On considère la série $\sum_{p\geq 0} \frac{1}{(2p+1)^2}$

a) Montrer que cette série est convergente.

b) En écrivant que $S_f(1) = f(1)$,

Donner la somme de la série $\sum_{p=2}^{\infty} \frac{1}{(2p+1)^2}$.

EXERCICE n° 2 :

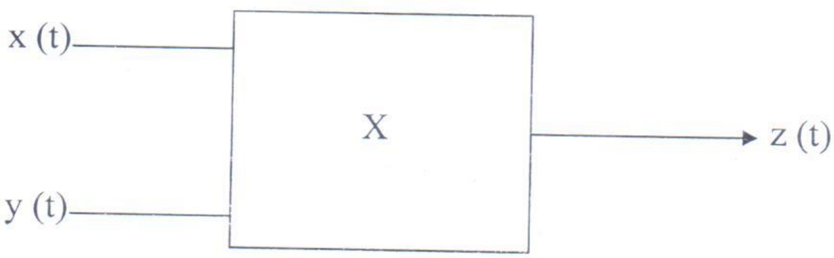
Dans tout l'exercice, la fonction H désigne la fonction d'Heaviside qui est une fonction définie sur IR par : $H(t) = \begin{cases} 1 \text{ si } t \geq 0 \\ 0 \text{ si } t < 0 \end{cases}$

On considère les signaux causaux x et y définis sur IR par :

$x(t) = e^{-at} H(t)$, $a > 0$ et H la fonction de Heaviside.

$y(t) = \cos(2\pi f_0 t) H(t)$.

x (t) et y (t) sont appliquées à un multiplicateur comme suit :



1°)

a) Donner l'expression de z (t).

b) En prenant $a = 1$ et $f_0 = 1$ Hz ; tracer l'allure de x, y et z dans un même repère orthonormé d'unité graphique 4 cm.

2°)

a) Déterminer Y(f), la transformée de Fourrier de y (t)

b) Tracer l'allure du spectre de y (en module)

3°)

a) Déterminer Z (f), la transformée de Fourier de z (t)

b) Tracer l'allure du spectre de z (en module)

4°) On numérise le signal z(t) ($f_0 = 1$ Hz) pendant $\tau = 1$ s à une fréquence d'échantillonnage de $f_e = 10$ Hz.

On note $z_e(t)$ le modèle du signal échantillonné pendant la durée τ.

Expliquer l'allure du spectre de $z_e(t)$.