CORRECTION IO 1998
MATHEMATIQUES

EXERCICE 1

589kg = 0t 589kg soit 0,589t.
$14{,}4\ a = 14{,}4\ dam^2$
$9{,}471\ hm^2 = 94710\ ca$
$16{,}250\ m^2 = 0{,}0016250\ ha$

$316\ 800\ mm^3 = 31{,}68\ cl$
$12hl = 1{,}2\ m^3$
$2400\ m^3 = 240\ 000\ dal$

EXERCICE 2

299 = 13 x 23 247 = 13 x 19 221 = 13 x 17

1°/ La longueur de chaque morceau.

PGCD (299 ; 247 ; 221) = 13. Donc la longueur de chaque morceau est de 13 cm.

2°/ Le nombre de morceaux qu'on aura :

N = 23 + 19 + 17 = 59. On aura donc 59 morceaux.

EXERCICE 3

- Si les termes de ce triplet (a, a + 4b, 5a + 2b) sont des termes consécutifs de suite arithmétique, tel que $\mu_0 = a$, $\mu_1 = a + 4b$, $\mu_2 = 5a + 2b$, la raison r de cette suite se calcule comme suit :

$$\left.\begin{array}{l} \mu_1 - \mu_0 = a + 4b - a = 4b = r \\ \mu_2 - \mu_1 = (5a + 2b) - (a + 4b) = 4a - 2b = r \end{array}\right\} \quad 4a - 2b = 4b \Rightarrow 4a - 6b = 0$$

$$2a - 3b = 0$$

$$\boxed{b = \frac{2}{3}a}$$

- Si les termes de ce triplet (b+3, 3a +1, 6a+b) sont des termes consécutifs de suite géométrique, tel que $\sqrt{}_0 = b+3$, $\sqrt{}_1 = 3a+1$, $\sqrt{}_2 = 6a+b$, la raison q de cette suite se calcule comme suit :

$$\left.\begin{array}{l} \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{0}} = \frac{3a+1}{b+3} = q \\ \\ \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{1}} = \frac{6a+b}{3a+1} = q \end{array}\right\} \quad \frac{3a+1}{b+3} = \frac{6a+b}{3a+1} \Longrightarrow (3a+1)^2 = (b+3)(6a+b)$$

$$\Longrightarrow 9a^2+6a+1 = 6ab+b^2+18a+3b$$

$$\Longrightarrow 9a^2 - 12a+1 - 6ab - b^2 - 3b = 0 \quad (\propto)$$

Dans l'équation ($\propto$) remplaçons b par sa valeur ($b = \frac{2}{3}a$) on a :

$$9a^2 - 12a+1 - 6a\left(\frac{2}{3}a\right) - \left(\frac{2}{3}a\right)^2 - 3\left(\frac{2}{3}a\right) = 0$$

$$9a^2 - 12a+1 - 4a^2 - \frac{4}{9}a^2 - 2a = 0$$

$$\left(9 - 4 - \frac{4}{9}\right)a^2 - 14a + 1 = 0 \quad \Longrightarrow \frac{41}{9}a^2 - 14a + 1 = 0$$

$$\frac{41}{9}a^2 - 14a + 1 = 0 \quad \Longrightarrow \quad \underline{41a^2 - 126a + 9 = 0}$$

Résolvons cette équation du 2^{nd} degré pour déterminer a

$$41a^2 - 126a + 9 = 0$$

$\Delta = b^2 - 4ac$ $a_1 = (-b - \sqrt{\Delta})/2a = \frac{126-120}{82} = \frac{3}{41}$ $a_1 = \frac{3}{41}$

$= 15.876 - 1476$

$= 14.400$ $\qquad a_2 = (-b + \sqrt{\Delta})/2a = \frac{126-120}{82} = \frac{246}{82} = 3 \qquad a_2 = 3$

$\sqrt{\Delta} = 120$

Déterminons les valeurs de b.

$b = \frac{2}{3}a$

$b_1 = \frac{2}{3}a_1 = \frac{2}{3} \times \frac{3}{41} = \frac{2}{41} \qquad b_1 = \frac{2}{41}$

$b_2 = \frac{2}{3}a_2 = \frac{2}{3} \times 3 = 2 \qquad b_2 = 2$

on a donc finalement deux valeurs possible de a : $a_1 = \frac{3}{41}$ et $a_2 = 3$ et deux valeurs possibles de b : $b_1 = \frac{2}{41}$ et $b_2 = 2$.

Comme on le voit pour a = 3, b = 2. Pour ces valeurs de a et b déterminons les termes des deux suites :

$\mu_0 = a = 3$ $\qquad \sqrt{}_0 = b+3 = 2+3 = 5$

$\mu_1 = a + 4b = 3+8 = 11$ $\qquad \sqrt{}_1 = 3a+1 = 3x3+1 = 10$

$\mu_2 = 5a + 2b = 5x3 + 2x2 = 19$ $\qquad \sqrt{}_2 = 6a+b = 6x3+2 = 20$

Le triplet est donc (3; 11; 19) $\qquad$ le triplet est donc (5 ; 10 ; 20)

EXERCICE 4

Etudions et représentons graphiquement la fonction suivante :

$g : x \longrightarrow -2x^2 + x + 1$ $\qquad g'(x) = -4x+1$

$Dg = IR$ $\qquad -4x+1 = 0 \Longrightarrow x = 1/4$

$g(x) = 0 \Longrightarrow -2x^2 + x + 1 = 0$

$\Delta = 1+8 = 9$ $\qquad x_1 = (-1-3)/-4 = 1$

$\sqrt{\Delta} = 3$ $\qquad x_2 = (-1+3)/-4 = -1/2$

Etudions les limites

$\lim\limits_{x \Rightarrow -\infty} g(x) = \lim\limits_{x \Rightarrow -\infty} -2x^2 + x + 1 = \lim\limits_{x \Rightarrow -\infty} x^2(-2 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}) = -\infty$

$\lim\limits_{x \Rightarrow +\infty} g(x) = \lim\limits_{x \Rightarrow +\infty} -2x^2 + x + 1 = \lim\limits_{x \Rightarrow +\infty} x^2(-2 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}) = -\infty$

Tableau de variation

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	1	$+\infty$
$g'(x)$	+		0	-	
$g'(x)$	$-\infty$ ↗	0	$\frac{9}{8}$	↘ 0	$-\infty$

$g(\frac{1}{4}) = -2\text{x}(\frac{1}{4})^2 + \frac{1}{4} + 1$

$= -2 \text{ x } \frac{1}{16} + \frac{1}{4} + 1$

$= -\frac{1}{8} + \frac{2}{8} + \frac{8}{8}$

$= \frac{9}{8}$

$g(x) = -2x^2 + x + 1$

$g(x-2) = -2(x-2)^2 + (x-2) + 1$

$= -2(x^2 - 4x + 4) + (x-2) + 1$

$= -2x^2 + 8x - 8 + x - 2 + 1$

$= -2x^2 + 9x - 9$ on a donc $g(x-2) = g_1(x)$

On obtient la courbe de g_1 ($\mathcal{E}g_1$)

Par la translation de vecteur $\vec{v}(-2 ; 0)$

Représentation graphique