CHAPITRE I: FONCTIONS POLYNÔMES-FONCTIONS RATIONNELLES

I- FONCTIONS POLYNOMES

1- Généralités sur les polynômes

a- Définition
b- Image d'un nombre réel par un polynôme
c- Zéros d'un polynôme

- Définition
- Propriété

d- Factorisation d'un polynôme

2- Polynômes du second degré

a- Définition
b- Discriminant d'un polynôme du 2nd degré
c- Recherche de zéros
d- Factorisation au moyen du discriminant
e- Etude du signe d'un polynôme du 2nd degré

3- Etude des polynômes des degrés supérieurs à deux

a- Zéros évidents
b- Méthode de factorisation
c- Etude de signe

II- FONCTIONS RATIONNELLES

1- Généralités

a- Définition
b- Ensemble de définition

2- Autre écriture d'une fonction rationnelle

3- Etude du signe d'une fonction rationnelle

CHAPITRE I: FONCTIONS POLYNÔMES -FONCTIONS RATIONNELLES

I- FONCTIONS POLYNÔMES

1- Généralités sur les polynômes

a- Définition

Définition 1: Monôme

Soient a un nombre réel et n un nombre entier naturel.

On appelle monôme toute expression de la forme ax^n.

a est appelé coefficient du monôme. n est le degré du monôme.

Exemple:

Monôme	Coefficient	Degré
$5x^3$	…………………..	…………………..
$-8x^2$	…………………..	…………………..
…………………..	8	10
x^7	…………………..	…………………..
15	…………………..	…………………..
…………………..	6	1

Définition 2: Polynôme

On appelle polynôme la somme de plusieurs monômes.

L'ensemble de définition d'une fonction polynôme est P.

Remarque :

Le degré du polynôme est la plus grande valeur parmi les degrés de tous ses monômes.

Exemple:

$P(x) = 4x^5 + 10x^4 - 8x^3 + 6x^2 + 7x + 12$

P(x) est un polynôme de degré 5.

On note $d°(P) = 5$

12 est le terme constant du polynôme.

Exercice 1:

Compléter le tableau suivant par oui ou non.

Expression	Polynôme?
$f(x) = \frac{1}{4}x^3 - 7x + \frac{4}{3}$	………………..
$f(x) = \sqrt{3}x^4 + 10x + 5$	………………..
$f(x) = 8x^2 - 7\sqrt{x} + 1$	………………..
$f(x) = x^{-3} + 7\sqrt{x} + 1$	………………..
$f(x) = \frac{2x + 3}{5x - 1}$	………………..

Exercice 2:

Compléter le tableau suivant:

Degré du polynôme	Polynôme
3	……………………………
1	……………………………
…………………………..	$4x^2 + 5x - 7$

b- Image d'un nombre réel par un polynôme

Définition:

Soit a un nombre réel.

On appelle image de a par P(x), le nombre réel noté P(a), obtenu en remplaçant, dans l'expression de P(x), x par la valeur de a.

Exercice: On donne $P(x) = x^2 - x - 6$

Calculer P(0); P(1); P(3)

P(0) =

P(1) =

P(3) =

c- Zéros d'un polynôme

Définition

Soit a un nombre réel.

On dit que a est un zéro de P(x) si 0 est l'image de a par P(x).

Propriété

a est un zéro de $P(x) \Leftrightarrow P(a) = 0$.

Exercice : On donne $P(x) = x^2 - 3x + 2$

Calculer P(2); P(1) et conclure.

P(2) =

Donc 2

P(1) =

Donc 1

d- Factorisation d'un polynôme

Soit P(x) un polynôme de degré n et a un nombre réel.

a est un zéro de $P(x) \Leftrightarrow P(x)$ peut se factoriser sous la forme $P(x) = (x - a).Q(x)$ avec Q(x) un polynôme de degré n-1.

2- Polynômes du second degré

a- Définition

On appelle polynôme du second degré tout polynôme qui peut s'écrire $P(x) = ax^2 + bx + c$ où a est un nombre réel différent de 0; b et c étant des nombres réels quelconques.

