

JE SUIS JEUNE, JE VEUX ET JE PEUX REUSSIR, JE REFUSE DONC DE TRICHER.

PREPA BAC
SESSION : 2022

MATHÉMATIQUES

FICHE N°1

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/2 et 2/2.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

EXERCICE 1 (3 points)

Pour chacune des propositions suivantes, dis si elle est vraie (V) ou Fausse (F). Exemple: 5-V

1. S'il existe un nombre réel l , une fonction g est un intervalle $]a; +\infty[$ tels que :

$$\forall x \in]0; +\infty[, |f(x) + l| \leq g(x) \text{ et } \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0, \text{ alors } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = l$$

2. L'équation $x^3 + x - 7 = 0$ admet dans \mathbb{R} une seule solution.

3. Si f est une fonction continue et strictement décroissante sur un intervalle $[a; +\infty[$, alors,

$$\text{on a : } f(]a; +\infty[) = \left[f(a); \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \right[$$

4. La fonction h de \mathbb{R} vers \mathbb{R} définie par : $h(x) = \frac{8-2x}{\sqrt{x-2}}$ admet un prolongement par continuité en 4.

5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 9x - 2} = +\infty$

EXERCICE 2 (3 points)

Pour chacune des propositions suivantes, indique le numéro suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse. **Exemple : 5-c.**

Énoncé	a	b	c
1 Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+4}}$, on a :	$f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+4}}$	$f'(x) = \frac{-x}{(x^2+4)^{\frac{3}{2}}}$	$f(x) = \frac{-2x}{(x^2+4)\sqrt{x^2+4}}$
2 Soit g une bijection de \mathbb{R} sur \mathbb{R} et g^{-1} sa bijection réciproque. Si $g(-2) = 3$ et $g'(-2) = \frac{1}{4}$, alors $(g^{-1})'(3)$ est égale à	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{3}$	4
3 F et f sont deux fonctions continues sur un intervalle K . si f est une primitive de F sur K alors on a :	$F'(x) = f(x)$	$f'(x) = F(x)$	$F'(x) = f'(x)$
4 Une primitive F sur $]1; +\infty[$ de la fonction f telle que : $f(x) = \ln x$ est définie par :	$F(x) = x \ln x - x$	$F(x) = x \ln x + x$	$F(x) = \ln x - 1$
5 u est une fonction dérivable et strictement positive sur un intervalle K . une primitive sur K de $u'u^r$ (avec $r \in \mathbb{Q} \setminus \{-1\}$) est :	u^{r+1}	ru^{r-1}	$\frac{u^{r+1}}{r+1}$

EXERCICE 3 (4 points)

Soit h la fonction définie sur \mathbb{R} par : $h(x) = x|x^2 - 1|$.

1. Écris h sans le symbole de la valeur absolue.

2. Étudie la dérivabilité de h en -1 .

3. on considère g la restriction de h à $[0; 1]$.

a) Justifie que : $\forall t \in [0; 1], -2t \leq g'(t) \leq 1$.

JE SUIS JEUNE, JE VEUX ET JE PEUX REUSSIR, JE REFUSE DONC DE TRICHER.

b) En utilisant l'inégalité des accroissements finis, démontre que :

$$\forall x \in [0; 1], -2x \leq g'(t) \leq x$$

EXERCICE 4

Sur un dé cubique non pipé l'une des faces est numérotée 1, n faces ($0 \leq n \leq 5$) sont numérotées 2 et les faces restantes sont numérotées 3. Les faces d'un second dé cubique non pipé sont numérotées 1 ; 2 ; 3 ; 4 et 4. Les deux sont lancés simultanément. Soit X la variable aléatoire qui à chaque lancer associe la somme des points marqués sur les faces supérieures.

1. Démontre que : $p(X = 6) = \frac{n+5}{36}$
2. on suppose que $n = 2$.
 - a) Détermine la loi de probabilité de X .
 - b) Justifie que l'espérance mathématique $E(X)$ de X est égale à 5.
 - c) Calcule l'écart-type de X .

EXERCICE 5 (4 points)

On considère la fonction f dérivable et définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = \frac{2x-1-x \ln x}{x}$.

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) d'unité graphique 2 cm.

1. calcule la limite de f en 0. Interprète graphiquement le résultat obtenu.
2. a) Calcule les limites en $+\infty$ de $f(x)$ et de $\frac{f(x)}{x}$.
b) Interprète graphiquement les résultats.
3. a) Démontre que : $\forall \epsilon]0; +\infty[, f(x) = \frac{1-x}{x^2}$.
b) Détermine le sens de variation de f et dresse son tableau de variation.
4. a) Démontre que la courbe (C) coupe l'axe des abscisses en deux points A et B d'abscisses respectives α et β tels que : $\alpha < \beta$.
b) Justifie que : $6,3 < \beta < 6,4$.
5. On prendra : $\alpha = 0,3$ et $\beta = 6,35$. Trace (C) dans le repère (O, I, J) .
6. Soit g la restriction de f à $]0; 1]$.
a) Démontre que g est une bijection de $]0; 1]$ sur un intervalle K que tu détermineras.
b) Soit g^{-1} la bijection réciproque de g . dresse le tableau de variation de g^{-1} .

EXERCICE 6 (3 points)

Pour réduire le nombre d'accidents de circulation dû à la consommation d'alcool par les automobilistes, la gendarmerie nationale utilise un nouvel alcootest. Après un essai, dans une population composée de 8% de personnes ivres, la gendarmerie recueille les statistiques suivantes :

- 80% des automobilistes ivres sont déclarés positifs à ce test.
- 95% des automobilistes non ivres sont déclarés négatifs à ce test.

Le commandant de brigade de la gendarmerie de ta localité voudrait savoir le nombre minimal d'automobilistes à contrôler pour que la probabilité d'avoir au moins un test positif soit supérieure à 0,99.

Il te sollicite pour trouver ce nombre.

Utilise tes connaissances de terminale D pour répondre à la préoccupation du commandant.

JE SUIS JEUNE, JE VEUX ET JE PEUX REUSSIR, JE REFUSE DONC DE TRICHER.

PREPA BAC
SESSION : 2022

MATHÉMATIQUES

FICHE N°2

*Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/3 et 2/3 et 3/3.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.*

EXERCICE 1 (2 points)

Pour chaque énoncé, écris vrai si l'énoncé est vrai ou Faux si l'énoncé est faux.
Aucune justification n'est demandée.

N°	Énoncé
1	La fonction \ln est strictement décroissante sur $]0; +\infty[$
2	La fonction \ln est la primitive sur $]0; +\infty[$ de la fonction $x \rightarrow \frac{1}{x}$ qui s'annule en 1.
3	On considère la suite u définie par : $\begin{cases} u_0=2 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = 3u_n \end{cases}$ la suite u est une suite arithmétique.
4	Soit f une fonction numérique dérivable sur un intervalle K . a et b sont deux éléments de K tels que $a < b$. S'il existe deux nombres réels m et M tels que pour tout x élément de $[a; b]$, $m \leq f'(x) \leq M$ alors $m(a - b) \leq f(b) - f(a) \leq M(a - b)$.

EXERCICE 2 (2 points)

Pour chacun des énoncés incomplets du tableau ci-dessous, quatre réponses A, B, C et D sont proposées dont une seule permet d'avoir l'énoncé juste. Écris, sur ta feuille de copie, le numéro de l'énoncé incomplet suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

N°		
1	Soit u la suite numérique définie par : $\begin{cases} u_0 = -2 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \sqrt{2 + u_n} \end{cases}$ La suite u a pour limite...	A $-\infty$
		B 2
		C 0
		D $-\infty$
2	L'équation (E) : $x \in \mathbb{R}, \ln x - 1 \leq 0$, a pour ensemble de solutions...	A $] -\infty ; e]$
		B $] 0 ; e]$
		C $[e ; +\infty [$
		D \emptyset
3	On pose $z = -\sqrt{3} + i$. On note r le module de z et θ l'argument principal de z . r et θ vérifient...	A $r = 2$ et $\theta = \frac{5\pi}{6}$
		B $r = 2$ et $\theta = \frac{-5\pi}{6}$
		C $r = 2$ et $\theta = \frac{2\pi}{3}$
		D $r = 1$ et $\theta = \frac{5\pi}{6}$
4	Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$. Soient I et J les points d'affixes respectives 1 et i . On note (T) l'ensemble des points M du plan d'affixe z vérifiant : $ z - 1 = z - i $ (T) est...	A La droite (IJ) privée du segment [IJ].
		B La droite (IJ)
		C La médiatrice du segment [IJ].
		D Le cercle de centre I et de rayon 1.

JE SUIS JEUNE, JE VEUX ET JE PEUX REUSSIR, JE REFUSE DONC DE TRICHER.

5	Soit f une fonction numérique dérivable sur un intervalle K telle que : $\forall x \in K, f'(x) > 0$. f est une bijection de K vers $f(K)$. $\forall x \in f(K), (f^{-1})'(a)$ est égal à ...	A	$\frac{1}{f'(a)}$
		B	$\frac{-1}{(f^{-1}(a))}$
		C	$f'(f^{-1}(a))$
		D	$\frac{1}{f'(f^{-1}(a))}$

EXERCICE 3 (3 points)

- Dans une ville, 30% de la population ont un âge supérieur ou égal à 65 ans.
60% des personnes ayant un âge supérieur ou égal à 65 ans sont atteintes de la Covid-19.
0,1% des personnes de moins de 65 ans sont atteintes de la Covid-19.
- On prend une personne au hasard et donne les événements suivants :
S « la personne a un âge supérieur ou égal à 65 ans ».
C « la personne est atteinte de la Covid-19 ».
a) Dresse un arbre pondéré qui représente la situation.
b) Donne la probabilité $P_S(C)$ des personnes atteintes de la Covid-19 sachant qu'elles ont plus de 65 ans.
c) Calcule la probabilité pour que la personne ait au moins 65 ans et soit atteinte de la Covid-19.
 - Justifie que la probabilité de l'évènement C est : 0,1807.
 - On prend au hasard n personnes dans la ville et on note P_n la probabilité d'avoir au moins une personne atteinte de la Covid-19 ($n \in \mathbb{N}^* \setminus \{1\}$).
a) Justifie que : $\forall n \in \mathbb{N}^* \setminus \{1\}, P_n = 1 - (8,8193)^n$.
b) Détermine le nombre minimal de personne pour que la probabilité d'avoir au moins une personne atteinte de la Covid-19 dépasse 99,99%

EXERCICE 4 (4 points)

- On considère la fonction numérique f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = (x + 1)e^{1-x} - x + 1$.
On note (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).
- On admet que : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$.
Interprète graphiquement ces résultats.
 - a) Calcule la limite de f en $+\infty$.
b) Justifie que la droite (D) d'équation $y = -x + 1$ est une asymptote à (C) en $+\infty$.
 - Soit g la fonction numérique définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = xe^{1-x} + 1$.
On admet qu'il existe un nombre réel α élément de l'intervalle $[-0,4 ; -0,2]$ tel que $g(\alpha) = 0$
et $\begin{cases} \forall x \in]-\infty ; \alpha[, g(x) < 0 \\ \forall x \in]\alpha ; +\infty[, g(x) > 0 \end{cases}$ on admet que f est dérivable sur \mathbb{R} .
a) Justifie que : $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = -g(x)$.
b) Étudie le sens de variation de f
c) Dresse le tableau de variation de f
 - On admet que (C) est au-dessus de (D) sur $[-1 ; +\infty[$ et au-dessous de (D) sur $]-\infty ; -1]$.
Construis (C) (tu prendras : $\alpha = -0,3$ et $f(\alpha) = 3,9$)
 - a) Interprète graphiquement l'intégrale K telle que : $K = \int_0^1 (f(x) - (-x + 1)) dx$.
b) Justifie, à l'aide d'une intégration par parties, que : $K = 2e - 3$.

