

CORRECTION SUJET DE MATHEMATIQUES 2010

CORRECTION DU SUJET DE MATHEMATIQUES 2010

EXERCICE 1

1. Vérifions que le nombre de tirages possibles est 35

$$\text{Nbre} = C_7^3 = \frac{7 \times 6 \times 5}{1 \times 2 \times 3} = \frac{210}{6} = 35$$

Nombre de tirage = 35

2. Calculons la probabilité P_1 qu'elle ne gagne rien :

$$P_1 = \frac{C_3^3}{C_7^3} = \frac{1}{35} \Rightarrow P_1 = \frac{1}{35}$$

3. Calculons la probabilité P_2 qu'elle gagne 100 francs.

$$P_2 = \frac{C_2^1 \times C_2^2}{C_7^3} = \frac{2 \times 1}{35} \Rightarrow P_2 = \frac{2}{35}$$

4. Calculons la probabilité P_3 qu'elle gagne au moins 800 francs

$$P_3 = \frac{(C_2^1 \times C_2^2) \times (C_2^2 + C_2^1)}{C_7^3} = \frac{(2 \times 1) \times (1 + 2)}{35}$$

$$P_3 = \frac{3 \times 3}{35} \Rightarrow P_3 = \frac{9}{35}$$

EXERCICE 2

1. Représentons graphiquement l'image de point associé à cette série de statistique : (voir graphique à la fin de la correction du sujet de mathématiques)

2. a) Calculons les moyennes respectives $\bar{x}$ et $\bar{y}$ des séries statistiques (x_i) et (y_i) :

$$\bar{x} = \frac{5+6+8+8+9+11+12+12+13+14}{10} = 9,8$$

$$\bar{y} = \frac{7+8+9+10+10+13+13+15+15+16}{10} = 11,6$$

b) Donnons les coordonnées du point moyen G de la série statistique double :

$$(x_i, y_i) : G \left(\begin{matrix} 9,8 \\ 11,6 \end{matrix} \right)$$

3. a) Déterminons les coordonnées des points moyens G_1 et G_2 ,

$$\bar{x}_1 = \frac{5+6+8+8+9}{5} = 7,2$$

$$G_1 \left(\begin{matrix} 7,2 \\ 8,8 \end{matrix} \right)$$

$$\bar{y}_1 = \frac{7+8+9+10+10}{5} = 8,8$$

$$\bar{x}_2 = \frac{11+12+12+13+14}{5} = 12,4$$

$$G_2 \left(\begin{matrix} 12,4 \\ 14,4 \end{matrix} \right)$$

$$\bar{y}_2 = \frac{13+13+15+15+16}{5} = 14,4$$

3.b) Voir graphique à la fin de la correction

4. a) Vérifions qu'une équation de (D) par la méthode de Mayer est $y = \frac{14}{12}x + \frac{68}{65}$: Nous savons que $y = ax + b$.

$$\text{Mayer est } y = \frac{14}{12}x + \frac{68}{65}$$

$$\text{on a : } \begin{cases} y_1 : 8,8 = 7,2x + b \\ y_2 : 14,4 = 12,4x + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 72x + 10b = 88 \\ 124x + 10b = 144 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -72x - 10b = -38 \\ 124x + 10b = 144 \end{cases}$$

$$52x = 56 \Leftrightarrow x = \frac{56}{52} \Leftrightarrow x = \frac{14}{13}$$

Nous avons $72x + 10b = 88$

$$\Leftrightarrow 72 \times \frac{14}{13} + 10b = 88$$

$$\Leftrightarrow \frac{72 \times 14}{13} + 10b = 88$$

$$\Leftrightarrow \frac{1008}{13} + 10b = 88$$

$$\Leftrightarrow 10b = 88 - \frac{1008}{13}$$

$$\Leftrightarrow 10b = \frac{88 \times 13 - 1008}{13}$$

Nous déduisons que $y = \frac{14}{13}x + \frac{68}{65}$ est une équation

b- Calculons la note d'un élève :

Nous savons que $y = \frac{14}{13}x + \frac{68}{65}$ si $x = 15$.

$$\text{Nous avons } y = \frac{14}{13} \times 15 + \frac{68}{65}$$

$$= \frac{210}{13} + \frac{68}{65}$$

$$= \frac{210 \times 5 + 68}{13 \times 5}$$

$$= \frac{1050 + 68}{65} = \frac{1118}{65} \approx 17,2$$

la note probable d'un élève qui a obtenu 15/20 en français est 17,2.