Activité 1: On donne les polynômes du second degré suivants:

$P_1(x) = x^2 - 2x + 5$; $P_2(x) = 3x^2 - 6x + 3$; $P_3(x) = -2x^2 + 7x - 3$

b- Discriminant d'un polynôme du 2nd degré

Soit $P(x) = ax^2 + bx + c$ un polynôme du second degré avec $a \neq 0$.

On appelle discriminant de P(x) le nombre réel noté Δ tel que $\Delta = b^2 - 4ac$.

Question 1:

Calculer :

Δ_1 le discriminant de $P_1(x) = x^2 - 2x + 5$;

Δ_2 le discriminant de $P_2(x) = 3x^2 - 6x + 3$ et

Δ_3 le discriminant de $P_3(x) = -2x^2 + 7x - 3$

a. $\Delta_1 = b^2 - 4ac$ = ……………………=…………..=……………..
b. $\Delta_2 = b^2 - 4ac$ =……………………=…………..=……………..
c. $\Delta_3 = b^2 - 4ac$ =……………………=…………..=……………..

c- Recherche de zéros

Signe de Δ	Nombre de zéros	Calcul des zéros
$\Delta < 0$	Pas de zéro	
$\Delta = 0$	Un zéro double	$x_0 = \frac{-b}{2a}$
$\Delta > 0$	Deux zéros distincts	$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$

Question 2 :

Déterminer les zéros de P_1, P_2 et P_3:

a. $P_1(x) = x^2 - 2x + 5$; Δ_1 =……………..……

Δ_1 …………0 donc P_1 …………………………………………..

b. $P_2(x) = 3x^2 - 6x + 3$; Δ_2 =……………..……..

Δ_2 …………0 donc P_2…………………..……………………....

c. $P_3(x) = -2x^2 + 7x - 3$; Δ_3 = ………………..… ; $\sqrt{\Delta_3}$ =……………..…..

Δ_3 ……..…..0 donc P_3……………………..………………………

x_1 = ………………………. =……………………. = ……………………. = ……………………

x_2 = ………………………. = …………………… = ……………………. =…………………….

d- Factorisation au moyen du discriminant

Signe de D	Zéros	Factorisation
$D < 0$	Pas de zéro	Pas de factorisation
$D = 0$	x_0	$P(x) = a(x - x_0)^2$
$D > 0$	x_1 et x_2	$P(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$

Question 3: Factoriser P_1; P_2 et P_3.

$P_1(x) = x^2 - 2x + 5 \quad =$

$P_2(x) = 3x^2 - 6x + 3 \quad =$

$P_3(x) = -2x^2 + 7x - 3 =$

e- Etude du signe du polynôme du second degré $P(x) = ax^2 + bx + c$

- $D < 0$: P(x) conserve le signe de a sur P

X	$-\infty$	$+\infty$
P(x)	Signe de a	

- $D = 0$: P(x) conserve le signe de a sur P

x	$-\infty$	x_0	$+\infty$
P(x)	Signe de a	0	signe de a

- $D > 0$: P(x) conserve le signe de a à l'extérieur de ses zéros

x	$-\infty$	x_1		x_2	$+\infty$
P(x)	Signe de a	0	signe de (-a)	0	Signe de a

Question 4: Etudier le signe de P_1; P_2 et P_3.

3- Etude des polynômes de degrés supérieurs à deux

a- Zéros évidents

Les nombres réels 0; 1 et -1 sont considérés comme des zéros évidents d'un polynôme s'ils annulent ce polynôme.

Exemple 1: Soit $P(x) = 5x^4 - 16x^3 + 3x^2 - 9x$

Calculer P(0)

P(0) =

Exemple 2: Soit $Q(x) = 11x^3 - 7x^2 - 8x + 4$

Calculer Q(1)

Q(1) =

Exemple 3: Soit $R(x) = 5x^3 + 4x^2 + 2x + 3$

Calculer R(-1)

R(-1) =

b- Méthodes de factorisation

Activité 2 : On donne le polynôme

$P(x) = x^3 - 6x^2 + 3x + 10$

1. Calculer P (2)
2. En déduire une factorisation de P(x).

Correction

1. P(2) =

   =

   =

   2 est

2. Factorisation de P(x).

   On peut donc factoriser P (x) sous la forme $P(x) = (x - 2).Q(x)$ avec $Q(x) = ax^2 + bx + c$.

