CORRECTION IO 1997
MATHEMATIQUES

EXERCICE 1

On considère la fraction $\frac{n+19}{n-7}$ avec $n \in \mathbb{N}$

1/ Déterminons n pour que cette fraction soit égale à un entier naturel.

$\frac{n+19}{n-7} = 1 + \frac{26}{n-7}$. Pour que cette fraction soit égale à un entier naturel, il faut que $n - 7$ soit un diviseur de 26.

$26 = 13 \times 2$. Les diviseurs de 26 étant 13 ; 2 et 26. On a :

$n - 7 = 2$ ou $n - 7 = 13$ ou $n - 7 = 26$ $S = \{9 ; 20 ; 33\}$

$n = 9$ $n = 20$ $n = 33$

2/ Pour $n = 9$ $\frac{n+19}{n-7} = \frac{9+19}{9-7} = \frac{28}{2} = 14$ Pour $n = 33$ $\frac{n+19}{n-7} = \frac{33+19}{33-7} = 2$

Pour $n = 20$ $\frac{n+19}{n-7} = \frac{20+19}{13} = 3$

EXERCICE 2

Déterminons la consommation totale en eau de tous les élèves au cours de l'année scolaire. Soit "C" cette consommation.

$C = (212 \times 65) \times 178 = 2.452.840$ cl

$0{,}845\ dm^3 \Longrightarrow 0{,}845\ l = 84{,}5$ cl

Déterminons le nombre de fois qu'il aura fallu remplir la citerne au cours de l'année scolaire. Soit "n" ce nombre de fois.

$n = \frac{2.452.840}{84{,}5} = 29027{,}6$ Il aura fallu remplir la citerne 29028 fois.

EXERCICE 3

1ère façon : - Construire un cercle et un rayon de ce cercle.

-A partir de ce rayon et du centre, construire tous les angles de mes $\frac{360°}{5} = 72°$

- Relier tous les points d'intersection, des frontières des différents secteurs avec le cercle.
- Effacer tous les arcs de cercle et tous les angles construits.
  On obtient un pentagone régulier.

2ème façon : - Construire un angle de $\frac{360°}{5} = 72°$

- A partir du sommet de cet angle construire tous les autres angles de 72°
- Toujours à partir du sommet de tous les angles, mesurer des segments de même mesure sur chacune des demi-droites délimitant les angles.
- Relier les sommets de ces segments
- En dehors des liaisons des différents sommets des segments, effacer tous.
  On obtient ainsi un pentagone régulier.

Pour le polygone de 10 côtés, faire la construction avec un angle de mes $360^0/10 = 36°$

EXERCICE 4

PGCD $(a\,;b) = 354 \implies \begin{array}{ll} a = 354 \times \alpha & \alpha \in \mathbb{N} \\ b = 354 \times \beta & \beta \in \mathbb{N} \end{array}$

$a + b = 354\,\alpha + 354\,\beta$

$= 354\,(\alpha + \beta) = 5664$

$\alpha + \beta\ \frac{5664}{354} = 16$

Toutes les paires $\{\alpha\,;\beta\}$ sont : $\{16\,;0\}$; $\{15\,;1\}$; $\{14\,;2\}$; $\{13\,;3\}$; $\{12\,;4\}$; $\{11\,;5\}$
$\{10\,;6\}$; $\{9\,;7\}$; $\{8\,;8\}$

On doit retenir les paires dont les éléments n'ont pas de diviseurs autres que 1 en commun.
on a donc $\{15\,;1\}$; $\{13\,;3\}$; $\{11\,;5\}$; $\{9\,;7\}$

$a = 354 \times 15 = 5.310$ $\quad a = 354 \times 13 = 4602$ $\quad a = 354 \times 11 = 3894$ $\quad a = 354 \times 9 = 3186$

$b = 354 \times 1 = 354$ $\quad b = 354 \times 3 = 1062$ $\quad b = 354 \times 5 = 1770$ $\quad b = 354 \times 7 = 2478$

tous les couples (a ; b) d'entiers naturels sont :

$S = \{(5.310\,;354)\,;(354\,;5310)\,;(4602\,;1062)\,;(1062\,;4602)\,;(3894\,;1770)\,;(1770\,;3894)\,;(3186\,;2478)\,;(2478\,;3186)\}$