CORRECTION IO 2004
MATHEMATIQUES

EXERCICE 1

$4512 = 3 \times 2^5 \times 47$ $\quad$ $4128 = 3 \times 2^5 \times 43$

Les diviseurs communs de 4512 et 4128 sont :

$1 ; 2 ; 3 ; 2^2 ; 2^3 ; 2^4 ; 2^5 ; 3x2 ; 3x2^2 ; 3x2^3 ; 3x2^4 ; 3x2^5$

Soit : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 8 ; 16 ; 32 ; 6 ; 12 ; 24 ; 48 ; 96.

$4525 = \underline{4512} + 13 = 3 \times 2^5 \times 47 + 13$

$4147 = \underline{4128} + 19 = 3 \times 2^5 \times 43 + 19$

- Donc en divisant 4525 et 4147 par <u>3</u> les quotients seront respectivement $2^5 \times 47$ et 2^5x43 et les restes respectivement 13 et 19.
- En divisant 4525 et 4147 par $\underline{3x2^5}$ les quotients seront respectivement 47 et 43 et les restes respectivement 13 et 19.
- En divisant 4525 et 4147 par $\underline{2^5}$ les quotients seront respectivement 3x47 et 3x43 et les restes respectivement 13 et 19.

Dans ces 3 exemples, d, prend les valeurs 3 ; $3x2^5$; 2^5 le nombre total de solutions de d, est donc l'ensemble des diviseurs communs de 4512 et 4128. Soit 12 solutions comme vu précédemment.

EXERCICE 2

Soit x l'effectif total de la classe.

$\frac{x \times 65}{100} = 26 \implies x = \frac{26 \times 100}{65} = 40$

Cette classe compte 40 élèves.

Le nombre d'élève admis au CEPE

$\frac{40 \times 40}{100} = 16$

Il y a 16 admis au CEPE

Le nombre d'élève admis au concours d'entrée en sixième.

$\frac{40 \times 25}{100} = 10$

Il y a 10 admis au concours d'entrée en sixième.

EXERCICE 3

1/ Le nombre total de possibilité est :

$A_4^3 = \frac{9!}{(9-3)!} = \frac{9!}{6!} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6!}{6!} = 9 \times 8 \times 7 = 504$

Ce chef de famille a donc 504 possibilités d'offrir une volaille à chacun de ses enfants.

2/ Le nombre de cas où les trois volailles offertes sont de la même espère animale.

$A_4^3 + A_3^3 = \frac{4!}{(4-3)!} + \frac{3!}{0!} = 24+6 = 30$

Il y a donc 30 cas où les trois volailles offertes sont de la même espèce animale.

3/ La probabilité pour que chacun des trois enfants reçoive 1 poulet.

$P = \frac{A_4^3}{A_9^3} = \frac{24}{504} = 2^3x3 / 2^3x3x3x7 = \frac{1}{21}$

La probabilité pour que chacun des trois enfants reçoive 1 poulet est $\frac{1}{21}$

4/ a) La probabilité pour que parmi les trois volailles offertes il n'y ait aucun canard.

$$P = \frac{A_7^3}{A_9^3} = \frac{A_7^3}{504} = (7!\,/\,4!)/504 = \frac{7 \times 6 \times 5}{504} = \frac{210}{504} = \frac{5}{12}$$

La probabilité pour que parmi les trois volailles offertes il n'y ait aucun canard est $P = \frac{5}{12}$.

b) La probabilité pour qu'il y ait au moins un canard est : les évènements qu'il n'y ait aucun canard et qu'il y ait au moins un canard étant contraire on a donc :

$P = 1 - \frac{5}{12} = \frac{7}{12}$. La probabilité pour que parmi les trois volailles Il y ait au moins un canard est $P = \frac{7}{12}$

5/ a) La probabilité pour qu'un seul reçoive un canard.

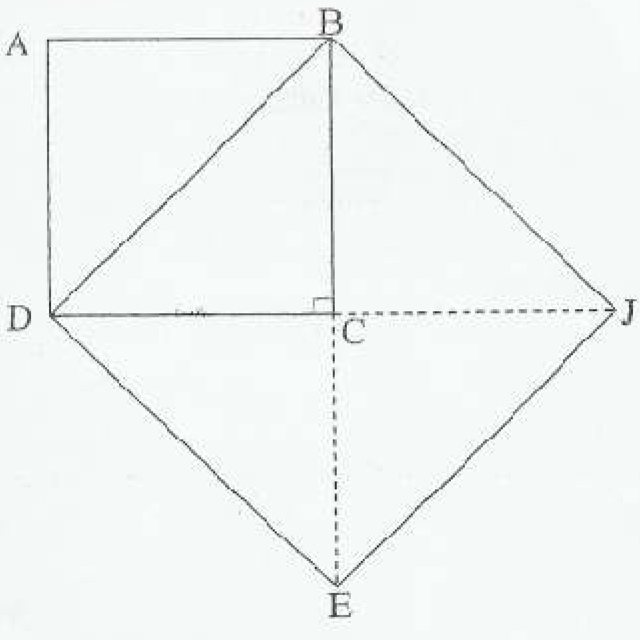
si un a un canard, pour les deux autres, on prendra soit 2 poulets, 2 pintades ou 1 poulet 1 pintade.

$P = \frac{A_4^2 + A_3^2 + A_4^1 \times A_3^1}{A_9^3} = \frac{12+6+12}{504} = \frac{30}{504} = \frac{5}{84}$ on a donc $P = \frac{5}{84}$.

b) La probabilité pour que l'aîné reçoive un canard.

$P = \frac{A_2^1 \times A_7^2}{A_9^3} = \frac{84}{504} = \frac{1}{6}$ on a donc $P = \frac{1}{6}$

EXERCICE 4



1/ J symétrique de D par rapport à (BC), donc C est milieu de [DJ]

E symétrique de B par rapport à (CD), donc C est milieu de [BE].

ABCD est un carré, donc (BC) ⊥ (DC), on a alors (BE) ⊥ (DJ). [BE] et [DJ] étant les diagonales du quadrilatère DBJE, on peut donc dire que les diagonales du quadrilatère DBJE sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu C . DBJE est donc un losange.

2/ Déterminons la mesure d'un côté du losange DBJE.

Considérons le triangle rectangle DCB rectangle en C. D'après le théorème de Pythagore,

$DC^2 + CB^2 = DB^2$

$x^2 + x^2 = DB^2$

$2x^2 = DB^2 \Longrightarrow DB = x\sqrt{2}$ $\quad x>0$

[DB] étant un côté du losange DBJE, son aire est donc :

$\mathcal{A} = DB \times DB = x\sqrt{2} \times x\sqrt{2} = 2x^2$

Conclusion : L'aire du losange DBJE est donc le double de l'aire du carré ABCD

car $\mathcal{A}_{ABCD} = x \times x = x^2$