   Il existe plusieurs méthodes de factorisation qui permettent de déterminer les coefficients a, b et c du polynôme Q(x).

- **L'identification**

On développe :

$P(x) = (x - 2).(ax^2 + bx + c)$

=

=

Or $P(x) = x^3 - 6x^2 + 3x + 10$

Par identification, on a :

$$\left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right. \qquad \text{Ü} \qquad \left\{ \begin{array}{l} a = \\ b = \\ c = \end{array} \right.$$

$P(x) = (x - 2)(.............................)$

- **La division euclidienne**

Utilisons la division euclidienne de P(x) par (x-2) pour déterminer les réels a, b et c tels que :

$P(x) = (x - 2)(ax^2 + bx + c)$.

$$\begin{array}{l|l} x^3 - 6x^2 + 3x + 10 & x - 2 \\ \hline \end{array}$$

$P(x) = (x-2)(..............................)$

On déduit : a = ………… ; b = ………… et c = …………

On terminera en factorisant $Q(x) = x^2 - 4x - 5$ au moyen du calcul du discriminant.

c- <u>Etude de signe</u>

On montre que $Q(x) = x^2 - 4x - 5 = (x+1)(x-5)$.

Donc $P(x) = (x-2)(x+1)(x-5)$

Les zéros de P (x) sont : ………….. ; ……………… et ……………..

x	$-\infty$	…..	…..	…..	$+\infty$
x + 1		0			
x - 2			0		
x - 5				0	
P(x)		0	0	0	

$P_3(x) < 0$ sur

$P_3(x) > 0$ sur

$P_3(x) = 0$ si $x \in \{...............;...............;...............\}$

II- <u>FONCTIONS RATIONNELLES</u>

1- <u>Généralités</u>

a- <u>Définition</u>

Une fonction rationnelle est une fonction qui s'écrit comme quotient de deux fonctions polynômes.

<u>Exemple</u>: $Q(x) = \dfrac{4x^2 - 5x + 3}{6x + 7}$

$R(x) =$ ....

b- <u>Ensemble de définition</u>

Soit $f(x) = \dfrac{P(x)}{Q(x)}$ une fonction rationnelle, Df son ensemble de définition, x un nombre réel.

$x \in Df \Leftrightarrow Q(x) \neq 0$.

<u>Exercice</u> : Déterminer Df l'ensemble de définition de la fonction rationnelle f.

1. $f(x) = \dfrac{3x - 7}{x - 2}$
2. $f(x) = \dfrac{2x + 3}{(x-1)(x+4)}$

2- Autre écriture d'une fonction rationnelle

Activité 3 :

Soit $f(x)=\dfrac{4x^2-5x+3}{x-1}$ une fonction rationnelle.

Déterminer les réels a, b, c, tels que, pour tout réel $x \in D_f$, on a: $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x-1}$

Correction

Méthode 1 : La division euclidienne

Soit $f(x)=\dfrac{A(x)}{B(x)}$ une fonction rationnelle.

On divise A(x) par B(x).

$$\begin{array}{l|l} A(x) & B(x) \\ \cline{2-2} \quad R(x) & Q(x) \end{array}$$

On obtient : $Q(x)=ax+b$ et $R(x)=c$

$$\begin{array}{l|l} 4x^2-5x+3 & x-1 \\ \cline{2-2} & \end{array}$$

a = ……………….. ; b = ……………….. et c = ………………..

$f(x)=$……………………………………………………………

Méthode 2 : Identification

$$ax+b+\frac{c}{x-1}=\frac{(ax+b)(x-1)+c}{x-1}$$

$$=\frac{\text{...}}{x-1}$$

$$f(x)=\frac{\text{..}}{x-1}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right. \quad \Leftrightarrow \quad \left\{ \begin{array}{l} a= \\ b= \\ c= \end{array} \right.$$

f(x) =

3- Etude du signe d'une fonction rationnelle

Pour étudier le signe de $f(x)=\dfrac{P(x)}{Q(x)}$, on peut procéder comme suit :

- On détermine l'ensemble de définition D_f de la fonction f.
- On factorise si possible le numérateur et le dénominateur.