JE SUIS JEUNE, JE VEUX ET JE PEUX REUSSIR, JE REFUSE DONC DE TRICHER.**EXERCICE 5 (4 points)**

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O ; \vec{u}, \vec{v})$ d'unité graphique le centimètre. On réalisera une figure que l'on complètera tout au long de l'exercice.

On note A et B les points d'affixes respectives 8 et $4 + 4i$.

1. On considère la similitude directe S de centre O telle que : $S(A) = B$.

- a) Justifie que la similitude directe S a pour écriture complexe : $z' = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i\right)z$.
 b) Détermine le rapport et l'angle de S.

2. On considère les points A_n tels que : $\begin{cases} A_0 = A \\ \forall n \in \mathbb{N}, A_{n+1} = S(A_n) \end{cases}$

On désigne par z_n l'affixe du point A_n .

- a) Démontre par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N}, z_n = 8\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i\right)^n$.
 b) Démontre que le triangle OA_nA_{n+1} est rectangle et isocèle en A_{n+1} .
 3. a) Place successivement les points A_0, A_1, A_2, A_3 et A_4 .
 b) Justifie que l'aire a_1 en cm^2 , du triangle OA_0A_1 est 16.
 c) Déduis du résultat précédent l'aire a , en cm^2 , du polygone $A_0A_1A_2A_3A_4$.

EXERCICE 6 (5 points)

Une société fabrique et commercialise des produits cosmétiques. Les relevés, en millions de Francs CFA, des frais publicitaires mensuels de la société et de son chiffre d'affaires mensuel sont consignés dans le tableau suivant.

Frais publicitaires	1	2	3	4	5
Chiffre d'affaires	60	66	69	75	81

Le directeur commercial veut investir d'avantage dans la publicité pour que le chiffre d'affaires mensuel atteigne 100 millions de Francs CFA.

Informé du problème, sa fille, qui est une de tes camarades de classe, te sollicite pour trouver le montant des frais à investir dans la publicité afin d'atteindre 100 millions comme chiffres d'affaire. Fais une proposition argumentée.

JE SUIS JEUNE, JE VEUX ET JE PEUX REUSSIR, JE REFUSE DONC DE TRICHER.

PREPA BAC
SESSION : 2022

MATHÉMATIQUES

FICHE N°3

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/3 et 2/3 et 3/3.

L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

EXERCICE 1 (2 points)

Écris le numéro de chaque affirmation suivie de VRAI si l'affirmation est vraie ou de FAUX si l'affirmation est fausse. **Exemple : 5 – Faux**

N°	Affirmations
1	La fonction $x \rightarrow \sin(x^2 + \frac{\pi}{4})$ admet pour dérivée sur \mathbb{R} la fonction $x \rightarrow 2x \cos(x^2 + \frac{\pi}{4})$.
2	Soit f une fonction dérivable sur $[0 ; 5]$ et bijective de $[0 ; 5]$ sur $[-1 ; 3]$ telle que $f(4) = 2$. Si $f'(4) = 0$ alors f^{-1} est dérivable en 2.
3	L'affixe du point $M(-5 ; -2)$ est : $-2 - 5i$
4	Les racines carrées du nombre complexe $-8 - 6i$ sont $1 - 3i$ et $-1 + 3i$
5	A est un événement de Ω et \bar{A} l'événement contraire de A on a : $P(\bar{A}) = P(A) + 1$

EXERCICE 2 (2 points)

Pour chacune des affirmations ci-dessous, trois réponses sont données dont une seule est juste. Écris sur ta feuille de copie le numéro de l'affirmation suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse. **Exemple : 1 – B**

N°	affirmations	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1	Soit a et b sont des nombres réels strictement positifs. Soit $\log(a \times b)$ est égal à	$\log(a) \times \log(b)$	$\log(a) + \log(b)$	$\ln a + \ln b$
2	Une primitive de F de la fonction f définie par $f(x) = \frac{1}{4x-1}$ sur $]\frac{1}{4}; +\infty[$ est	$F(x) = \ln(4x - 1)$	$F(x) = 4 \ln(4x - 1)$	$F(x) = \frac{1}{4} \ln(4x - 1)$
3	Soit g la fonction définie et dérivable sur $]2; +\infty[$ par $g(x) = \ln(2x - 4)$ pour tout $x \in]2; +\infty[$, $g'(x) =$	$g'(x) = \frac{1}{2x-4}$	$g'(x) = \frac{2}{\ln(2x-4)}$	$g'(x) = \frac{2}{2x-4}$
4	Quelle est l'expression qui est définie sur $]-4 ; 4[$	$\ln(-x)$	$\ln(16 - x^2)$	$\ln(x)$
5	$\lim_{x \rightarrow 0} (x - \frac{1}{\ln(x)})$ est égale à	$-\infty$	$+\infty$	0

JE SUIS JEUNE, JE VEUX ET JE PEUX REUSSIR, JE REFUSE DONC DE TRICHER.**EXERCICE 3 (3 points)**

Une société ivoirienne de transformation de produits agricole a acheté 5 000 tonnes de noix de cajou aux paysans en 2011. La société décide d'augmenter de 5% ses achats chaque année par rapport à l'année précédente. On note pour tout entier naturel n , Q_n la quantité en tonnes de noix de cajou achetée en l'an $(2011+n)$. On a : $Q_0 = 5\,000$.

1. Justifie que la quantité de noix de cajou achetée en 2012 est de 5 250 tonnes.
2. Démontre que (Q_n) est une suite géométrique de raison 1,05.
3. a) Justifie que : $\forall n \in \mathbb{N}, Q_n = 5\,000 \times (1,05)^n$.
b) Détermine la quantité de noix de cajou qu'achètera cette société en 2020. Donne le résultat arrondi à l'ordre 0.
4. a) Détermine l'année où la quantité de noix de cajou achetée sera supérieure à 10 000 tonnes.
b) Détermine la quantité totale de noix de cajou achetée par cette société de 2011 à la fin 2020. Donne le résultat arrondi à l'ordre 0.

EXERCICE 4 (4 points)

A/ 1- Résoudre dans \mathbb{C} , l'équation : $z^2 - (4 + 2i)z + 7 + 4i = 0$.

2- On considère dans \mathbb{C} le polynôme complexe : $P(z) = z^3 - (4 + 3i)z^2 + (5 + 8i)z + 4 - 7i$.

On note (E) l'équation complexe : $z \in \mathbb{C}, P(z) = 0$.

- a) Vérifie que i est une solution de (E).
- b) Résous l'équation (E) dans \mathbb{C} .

B/ Dans le plan muni du repère orthonormé $(O; \vec{u}; \vec{v})$ d'unité graphique 1 cm, on donne les points : $A(i); B(2 + 3i)$ et $c(2 - i)$.

- 1- Démontre que le triangle ABC est isocèle et rectangle en A.
- 2- Soit (Γ) l'ensemble des points M du plan d'affixe z tels que : $z\bar{z} + i(z - \bar{z}) = 7$.
a) Vérifie que le point B appartient à (Γ) .
b) On pose que : $z = x + iy$.

Démontre que $M \in (\Gamma) \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2y = 7$.

c) En déduire la nature et les éléments caractéristique de (Γ) .

3-a) Place les points A, B et C.

b) Construire (Γ) .

4- Soit B' l'image de B par la symétrie centrale de centre A.

- a) Calcule l'affixe du point B'.
- b) Justifie que : $Mes(\widehat{B'C}; \widehat{B'B}) = \frac{\pi}{4}$.

JE SUIS JEUNE, JE VEUX ET JE PEUX REUSSIR, JE REFUSE DONC DE TRICHER.**EXERCICE 5 (4 points)**

Mariam, une jeune diplômée sans emploi, a reçu un fonds et décide d'ouvrir un restaurant. Après un mois d'activité, elle constate que :

- Pour un jour donné, la probabilité qu'il y ait une affluence de clients est 0,6 ;
- Lorsqu'il y a une affluence de clients, la probabilité qu'elle réalise un bénéfice est 0,7 ;
- Lorsqu'il n'y a pas d'affluence de clients, la probabilité qu'elle réalise un bénéfice est 0,4.

On désigne par A l'événement « il y a affluence de clients » et B l'événement « Mariam réalise un bénéfice ».

1. On choisit un jour au hasard.

a) Calculer la probabilité de l'événement E suivant : « il y a une affluence de clients et Mariam réalise un bénéfice ».

b) Démontrer que la probabilité $P(B)$ de l'événement B est 0,58.

c) Mariam a réalisé un bénéfice. Calculer la probabilité qu'il y ait eu une affluence de clients ce jour-là. On donnera l'arrondi d'ordre 2 du résultat.

2) Mariam veut faire des prévisions pour trois jours successifs données. On désigne par X la variable aléatoire égale au nombre de jours où elle réalise un bénéfice sur les 3 jours.

a) Déterminer les valeurs prises par X.

b) Déterminer la loi de probabilité de X.

c) Calculer l'espérance mathématiques $E(X)$ de X.

3. Soit n un nombre entier naturel supérieur ou égal à 2. On note P_n la probabilité que Mariam réalise au moins une fois un bénéfice pendant n jours successifs sur une période de n jours.

a) Justifie que pour tout nombre entier naturel n supérieur ou égal à 2 : $P_n = 1 - (0,42)^n$.

b) Déterminer la valeur minimale de n pour qu'on ait $P_n \geq 0,9999$.

EXERCICE 6 (5 points)

Une usine fabrique et commercialise des sachets de poudre de cacao. Sa capacité journalière de production est comprise entre 1 000 et 3 000 sachets. On suppose que toute la production est commercialisée. Une étude a révélé que le bénéfice journalier, exprimé en millions de francs CFA, réalisé pour la production et la vente de x milliers de sachets est modélisé sur l'intervalle

$[1 ; 3]$ par la fonction B définie par : $B(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x + 2 + 2\ln x$.

Le Directeur de l'usine veut accroître le bénéfice de l'entreprise. N'ayant pas de personnel qualifié, il te demande le nombre de sachets à produire en un jour, à l'unité près, pour que l'entreprise réalise un bénéfice maximal.

Détermine le nombre de sachets de poudre de cacao à produire pour obtenir un bénéfice maximal.

JE SUIS JEUNE, JE VEUX ET JE PEUX REUSSIR, JE REFUSE DONC DE TRICHER.

PREPA BAC
SESSION : 2022

MATHÉMATIQUES

FICHE N°4

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/3 et 2/3 et 3/3.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

EXERCICE 1

 (2 points)

Écris le numéro de chaque affirmation suivi de VRAI si l'affirmation est vraie ou de FAUX si l'affirmation est fausse.

