**CONCOURS DIRECT D'ENTREE  AU CAFOP ( INSTITUTEUR ORDINAIRE )**

**SESSION 2015** **DUREE : 2h**

**Coefficient : 3**

# EPREUVE DE MATHEMATIQUES

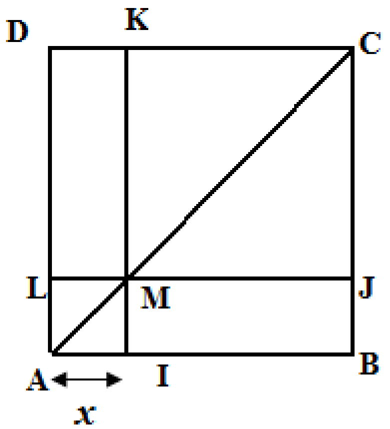
*Cette épreuve comporte deux pages numérotées 1/2  et 2/2*

## EXERCICE 1



Dans la figure ci-dessous, ABCD est un carré de coté 4cm. On choisit un point M sur la diagonale [AC].

La parallèle à la droite (BC) et passant par M coupe [AB] en I et [CD] en K. la parallèle à la droite (AB) passant par M coupe [BC] en J et [AD] en L.




1. Justifier que les quadrilatères AIML et MJCK sont des carrés.
2. Trouvez une transformation simple qui applique DKML sur MIBJ.
3. On pose : AI = $x$
   On note $\mathcal{A}_1(x)$ et $\mathcal{A}_2(x)$ les aires respectives des carrés AIML et MJCK.
   a) Calculer $\mathcal{A}_1(x)$ et $\mathcal{A}_2(x)$
   b) Déterminer la fonction $f$ définie par $f(x) = \mathcal{A}_1(x) + \mathcal{A}_2(x)$.
   c) Déterminer la valeur de $x$ pour laquelle l'aire de $f(x)$ est minimale.

## EXERCICE 2

**1.**
   a) Déterminer PPCM (15 ; 18)
   b) Déterminer PGCD (15 ; 18)

**2.** dans le cadre des festivités de fin d'année, un feu d'artifice est organisé au plateau par le district d'Abidjan. Un dispositif de tirs est placé au niveau du pont Houphouët Boigny et tire chaque dix huit secondes. Un autre dispositif est placé au niveau du pont Général De Gaulle et tire  chaque quinze secondes. A minuit, les deux feux d'artifice ont explosé simultanément.

   Déterminer l'heure de la prochaine explosion simultanée des deux feux.

**3.** après une explosion simultanée, cinq explosions successives se font entendre.
   A quelle heure  la cinquième explosion s'est-elle produite ?

# EXERCICE 3



Le déficit de logements en Côte d'Ivoire est de 400.000 logements en 2014. Il s'accroit de 50.000 logements par an. Pour résorber ce déficit, l'Etat a construit 60.000 logements en 2014. Il s'engage à augmenter le nombre de logements construits de 20% chaque année.

**1.** On note $u_0$ = 60.000 et $u_n$ le nombre de logements construits en l'an (2014 + n)
   a. Calculer $u_1$ et $u_2$ .
   b. Démontrer que $(u_n)$ est une suite géométrique.
   c. Justifier que pour tout entier naturel $n$, $u_n = 60.000 \text{x} (1.2)^n$

**2.** On note $v_0$ = 400.000 et $v_n$ le déficit de logements en l'an (2014 + n)

On admet que : pour tout entier naturel $n$, $v_{n+1} = v_n - u_n + 50.000$

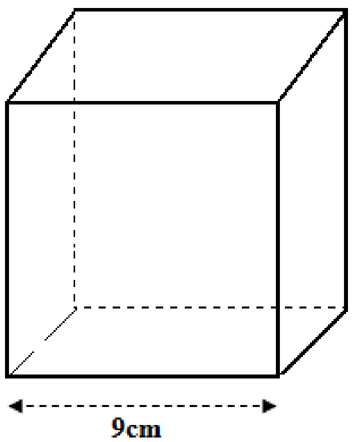
**a.** Recopier et compléter le tableau suivant :

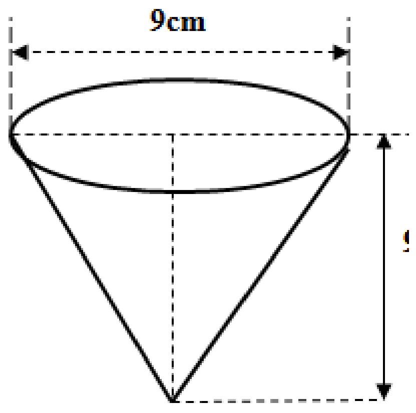
| **Années** | **Nombre de logements construits** | **Déficit de logements** |
|---|---|---|
| 2014 | | |
| 2015 | | |
| 2016 | | |
| 2017 | | |

**b.** Le déficit en logements sera-t-il résorbé en l'an 2020 ?

# EXERCICE 4

Les figures ci-dessous qui ne sont pas en vraies grandeurs représentent un cube d'arête 9cm et un cône de révolution de base 9cm de diamètre et de hauteur 9cm.




