MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

DIRECTION DES EXAMENS ET CONCOURS
DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR (DECOES)

REPUBLIQUE DE COTE D'IVO
Union - Discipline - Travail

BREVET DE TECHNICIEN SUPERIEUR / SESSION 2008

FILIERE TERTIAIRE : FINANCES -COMPTABILITE

EPREUVE : MATHEMATIQUES, STATISTIQUES ET PROBABILITE

Durée de l'épreuve : 3 Heures

Coefficient de l'épreuve : 2

EXERCICE 1 : ETUDE DE FONCTION

Première partie : Etude d'une fonction

On considère la fonction f de l'intervalle [1 ; 7] dans IR, définie
Par : $f(x) = 5 + 0{,}01\ (x - 7)\ e^x$

1- Etudier les variations de f.
2- Reproduire puis compléter le tableau de valeurs suivant :

x	1	2	3	4	4,5	5	5,5	6	6,5	6,6	7
f(x)											

NB : On donnera les valeurs approchées de f(x) à 10^{-1} près.

3- On désigne par (C) la courbe représentative de la fonction f dans le plan muni d'un repère orthonormal (O, I, J) d'unité graphique 2 cm.
a) Construire (C).
b) Utiliser (C) et le tableau de valeurs précédent pour résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 2$.

4- On appelle valeur moyenne d'une fonction continue f sur un intervalle fermé [a ; b], le nombre M définie par $M = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,dx$.

a) On considère la fonction F de [1 ; 7] dans IR définie par :
$F(x) = 5x + 0{,}01\ (x - 8)e^x$. Montrez que F est une primitive de la fonction f sur l'intervalle [1 ; 7].
b) Calculer la valeur moyenne de f sur l'intervalle [1 ; 7].

Deuxième partie : Application économique

Une entreprise fabrique chaque jour, entre 1 et 7 tonnes d'un produit de grande consommation. L'étude de ses différentes productions journalières a révélé que, lorsque x tonnes de ce produit sont fabriquées avec $1 \leq x \leq 7$, le coût de fabrication d'une tonne dudit produit est en dizaine de milliers de francs égal à $f(x)$, avec $f(x) = 5 + 0{,}01\,(x - 7)\,e^{x}$.

1) Déterminer la quantité de ce produit qu'il faut fabriquer pour que le coût de fabrication de la tonne soit minimal.

2) Pour quelles quantités de ce produit, le coût de fabrication de la tonne est approximativement égal à 20 000 F ?

3) Quel est le coût moyen de fabrication d'une tonne dudit produit, si la tendance qui est de fabriquer entre 1 et 7 tonnes de ce produit, est maintenue ?

EXERCICE 2 : CALCULS MATRICIELS

On considère les matrices suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 3 \\ 3 & 5 & 3 \\ 3 & 3 & 5 \end{pmatrix} ; \quad C = \begin{pmatrix} -6 & 3 & 3 \\ 3 & -6 & 3 \\ 3 & 3 & -6 \end{pmatrix}, \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

1- On pose $P(x) = \det(A - xI)$ avec $x \in IR$

a- Que représentent respectivement $P(o)$ et $P(11)$?
b- Exprimer $P(x)$ en fonction de x.
c- Calculer $P(o)$ et $P(11)$. Que peut-on en déduire pour les matrices A et C ?
d- Déterminer la matrice inverse A^{-1} de A.

2- Monsieur Kouassi René est propriétaire d'une petite boutique à SAN-KADIOKRO. Pour un début, il s'approvisionne uniquement en riz ; en savon et en huile. Après 3 mois de fonctionnement, sur ses factures on a enregistré les données suivantes :

Mois	Riz (sacs)	Savon (cartons)	Huile (bidons)	Frais de transport	Coût d'achat
1^er	5	3	3	5 000 F	151 000 F
2^ème	3	5	3	4 500 F	142 500 F
3^ème	3	3	5	3 000 F	159 000 F

a- Ecrire le système d'équations linéaires (S) relatif aux coût de revient effectués par Monsieur Kouassi René pendant ces trois mois pour son approvisionnement.

b- Donner la matrice associée à (S).
c- En utilisant le calcul matriciel, déterminer le prix d'achat de chaque denrée.

EXERCICE 3 : PROBABILITE

Une usine produit des articles dont 3% présentent des défauts. En vue du contrôle de qualité, on constitue au hasard un échantillon de 120 articles tirés de la production. La production est assez importante pour qu'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise de 120 articles. On désigne par X, la variable aléatoire qui associe à tout échantillon de 120 articles le nombre d'articles défectueux.

1)a) Montrer que x suit une loi Binomiale B(n,p) dont on précisera les paramètres.

b) Quel est le nombre moyen de produits fabriqués par cette usine, et qui présentent des défauts ?

2/ Montrer que la loi Binomiale précédente B(n,p) peut être approchée par une loi de Poisson.
Déterminer le paramètre de cette loi de Poisson.

3/ Déterminer à 10^{-4} près, une valeur approchée de la probabilité de chacun des évènements suivants :

A : -« L'échantillon contient au moins deux articles défectueux ».

B : -« L'échantillon contient au plus trois articles défectueux ».

C : - « L'échantillon ne contient aucun article défectueux ».

****