N°	Affirmations
1	La fonction $x \mapsto 2 + \cos^5 x$ est une primitive sur \mathbb{R} de la fonction $x \mapsto -5 \sin x \cos^4 x$.
2	Soit f une fonction continue et négative sur un intervalle K , (C) sa représentation graphique dans un repère orthogonal (O, I, J) , a et b deux éléments de K ($a < b$). L'aire (en unités d'aire) de la partie du plan limitée par (C) , (OI) est les droites d'équations $x=a$ et $x=b$ est : $\int_b^a f(t)dt$.
3	Si f est une bijection dérivable et strictement monotone sur un intervalle I , telle que : $\forall x \in I$ et $f'(x) \neq 0$, alors sa bijection réciproque f^{-1} a pour dérivée : $\forall x \in f(I), (f^{-1})'(x) = \frac{-1}{f'(f^{-1}(x))}$
4	On appelle coefficient de corrélation linéaire d'une série statistique double de caractères X et Y , le nombre réel r défini par : $r = \frac{\text{cov}(X;Y)}{\sqrt{V(X)V(Y)}}$

EXERCICE 2

 (2 points)

Pour chacune des affirmations ci-dessous, quatre réponses sont données dont une seule est juste. Ecris sur ta feuille de copie le numéro de l'affirmation suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

N°	Affirmations	Réponses
1.	F et g sont deux fonctions, u, v et l sont soit des nombres réels, soit $-\infty$, soit $+\infty$. Si $\lim_{x \rightarrow u} f(x) = v$ et $\lim_{x \rightarrow v} g(x) = l$, alors	A $\lim_{x \rightarrow v} (f \circ g)(x) = -\infty$;
		B $\lim_{x \rightarrow u} (g \circ f)(x) = l$;
		C $\lim_{x \rightarrow v} (f \circ g)(x) = l$;
		D $\lim_{x \rightarrow u} (g \circ f)(x) = v$.
2.	Les solutions de l'équation différentielle $y' + 2y = 0$ sont les fonctions :	A $X \mapsto k + e^{-2x}$ ($k \in \mathbb{R}$)
		B $X \mapsto ke^{2x}$ ($k \in \mathbb{R}$)
		C $X \mapsto ke^{-2x}$ ($k \in \mathbb{R}$)
		D $X \mapsto xe^{-2k}$ ($k \in \mathbb{R}$)
3.	Si (U_n) est une suite géométrique de raison k ($k \neq 1$), alors la somme des termes consécutifs $(U_0, U_1, \dots, U_{n-1})$ est égale à	A $U_0 \times \frac{1-k^n}{1-k}$
		B $U_0 \times \frac{1-k^n}{1-k}$
		C $U_0 \times \frac{1-k^{n-1}}{1-k}$
		D $U_0 \times \frac{1-k^{n+1}}{1-k}$

JE SUIS JEUNE, JE VEUX ET JE PEUX REUSSIR, JE REFUSE DONC DE TRICHER.

4.	Si pour tout nombre réel x non nul, $3 - \frac{1}{x} < f(x) < \frac{1}{x} + 3$, alors la limite de f en $+\infty$ est égale à :	A	0
		B	$-\infty$
		C	3;
		D	$+\infty$.

EXERCICE 3 (3 points)

Soit la fonction f dérivable et définie sur \mathbb{R}^* Par : $f(x) = 2x - \frac{e^x + 1}{e^x - 1}$.

On note (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, I, J) d'unité graphique 1 cm.

1. Démontre que f est une fonction impaire, puis interprète graphiquement ce résultat.
2. a) Détermine la limite de f à droite en 0, puis interprète graphiquement le résultat.
b) Détermine la limite de f en $+\infty$.
3. a) Démontre que : $\forall x \in]0; +\infty[, f(x) = 2x - 1 - \frac{2}{e^x - 1}$.
b) Démontre que la droite (D) d'équation $y = 2x - 1$ est une asymptote à la courbe (C_f) en $+\infty$.
c) Etudie la position relative de (C_f) et (D) sur $]0; +\infty[$.
4. a) Démontre que : $\forall x \in]0; +\infty[, f'(x) = 2 + \frac{2e^x}{(e^x - 1)^2}$.
b) Étudie le sens de variation de f sur $]0; +\infty[$.
c) Dresse le tableau de variation de f sur $]0; +\infty[$.
5. Construis la courbe (C_f) sur \mathbb{R}^* et ses asymptotes.

EXERCICE 4 (4 points)

Une jardinerie vend de jeunes plants d'arbres qui proviennent de trois horticulteurs : 35% des plants proviennent de l'horticulteur H1, 25% de l'horticulteur H2 et le reste de l'horticulteur H3. Chaque horticulteur livre deux catégories d'arbres : des conifères et des feuillus. La livraison de l'horticulteur H1 comporte 80% de conifères, alors que celle de l'horticulteur H2 n'en comporte que 50% et celle de l'horticulteur H3 seulement 30%.

1. Le gérant de la jardinerie choisit un arbre dans son stock. On considère les événements suivants :

- H1 : « l'arbre choisi a été acheté chez l'horticulteur H1 » ;
 - H2 : « l'arbre choisi a été acheté chez l'horticulteur H2 » ;
 - H3 : « l'arbre choisi a été acheté chez l'horticulteur H3 » ;
 - C : « l'arbre choisi est un conifère » ;
 - F : « l'arbre choisi est un feuillu ».
- a) Construis un arbre pondéré traduisant la situation.
 - b) Calcule la probabilité pour que l'arbre choisi soit un conifère acheté chez l'horticulteur H3.
 - c) Justifie que la probabilité de l'événement C est égale à 0,525.
 - d) L'arbre choisi est un conifère. Détermine la probabilité qu'il l'ait acheté chez l'horticulteur H1 (on arrondira le résultat à 10^{-3} près).
2. On choisit au hasard un échantillon de 10 arbres dans le stock de cette jardinerie. On suppose que ce stock est suffisamment important pour que ce choix puisse être assimilé à un tirage avec

JE SUIS JEUNE, JE VEUX ET JE PEUX REUSSIR, JE REFUSE DONC DE TRICHER.

remise de 10 arbres dans le stock.

On appelle X la variable aléatoire qui donne le nombre de conifères de l'échantillon choisi.

- Justifie que X suit une loi binomiale dont tu préciseras les paramètres.
- Calcule la probabilité pour que l'échantillon prélevé comporte exactement 5 conifères. On arrondira le résultat à l'ordre 3.

EXERCICE 5 (4 points)

Pour étudier l'évolution du nombre de bacheliers accédant aux études supérieures, le Ministre du plan d'un pays a diligenté une enquête depuis l'an 2003.

Les résultats de cette enquête sont consignés dans le tableau ci-dessus.

Années	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Rang X de l'année	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Nombre Y de diplômés (en milliers)	25	27	30	33	34	35	38	41	43

- Représente le nuage de points associé à cette série statistique double de caractère ($X ; Y$) dans le plan muni d'un repère orthonormé ($O ; I ; J$). (Unité graphique : 1cm).
On prendra pour origine du graphique le point $(\begin{smallmatrix} 0 \\ 24 \end{smallmatrix})$.
- Détermine les coordonnées du point moyen G de la série statistique ($X ; Y$).
- Justifie que : la variance de X est $\frac{20}{3}$
 - Justifie que : la covariance de X et Y est $\frac{44}{3}$
- Sachant que la variance de Y est $\frac{98}{3}$, Déterminer la valeur du coefficient de corrélation linéaire.
 - Justifie que ce résultat permet d'envisager un ajustement linéaire.
- Soit (D) la droite d'ajustement de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés.
 - Détermine une équation de la droite (D) .
 - Trace la droite (D) .
- On suppose que l'évolution se poursuit de la même manière au cours des années suivantes. Donne une estimation du nombre de bacheliers accédant aux études supérieures en 2020.

EXERCICE 6 (5 points)

Monsieur Grégoire, fondateur d'un établissement secondaire a recruté des enseignants.

Il leur propose un salaire annuel de 750.000 F CFA.

Après quelques mois de travail, une grève des enseignants pour la revalorisation de leur salaire amène le fondateur à faire deux propositions de contrat au choix afin de relever les salaires.

- Le premier contrat stipule que les enseignants auront chaque année une augmentation de 4% du salaire de l'année précédente.
- Le deuxième contrat consiste à faire chaque année une augmentation forfaitaire de 30.000 F CFA.

Monsieur Kaby, professeur de mathématiques, veut s'engager pour 9 ans, mais il hésite quant au choix du contrat. Il te sollicite.

En argumentant, détermine le contrat le plus avantageux pour Monsieur Kaby.

JE SUIS JEUNE, JE VEUX ET JE PEUX REUSSIR, JE REFUSE DONC DE TRICHER.

PREPA BAC
SESSION : 2022

MATHÉMATIQUES

FICHE N°5

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/2 et 2/2 et 3/3.

L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

EXERCICE 1 (2 points)

Pour chacune des affirmations ci-dessous, indique son numéro suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

1. f et g sont deux fonctions. a, b et l sont des nombres réels, soit $-\infty$ soit $+\infty$.

Si $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$ et $\lim_{x \rightarrow b} g(x) = l$, alors

a) $\lim_{x \rightarrow b} (f \circ g)(x) = -\infty$; b) $\lim_{x \rightarrow a} (g \circ f)(x) = l$; c) $\lim_{x \rightarrow b} (f \circ g)(x) = l$; d) $\lim_{x \rightarrow a} (g \circ f)(x) = b$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x}$ est égale à

a) $-\infty$; b) 0; c) -1; d) 1.

3) Soit n un entier naturel non nul.

La dérivée de la fonction $x \rightarrow (3x - 1)^n$ sur \mathbb{R} est :

a) $x \rightarrow (3x - 1)^{n-1}$; b) $x \rightarrow 3n(3x - 1)^{n-1}$; c) $x \rightarrow (3x - 1)^{n-1}$; d) $x \rightarrow n(3x - 1)^{n-1}$

4) x est un nombre réel, $(\cos x + i \sin x)^{10}$ alors:

a) $(\cos x)^{10} - (\sin x)^{10}$; b) $\cos(x^{10}) + i \sin(x^{10})$;

c) $\cos(10x) + i \sin(10x)$; d) $\cos^{10}(x) + i \sin(10x)$

EXERCICE 2 (2 points)

Écris le numéro de chaque affirmation suivi de vrai si l'affirmation est vraie ou de Faux si l'affirmation est fausse.

N°	Affirmation
1	La fonction $x \rightarrow -\sin x \cos^4 x$ a pour primitive la fonction $x \rightarrow 2 + \cos^5 x$ sur \mathbb{R} .
2	Si $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = +\infty$ alors (C_f) admet une demi-tangente horizontale au point d'abscisse x_0
3	La fonction $x \rightarrow 2x - \sqrt{2x + 4}$ est dérivable en -2
4	La fonction g définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = \begin{cases} 3 + x, & \text{si } x \leq -1 \\ x^2 + x, & \text{si } x \geq -1 \end{cases}$ est continue en -1

EXERCICE 3 (3 points)

Dans une région de la côte d'Ivoire, la probabilité qu'il ait une bonne pluviométrie dans la l'année est de 0,8. Lorsque la pluviométrie est bonne, la probabilité d'avoir une bonne récolte sur une exploitation agricole est de 0,9. En revanche lorsque la pluviométrie n'est pas bonne, la probabilité d'avoir une bonne récolte sur une exploitation agricole est 0,3. On considère les événements suivants :

A « la pluviométrie est bonne » et B « la récolte est bonne ».

1. a) Donner chacune des probabilités suivantes : $P(A)$; $P_A(B)$ et $P_{\bar{A}}(B)$.

JE SUIS JEUNE, JE VEUX ET JE PEUX REUSSIR, JE REFUSE DONC DE TRICHER.

- b) Démontre que : $P(B) = 0,78$
2. Dans cette région, une coopérative villageoise possède trois (03) exploitations agricoles. On désigne par X la variable aléatoire égale au nombre d'exploitations de cette coopérative ayant une bonne récolte dans l'année.
- a) Détermine la loi de probabilité de X (On donnera un arrondi d'ordre 4 des résultats).
 b) Justifie que l'espérance mathématique de X est 2,34.
3. M SIEMIN, Président de la coopérative souhaite augmenter à n le nombre des exploitations agricoles de la coopérative.
 Détermine la valeur minimale de n pour que la probabilité d'avoir au moins une exploitation agricole ayant une bonne récolte soit supérieure à 0,99.

EXERCICE 4 (4 points)

On se propose de chercher les fonctions dérivables $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ solutions de l'équation différentielle (E): $f'(x) + 2f(x) = 2x - 1$.

