

CONCOURS DIRECT D'ENTRÉE AU CAFOP, INSTITUTEUR ORDINAIRE (IO), SESSION 2008

MATHEMATIQUES (IO)

EXERCICE 1

- 1- Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $2X^2 - 7x + 3 = 0$
- 2- En déduire les solutions de l'équation (E): $x \in \mathbb{R}, 2e^{2x} - 7e^x + 3 = 0$

EXERCICE 2

La puce d'un téléphone portable est munie d'un code de sécurité permettant l'accès au réseau d'une société de téléphonie cellulaire. Ce code dénommé code PIN peut être modifié par l'utilisateur. Le code PIN est un numéro de 4 chiffres choisi dans l'ensemble $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ / **Exemple de codes PIN: 0101 ; 0000; 7152.**

PARTIE A

- 1- Justifier que le nombre de codes PIN que la société peut attribuer est égal à 10.000
- 2- Déterminer le nombre de codes PIN commençant par le nombre 24.
- 3- Déterminer le nombre de codes PIN composés à la fois des chiffres 0; 2 ; 4 ; et 8.

PARTIE B

Kadio offre une puce de cette société de téléphonie cellulaire à son épouse Angèle âgée de 24 ans. Au moment d'utiliser sa puce, Angèle veut s'attribuer un nouveau code PIN. Elle décide alors de former au hasard son code, en utilisant en priorité les chiffres de son âge

- 1- Calcule la probabilité pour que le code d'Angèle commence par 24.
- 2- Justifier que la probabilité pour que Angèle compose un code formé de chiffres distincts rangés dans l'ordre croissant et où l'on retrouve le nombre indiquant son âge égale à 0,0021

EXERCISE 3

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) , l'unité graphique est le centimètre.

PARTIE -A

Sur la figure je la feuille annexe:

- (C) est la représentation graphique d'une fonction f définie sur $]0 ; 10]$
- La droite d'équation $x = 0$ est une asymptote à la courbe (C)

- La droite (T) est la tangente à la courbe (C) au point d'abscisse 1
- A(1 ; 1) et 0 sont deux points de (T)
- (C) coupe la droite (OJ) au point d'abscisse $1/e$.

- 1) Conjecturer par lecture graphique la limite de f à droite en 0
- 2) Vérifier qu'une équation de la droite (T) est $y = x$
- 3) Déterminer graphiquement le signe $f(x)$ pour x élément de l'intervalle $]0 ; 10]$
- 4) On admet que pour tout nombre réel x élément de $]0 ; +\infty[$, $f(x) = ax + b + \ln(x)$ où a et b sont des nombres réels.

5- a- Vérifiez que $\forall x \in]0 ; +\infty[\quad f'(x) = \frac{ax+1}{x}$

b- En utilisant les informations données sur la courbe (C)
Démontrer que $a = 0$ et $b = 1$

Partie B

On considère

Les fonctions g et h définies sur $]0 ; +\infty[$ par $g(x) = \frac{1-x}{x}$ et $h(x) = -x + 1 + \ln(x)$

(T) est la courbe représentative de h dans le plan muni du repère orthonormé (O, I, J).

- 1- Justifier que la droite (Δ) d'équation $x = 0$ est asymptote à (T)
- 2- A – démontrer que $\forall x \in]0 ; +\infty[; h'(x) = g(x)$

En déduire le sens de la variation de h

- 3- a- Etudier le signe de $f(x) - h(x)$ pour tout nombre élément de $]0 ; +\infty[$
- b- En déduire les positions relatives de (C) et (T)
- 4- Construire (T) sur l'intervalle $]0 ; 10]$ dans le repère que (C)

X	0,1	0,3	0,4	1	4	6	8	10
Arrondi d'ordre 1 de $h(x)$	-41,4	-0,5	-0,3	0	-1,6	-3,2	-4,9	-6,7

5- On considère la fonction $F :]1; +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$
 $X \mapsto x \ln(x) - x$

a- Vérifier que F est une primitive de la fonction $X \mapsto \ln(x)$ sur $]1; +\infty[$

b- On note l'aire en cm^2 de la partie du plan délimitée par (C), (O.I) et les droites d'équations $x=1$ et $x=e$

Hachurer la partie du plan dont l'aire est égale à α
 Justifier que $\alpha = e$

