CONCOURS DIRECT D'ENTREE AU CAFOP * INSTITUTEUR ORDINAIRE (I.O)
SESSION 2005

MATHEMATIQUES

Durée : 2 h   Coef. : 3

EXERCICE 1

Le tableau suivant donne l'évolution sur 6 années de recettes fiscales brutes (en milliards de francs) du budget d'un pays :

Années x_i	1993	1994	1995	1996	1997	1998
Recettes y_i	850	1025	1125	1300	1450	1750

1) Représenter graphiquement le nuage de points de coordonnées (xi, yi) dans le plan rapporté à un repère orthogonal.
En abscisse, choisir 1 centimètre pour représenter une année ; en ordonnées, choisir 2 centimètres pour représenter 100 milliards de francs.
1 cm pour représenter 100 milliards.
2) En utilisant la méthode de Mayer, démontrer que la droite d'ajustement linéaire du nuage de points a pour équation: $500x-3y-994000 = 0$.
3) On suppose que le montant des recettes fiscales suit la même évolution jusqu'en 1999. Calculer en milliards de francs le montant des recettes fiscales de ce pays en l'an 1999. (Le résultat sera donné au centimètre près).

EXERCICE 2

La production annuelle de café d'une coopérative agricole augmente chaque année de 3%.
La production de cette coopérative à la fin de la première année de fonctionnement notée P_1 est de 3000 tonnes.
1) Calculer la production P_2 de la coopérative à la fin de la deuxième année de fonctionnement.
2) On note P la production à la fin de la nième année de fonctionnement et P_{n+1} celle obtenue à la fin de la (n+1)ième année . Démontrer que : $P_{n+1} = 1,03P_n$
3) On considère la suite (Pn) des productions agricoles de cette coopérative.
a) Justifier que (Pn) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
b) Exprimer, pour tout entier naturel non nul n, Pn en fonction de n.
4) Calculer la production totale X en tonnes des 10 premières années de fonctionnement.

EXERCICES 3

On donne la fonction f définie sur IR par: $\frac{x3 - 3x2 + 3x - 1}{x^2 + 3}$

On appelle (C) la représentation graphique de f dans le plan rapporté au repère orthonormé (O.I.J) ; (unité : 1 cm)

1) Démontrer que, pour tout réel x : $f(x) = x - 3 + \frac{8}{x^2+3}$

2 a) Calculer $\lim\limits_{X \to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{X \to -\infty} f(x)$

b) Démontrer que la droite (D) d'équation $y = x - 3$ est asymptote à (C).
3) Préciser la position de (C) par rapport à (D)
4) Vérifier que, pour tout nombre réel x, on a $f'(x) = \frac{(x-1)^2(x^2+2x+9)}{(x^2+3)^2}$
5) Justifier que, pour tout nombre réel x, $x^2 + 2x + 9$ est strictement positif.