1. Démontrer que la fonction g définie par $g(x) = x - 1$ est solution de (E).
 2. Soit (E') l'équation différentielle : $f'(x) + 2f(x) = 0$.
 a) Résoudre (E').
 b) Soit k un nombre réel. Démontre que les fonctions $f_k: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ telles que :
 $f_k(x) = ke^{-2x} + x - 1$ sont solutions de E.
 3. a) Soit f une fonction dérivable sur \mathbb{R} .
 Démontre que si f est solution de (E) alors $f - g$ est solution de (E').
 b) En déduire les solutions de (E).

EXERCICE 5 (5 points)

On considère la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$\begin{cases} f(0) = 0 \\ f(x) = \frac{x^2}{2} + x - 2x \ln(x) \text{ si } x > 0 \end{cases}$$

Partie A

- On considère la fonction numérique g définie sur $]0; +\infty[$ par : $g(x) = x - 1 - 2 \ln(x)$.
1. Calculer les limites respectives de g en 0 et en $+\infty$.
 2. On admet que la fonction g est dérivable sur $]0; +\infty[$ et on note g' sa dérivée.
 a) Déterminer g' et étudier son signe.
 b) Déduire de la question précédente le sens de variation de g et dresser son tableau de variations.
 3. Vérifier que : $g(1) = 0$.
 4. Démontrer qu'il existe un unique réel α tel que : $\alpha \in]3; 4[$ et $g(\alpha) = 0$.

Partie B

1. Démontrer que la fonction f est continue à droite en 0.
 2. la fonction f est-elle dérivable à droite en 0 ? Justifie.
 3. En donner une interprétation graphique
 4. Calculer le limite de f en $+\infty$.
 5. calculer la limite de $\frac{f(x)}{x}$ quand x tend vers $+\infty$ puis interpréter graphiquement ce résultat.
 6. La fonction f est dérivable sur $]0; +\infty[$ et on note f' sa dérivée.
 a) Démontrer que, $\forall x \in]0; +\infty[, f'(x) = g(x)$.

JE SUIS JEUNE, JE VEUX ET JE PEUX REUSSIR, JE REFUSE DONC DE TRICHER.

- b) En utilisant les résultats de la Partie A, déterminer le signe de f .
- c) Dresser le tableau de variation de f .
- 7. Tracer la courbe (C_f) de f .
- 8. Soit t un nombre réel tel que : $0 < t < 1$.
 - a) En utilisant une intégration par parties, calculer l'aire $A(t)$ de la partie du plan comprise entre la courbe (C_f) et les droites d'équations $x = t$ et $x = 1$.
 - b) Calculer la limite de $A(t)$ quand t tend vers 0.

EXERCICE 6 (5 points)

Une entreprise fabrique et vend des téléphones portables. Sa capacité journalière de production est comprise entre 0 et 18 portables. On suppose que toute la production est vendue. Le coût de production en milliers de francs de x téléphones portables est donné par :

$$C(x) = x^3 - 25x^2 + 280x + 400. \text{ La recette de la vente de } x \text{ téléphones portables est}$$

$$R(x) = 480x - 20x^2. \text{ L'entreprise veut réaliser un bénéfice maximal.}$$

En tant que stagiaire dans cette entreprise, le Directeur te demande de déterminer le nombre de téléphones portables à produire par jour pour que le bénéfice soit maximal.

A l'aide d'une production argumentée basée sur tes connaissances mathématiques, propose une solution au Directeur.

JE SUIS JEUNE, JE VEUX ET JE PEUX REUSSIR, JE REFUSE DONC DE TRICHER.

PREPA BAC
SESSION : 2022

MATHÉMATIQUES

FICHE N°6

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/3 et 2/3 et 3/3.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

EXERCICE 1

 (2 points)

Pour chaque ligne du tableau, une seule affirmation est juste. Écris sur ta copie, le numéro de la ligne et la lettre correspondant à l'affirmation juste.

1. Voici la loi de probabilité d'une variable aléatoire X :

x_i	-10	0	10
P_i	0,2	0,3	0,5

- a) l'espérance mathématique de cette variable est 3.
 - b) l'espérance mathématique de cette variable est -3.
 - c) l'espérance mathématique de cette variable est 0.
2. Pour tout $a > 0$, $\ln 3a - \ln a$ est égale à :
- a) $\ln 3$ b) $\ln(2a)$ c) $2\ln a$
3. $\int_0^1 e^{2x+1} dx$ est égale à :
- a) $e^3 - 1$ b) $2e^3 - 2e$ c) $\frac{e^3 - e}{2}$
4. pour tout réel x , e^{4+2x} est égale à :
- a) $(e^2)^{2x}$ b) $(e^{x+2})^2$ c) $e^4 + e^{2x}$

EXERCICE 2

 (2 points)

Pour chacune des propositions ci-dessous, dis si elle est vraie (V) ou Fausse (F) en écrivant sur ta copie par **exemple 1.V** pour dire que la proposition 1 est vraie.

N°	Affirmations
1	A et b sont deux réels et f la fonction définie de $]a ; b[\rightarrow \mathbb{R}$; si f est continue sur l'intervalle fermé $[a ; b]$ et f dérivable sur $]a ; b[$, M est un réel positif tel que $\forall x \in]a ; b[$, $ f'(x) \leq M$, alors $ f(b) - f(a) \leq M b - a $
2	La fonction exponentielle est la dérivée de la fonction logarithme népérien.
3	Les solutions sur \mathbb{R} de l'équation différentielle $f' = 2f$ sont les fonctions : $x \rightarrow ke^{-2x}$ $k \in \mathbb{R}$.
4	Si une suite est minorée et bornée alors elle est convergente.

EXERCICE 3

 (4 points)

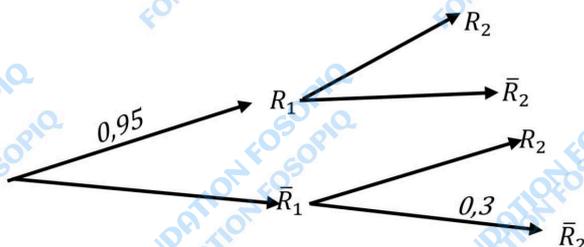
Un patineur participe à une compétition. On s'intéresse à ses deux premiers sauts. Il ne réussit le premier saut que dans 95% des cas. Comme il est émotif, s'il ne réussit pas ce premier saut, il rate le deuxième 3 fois sur 10 ; sinon, si tout va bien au premier saut, il réussit le deuxième dans 90% des cas.

On notera : \bar{A} l'événement contraire d'un événement A, P(A) la probabilité d'un événement A et $P_B(A)$ la probabilité d'un événement A sachant que l'événement B est réalisé.

JE SUIS JEUNE, JE VEUX ET JE PEUX REUSSIR, JE REFUSE DONC DE TRICHER.

Soit R_1 l'événement : « le patineur réussit le premier saut ». Soit R_2 l'événement : « le patineur réussit le deuxième saut ».

1. Recopie et complète l'arbre de choix suivant :



2.a) Justifie que $P(R_2) = 0,89$

b) Calculer la probabilité de l'événement R_2 sachant que R_1 est réalisé.

c) Calculer la probabilité de l'événement R_2 sachant que R_1 n'est pas réalisé.

3. Déterminer la probabilité de l'événement : C « le patineur réussit les deux sauts ».

4. Manquer le premier saut fait perdre 0,1 point, manquer le deuxième saut fait perdre 0,2 point. Le règlement prévoit que les pénalités s'ajoutent.

Soit X la variable aléatoire donnant le total des pénalités obtenues par ce patineur lors de la compétition.

a) Justifie que l'ensemble des valeurs prises par X est : $\{0 ; 0,1 ; 0,2 ; 0,3\}$.

b) Déterminer la loi de probabilité de X.

c) Calculer l'espérance mathématique de X. Quelle interprétation peut-on en faire.

EXERCICE 4 (3 points)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct (O, I, J).

1. On considère les points A, B et C d'affixes respectives : $a = 2, b = 3 + i\sqrt{3}$ et $c = 2i\sqrt{3}$.

a) Déterminer une mesure de l'angle $(\overrightarrow{BA}; \overrightarrow{BC})$.

b) En déduire que l'affixe ω du centre Ω du cercle circonscrit au triangle ABC est $1 + i\sqrt{3}$.

2. On note (z_n) la suite de nombre complexes définie par : $z_0 = 0$ et $z_{n+1} = \frac{1+i\sqrt{3}}{2}z_n + 2$, pour tout entier naturel n. Pour tout entier naturel n, on note A_n le point d'affixe z_n .

a) Démontrer que les points A_2, A_3 , et A_4 ont pour affixes respectives : $3 + i\sqrt{3}, 2 + 2i\sqrt{3}$ et $2i\sqrt{3}$. On remarque que : $A_1 = A, A_2 = B$ et $A_3 = C$

b) Comparer les longueurs des segments $[A_1A_2], [A_2A_3]$ et $[A_3A_4]$.

c) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation : $z = \frac{1+i\sqrt{3}}{2}z + 2$.

d) Établir que pour tout entier naturel n, on a : $z_{n+1} - \omega = \frac{1+i\sqrt{3}}{2}(z_n - \omega)$ où ω désigne le nombre complexe défini à la question 1. b). (On utilisera le fait que : $\omega = \frac{1+i\sqrt{3}}{2}\omega + 2$).

e) Déterminer la forme exponentielle de $\frac{1+i\sqrt{3}}{2}$.

f) Justifier par récurrence que, pour tout entier naturel n, on a : $A_{n+6} = A_n$.

g) Déterminer l'affixe du point A_{2020} .

JE SUIS JEUNE, JE VEUX ET JE PEUX REUSSIR, JE REFUSE DONC DE TRICHER.

EXERCICE 5 (5 points)

Partie A

Soit h la fonction numérique dérivable et définie sur \mathbb{R} par : $h(x) = \frac{x-1}{e^x} + 2$.

1. Calculer les limites de h en $-\infty$ et en $+\infty$.
2. On désigne par h' la fonction dérivée de la fonction h .
 - a) pour tout nombre réel x , calculer $h'(x)$ puis étudier son signe suivant les valeurs de x .
 - b) Étudier le sens de variation de h et dresser son tableau de variation.
3. a) Démontrer que l'équation $h(x) = 0$ admet une solution unique dans l'intervalle $]-\infty; 2[$
 b) On note α cette solution. Justifie que : $-0,38 < \alpha < -0,37$.
4. Démontre que : $\forall x \in]-\infty; \alpha[, h(x) < 0$ et $\forall x \in]\alpha; +\infty[, h(x) > 0$.

Partie B

Soit la fonction f dérivable et définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = 2x + 1 - xe^{-x}$.

On notera (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).
 (Unité graphique 1 cm).

1. a) Calculer la limite de f en $+\infty$.
 b) Calculer la limite de $f(x)$ et celle de $\frac{f(x)}{x}$ lorsque x tend vers $-\infty$.

Donne une interprétation graphique des résultats.

2. a) Justifier que f est une primitive de h sur \mathbb{R} .
 b) En déduire le sens de variation de f puis dresser son tableau de variation.
3. a) Démontrer que la droite (D) d'équation $y = 2x + 1$ est une asymptote à (C) en $+\infty$.
 b) Étudier les positions relatives de (C) et (D)
4. a) Démontrer qu'une équation de la tangente (T) à (C) au point J est : $y = x + 1$
 b) Étudier les positions relatives de (C) et (T).
5. Construire (D), (T) et (C). On prendra $\alpha = -0,38$.
6. a) Déterminer les réels a et b tels que la fonction P définie sur \mathbb{R} par $P(x) = (ax + b)e^{-x}$.
 Soit une primitive sur \mathbb{R} de la fonction : $x \rightarrow -xe^{-x}$.
 b) En déduire la primitive F de f sur \mathbb{R} qui prend la valeur $\frac{2}{e}$ en 1.

EXERCICE 6 (4 points)

A la fin du premier trimestre, afin de les exhorter à bien travailler, le directeur du cours du soir la clef présente aux élèves de terminale les résultats des 6 dernières années au baccalauréat. Ces résultats sont donnés dans le tableau ci-dessous.

