CONCOURS DIRECT D'ENTREE AU CAFOP (INSTITUTEUR ORDINAIRE)

SESSION 2014 **Durée : 2 h**

Coefficient : 3

MATHEMATIQUES

Cette épreuve comporte deux pages numérotées 1/2, 2/2
et une feuille annexe à rendre avec la copie.

EXERCICE 1

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer la lettre correspondant à la bonne réponse.

		A	B	C
1	Le résultat du calcul de $\frac{13}{15}-\frac{7}{5}(1-\frac{2}{3})$ est :	$\frac{2}{5}$	$-\frac{4}{5}$	$\frac{5}{3}$
2	L'arrondi d'ordre 2 du nombre 4,617 est :	4,61	461	4,62
3	Le quart du nombre 20 augmenté de son cinquième est égal à :	10	9	4,5
4	L'équation $0,4x-5=-1,4$ a pour solution :	3,5	$\frac{5}{4}$	9
5	Le nombre de diviseurs de 24 est :	8	9	24
6	3,45 h est égal à :	3h 45 min	345 min	207 min
7	A l'échelle $\frac{1}{20\,000}$, 1 km est représenté par :	5 cm	10 cm	20 cm
8	Une voiture roule à la vitesse moyenne de 80 km/h. En 42 min, cette voiture parcourt :	420 m	56 km	5,6 km
9	Après une remise de 20 %, une moto est vendue à 520 000 F. Son prix initial est :	650 000 F	800 000 F	104 000 F
10	Une facture impayée d'un montant de 125 000 F connaît une augmentation de 15 000 F. Le taux d'augmentation est :	12 %	12,5 %	15 %

EXERCICE 2

En l'an 2010, une ville A comptait 50 000 habitants et sa banlieue B en comptait 20 000.
Des mouvements de populations s'opèrent entre les deux zones d'habitation. Chaque année, chacune des zones perd 20 % de sa population et gagne 20 % de la population de l'autre zone.
On note a_n le nombre d'habitants de la ville A et b_n celui de sa banlieue en l'an $(2010 + n)$, pour tout entier naturel n.

1. *a*) Justifier que : pour tout entier naturel n,
$$a_{n+1}=0,8a_n+0,2b_n \quad \text{et} \quad b_{n+1}=0,2a_n+0,8b_n.$$
b) Calculer a_1 et b_1, puis a_2 et b_2.

2. On définit les suites (c_n) et (d_n) pour tout entier naturel n par :
$$c_n=a_n+b_n \quad \text{et} \quad d_n=a_n-b_n.$$
a) Justifier que : pour tout entier naturel n, $c_n=70\,000$.
b) Justifier que : pour tout entier naturel n, $d_{n+1}=0,6d_n$.
c) Exprimer d_n en fonction de n.

3. *a*) Démontrer que : pour tout entier naturel n,
$a_n = 35\,000 + 15\,000 \times (0{,}6)^n$ et $b_n = 35\,000 - 15\,000 \times (0{,}6)^n$.
b) Déterminer la limite de chacune des suites (a_n) et (b_n).
c) Quelle observation peut-on faire sur l'évolution des populations dans ces deux zones ?

EXERCICE 3

(La feuille annexe est à rendre avec la copie.)

Sur la figure de la feuille annexe, ABC est un triangle et (Δ) est la médiatrice du segment [BC].

1. Construire le point D, symétrique de A par rapport à la droite (BC).
Construire le point E, symétrique de A par rapport au point I.
Tracer les droites (CD) et (BE).

On note K leur point d'intersection.

2. On note S_I la symétrie de centre I et $S_{(BC)}$ la symétrie orthogonale d'axe (BC).
Recopier et compléter les tableaux de correspondance suivants :

	S_I
A	
B	
C	

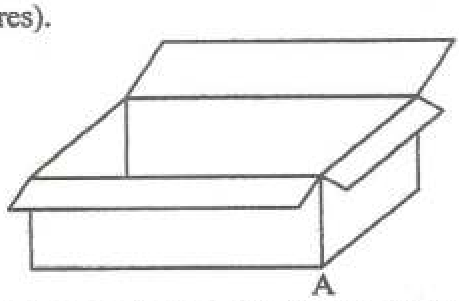
	$S_{(BC)}$
A	
B	
C	

3. On note $S_{(\Delta)}$ la symétrie orthogonale d'axe (Δ).
a) Donner l'image de C par $S_{(\Delta)}$.
b) Justifier que : $S_I o S_{(BC)}(D) = E$.

4. On admet que : $S_{(\Delta)} = S_I o S_{(BC)}$.
Déterminer l'image de la droite (CD) par $S_{(\Delta)}$ et justifier que K appartient à (Δ).

EXERCICE 4

Yapi a une boîte en forme de pavé droit de largeur 8 cm, de longueur 13 cm et de hauteur 7 cm (dimensions intérieures).



Il dispose de nombreux cubes, les uns de 2 cm d'arête, les autres de 1cm d'arête.

1. Combien de cubes doit-il utiliser pour remplir complètement la boîte s'il choisit uniquement des cubes d'arêtes 1cm ?

2. Yapi choisit 9 cubes d'arête 2 cm et 4 cubes d'arête 1 cm avec lesquels il fait une rangée sur chaque côté (largeur, longueur) à partir du point A.

a) Déterminer le nombre de cubes de 2 cm sur le côté de la largeur.
b) Combien de cubes de chaque type peut-il ranger sur le côté de la longueur ?

3. Justifier qu'il faut exactement 40 cubes pour couvrir le fond de la boîte et obtenir une couche de hauteur 2 cm.

4. Déterminer le nombre total de cubes nécessaires pour remplir complètement la boîte avec ce type de rangement.