PROBLEME

Partie A :

1.a) Donnons la valeur de $f(0)$ et celle de $f(1)$:

$$f(0) = 2 \quad f(1) = 0$$

b) Donnons l'ensemble des solutions de chacune des inéquations (I_1) et (I_2) sur $[-3; 2]$:

$$(I_1) : f(x) < 0 \text{ solution }]1; 2[$$

$$(I_2) : (I_2) : f(x) \geq 0 \text{ solution } [-3; 1]$$

2. a) Donnons la valeur de $f'(0)$: $f'(0) = 0$

b) Déterminons les variations de f sur $[-3; 2]$

$[-3; 0]$ $f(x)$ est croissante

$[0; 2]$ $f(x)$ est décroissante.

c) Dressons le tableau de variation :

x	-3	0	1	2
f'(x)	+	0	-	
f(x)		2	0	-7,3

b) Vérifions que g est strictement croissant sur $]-\infty; 0[$ et strictement décroissant sur $]0; +\infty[$

$e^x > 0$ donc le signe de $g'(x)$ dépend de $-x$

or $\forall x \in]-\infty; 0[; -x > 0$ et $\forall x \in]0; +\infty[; -x < 0$

$\forall x \in]-\infty; 0[; g'(x) > 0$ donc g est strictement croissante sur $]-\infty; 0[$

$\forall x \in]0; +\infty[; g'(x) < 0$ donc g est strictement décroissante sur $]0; +\infty[$.

Calcul et tableau de variation de g sur $\mathbb{R}$

$$g(0) = (1-0) \times e^0 = 1 \times 1 \Leftrightarrow g(0) = 1$$

Tableau de variation de g sur $\mathbb{R}$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
f(x)	+	0	-
f'(x)		1	

PARTIE B

soit $g(x) = (1-x)e^x$

1. a) Calculons limite $g(x)$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (1-x)e^x$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} 1-x = -\infty \text{ et } \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$$

$$\text{alors } \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$$

b) Calcul de la limite $g(x)$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (1-x)e^x = e^x \cdot xe^x$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0 \text{ et } \lim_{x \rightarrow -\infty} xe^x = 0$$

$$\text{alors } \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 0$$

Interprétation graphique du résultat

Limite $g(x) = 0$ donc (C_s) admet une asymptote horizontale d'équation $y = 0$.

2.a) Vérification : pour tout réel x , $g'(x) = -xe^x$

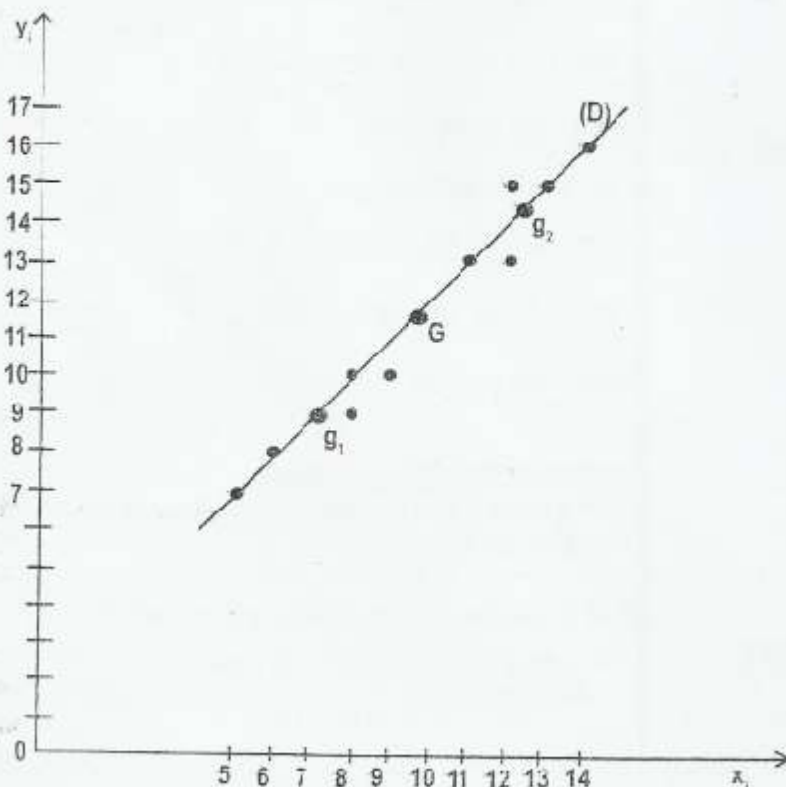
$$\forall x \in \mathbb{R}; g'(x) = (1-x)e^x + (1-x)e^x$$

$$= -e^x + (1-x)e^x$$

$$= -e^x + e^x - xe^x$$

$$g'(x) = -xe^x$$

Suite exercice 2



d- Déterminons une équation de la tangente à $(\mathcal{C}_0)$ au point de l'abscisse 1.

$$(T): y = g'(x_0)(x - x_0) + g(x_0)$$

$$y = g'(1)(x - 1) + g(1)$$

$$g'(1) = -1e^1 \Leftrightarrow g'(1) = -e$$

$$g(1) = (1-1)e \Leftrightarrow g(1) = 0$$

$$(T): y = -e(x - 1) + 0$$

$$(T): y = -xe + e$$