CONCOURS D'ELEVE INGENIEUR DES TRAVAUX STATISTIQUES

VOIE B - OPTION ECONOMIE

Année 1999

CORRIGE DE L'EPREUVE DE MATHS

EXERCICE n° 1

1) $u_1 = 1$; $u_2 = 3$; $u_3 = 11/7$; $u_4 = 67/29$;
2) La fonction h est bien définie sur l'intervalle $]-0,5 ; +\infty[$. Elle est continue et dérivable : on peut donc tracer son graphe (non tracé ici)
3) $V_0 = -1/3$; $v_1 = 1/5$; $v_2 = -3/25$; la suite (v_n) est une suite géométrique de raison –3/5 et de premier terme –1/3. La limite de v_n quand n tend vers l'infini vaut 0
4) La limite de u_n quand n tend vers l'infini vaut 2

EXERCICE n° 2

1) Quand c=1, la valeur propre λ vaut 1 et elle est valeur triple (d'ordre 3). La recherche des vecteurs propres associés conduit à discuter selon les valeurs de a et de b. Dans tous les cas de figure, M(a,b,1) est non diagonalisable. U^3 étant la matrice nulle, on a :

$$M^n = I + nU + (n(n-1)/2)U^2$$

2) Quand c est différent de 1, il y a deux valeurs propres distinctes $\lambda = 1$ (valeur propre double) et $\lambda = c$ (valeur propre simple). L'espace vectoriel associé à $\lambda = c$ est nécessairement de dimension 1, la condition nécessaire et suffisante est que l'espace vectoriel associé à $\lambda = 1$ soit de dimension 2, condition remplie lorsque a = 0

EXERCICE n° 3

1) Le nombre de boules contenues dans l'urne est égal à n(n+1)/2
2) En supposant n pair, la probabilité de tirer une boule portant un numéro pair est égale à (n+2)/(2n+2). La probabilité de tirer une boule portant un numéro impair est égale à n/(2n+2)
3) La probabilité cherchée vaut 2/7

EXERCICE n° 4

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \frac{x^8}{8!} + x^8\varepsilon(x)$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \frac{x^9}{9!} + x^9\varepsilon(x)$$

$$\operatorname{tg} x = x + \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{15} + \frac{17x^7}{315} + x^7\varepsilon(x)$$