- On simplifie si possible $f(x)$ sur D_f.
- On étudie enfin dans un tableau le signe de $f(x)$.

x	$-\infty$	…..	…..	…..	$+\infty$
$x+1$		0	‖		
$x-2$			‖		
$x-5$			‖	0	
$f(x)$		0	‖	0	

<u>Exercice 2</u> : ***Adapté du BAC 2003 Session normale***

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation : $x^2 - 4x - 5 = 0$.
2. On donne $f(x) = x^3 - 6x^2 + 3x + 10$

   Calculer $f(2)$.
3. Factoriser $f(x)$
4. Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation $f(x) = 0$
5. Etudier le signe de $f(x)$sur $\mathbb{R}$.
6. En déduire les solution de l'inéquation $f(x) > 0$.

<u>Résolution</u>

EXERCICES DE RENFORCEMENT

Extrait du BAC A de Côte d'Ivoire

<u>Exercice 1</u> : ***BAC A$_1$, 1992 Session normale***

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 8x^3 - 10x^2 - x + 3$.

1. a) Calculer f(1).

b) Ecrire le polynôme f (x) sous forme d'un produit de deux polynômes.

2. Résoudre l'équation : $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = 0$.

Exercice 2 : ***BAC 2003 Session normale***

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $x^2 - 4x - 5 = 0$.
2. Justifier que 2 est une solution de l'équation $(E): x^3 - 6x^2 + 3x + 10 = 0$.
3. Vérifier que pour tout nombre réel x, $x^3 - 6x^2 + 3x + 10 = (x-2)(x^2 - 4x - 5)$.
4. En utilisant la question 3, justifier que l'ensemble des solutions de l'équation (E) est $S_{(E)} = \{-1; 2; 5\}$.

Exercice 3 : ***BAC Blanc 2005 Lycée Moderne de Treichville***

On considère la fonction polynôme définie par : $P(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4$.

1. Calculer P(2).
2. Vérifier que $P(x) = (x-2)(x^2 + x - 2)$.

   En déduire les solutions de l'équation $(E): P(x) = 0$

Exercice 4 : ***BAC 1997 Remplacement***

1. x étant un nombre réel quelconque, développé $(x-1)(2x^2 - x - 1)$.
2. En déduire les solutions de l'équation $x \in \mathbb{R}$, $2x^3 - 3x^2 + 1 = 0$.
3. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par : $f(x) : \dfrac{(2x^3 - 3x^2 + 1)}{x^2}$.

   Déterminer les réels a, b, c tels que, pour tout réel x non nul, on ait : $f(x) = (ax + b) + \dfrac{c}{x^2}$

Exercice 5 :

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \dfrac{x^2 - 2x + 5}{x - 1}$.

1. Quel est l'ensemble de définition Df de f?
2. Déterminer les réels a, b et c tels que, pour tout x appartenant à Df, $f(x) = ax + b + \dfrac{c}{x-1}$.

Exercice 6 : ***BAC 1993 Session normale***

Soit f la fonction définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \dfrac{-x^2 + 5x - 4}{x}$.

1. Déterminer l'ensemble de définition de f.
2. Vérifier que, $\forall x \in Df : f(x) = -x + 5 - \dfrac{4}{x}$.

Exercice 7 : ***BAC 1994 Remplacement***

Soit u la fonction définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par : $u(x) = \dfrac{5 - x}{x + 3}$.

1. Préciser l'ensemble de définition Du de u.
2. Déterminer les réels a et b tels que, pour tout élément x de Du, $u(x) = a + \dfrac{b}{x+3}$.

3. Résoudre : a) $u(x) > 0$; b) $u(x) = 1$

<u>Exercice 8</u> : ***BAC 1995 Remplacement***

Soit g la fonction rationnelle définie par : $g(x) = \dfrac{2x-1}{2x+1}$. Déterminer, suivant les valeurs de x, le signe de $g(x)$.

<u>Exercice 9</u> : ***BAC Blanc 2005 Lycée Moderne de Treichville***

On considère la fonction rationnelle f définie par : $f(x) = \dfrac{-x^2}{x+1}$.

