

CORRECTION IO 2003 MATHEMATIQUES

EXERCICE 1

Soit a le dividende, et b le diviseur de cette division euclidienne. Prenons c comme quotient. On aura donc :

$$\begin{cases} 1 \int a = (b \times c) + 73 \\ 2 \int a + 9 = (c + 1) \times b + 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1-2 \int -9 = -b + 73 \\ 1 \int a = cb + 73 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 82 \\ a = 82c - 73 \end{cases}$$

La valeur de a dépend de celle du quotient c .

Si $c = 1$ alors $a = 82 \times 1 - 73 = 155$

Si $c = 0$ alors $a = 82 \times 0 - 73 = -73$

Pour $c \in \mathbb{R}_+$, $a \in \mathbb{R}_+$. $S_a = \mathbb{R}_+$

EXERCICE 2

Soit x cm la longueur initiale du côté du carré ABCD

— $(x + 3)$ cm la longueur du côté du carré AEFG

L'aire de la surface du carré ABCD est : $A_{ABCD} = x \times x = x^2 \text{ cm}^2$

L'aire de la surface du carré AEFG est : $A_{AEFG} = (x + 3)^2 = (x^2 + 6x + 9) \text{ cm}^2$

On sait que $A_{AEFG} = A_{ABCD} + 48$

$$A_{AEFG} - A_{ABCD} = 48$$

$$x^2 + 6x + 9 - x^2 = 48$$

$$6x + 9 = 48$$

$$x = \frac{48 - 9}{6} = 6,5 \text{ cm}$$

a) La mesure de la longueur du côté du carré ABCD est $x = 6,5 \text{ cm}$

b) La mesure de l'aire de la surface du carré ABCD est $x^2 = 6,5^2 = 42,25 \text{ cm}^2$

c) La mesure de l'aire de la surface du carré AEFG est : $(x + 3)^2 = 9,5^2 = 90,25 \text{ cm}^2$

2. a) Soit h , la hauteur de la boîte, et c le côté de la surface de base.

$$h = 3 \text{ cm} \qquad h = 3 \text{ cm}$$

$$c = 9,5 - (3 + 3) = 3,5 \text{ cm} \qquad c = 3,5 \text{ cm}$$

b) Soit V le volume de la boîte et S_B la surface de base.

$$V = S_B \times h = (c \times c) \times h = 3,5 \times 3,5 \times 3 = 36,75 \text{ cm}^3. \quad \boxed{V = 36,75 \text{ cm}^3}$$

EXERCICE 3

$$a * b = a^2 + b^2$$

1/ Cette opération est-elle commutative ?

$$\begin{aligned} a * b &= a^2 + b^2 & a^2 + b^2 &= b^2 + a^2 \text{ donc } a * b = b * a & \text{l'opération est donc} \\ b * a &= b^2 + a^2 & & & \text{commutative.} \end{aligned}$$

2/ Cette opération est-elle associative ?

$$(a * b) * c = (a^2 + b^2) * c = (a^2 + b^2)^2 + c^2$$

$$a * (b * c) = a^2 + (b * c)^2 = a^2 + (b^2 + c^2)^2$$

$$(a^2 + b^2)^2 + c^2 \neq a^2 + (b^2 + c^2)^2 \text{ donc } (a * b) * c \neq a * (b * c)$$

L'opération n'est donc pas associative.

3/ Cette opération est-elle munie d'un élément neutre ?

Si b est l'élément neutre alors on aura : $a * b = a$

Déterminons b.

$$a * b = a$$

$$a^2 + b^2 = a$$

$$b^2 = a - a^2$$

$$b^2 = a(1-a)$$

$$b = \sqrt{a(1-a)} \text{ or } \forall a \in]1; +\infty[, b \text{ n'existe pas.}$$

L'opération n'est donc pas munie d'un élément neutre.

EXERCICE 4

$$1/ \begin{cases} a + b = 1 \\ a \times b = -2 \\ a - a^2 = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 1 - a \\ a \times (1 - a) = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 1 - a \\ a - a^2 = -2 \end{cases}$$

$$-a^2 + a + 2 = 0$$

$$a^2 - a - 2 = 0$$

$\Delta = 1 + 8 = 9 > 0$ donc a existe, ce qui veut dire que b existe.

Déterminons a, puis b.

$$a^2 - a - 2 = 0$$

$$\Delta = 9 \quad a_1 = \frac{1-3}{2} \quad a_2 = \frac{1+3}{2}$$

$$\sqrt{\Delta} = 3 \quad a_1 = -1 \quad a_2 = 2$$

$$b_1 = 1 - a_1 = 1 - (-1) = 2 \quad \text{si } a = -1, b = 2$$

$$b_2 = 1 - a_2 = 1 - 2 = -1 \quad \text{si } a = 2, b = -1$$