Années	2013	2014	2015	2016	2017	2018
Rang X de l'année (x_i)	1	2	3	4	5	6
Nombre Y d'admis (y_i)	405	458	460	525	586	612

Le directeur note une hausse des résultats chaque année et souhaite que cette tendance se maintienne. De retour en classe, les élèves veulent savoir, dans le cas où la tendance se maintenait, quelle serait une estimation du nombre d'admis en 2019.

En utilisant tes connaissances en statistique, détermine une estimation du nombre d'admis en 2019.

JE SUIS JEUNE, JE VEUX ET JE PEUX REUSSIR, JE REFUSE DONC DE TRICHER.

PREPA BAC
SESSION : 2022

MATHÉMATIQUES

FICHE N°7

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/3 et 2/3 et 3/3.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

EXERCICE 1

 (2 points)

Recopie le numéro de chacune des propositions ci-dessous et réponds par Vrai si elle est Vraie ou par Faux si elle est fautive. Exemple : 1- Faux

N°	Propositions
1	La limite en $+\infty$ de la fonction $x \rightarrow e^x$ est égale à 0.
2	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{x} = 0$
3	Le nombre complexe $z = 0$ a pour argument 0.
4	Deux événements A et B d'un univers Ω sont indépendants lorsque $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$.
5	a étant un nombre réel strictement positif et $n \in \mathbb{N}$, on a : $\ln(\sqrt[n]{a^n}) = \frac{n \ln a}{2}$.

EXERCICE 2

 (2 points)

Pour chaque ligne du tableau ci-dessous, une réponse est vraie. Écris sur ta feuille de copie le numéro de chaque ligne et la lettre de la colonne permettant d'avoir l'affirmation vraie.

N°	Affirmations	A	B	C
1	z_1 et z_2 étant des nombres complexes non nuls. On pose : $z = z_1 + iz_2$, le conjugué de z est	$\bar{z} = z_1 - z_2$	$\bar{z} = z_1 + \bar{z}_2$	$\bar{z} = \bar{z}_1 - \bar{z}_2$
2	La fonction $x \rightarrow \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ est définie et dérivable sur \mathbb{R} et sa fonction dérivée est la fonction	$x \rightarrow \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$	$x \rightarrow \frac{1}{x + \sqrt{x^2 + 1}}$	$x \rightarrow \frac{1}{2(x + \sqrt{x^2 + 1})}$
3	Si $\forall x \in]a; +\infty[$, $g(x) \leq f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$, alors	$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0$
4	La solution de l'équation $x \in \mathbb{R}, e^{2x} - e = 0$	e	\sqrt{e}	$\frac{1}{2}$

EXERCICE 3

 (4 points)

(On arrondira tous les résultats des probabilités à l'ordre 3).

Une étude statistique a montré que dans une commune d'Abidjan, les individus âgés de plus de 60 ans représentent 30% de la population de cette commune.

- 80% des individus âgés de plus de 60 ans ont été vaccinés contre le « Covid-19 » ;
- 15% des individus âgés de moins de 60 ans ont été vaccinés contre le « Covid-19 ».

On choisit, au hasard une personne de cette population et on considère les événements suivants :

A : « La personne est âgée de plus de 60 ans » e

V : « La personne est vaccinée contre le Covid-19 ».

\bar{A} et \bar{V} étant les événements contraires de A et V.

1. a) Précise $P(A)$, $P_A(V)$ et $P_{\bar{A}}(V)$.

JE SUIS JEUNE, JE VEUX ET JE PEUX REUSSIR, JE REFUSE DONC DE TRICHER.

- b) Construis un arbre pondéré traduisant la situation.
- c) Justifie que $P(A \cap V) = 0,24$.
- d) Démontre que la probabilité pour qu'une personne soit vaccinée est égale à 0,345.
- 2) la personne choisie étant vaccinée, quelle est la probabilité pour qu'elle soit âgée de moins de 60 ans.
- 3) On choisit au hasard 10 personnes âgées de plus de 60 ans.
On suppose que la population contient suffisamment d'habitants pour que l'on puisse assimiler ce choix à un tirage successif avec remise de 10 personnes.
 - a) Montre que la probabilité pour que deux exactement d'entre elles soient vaccinées est égale à 0,288.
 - b) Calcule la probabilité qu'au moins une d'entre elles soit vaccinée.

EXERCICE 4 (4 points)

Dans le plan rapporté à un repère orthogonal direct (O, \vec{u}, \vec{v}) , on considère la suite des points M_n de coordonnées (x_n, y_n) définies par récurrence de la manière suivante

$$\begin{cases} x_{n+1} = -\frac{1}{2}y_n + 1 \\ y_{n+1} = \frac{1}{2}x_n - \frac{1}{2} \end{cases}$$

- 1. Démontre par récurrence que si M_0 est le point $\Omega(1; 0)$ alors pour tout entier naturel n , $M_n = M_0$.
- 2. a) Déterminer les points M_0, M_1, M_2, M_3 .
- b) Montrer que les droites (M_0M_1) et (M_2M_3) sont parallèles.
- c) Montrer que les droites (M_0M_2) et (M_1M_3) sont perpendiculaires.
(On prendra $M_0(5; 4)$).
- 3. On se propose que de généraliser les résultats précédents. On suppose que le point M_0 fixé est distinct du point Ω de coordonnées $(1; 0)$. Soit $z_n = x_n + iy_n$ l'affixe du point M_n .
 - a) Montrer que pour tout entier naturel n , $z_{n+1} = \frac{1}{2}iz_n + 1 - \frac{1}{2}i$.
 - b) On pose $Z_n = z_n - 1$. Démontrer que pour tout entier naturel n , $Z_{n-1} = \frac{1}{2}iZ_n$.
 - c) On note d_n la distance de Ω à M_n . $d_n = \Omega M_n$.
Calculer d_n en fonction de n et d_0 où $d_0 = \Omega M_0$.
 - d) Déterminer une mesure de l'angle $(\overrightarrow{\Omega M_n}, \overrightarrow{\Omega M_{n+1}})$.

EXERCICE 5 (4 points)

Soient f et g deux fonctions définies et dérivables sur l'intervalle $]0; +\infty[$ telles que pour tout réel x de cet intervalle : on donne les fonctions suivantes :

$$f(x) = (x - e)(\ln x - 1) \text{ et } g(x) = \ln x - \frac{e}{x}. \text{ Unite graphique } 2\text{cm.}$$

- 1. Démontrer que la fonction g est strictement croissante sur l'intervalle $]0; +\infty[$.
- 2. Calculer $g(e)$ et grâce à la question 1, donne le signe de $g(x)$ pour tout x strictement positif.
- 3. Détermine les limites de la fonction f en 0 en $+\infty$.
- 4. On note f' la dérivée de f démontre que $f'(x) = g(x)$ pour tout nombre réel x strictement positif.

JE SUIS JEUNE, JE VEUX ET JE PEUX REUSSIR, JE REFUSE DONC DE TRICHER.

5. Etablir le tableau de variation de la fonction f.

6. Soit F la fonction définie et dérivable sur l'intervalle $]0; +\infty[$ telle que pour tout réel x de cet intervalle: $F(x) = \frac{x^2}{2} - ex \ln x + 2ex - \frac{3}{4}x^2$. Démontrer que la fonction F est une primitive de la fonction f sur $]0; +\infty[$.

7. On considère le domaine délimité par la coupe (C_f) , l'axe des abscisses et les droites équations $x = 1$ et $x = e$.

a) Hachurer ce domaine sur le dessin.

b) Calculer la valeur exacte de $\int_1^e f(x)dx$.

c. En déduire une valeur approchée arrondie au centimètre de l'aire du domaine exprimée en cm^2

EXERCICE 6 (4 points)

Lors d'une conférence organisée dans votre établissement sur les effets de la consommation d'alcool sur l'organisme chez les jeunes, le conférencier a donné, entre autres, les informations suivantes :

- Les recherches scientifiques démontrent clairement que l'alcool altère la capacité de conduire un véhicule en toute sécurité et, par conséquent, augmente les risques d'accident.
- la concentration C d'alcool dans le sang (taux d'alcoolémie) pour un individu de corpulence moyenne, en fonction du temps t après une ingestion d'une boisson alcoolisée peut être modélisée par la fonction C définie sur $[0; +\infty[$ par : $C(t) = 2te^{-t}$; où C(t) est exprimée en gramme par litre (g/L), C'(t) la dérivée de C(t) est la vitesse d'apparition d'alcool dans le sang et t est en heure.
- Selon la législation le taux de concentration maximale d'alcool dans le sang pour un jeune conducteur est de 0,2 g / L.

De retour à la maison, vous trouvez votre frère aîné âgé de 20 ans, de corpulence moyenne, conducteur d'un véhicule de transport commun buvant deux verres d'une boisson alcoolisée. Inquiet, vous cherchez à déterminer l'instant auquel la concentration d'alcool dans sang sera maximal et à déterminer la durée d'attente nécessaire qu'il devra observer pour que son taux d'alcoolémie soit inférieure à 0,2 g / L.

Déterminez l'instant auquel la concentration d'alcool sera maximale dans le sang du jeune conducteur.

JE SUIS JEUNE, JE VEUX ET JE PEUX REUSSIR, JE REFUSE DONC DE TRICHER.

PREPA BAC
SESSION : 2022

MATHÉMATIQUES

FICHE N°8

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/3 et 2/3 et 3/3.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

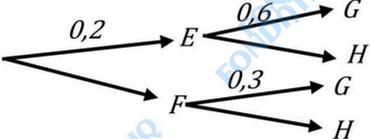
EXERCICE 1 (2 points)

Pour chacune des propositions suivantes, dis si elle est vraie (V) ou Fausse (F). Exemple: 5-V

N°	
1	L'ensemble de définition de la fonction h définie par : $h(x) = \ln\left(\frac{x-1}{2x-1}\right)$ est l'intervalle $\left] \frac{1}{2}; 1 \right[$
2	Si F et G sont deux événements indépendants tels que $P(F) = 0,75$ et $P(G) = 0,2$ alors $P(F \cup G) = 0,8$
3	f et g sont deux fonctions telles que : $\forall x \in]0; +\infty[$, $f(x) \leq g(x)$. Si $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$ alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
4	Pour tout nombre réel, $\left(\frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2}\right)^2 + \left(\frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i}\right)^2 = 1$

EXERCICE 2 (2 points)

Pour chacune des propositions suivantes, indique le numéro suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse. Exemple : 5-c.

N°	Propositions	Réponses
1	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x^2 - 1}$ est égale à :	A $\frac{1}{2}$
		B 0
		C $+\infty$
2	Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé, on donne $E(-2 + 1)$ et $F(-4)$ l'ensemble des points $M(z)$ tels que $ z + 2 - i = z + 4 $ est	A Le cercle de centre E et de rayon 4
		B Le cercle de diamètre [EF]
		C La médiatrice du segment [EF]
3	X est une variable aléatoire qui suit la loi binomiale de paramètres $n = 5$ et $P = \frac{3}{4}$ alors variable $V(X)$ est égale à :	A $\frac{15}{4}$
		B $\frac{15}{16}$
		C $\frac{3}{16}$
4	On considère l'arbre pondéré ci-dessous. 	A $P_H(F) = 0,7$
		B $P_H(F) = 0,56$
		C $P_H(F) = 0,875$

JE SUIS JEUNE, JE VEUX ET JE PEUX REUSSIR, JE REFUSE DONC DE TRICHER.

EXERCICE 3 (4 points)

A) Soit la fonction définie de $[2; +\infty[$ vers \mathbb{R} par $f(x) = \frac{6x^2+22x+20}{x^2+5x+6}$.