Alex pense que le volume du cône représente 30% du volume du cube.

**1.** Calculer le volume du cube

**2.** Calculer la valeur exacte du volume du cône puis, sa valeur arrondie d'ordre 1.

*(On prendra π = 3,14)*

**3.** Vérifier si l'affirmation d'Alex est vraie.

**CONCOURS DIRECT D'ENTREE AU CAFOP ( INSTITUTEUR ORDINAIRE )**

**SESSION 2015** **DUREE : 2h**

**Coefficient : 3**

# corrigé de l'epreuve de mathématique

## Exercice 1

Fomesoutra.com ça soutra ! Docs à portée de main

- **Justifions que donc le quadrilatère AIML est un carré.**

*NB : pour justifier que ce quadrilatère (donc 4 cotés) est un carré, on peut partir*

- *de la définition du losange qui est d'abords un quadrilatère (Un losange est un quadrilatère ayant ses quatre côtés de même longueur)*
- *et de cette propriété du losange (Un losange ayant un angle droit est un carré)*

**☞ Montrons que AIML est un losange**

ABCD est un carré, donc, AB = BC = CD = AD et AB ⊥BC, BC⊥CD ; CD ⊥ AD

- Dans le triangle ABC rectangle en B, on a M ∈ (BC). D'après l'énoncé, la parallèle à (BC) passant par M coupe (AB) en I. donc, (IM) // (BC). on a :

$$\frac{AI}{AB} = \frac{AM}{AC} = \frac{IM}{BC}$$ C'est-à-dire AI = IM car AB = BC

- Dans le triangle ADC rectangle en D, on a M ∈ (AC). D'après l'énoncé, la parallèle à (AB) passant par M coupe (AD) en L. donc, (LM) // (AB) et (LM) // (DC). on a :

$$\frac{AM}{AC} = \frac{AL}{AD} = \frac{ML}{CD}$$ C'est-à-dire AL = ML car AD = CD

Comme AI = IM et AL = ML, alors, AIML est un losange. ❶

**☞ Montrons que AIML est un carré**

(IM) // (BC) et (BC) // (AD). Donc, (IM) // (AD). Comme L ∈ (AD) alors (AL) // (IM)

Or, (AD) ⊥(AB).

Et comme L ∈ (AD) et I ∈ (AB), alors, nous pouvons dire que (AL) ⊥(AI) ❷

**D'après ❶ et ❷, le losange, donc le quadrilatère AIML est un carré.**

- **Justifions que donc le quadrilatère MJCK est un carré.**

D'après l'énoncé, dans le carré ABCD, (IK) // (AD), donc, (IK) // (BC). (AC) est l'hypoténuse de triangle ABC rectangle en B et (IK) ∩ (AC) = M. Donc, (IM) // (BC).

On a $\frac{CM}{CA} = \frac{CJ}{CB} = \frac{MJ}{AB}$ C'est-à-dire MJ = CJ car CB = AB

De la même manière, $\frac{CK}{CD} = \frac{CM}{CA} = \frac{KM}{DA}$ C'est-à-dire CK = KM car CD = DA



CK = KM et MJ = CJ. Donc, MJCK est un losange.❸

(AD) ⊥(DC) et (IK) // (AD); donc, (IK) ⊥(DC). Et comme M ∈ (IK), alors, (MK) ⊥(DC)

Or, (MK) ∩ (DC) = K. Donc, (MK) ⊥(KC)

**D'après ❸ et ❹ le losange, donc le quadrilatère MICK est un carré.**

1. **Trouvons une transformation simple qui applique DKML sur MIBJ**

- [IL], [BD] et [JK] sont les diagonales respectives des carrés AIML, ABCD et MJCK.
- (AC) est une diagonale commune des carrés ABCD, AIML et MJCK. On a :

| $S_{(AC)}$ | |
|---|---|
| D | B |
| K | J |
| M | M |
| L | I |

La transformation qui applique DKML sur MIBJ est **la symétrie orthogonale d'axe (AC)**

2.

AI = x, $A_1$ = aire de AIML et $A_2$= aire de MJCK

a)

| | |
|---|---|
| - $A_1 = x^2$ | - $A_2 = (4 - x)^2 = x^2 - 8x + 16$ |

b) $f(x) = (A_1(x) + A_2(x) = f(x) = x^2 + (4 - x)^2$, c'est-à-dire $f(X) = 2x^2 - 8x + 16$

c) la valeur pour laquelle f(x) atteindra un extrémum correspond à la valeur pour laquelle f'(x) sera égale à 0.

