

**ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DE STATISTIQUE
ET D'ECONOMIE APPLIQUEE
ABIDJAN**



AVRIL 2000

CONCOURS D'ELEVE INGENIEUR DES TRAVAUX STATISTIQUES

VOIE B

OPTION ECONOMIE

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

DUREE : 4 HEURES

L'épreuve est composée de 5 exercices indépendants qui peuvent donc être traités dans un ordre quelconque.

EXERCICE n° 1

En posant $X = x + \frac{1}{x}$, résoudre dans IR l'équation

$$x^4 + 5x^3 - 4x^2 + 5x + 1 = 0$$

EXERCICE n° 2

On considère la fonction définie par $f(x) = x^2 (2\ln x - 1)$

- ❶ Quel est son domaine de définition ?
- ❷ Trouver la limite de $f(x)$ lorsque $x \rightarrow 0$ et $x \rightarrow +\infty$
- ❸ Pour quelle valeur non nulle f admet-elle un minimum ?
- ❹ Calculer $I = \int_0^1 x \ln x \, dx$

EXERCICE n° 3

On répartit 784 pièces de 1 franc en petits tas de la façon suivante :

- le premier tas se réduit à 1 pièce de 1 franc,
- le second tas compte 3 pièces de 1 franc,
- le troisième tas en compte 5,
- et ainsi de suite.

Ensuite, on remet chaque tas à des joueurs par ordre de mérite croissant. Le moins méritant prend le premier tas (1 pièce de 1 franc), le second les deux tas suivants (soit 3 et 5 pièces de 1 franc), le troisième les trois tas suivants (soit 7, 9 et 11 pièces de 1 franc), ainsi de suite. Tous furent ainsi servis et il ne resta rien. Combien de tas et de joueurs y avait-il ?

EXERCICE n° 4

Etudier la convergence dans $\mathbb{R}$ de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par

$$u_{n+1} = u_n^2 - 2u_n + 2, \text{ selon la valeur de } u_0$$

EXERCICE n° 5

Soit (u_n) , (v_n) , (w_n) , $n \in \mathbb{N}$, trois suites réelles vérifiant le système suivant :

$$\begin{cases} u_{n+1} = 2u_n + v_n + w_n \\ v_{n+1} = 2v_n + w_n \\ w_{n+1} = w_n \end{cases}$$

où u_0, v_0, w_0 sont des valeurs réelles quelconque données.

❶ Ecrire le système précédent sous forme matricielle $U_{n+1} = AU_n$

où $U_n = \begin{pmatrix} u_n \\ v_n \\ w_n \end{pmatrix}$ et A est une matrice que l'on déterminera.

❷ Déterminer les valeurs propres de A et les sous-espaces propres associés. La matrice A est-elle diagonalisable ?

❸ Résoudre le système en déterminant d'abord la solution (w_n) $n \in \mathbb{N}$.

❹ Ecrire explicitement A^n , pour $n=2$.