,}41$$

Ce qui donne $0{,}31 < \sqrt{3}-\sqrt{2} < 0{,}33$

Donc $0{,}3 < \sqrt{3}-\sqrt{2} < 0{,}4$

EXERCICE 2

Résolution graphique du système $\begin{cases} x+2y-1=0 \\ -x+y-5=0 \end{cases}$

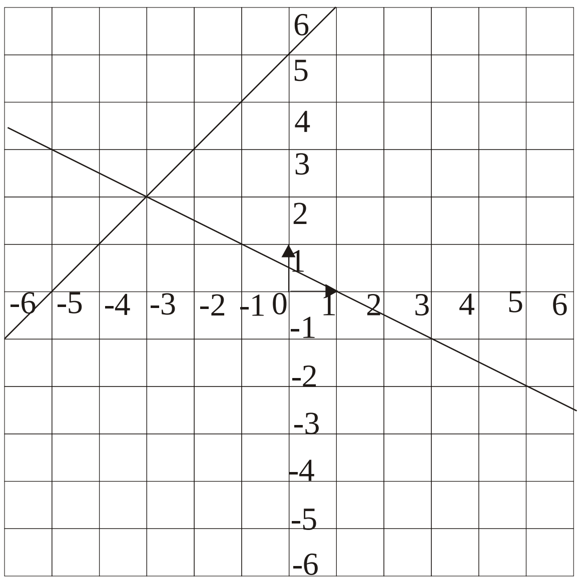
Construisons les droites d'équations :

$x+2y-1=0$

x	1	3
y	0	-1

$-x+y-5=0$

x	-2	0
y	3	5



$$\boxed{S = \{(-3;\ 2)\}}$$

EXERCICE 3

1. Le moyen de transport le plus utilisé par les élèves est la marche à pied.

2.

Moyen de transport	A pied	A vélo	En transport commun	En voiture des parents	Total
Nombre d'élèves	27	18	15	12	72
Angle	135°	90°	75°	60°	360°

EXERCICE 4

1. Justifions que SB = 5

La droite (SO) est la hauteur du cône donc le triangle SOB est rectangle en O.

D'après la propriété de Pythagore $SB^2 = OB^2 + SO^2$

Ce qui donne $SB^2 = \left(\frac{6}{2}\right)^2 + 4^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$

Donc $SB = \sqrt{25} = 5$

2. Calculons l'aire latérale

$$A = \frac{P \text{ x a}}{2} = \frac{2 \text{ x } \Pi \text{ x OB x SB}}{2} = \frac{2\text{x } 3{,}1 \text{ x } 3 \text{ x } 5}{2}$$

$\boxed{A = 46{,}5\text{cm}^2}$

PROBLEME

1. A) Justifions que E et I appartiennent à (D).

(D): x-y-1 = 0

E(5;4): 5-4-1 = 5-5 =0 donc E ∈ (D).

I(5;0): 1-0-1 = 1-1 = 0 donc I ∈ (D).

2. Démontrons que P a pour coordonnées (6; -1).

P est le symétrique du point B par rapport à A, donc A est le milieu du segment [BP]

On a $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AP}$

$$\begin{cases} x_A - x_B = x_P - x_A \\ y_A - y_B = y_P - y_A \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} 3-0 = x_P - 3 \\ 2-5 = y_P - 2 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} 3 = x_P - 3 \\ -3 = y_P - 2 \end{cases}$$

Donc $\begin{cases} 3+3 = x_P \\ -3+2 = y_P \end{cases}$ et P (6; -1)

3.a. Montrons que A est le milieu de [IE].

Les coordonnées du milieu de [IE] sont :

$$\left(\frac{x_I + x_E}{2} ; \frac{y_I + y_E}{2}\right) = \left(\frac{1+5}{2} ; \frac{0+4}{2}\right) = \left(\frac{6}{2} ; \frac{4}{2}\right) = (3;2)$$

A a pour coordonnées (3; 2) donc A est le milieu de [IE].

b. Démontrons que (AB) et (AE) sont perpendiculaires.

(AB) et (AE) sont perpendiculaires signifie que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AE}$ sont orthogonaux.

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 0\text{-}3 \\ 5\text{-}2 \end{pmatrix} = \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -3 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AE}\begin{pmatrix} x_E - x_A \\ y_E - y_A \end{pmatrix} = \overrightarrow{AE}\begin{pmatrix} 5\text{-}3 \\ 4\text{-}2 \end{pmatrix} = \overrightarrow{AE}\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

xx' + yy' = -3x2 + 3x2 = -6 + 6 = 0

Donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AE}$ sont orthogonaux et les droites (AB) et (AE) sont perpendiculaires.

4. Démontrons que le quadrilatère BEPI est un losange.
Un parallélogramme qui a ses diagonales perpendiculaires est un losange.
Les diagonales du quadrilatère BEPI sont perpendiculaires d'après 3B). [(BA) $\perp$ (AE)]

Démontrons que BEPI est un parallélogramme.

$$\overrightarrow{BE}\begin{pmatrix} x_E - x_B \\ y_E - y_B \end{pmatrix} = \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 5\text{-}0 \\ 4\text{-}5 \end{pmatrix} = \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{IP}\begin{pmatrix} x_P - x_I \\ y_P - y_I \end{pmatrix} = \overrightarrow{IP}\begin{pmatrix} 6\text{-}1 \\ -1\text{-}0 \end{pmatrix} = \overrightarrow{IP}\begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{IP}$ donc le quadrilatère BEPI est un parallélogramme.

Donc BEPI est un losange.

Autre méthode : on peut calculer les distances BE, EP, IP et BI.

5.a. $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(-3)^2 + (3)^2} = \sqrt{18} = \sqrt{9x2}$ $\boxed{AB = 3\sqrt{2}}$

b. Le triangle ABI est rectangle en A.

$$\tan \widehat{ABI} = \frac{AI}{AB} = \frac{\sqrt{(x_I - x_A)^2 + (y_I - y_A)^2}}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{(1\text{-}3)^2 + (\text{-}2)^2}}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{8}}{3\sqrt{2}}$$

$$\tan \widehat{ABI} = \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} = \frac{2}{3} = 0{,}666$$

0.649 < 0,666 < 0,675

tan 33° < tan $\widehat{ABI}$ < tan 34°

Donc 33°< mes $\widehat{ABI}$ < 34°

6. Donnons un encadrement de la mesure de $\widehat{BEC}$.

Le quadrilatère BEPI est un losange donc les droites (BI) et (EP) sont parallèles.

Les angles $\widehat{BEC}$ et $\widehat{EBI}$ sont des angles alternes - internes formés par deux droites parallèles et une sécante .

Donc mes $\widehat{BEC}$ = mes $\widehat{EBI}$

Le triangle BIE est isocèle en B donc (BA) est la bissectrice de l'angle $\widehat{EBI}$. Et donc

mes $\widehat{EBI}$ = 2 mes $\widehat{ABI}$ = mes $\widehat{BEC}$

Comme $33° <$ mes $\widehat{ABI} < 34°$, alors on a :

$2 \times 33° <$ mes $\widehat{BEC} < 2 \times 34°$

$66° <$ mes $\widehat{BEC} < 68°$