$f'(x) = 4x - 8$ et $f'(x) = 0$ si et seulement si $x = 2$

$\lim_{n\to -\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim_{n\to +\infty} f(x) = +\infty$

Donc, l'extrémum en question est un minimum

- **f(x) atteindra un minimum pour x = 2**

# Exercice 2.

**1.**

- $15 = 3 \times 5$
- $18 = 2 \times 3^2$

$\left.\begin{array}{l} \\ \end{array}\right\}$ PPCM (15 ; 18) $= 2 \times 3^2 \times 5 = 90$

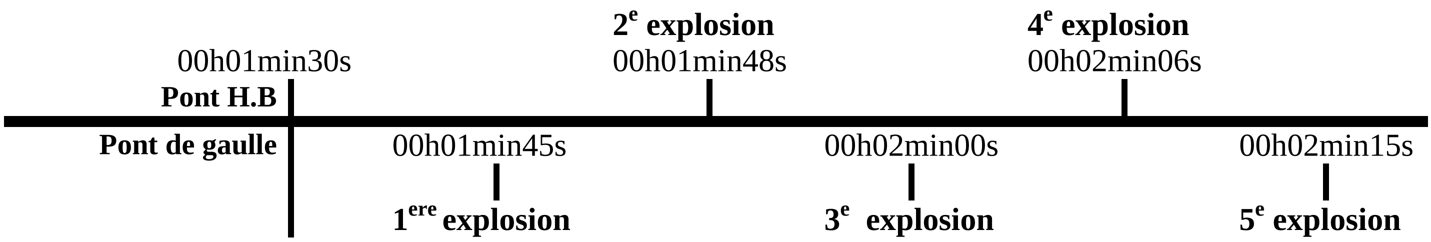
PGCD (15 ; 18) $= 3$

2. L'heure de la prochaine explosion simultanée correspond au PPCM (15 ; 18), c'est-à-dire au bout de 90 secondes ou au bout de 1min30s



**Donc, l'heure de cette explosion est 00h01min30s**

3.




Cette cinquième explosion s'est produite à 00h02min15s

# Exercice 3

**1.**

**a)**

$U_0 = 60.000$

$U_1 = U_0 + 20\%.\ U_0 = 60.000 + 20\%.\ 60.000 = 72.000$ | $U_2 = U_1 + 20\%.\ U_1 = 72.000 + 20\%.\ 72.000 = 86.400$

**b)** $U_{n+1} = Un + 20\%.\ U_n = 1{,}2.Un$

$$\frac{U_{n+1}}{U_n} = \frac{1{,}2.Un}{Un} = 1{,}2 = \text{constante}$$

$(U_n)$ est donc une suite géométrique de 1er terme $U_0 = 60.000$ et de raison $q = 1{,}2$

**c)** Pour toute suite géométrique, on a $U_n = U_0.q^n$. **Ainsi,** $\mathbf{U_n = 60.000.\ (1{,}2)^n}$

**2.**

**a)**

| années | Nombre de logements construits | Déficit de logements |
|---|---|---|
| **2014** | 60.000 | 400.000 |
| **2015** | 72.000 | 390.000 |
| **2016** | 86.400 | 368.000 |
| **2017** | 103.680 | 331.600 |

**b)**

| Années | Nombre de logements construits | Déficit de logements |
|---|---|---|
| **2014** | $U_0$= 60.000 | $V_0$= 400.000 |
| **2015** | $U_1 = U_0 + 20\%. U_0 = 72.000$ | $V_1= V_0 - U_0 + 50000 = 390.000$ |
| **2016** | $U_2 = U_1 + 20\%.U_1 = 86.400$ | 368.000 |
| **2017** | $U_3 = U_2 + 20\%.U_2 = 103.680$ | 331.600 |
| **2018** | $U_4 = 60.000x.1.2^4 = 124.416$ | $V_4= V_3 – U_3 + 50000 = 331.600 - 103.680 + 50000 = 277920$ |
| **2019** | $U_5 = 60.000x.1.2^5 = 149.292,2$ | $V_5= V_4 – U_4 + 50000 =277920 - 124.416 + 50000 = 203.504$ |
| **2020** | $U_6 = 60.000x.1.2^6 = 179.159,04$ | $V_6= V_5 – U_5 + 50000 = 203.504 - 149.292,2 + 50.000 = 104.211,8$ |

En 2020, le déficit de logements ($V_6$= 104.211,8) est inférieur au nombre de logements construits ($U_6$ = 179.159,04)



**Le déficit de logements sera donc résorbé en 2020**

# Exercice 4

1. Volume du cube = $a^3 = 9^3 = 729$ cm$^3$
2. Valeur exact du volume du cône = $1/3 \times \pi. R^2 xh = 1/3 \times 3.14x4,5^2 x9 = 190,755$ cm$^3$ .

   *Arrondi d'ordre 1 du volume du cône = 190,8 cm$^3$.*
3. Vérification de l'affirmation d'Alex :
4. 30% x 729 = 218,7

Or, 218,7 ≠190. Donc, le volume du cône ne représente pas 30% du volume du cube.

**L'affirmation d'Alex est fausse.**