1. Calculer $f(2)$ puis $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
2. Démontrer que : $\forall x \in [2; +\infty[, f(x) = 6 - \frac{8x+16}{x^2+5x+6}$.
3. a) Démontrer que : $\forall x \in [2; +\infty[, f'(x) = \frac{8(x+2)^2}{(x^2+5x+6)^2}$

b) Dresser le tableau de variation de f .

B) Une urne contient un jeton marqué 1, deux jetons marqués 2 et n jetons marqués 3, n étant un entier naturel supérieur ou égal à 2.

On tire simultanément deux jetons de l'urne. On suppose que les tirages sont équiprobables.

On désigne par X la variable aléatoire égale à la somme des points marqués sur les deux jetons extraits de l'urne.

1. a) Exprimer les valeurs prises par X .
- b) Déterminer la loi de probabilité de X .
2. Soit $E(X)$ l'espérance mathématique de X .
- a) Démontrer n pour que $E(X) = \frac{6n^2+22n+20}{n^2+5n+6}$.
- b) Déterminer n pour que $E(X)$ soit égale à 5.
- c) Dédire de la partie A que : $4,4 \leq E(X) \leq 6$. Donner une interprétation de cet encadrement.

EXERCICE 4 (4 points)

Un pharmacien observe, durant les dix premiers mois de l'ouverture de son officine, le chiffre d'affaires en millions de francs CFA. Le résultat de l'observation est résumé dans le tableau suivant où X désigne le numéro du mois et Y le chiffre d'affaires correspondant.

X	1	2	3	4	5	6
Y	12	13	15	19	21	22

1. Calculer les moyennes \bar{X} et \bar{Y} respectivement des variables X et Y .
2. Représenter graphiquement le nuage de points de cette série statistique double ainsi que le point moyen G . (unité 2cm en abscisse et 1 cm en ordonnées).
3. Calculer la variance $V(X)$ et la covariance $COV(X, Y)$. Les résultats seront donnés sous forme de fraction irréductible).
4. Démontrer qu'une équation de la droite de régression (D) de Y en fonction de X est : $Y = \frac{78}{35}x + 9,2$
5. Tracer la droite (D).
6. En utilisant la droite (D), calculer une estimation du chiffre d'affaires de cette pharmacie à la fin du septième mois.

JE SUIS JEUNE, JE VEUX ET JE PEUX REUSSIR, JE REFUSE DONC DE TRICHER.

EXERCICE 5 (4 points)

On considère la fonction f dérivable et définie sur $]0; +\infty[$ par :
$$\begin{cases} f(0) = 0 \\ f(x) = -x + x \ln x, \text{ si } x > 0 \end{cases}$$

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) d'unité graphique 2 cm.

1. a) Calcule $f(1)$ et $f(2)$
- b) Calcule les limites en $+\infty$ de $f(x)$ et de $\frac{f(x)}{x}$.
- c) Interprète graphiquement les résultats.
2. a) Démontrer que f est continue en 0.
- b) Démontrer que $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x} = -\infty$. Interprète graphiquement le résultat.
- c) La fonction f est-elle dérivable en 0 ? Justifie ta réponse.
3. on admet que f est dérivable sur $]0; +\infty[$.
- a) Démontre que : $\forall x \in]0; +\infty[, f'(x) = \ln x$.
- b) Détermine le sens de variation de f et dresse son tableau de variation.
4. Détermine une équation de la tangente au point d'abscisses . .
5. Trace (C) et la tangente (T) dans le repère (O, I, J).
6. Soit λ un nombre réel tel que $0 < \lambda < 1$ et $\mathcal{A}(\lambda)$ l'aire en cm^2 de la partie limitée du plan par la courbe, la droite (OI) et les droites d'équations $x = \lambda$ et $x = e$
- a) Démontre, à l'aide d'une intégration partie que : $\mathcal{A}(\lambda) = e^2 + (-3 + 2 \ln \lambda) \lambda^2 \text{ cm}^2$.
- b) Détermine la limite de $\mathcal{A}(\lambda)$ lorsque λ tend vers 0.

EXERCICE 6 (4 points)

Une usine fabrique et commercialise des jeux électroniques assez fragiles. Sa capacité journalière de production est comprise entre 10 000 et 20 000 jeux. On suppose que toute la production est testée pour repérer les jeux défectueux. Le contrôle de qualité sur plusieurs jours révèle que pour la production de x jeux, exprimé en dizaine de milliers, le nombre de jeux défectueux est modélisé sur l'intervalle $[1; 2]$ par la fonction définie comme suit :

$$m(x) = 2e^{x-2} - x + \frac{2}{5}$$

Le directeur de l'usine veut réduire le nombre de produits défectueux. Il cherche donc à savoir le nombre de jeux à fabriquer qui engendrait le minimum de perte en terme de jeux défectueux. N'ayant pas les compétences requises pour effectuer les calculs, il te demande de l'aide.

Détermine la production journalière à l'unité près qui engendre le minimum possible de jeux défectueux.

JE SUIS JEUNE, JE VEUX ET JE PEUX REUSSIR, JE REFUSE DONC DE TRICHER.

PREPA BAC
SESSION : 2022

MATHÉMATIQUES

FICHE N°9

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/3 et 2/3 et 3/3.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

EXERCICE 1

 (2 points)

Pour chacune des propositions suivantes, dis si elle est vraie (V) ou Fausse (F). Exemple: 5-V

N°	Propositions
1	La fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ par: $f(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$ admet un prolongement par continuité en 1.
2	M est un point d'affixe $z = \sqrt{2} - i\sqrt{2}$. Une forme trigonométrique de z est $2 \left(\cos \frac{\pi}{4} - i \sin \frac{\pi}{4} \right)$.
3	pour $0 < x < 2$, la fonction $x \rightarrow (2-x)^x$ est équivalente à la fonction $x \rightarrow e^{x \ln(2-x)}$
4	Si u et v sont deux fonctions dérivables telles que la fonction f définie par : $f(x) = (vu)(x)$ est dérivable sur un intervalle K alors $\forall x \in K; f'(x) = v'(x) \times (u'ov)(x)$.

EXERCICE 2

 (2 points)

Pour chacune des propositions suivantes, indique le numéro suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse. **Exemple : 5-c.**

N°	Propositions	Réponses	
1	si A et B sont deux évènements indépendants de probabilités non nulles, alors	A	$A \cap B = \emptyset$
		B	$P_A(B) = P(B)$
		C	$P(A \cup B) = P(A) \times P(B)$
2	On pose $z = \ln y$. La calculatrice donne l'équation de la droite d'ajustement de z en x : $z = 0,28x + 179$. La courbe d'ajustement que l'on en déduit pour y en fonction de x a pour équation :	A	$y = 1,79e^{0,28x}$
		B	$y = 6e^{0,28x}$
		C	$y = e^{0,28x+1,79}$
3	Le système d'équation dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ définie par : $\begin{cases} 5\ln x + 2\ln y = 8 \\ 4\ln x - 3\ln y = 11 \end{cases}$ a pour solution	A	$\left(e^2; \frac{1}{e} \right)$
		B	$\left(\frac{1}{e}; e^2 \right)$
		C	$(e^{-2}; e^{-1})$
4	Si (u_n) est une suite arithmétique de raison $-0,5$ et si $u_2 = 7$, alors u_n est égal à	A	$8 - 0,5n$
		B	$7 - 2n$
		C	$7 - 0,5n$

JE SUIS JEUNE, JE VEUX ET JE PEUX REUSSIR, JE REFUSE DONC DE TRICHER.**EXERCICE 3 (4 points)**

Soit l'équation différentielle (E): $y' + 3y = 2e^{-x}$.

- Détermine le nombre réel a pour que la fonction g définie sur \mathbb{R} par $g(x) = ae^{-x}$ soit solution de (E).
- Résoudre sur \mathbb{R} l'équation différentielle (E') : $y' + 3y = 0$
- Montrer qu'une fonction f est solution de l'équation différentielle (E) si et seulement si la fonction $f - g$ est solution de l'équation différentielle (E').
- En déduire les solutions de (E).

EXERCICE 4 (4 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct (O, I, J). Soient A(2 ; 2), B(-4 ; 2) et C(2 ; -1) trois points du plan.

- Faire une figure et démontrer que ABC est un triangle rectangle.
- Soit la similitude directe S du plan de centre A telle que $S(B) = C$.
 - Démontrer la transformation de \mathbb{C} associée à S
 - En déduire l'affixe de l'image C' du point C par S et placer C' .
 - Donner les éléments caractéristique de S.
- Démontrer que A, B et C' sont alignés et que BCC' est un triangle rectangle.
 - Soit (D) la d'équation $y = -\frac{1}{2}x$ et (D') son image par la similitude S. Construire les droites (D) et (D').
 - Ecrire une équation cartésienne de (D').

EXERCICE 5 (4 points)

Soit f la fonction dérivable et définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{e^x}{x} + e^x \ln x$.

On désigne par (C) la représentation graphique de la fonction f dans le plan muni d'un repère orthogonal

(O ; I ; J) d'unité graphique 4 cm sur l'axe des abscisses et 1 cm sur l'axe des ordonnées.

PARTIE A

- Calculer la limite de f en $+\infty$.
- Démontrer que pour tout nombre réel x strictement positif, $f(x) = \frac{e^x}{x}(x \ln x + 1)$.
 - En déduire la limite de f en 0.
 - Justifier que (C) admet une asymptote (D) dont on précisera une équation.

PARTIE B

Soit g la fonction dérivable et définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par : $\ln x + \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2}$.

- on désigne par g' la dérivée de la fonction g .
 - Justifier que pour tout nombre réel strictement positif x , $g'(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{x^3}$.
 - Étudier le signe de $g'(x)$. En déduire que la fonction g est strictement croissante sur $]0; +\infty[$. L'étude des limites n'est pas demandée.

JE SUIS JEUNE, JE VEUX ET JE PEUX REUSSIR, JE REFUSE DONC DE TRICHER.

2. a) Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α dans l'intervalle $[0,5 ; 1]$.

b) Donner un encadrement d'amplitude 10^{-1} de α .

3. Déduire des questions 1 et 2 de la partie B le signe de $g(x)$ pour x élément de $]0 ; +\infty[$.

PARTIE C

1. a) f' désignant la dérivée de f , calculer $f'(x)$ et justifier que $f'(x) = e^x g(x)$, pour tout nombre x appartenant à $]0 ; +\infty[$.

b) En déduire le signe de $f'(x)$ pour x élément de l'intervalle $]0 ; +\infty[$.

2. a) Dresser le tableau de variation de la fonction f .

b) Calculer une valeur approchée à 10^{-1} près de $f(\alpha)$ en prenant 0,6 pour valeur approchée de α .

3. a) Reproduire et compléter le tableau ci-dessous :

x	0,25	0,5	0,75	1	1,25	1,5	1,75	2	2,25	2,5
f(x) à 10^{-1} près										

b) Construire l'asymptote (D) et la courbe (C) sur l'intervalle $[0; 2,5]$

PARTIE D

1. Démontrer que la fonction F , dérivable et définie sur $]0 ; +\infty[$ par : $F(x) = e^x \ln x$, est une primitive de f .

2. On désigne par E la partie du plan comprise entre la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = 1$ et $x = 2$.

a) Hachurer la partie E sur le dessin.

b) Déterminer la valeur exacte de l'aire E en unités d'aire et en cm^2 .

EXERCICE 6 (4 points)

A l'approche d'une rentrée scolaire, une banque de la place en voie le message suivant à ses clients « Pour réussir la rentrée scolaire de vos enfants, empruntez jusqu'à 3 000 000 F CFA au taux annuel de 6% ».

Un client de cette banque, dont le salaire net à virer s'élève à 480 000 F CFA, désire emprunter 3 000 000 F CFA à rembourser sur 18 mois à raison d'un prélèvement mensuel qui ne doit pas dépasser le tiers de son salaire.

