MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
Union - Discipline - Travail

DIRECTION GENERALE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR (DGES)

DIRECTION DE L'ORIENTATION ET DES EXAMENS (DOREX)

BREVET DE TECHNICIEN SUPERIEUR / SESSION 2013

FILIERE INDUSTRIELLE : INFORMATIQUE – DEVELOPPEUR D'APPLICATION

EPREUVE : MATHEMATIQUES GENERALES ET STATISTIQUES

Durée de l'épreuve : 3 Heures **Coefficient de l'épreuve : 3**

EXERCICE 1 :

On considère la fonction numérique à variable réelle définie sur IR*
par $f(x) = \dfrac{e^{2x} + 2e^x - 5}{e^x - 1}$.

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormal (O, I, J) unité graphique le cm.

1°) a) Calculer la limite de f en 0 et la limite de f en $-\infty$
b) Interpréter graphiquement les résultats obtenus.
c) Calculer la limite de f en $+\infty$ puis $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x}$.
Interpréter graphiquement les résultats.

2°) Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation.

3°) Déterminer les points d'intersection de (C) et (OI).

4°) Tracer les asymptotes éventuelles de (C) et la courbe (C) dans le repère (O, I, J).

5°) Soit λ un nombre réel tel que $\lambda < -1$.
On désigne par $\mathcal{A}(\lambda)$ l'aire de la partie du plan délimitée par les droites d'équation $x = \lambda$ et $x = -1$, la droite (Δ) d'équation $y = 5$ et la courbe (C) de f.

a) Démontrer que : $\forall\, x \in IR^*$, $f(x) = 5 + e^x - \dfrac{2e^x}{e^x - 1}$

b) Calculer $\mathcal{A}(\lambda)$ en fonction de λ.
c) Calculer $\lim\limits_{\lambda \to -\infty} \mathcal{A}(\lambda)$.

EXERCICE 2 :

On considère l'espace vectoriel réel IR^3 muni de sa base canonique $\mathcal{B} = (e_1, e_2, e_3)$ et l'application linéaire

$$f_m : IR^3 \longrightarrow IR^3$$
$$(x, y, z) \mapsto (x + my + 3z, \frac{1}{2} x + 2y + \frac{1}{2} z, 2x + 2y) \text{ où } m \in IR.$$

1°) Soit A_m la matrice de f_m relativement à la base $\mathcal{B}$. Justifier que $A_m = \begin{pmatrix} 1 & m & 3 \\ 1/2 & 2 & 1/2 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

(N.B. Toute matrice plaquée est nulle)

2°) Déterminer les valeurs de m pour lesquelles f_m est un automorphisme de IR^3.

3°) On suppose que m = 10. et on considère le vecteur u = (1, -1, 3).

a) Montrer que u appartient au noyau de f_{10}.

b) Déterminer le noyau de f_{10}.

c) Déterminer l'image de f_{10} et donner une base.

4°) On pose $g = f_0$ et on considère les vecteurs

$u' = -e_1 + e_3$

$v' = -e_1 + e_2 + e_3$

$w' = 2e_1 - e_2$

a) Démontrer que $\mathcal{B}' = (u', v', w')$ est une base de IR^3

b) Soit A' la matrice de g relativement à la base $\mathcal{B}'$

Déterminer la matrice A'.

5°) On donne $E = -\frac{1}{10}\begin{pmatrix} -1 & 6 & -6 \\ 1 & -6 & 1 \\ -3 & -2 & 2 \end{pmatrix}$, $F = \begin{pmatrix} 14 & 4 & -16 \\ -6 & 4 & 4 \\ -6 & -6 & 14 \end{pmatrix}$ et $Q = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 4 \\ 3 & 5 & 2 \\ 3 & 3 & 4 \end{pmatrix}$

a) Calculer les produits $A_0 . E$ et Q. F sont inversibles et trouver A_0^{-1} et Q^{-1}.

b) Soit $k = (k_1, k_2, k_3)$ le vecteur de IR^3 tel que $g(k) = v'$.

Déterminer k.

c) On considère le système

$$(S) \begin{cases} 0{,}4x_1 + 0{,}2x_2 + 0{,}4x_3 = k_1 \\ 0{,}3x_1 + 0{,}5x_2 + 0{,}2x_3 = k_2 \\ 0{,}3x_1 + 0{,}3x_2 + 0{,}4x_3 = k_3 \end{cases}$$

- Ecrire (S) sous sa forme matricielle.
- Déduire alors de a) et b) l'ensemble solution de (S).

EXERCICE 3 :

Lors d'une étude de marché relative au lancement d'un nouveau produit, la société BELFEMME a demandé à 80 clients potentiels, le prix qu'ils seraient prêts à payer pour cet article. Elle a obtenu les résultats suivants où les prix sont en milliers de francs.

PRIX CITE (en milliers de francs)	NOMBRE DE CLIENTS
[65, 75[	1
[75, 85[	3
[85, 95[	8
[95, 105[	18
[105, 115[	20
[115, 125[	16
[125, 135[	9
[135, 145[	4
[145, 155[	1

1°) Déterminer

a) Le prix moyen cité par les clients.
b) Le prix médian cité par les clients
c) Le prix modal.

2°) Déterminer l'écart type σ_e de l'échantillon. On prendra l'arrondi d'ordre 2.

3°) Déterminer l'intervalle de confiance du prix moyen au seuil de confiance de 95 %.

4°) L'entreprise décide de fixer le prix de vente à un niveau tel que seulement 20 % des clients aient fixé un prix supérieur. En considérant que les prix cités sont distribués selon une loi normale de paramètres $m = 110,37$ et $\sigma = 15,68$.
Déterminer le prix de vente retenu.

****

Table de la fonction intégrale
de la loi de Laplace-Gauss

Probabilité d'une valeur inférieure à t

t	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5753	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7290	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8890	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,59750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9779	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986

Table pour les grandes valeur de t

t	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,8	4,0	4,5
$\pi(t)$	0,99865	0,99904	0,99931	0,999520	0,99966	0,99976	0,999841	0,999928	0,999968	0,999997

Nota : La table donne les valeurs de $\pi(t)$ pour t positif. Lorsque t est négatif il faut prendre le complément à l'unité de la valeur lue dans la table.

Exemple : pour $t = 1{,}37$ $\pi(t) = 0{,}9147$
pour $t = -1{,}37$ $\pi(t) = 0{,}0853$