CORRECTION IO 2001
MATHEMATIQUES

EXERCICE 1

a, b, c étant les termes consécutifs d'une suite géométrique de raison q on a :

$a+b+c = \frac{q^3-1}{q-1}.a$

$b = aq$

$c = (aq) \times q = aq^2$ on a donc $c - a = aq^2 - a$

$= (q^2-1).a$

Le système : $\begin{cases} a+b+c = 312 \\ c - a = 192 \end{cases}$ devient $\begin{cases} \frac{q^3-1}{q-1}.a = 312 \\ (q^2-1).a = 192 \end{cases}$

$$\begin{cases} \frac{q^3-1}{q-1}.a = 312 \\ (q^2-1).a = 192 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} (1)\ \frac{(q-1)(q^2+q+1)}{q-1}.a = 312 \\ (2)\ (q^2-1).a = 192 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} (1)\ (q^2+q+1).a = 312 \\ (2)\ (q^2-1).a = 192 \end{cases}$$

$$\frac{(1)}{(2)} = \frac{(q^2+q+1).a}{(q^2-1).a} = 312 / 192$$

$312 = 2^3 \times 3 \times 13$

$192 = 2^6 \times 3 = 2^3 \times 2^3 \times 3$

$312 / 192 = 13/8$

$$\Longleftrightarrow \frac{q^2+q+1}{q^2-1} = 13/8$$

$\Longleftrightarrow 8(q^2+q+1) = 13(q^2-1).$

$\Longrightarrow 8q^2+8q+8 = 13q^2 - 13$

$\Longrightarrow -5q^2+8q+21 = 0$

$\Delta = 64+420 = 484$

$\sqrt{\Delta} = 22$

$q_1 = (-8-22) / -10$

$q_1 = 3$

$q_2 = (-8+22) / -10$

$q_2 = -1{,}4$

La raison de cette suite est donc $\boxed{q = 3}$

Déterminons le premier terme, a : (2) : $(q^2-1).a = 192$

$(9-1).a = 192$

$a = 192/8 = 24$ $\boxed{a = 24}$

Déterminons maintenant les autres termes :

$a = 24$ $q = 3$ donc $b = aq = 24 \times 3 = 72$ $\boxed{b = 72}$

$c = bq = 72 \times 3 = 216$ $\boxed{c = 216}$

EXERCICE 2

Sot x la somme d'argent qu'ont à se partager les trois personnes :

Part de la première : $\frac{2}{3}x - 600$

Part de la deuxième : $1/4\ x$

Part de la troisième : $1/2\ x - 400$

1/ La part totale (x) à partager :

$\frac{2}{3}x - 600 + \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}x - 400 = x$

$\frac{2}{3}x + \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}x - x = 1000$

$\frac{8x+3x+6x-12x}{12} = 1000$

$\frac{5x}{12} = 1000$ $\qquad$ $5x = 12000$

$\boxed{x = 2400}$

2/ La somme totale à partager est donc de 2 400F.

Part du premier : $\frac{2}{3} \times 2400 - 600 = 1000$ F

Part de deuxième : $1/4 \times 2400 = 600$ F

Part de troisième : $\frac{1}{2} \times 2400 - 400 = 800$ F

EXERCICE 3

Soit t le temps mis par chacun d'eux, après le départ du motocycliste pour arriver au point de rencontre.

Soit x la distance parcourue par le motocycliste, pour arriver au point de rencontre. $\sqrt{}_1$, la vitesse du cycliste et $\sqrt{}_2$ celle du motocycliste.

Calculons la distance parcourue par le cycliste après 3h de route

D = 24km/h x 3h = 72km. on a donc :

La distance parcourue par le motocycliste est donc $x = \sqrt{}_2 \times t$

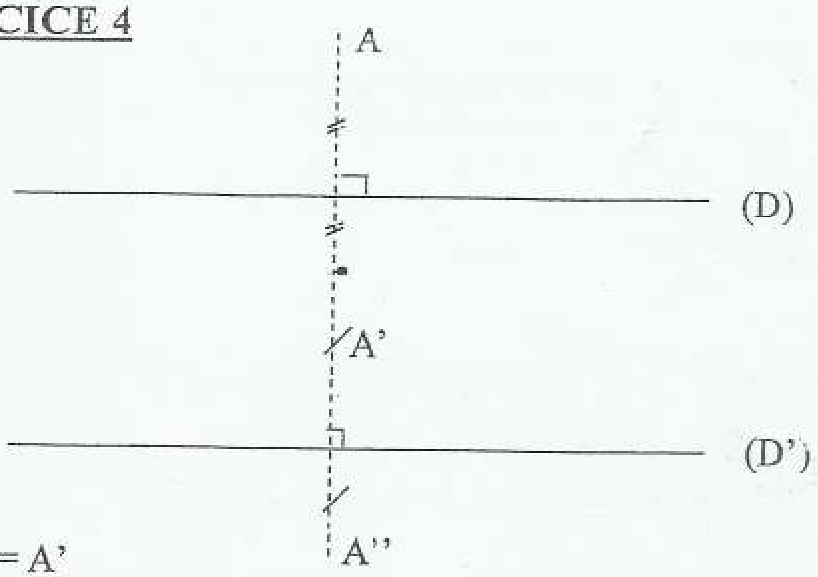
La distance parcourue par le cycliste après le départ du motocycliste est donc $x - 72 = \sqrt{}_1 \times t$

Résolvons donc le système suivant : $\begin{cases} (1)\ \sqrt{}_2 \times t = x \\ (2)\ \sqrt{}_1 \times t = x - 72 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} (1) - (2)\ \sqrt{}_2 t - \sqrt{}_1 t = x - (x - 72) \\ (1)\ \sqrt{}_2 t = x \end{cases} \Longrightarrow$

$$\begin{cases} t = \frac{72}{\sqrt{}_2 - \sqrt{}_1} = \frac{72}{42-24} = 4\text{h} \\ x = 42 \times 4 = 168 \text{ km.} \end{cases}$$

Le motocycliste aura mis 4 heures de temps pour rejoindre le cycliste à une distance de 168 km de Daloa.

EXERCICE 4



$S_{(D)}(A) = A'$

$S'_{(D)}(A') = A''$ $\qquad$ $S'_{(D)} \circ S_{(D)}(A) = A''$

La composée de deux symétries orthogonales dont les droites sont parallèles, est une translation.

Donc l'application f : $S'_{(D)} \circ S_{(D)}$ est une translation.