En utilisant tes connaissances mathématiques sur les suites, justifie si ce client peut contracter le prêt ou non.

JE SUIS JEUNE, JE VEUX ET JE PEUX REUSSIR, JE REFUSE DONC DE TRICHER.

PREPA BAC
SESSION : 2022

MATHÉMATIQUES

FICHE N°10

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/3 et 2/3 et 3/3.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

EXERCICE 1 (2 points)

Pour chacune des propositions suivantes, dis si elle est vraie (V) ou Fausse (F). Exemple: 5-V

N°	propositions
1	$\sqrt{3} - 3i = 2\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{3}}$
2	X étant une variable aléatoire prenant les valeurs X_1, X_2, \dots, X_n , avec les probabilités respectives P_1, P_2, \dots, P_n et $E(X)$ étant noté m : On appelle écart-type de X le nombre réel positif noté $\sigma(X)$ tel que $\sigma(X) = \sqrt{x_1^2 P_1 + x_2^2 P_2 + \dots + x_n^2 P_n - m^2}$
3	Soient a et b deux nombres réels tels que $a < b$. D'après le théorème des accroissements finis sur $[a; b]$, $ \sin b - \sin a \leq b - a $
4	Les primitives de la fonction $x \rightarrow \frac{1}{x^3} - \frac{2}{x^2} + \frac{3}{2x^3}$ sur $] -\infty; 0[$ sont les fonctions de la forme : $x \rightarrow -\frac{1}{2x^2} + \frac{2}{x} + \frac{1}{2x^3} + c$ ($c \in \mathbb{R}$).

EXERCICE 2 (2 points)

Pour chacune des propositions suivantes, indique le numéro suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse. **Exemple : 5-c.**

N°	Affirmations	A	B	C
1	Soit f la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x}$ et $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = +\infty$ alors	(C_f) admet une demi-tangente horizontale	(C_f) admet une asymptote en $+\infty$	(C_f) admet une demi-tangente verticale
2	$ -1 - 4i $ est égale à	$\sqrt{5}$	$\sqrt{17}$	$-\sqrt{17}$
3	Soit z un nombre complexe tel que $z = x + iy$ (x et y réels). Si z est un imaginaire pur, alors	$ z ^2 = -y^2$	$ z ^2 = y^2$	$ z ^2 = z^2$
4	Soit X et Y deux éléments de $[0; +\infty[$. On a $x^n = y$ équivaut à	$x = \frac{1}{n}\sqrt[n]{y}$	$x = \sqrt[n]{y}$	$x = y^{-\frac{1}{n}}$

EXERCICE 3 (4 points)

Pour une marque de téléphone portable donnée, on s'intéresse à deux options de dernière technologie proposées, le GPS et le WIFI. Sur l'ensemble des téléphones portables, 40% possèdent l'option GPS. Parmi les téléphones avec l'option GPS, 60% ont l'option WIFI. Choisis au hasard un téléphone portable de cette marque et on suppose que tous les téléphones ont la même probabilité d'être choisis.

On considère les événements suivants :

G : « le téléphone possède l'option GPS »

JE SUIS JEUNE, JE VEUX ET JE PEUX REUSSIR, JE REFUSE DONC DE TRICHER.

W : « le téléphone possède l'option WIFI ».

Dans tout l'exercice, le candidat donnera des valeurs exactes.

1. Calculer les probabilités suivantes : $P(G)$, $P_G(W)$.

2. Déterminer la probabilité de l'événement « le téléphone possède les deux options ».

On suppose que la probabilité de W est : $P(W) = 0,7$.

3. Démontrer que $P_{\bar{G}}(W) = \frac{23}{30}$.

4. On choisit un téléphone avec l'option WIFI. Quelle est la probabilité qu'il ne possède pas l'option GPS ?

5. Le cout de revient par téléphone d'une option, pour le fabricant de téléphones, est de 8400F pour l'option GPS et de 4200 F pour l'option WIFI. On note X la variable aléatoire égale au coût de revient de ces deux options.

a) Déterminer la loi de probabilité de X.

b) Calculer l'espérance mathématique de X. Interpréter le résultat.

EXERCICE 4 (4 points)

Soit (u_n) la suite définie par :
$$\begin{cases} u_0 = -1 \\ u_{n+1} = \frac{9}{6-u_n} \end{cases}, \forall n \in \mathbb{N}.$$

Dans le plan rapporté au repère orthonormé (O, I, J) , la courbe (C) ci-dessous représente la fonction f définie sur $] -\infty ; 6[$ par : $f(x) = \frac{9}{6-x}$.

1. a) construis la courbe (C) et de droite (D) d'équation $y = x$, placer les termes

u_0, u_1, u_2 et u_3 sur l'axe (OI). Quelle conjecture peut-on faire quant à la convergence de la suite (u_n) ?

2. Démontrer par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N}, u_n < 3$.

3. On considère la suite (v_n) définie sur \mathbb{N} par : $v_n = \frac{1}{u_n-3}$.

a) Démontrer que la suite (v_n) est une suite arithmétique dont on précisera la raison et le premier terme.

b) exprimer v_n et u_n en fonction de n.

c) Calculer la limite de la suite (v_n) puis celle de la suite (u_n) .

EXERCICE 5 (4 points)

Partie A

Soit la fonction g définie sur $] -1 ; +\infty[$ par : $g(x) = e^x - x - 1$.

1. Étudier les variations de g

2. Déterminer le signe de $g(x)$.

Partie B

f est la fonction définie sur $] -1 ; +\infty[$ par : $f(x) = e^{-x} + \ln(x + 1)$.

On note (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) . unité graphique : 4 cm.

1. Calculer les limites de f en -1 et $+\infty$.

2. a) Démontrer que $f'(x)$ a le même signe que $g(x)$ pour tout x de $] -1 ; +\infty[$.

b) Étudier les variations de f et dresser son tableau de variation

JE SUIS JEUNE, JE VEUX ET JE PEUX REUSSIR, JE REFUSE DONC DE TRICHER.

- 3.a) Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α et que $-1 < \alpha < 0$.
- b) Donner une valeur approchée de α à 10^{-1} près.
4. Tracer (C)

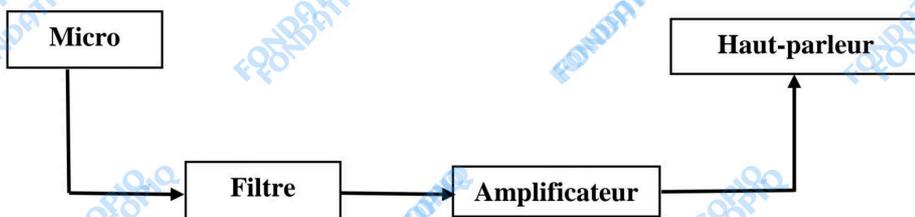
Partie C

Soit $I = \int_{\alpha}^0 f(x) dx$.

1. Interpréter graphiquement I.
2. Calculer I à l'aide d'une intégration par partie. (On pourra remarquer que : $\frac{x}{x+1} = 1 - \frac{1}{x+1}$).
3. Démontrer que : $I = \alpha - 1 + (\alpha + 2)e^{-\alpha}$

EXERCICE 6 (4 points)

A l'approche des fêtes de paques, un responsable d'une structure de sonorisation, se rend en ville avec son fils pour acheter des microphones, des filtres, des amplificateurs et des haut-parleurs. Les résistances et les condensateurs sont des composants électriques utilisés dans le domaine du son pour concevoir des filtres. Placé en sortie d'un microphone, un filtre atténue plus ou moins les sons selon leur fréquence f , exprimée en Hertz (Hz).



Dans le magasin où rentre le responsable de sonorisation, on peut lire comme indicatif sur le filtre:

- Son grave de fréquence $f = 100$; $Z_R = 10$.
- Son aigu de fréquence $f = 1000\sqrt{3}$; $Z_R = 10$

Pour un filtre donné, l'atténuation d'un son se calcule à l'aide des deux nombres complexes Z_R et Z_C tel que $Z_C = -\frac{1000\sqrt{3}}{f}i$.

Le gain du filtre est donné par le nombre complexe Z_G définie par $Z_G = \frac{Z_C}{Z_R + Z_C}$. La valeur exacte du gain du filtre est déterminée par le module du nombre complexe Z_G .

Un filtre est en bon état lorsque le gain du filtre d'un son grave est supérieur à celui d'un son aigu. Le responsable veut acheter un filtre de bonne qualité. Pour cela, il decide de tester le filtre mais malheureusement il y a coupure de courant. Ce dernier te rencontre et te sollicite ton aide. Vérifie la qualité du filtre à l'aide de calcul afin de répondre à la preoccupation du Monsieur.

JE SUIS JEUNE, JE VEUX ET JE PEUX REUSSIR, JE REFUSE DONC DE TRICHER.

PREPA BAC
SESSION : 2022

MATHÉMATIQUES

FICHE N°11

*Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/3 et 2/3 et 3/3.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.*

EXERCICE 1

 (2 points)

Pour chaque énoncé, écris vrai si l'énoncé est vrai ou Faux si l'énoncé est faux.
Aucune justification n'est demandée.

N°	Énoncé
1	La fonction g définie par $g(x) = xe^x$ est solution de l'équation différentielle (E) $= y' - 2y = e^x$
2	Sur \mathbb{R} , une primitive de la fonction f définie par $f(x) = \ln x$ est la fonction G définie par $G(x) = x \ln x - x + 2$
3	La suite numérique (v_n) définie par $v_{n+1} = v_n - 2n + 3$ est donnée sous la forme explicite.
4	M est le point d'affixe $z = \sqrt{2} - \sqrt{2}i$. Une forme trigonométrique de z est $2(\cos \frac{\pi}{4} - i \sin \frac{\pi}{4})$

EXERCICE 2

 (2 points)

Pour chacun des énoncés incomplets du tableau ci-dessous, quatre réponses A, B, C et D sont proposées dont une seule permet d'avoir l'énoncé juste. Écris, sur ta feuille de copie, le numéro de l'énoncé incomplet suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

N°		
1	Soit une série statistique à deux variables (X, Y) . Soit (D) la droite de régression de x en y d'équation $x = ay + b$.	A $a = -\text{cov}(X, Y)$
		B $a = \frac{\text{cov}(X, Y)}{V(y)}$
		C $a = \frac{\text{cov}(X, Y)}{V(x)}$
		D $a = \frac{\text{cov}(X, Y)}{\bar{y}}$
2	Soit f la définie sur \mathbb{R} par $f(x) = (x - 1)e^{2x}$	A $f'(x) = 2(x + 1)f(x)$
		B $f'(x) = f(x)$
		C $f'(x) - 2f(x) = e^{2x}$
		D $f'(x) - 2f(x) = 0$
3	On considère trois suites (u_n) , (v_n) et (w_n) qui vérifient la propriété suivante : « pour tout entier naturel strictement positif, $u_n \leq v_n \leq w_n$ ». si pour tout $n > 0$, $u_n = \frac{2n^2 - 1}{n^2}$ et $w_n = \frac{2n^2 + 3}{n^2}$, on peut en déduire que :	A $\lim_{n \rightarrow +\infty} w_n = 0$
		B $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0$
		C $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 2$
		D (v_n) n'a pas de limite
4	la translation de vecteur u d'affixe $-1 + 2i$ a pour écriture complexe :	A $z' = z + (-1 + 2i)$
		B $z' = z - 1 + 2i$
		C $z' = (-1 + 2i)z$
		D $z' = -z - 1 + 2i$

JE SUIS JEUNE, JE VEUX ET JE PEUX REUSSIR, JE REFUSE DONC DE TRICHER.

EXERCICE 3 (3 points)

La fonction f définie sur $[0 ; 3]$ par : $f(x) = \frac{2}{1+x}$.

1. Montrer que f réalise une bijection strictement décroissante de $[0 ; 3]$ sur $[0,5 ; 2]$.
2. La suite (u_n) est définie par $u_0 = 3$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = f(u_n)$. Démontrer par récurrence que pour $n \in \mathbb{N}$, $0 \leq u_n \leq 3$.
3. La suite (v_n) est définie pour tout $n \in \mathbb{N}$, par $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 2}$
 - a) Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique.
 - b) Exprimer v_n en fonction de n .
 - c) Exprimer u_n en fonction de n .
 - d) En déduire les limites des suites (u_n) et (v_n) .

EXERCICE 4 (4 points)

L'évolution du prix, en F CFA, du kilogramme d'une certaine variété de riz est donnée par le tableau suivant :

Années	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Rangs de l'année (x_i)	1	2	3	4	5	6	7	8
Prix (y_i)	235	260	270	290	295	300	320	360

(On arrondira les résultats au millième près).

Le plan est muni d'un repère orthogonal.

- Sur l'axe des abscisses, on choisira 2 cm pour 1 rang.
- Sur l'axe des ordonnées, on choisira 1 cm pour 10 F CFA.

On graduera l'axe des ordonnées à partir de 230.

1. a) Représenter le nuage de points de cette série statistique double
- b) Calculer les coordonnées du point moyen G puis placer le point G dans le repère.
2. a) Démontrer que le coefficient de corrélation linéaire est $r = 0,968$.
- b) Un ajustement affine peut-il être envisagé ? Pourquoi ?
- c) Démontrer qu'une équation de la droite (D) de régression de Y en fonction de X par la méthode des moindres carrés est $(D): y = 15,119x + 223,215$.
- d) Construire la droite (D) .
3. Madame Soli et sa famille ont une consommation d'une tonne de cette variété de riz par an. Quel est le budget annuel alloué à l'achat de ce riz par Madame Soli pour l'année 2015 ?

EXERCICE 5 (5 points)

Partie A

On considère la fonction g dérivable et définie sur $]0; +\infty[$ par $g(x) = e^x + 2\ln x$

1. a) Déterminer $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$.
- b) Calculer $g'(x)$.
- c) Étudier le sens de variation de g puis dresser son tableau de variation.
2. a) Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α sur $]0; +\infty[$.
- b) Vérifier que : $0,4 < \alpha < 0,5$

JE SUIS JEUNE, JE VEUX ET JE PEUX REUSSIR, JE REFUSE DONC DE TRICHER.

c) Démontrer que : $\begin{cases} \forall x \in]0; \alpha[, g(x) < 0 \\ \forall x \in]\alpha; +\infty[, g(x) > 0 \end{cases}$

Partie B

On considère la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par : $\begin{cases} f(x) = e^x + 2x \ln x - 2x & \text{si } x > 0 \\ f(0) = 1 \end{cases}$

On note (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) d'unité graphique 4 cm.

1. a) Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$

b) Interpréter graphiquement les résultats.

2. a) Étudier la continuité de f en 0.

b) Démontrer que : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x} = -\infty$.

c) La fonction f est-elle dérivable en 0 ? Justifier la réponse.

d) Interpréter graphiquement le résultat de la question 2. b).

3. On admet que f est dérivable sur $]0; +\infty[$.

a) Démontrer que : $\forall x \in]0; +\infty[; f'(x) = g(x)$.

b) Étudier les variations de f puis dresser son tableau de variation.

4. Tracer la courbe (C) sur l'intervalle $[0; 2]$. (On prendra $\alpha = 0,45$ et on admettra que la courbe (C) coupe la droite (OI) en deux points d'abscisses respectives 0,3 et 0,6).

5. a) On pose $K = \int_1^2 x \ln x \, dx$. À l'aide d'une intégration par parties, démontrer que :

$$K = 2 \ln 2 - \frac{3}{4}$$

b) Soit A l'aire en cm^2 de la partie du plan délimitée par la courbe (C), la droite (OI) et les droites d'équations respectives $x = 1$ et $x = 2$.

Calculer A puis donner l'arrondi d'ordre 2 du résultat.

EXERCICE 6 (4 points)

Lors d'une expérience pendant le cours de chimie dans une classe de TD d'un lycée, un gaz se répand accidentellement dans le laboratoire. L'évolution du taux de gaz dans l'air peut se modéliser par la fonction f définie sur $[0; 5]$ par $f(x) = (x - 2)e^{-x}$ où x est le nombre minutes écoulées depuis le début de l'incident et $f(x)$ est le taux du gaz dans l'air exprimé en ppm (parties pour millions). Le gaz a un effet irritant pour la gorge 3 minutes après que son taux ait atteint sa valeur maximale dans le laboratoire.

Les élèves n'ont pu évacuer le laboratoire avant les 5 minutes qui suivent le début de l'incident. Inquiet, le chef de l'établissement veut urgemment savoir si les élèves ont été affectés par le gaz et sollicite le meilleur élève de ta classe que tu es, pour obtenir une réponse.

À l'aide de tes connaissances mathématiques, réponds à la préoccupation du chef de l'établissement

JE SUIS JEUNE, JE VEUX ET JE PEUX REUSSIR, JE REFUSE DONC DE TRICHER.

PREPA BAC
SESSION : 2022

MATHÉMATIQUES

FICHE N°12

*Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/3 et 2/3 et 3/3.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.*

EXERCICE 1

 (2 points)

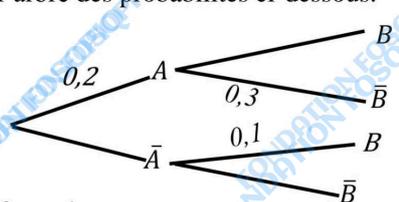
Pour chaque énoncé, écris vrai si l'énoncé est vrai ou Faux si l'énoncé est faux.
Aucune justification n'est demandée.

N°	Énoncé
1	Les racines carrées du nombre complexe $-3 + 4i$ sont $1 - 2i$ et $-1 + 2i$
2	Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = \frac{1-x}{e^{2x}}$. On a : $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 0$
3	L'image de l'intervalle $[-2 ; 3]$ par la fonction carré est l'intervalle $[4 ; 9]$.
4	Pour tous réels a et b et toute fonction continue f sur \mathbb{R} : $\int_a^b 1 + 2f(t)dt = b - a + 2 \int_b^a f(t)dt$

EXERCICE 2

 (2 points)

Pour chacun des énoncés incomplets du tableau ci-dessous, quatre réponses A, B, C et D sont proposées dont une seule permet d'avoir l'énoncé juste. Écris, sur ta feuille de copie, le numéro de l'énoncé incomplet suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

N°	Énoncés	Réponses
1	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(\sqrt{x^2 + x + 1} - x)$ est égale à :	A 0 B $\frac{1}{2}$ C $-\ln 2$ D $+\infty$
2	Une corrélation parfaite entre deux caractères d'une série statistique double se traduit par un coefficient de corrélation r tel que :	A $r > 0$ B $r < 0,87$ C $0,87 < r < 1$ D $ r = 1$
3	Une expérience aléatoire est représentée par l'arbre des probabilités ci-dessous.  On a alors :	A $P(B) = 0,22$ B $P(\bar{A} \cap B) = 0,8$ C $P_B(A) = 0,7$ D $P(B) = 0,23$
4	On considère la suite numérique (u_n) définie pour $n > 0$ par : $u_{n+1} = u_n - 3n - 1$. La suite (u_n) est :	A géométrique B arithmétique C croissante D décroissante

JE SUIS JEUNE, JE VEUX ET JE PEUX REUSSIR, JE REFUSE DONC DE TRICHER.

EXERCICE 3 (3 points)

Dans tout cet exercice on donnera la valeur exacte de chaque résultat.

Grace à un système de détecteur, une borne de péage automatique peut délivrer des tickets à deux hauteurs différentes selon le véhicule détecté afin que le conducteur ne soit pas obligé de sortir pour le saisir :

- S'il s'agit d'une voiture, d'une moto ou d'une camionnette, le ticket sort en bas ;
- S'il s'agit d'un camion, le ticket sort en haut.

La société d'autoroute a modélisé le fonctionnement défectueux de l'une de ces bornes :

- Lorsqu'un camion passe, il n'est correctement détecté que deux fois sur trois ;
- Lorsqu'un autre type de véhicule passe, son conducteur est contraint d'en sortir pour saisir son ticket une fois sur quatre.

On estime qu'à cette borne de péage 60% des véhicules sont des camions. On considère les événements suivants :

- C: « Le véhicule qui se présente est un camion »
- H: « Le ticket sort en haut »
- B: « Le ticket sort en bas ».

- 1- a) Donne les probabilités : $P(C)$; $P_C(H)$ et $P_{\bar{C}}(H)$
 b) Construis un arbre probabiliste présentant la situation
 c) Calcule la probabilité que le ticket sort en haut.
- 2- Démontre que la probabilité qu'un conducteur ne soit pas obligé de sortir de son véhicule pour saisir le ticket vaut 0,7.
- 3- Trois véhicules se présentent l'un après l'autre à cette borne de péage défectueuse. On modélise cette situation comme un tirage avec remise.
 Calcule la probabilité qu'au moins l'un des conducteurs soit contraint de descendre de son véhicule pour saisir son ticket.

EXERCICE 4 (4 points)

Le premier janvier 2013, Noura a fait un dépôt de trois millions de francs CFA dans une banque au taux annuel de 8%. Elle souhaite acheter une maison qui coûte cinq millions de Francs CFA, avec le capital qu'elle détient à la banque. Le prix de cette maison augmente de 3% chaque année.

On désigne par C_n le capital dont dispose Noura à la banque en l'an (2013+n) et P_n le prix de la maison en l'an (2013+n).

- 1/ Calculer C_1 , C_2 , P_1 , P_2 .
- 2/ a. Justifier que (C_n) et (P_n) sont des suites géométriques, puis donner la raison et le premier terme de chacune d'elles.
 b. En déduire le sens de variation de la suite (C_n) .
- 3/ Donner la formule explicite de la suite (C_n) et celle de la suite (P_n) .
- 4/ A partir de quelle année Noura pourra-t-elle acheter sa maison.

JE SUIS JEUNE, JE VEUX ET JE PEUX REUSSIR, JE REFUSE DONC DE TRICHER.**EXERCICE 5** (5 points)

Soit f la fonction dérivable sur \mathbb{R} et définie par $f(x) = (x - \frac{1}{2})e^x + \frac{1}{2}$. On note (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J). Unité graphique : 2cm

1. Démontrer que la droite (D) d'équation $y = \frac{1}{2}$ est asymptote à (C) en $-\infty$.

2. Calculer les limites de $f(x)$ et de $\frac{f(x)}{x}$ lorsque x tend vers $+\infty$.

Interpréter graphiquement les résultats.

3. Pour tout nombre réel x , calculer $f'(x)$.

4. Étudier les variations de f , puis dresser son tableau de variation.

5. Étudier la position de (C) par rapport à (D).

6. Construire (C) et (D)

7. Soit un nombre réel t tel que $t < 0$.

On désigne par $A(t)$ l'aire en cm^2 de la partie du plan limitée par (C), la droite d'équation $y = \frac{1}{2}$ et les droites d'équations respectives $x = t$ et $x = 0$.

a) Calculer $A(t)$ à l'aide d'une intégration par parties.

b) Calculer $\lim_{t \rightarrow -\infty} A(t)$.

EXERCICE 6 (4 points)

Au début de la croissance de certaines espèces végétales (telles que le coton, le maïs), on estime que le poids de la plante varie proportionnellement à lui-même. Pour une espèce donnée de coton, le poids P (en g par jour) varie en fonction du temps t (en jours) selon l'équation $P'(t) = 0,18P(t)$.

Sachant que le poids de la plante après un jour est de 2g, quel est son poids après 30 jours.