1. Déterminer l'ensemble de définition de f.
2. Déterminer les réels a, b et c tels que, pour tout x appartenant à Df, $f(x) = ax + b + \dfrac{c}{x+1}$.

CHAPITRE II : FONCTIONS NUMERIQUES

I- LIMITES

1- Approche de la nation

a- Limite finie en a
b- Limite infinie en a
c- Limite à l'infini

2- Limites de fonctions élémentaires

3- Opérations sur limites

4- Asymptotes

II- DERIVATION

1- Calculs de dérivées

a- Dérivées des fonctions élémentaires
b- Dérivées et opérations sur les fonctions

2- Application de la dérivation

a- Equation de la tangente
b- Dérivée et sens de variation
c- Extremum relatif d'une fonction
d- Théorème des valeurs intermédiaires

III- Etude de fonctions

1- Parité

2- Eléments de symétrie

a- Axe de symétrie
b- Centre de symétrie

CHAPITRE II: FONCTIONS NUMERIQUES

I- LIMITES

1- Approche de la notion de limite

a- Limite finie en a

Activité : Soit la fonction f définie par $f(x) = x^2 + 1$; Etudions le comportement de $f(x)$ lorsque x se rapproche du nombre réel 2 ; Compléter le tableau de valeurs ci-dessus à l'aide d'une calculatrice.

x	1,9	1,99	1,999	2	2,001	2,01	2,1
$f(x)$							

Que constatez-vous ?

On dit que : $f(x)$ tend vers 5 lorsque x tend vers 2.

: Ou la limite de f en 2 est 5.

On note $\lim_{x \to 2} f(x) = 5$

Exemple : Calculer les limites suivantes :

$\lim_{x \to -1} (x^3 + 5x^2 - 1)$; $\lim_{x \to 0} (3x^2 + 4)$; $\lim_{x \to 4} (2x - 7)$

b- Limite infinie en a

Activité : Soit la fonction g définie par $g(x) = \frac{1}{x-1}$; Etudions le comportement de g(x) lorsque x se rapproche du nombre réel 1.

A l'aide d'une calculatrice, compléter le tableau ci-dessus.

x	0,9	0,99	0,999	1	1,001	1,01	1,1
g(x)							

Que constatez- vous?

On dit que :

- g(x) tend vers $-\infty$ lorsque x tend vers 1 par valeurs inférieures ou la limite à gauche en 1 de la fonction g est $-\infty$. On note $\lim_{\substack{x \to 1 \\ <}} g(x) = -\infty$
- g(x) tend vers $+\infty$ lorsque x tend vers 1 par valeurs supérieures ou la limite à droite en 1 de la fonction g est $+\infty$. On note $\lim_{\substack{x \to 1 \\ >}} g(x) = +\infty$

c- Limite à l'infini

- limite finie à l'infinie

Activité : Soit la fonction h définie par $h(x)=\frac{1}{x}$. Etudions le comportement de $h(x)$ lorsque x prend des valeurs "de plus en plus grandes". A l'aide de la calculatrice, compléter le tableau suivant :

x	10	10^2	10^3	10^4	10^5
h(x)					

Que constatez-vous ?

On dit que h(x) tend vers 0 lorsque x tend vers $+\infty$.
Ou encore que 0 est la limite de h en $+\infty$.
On note $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)=0$

Remarque : De même on a "$\frac{1}{x}$ tend vers 0 lorsque x tend vers $-\infty$"

Ou "la limite en $-\infty$ de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x}$ est 0 ".

On note $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{1}{x}=0$

- limite infinie

Activité : Soit la fonction f définie par $f(x)=x^2$. Etudions le comportement de f(x) lorsque x prend des valeurs "de plus en plus grandes". A l'aide d'une calculatrice, compléter le tableau suivant :

x	10	10^2	10^3	10^4	10^5
h(x)					

Que constatez-vous ?

On dit que f(x) tend vers $+\infty$ lorsque x tend vers $+\infty$ ou encore la limite de f en $+\infty$ est $+\infty$.
On note $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.

Remarque : De même on a "x^2 tend vers $+\infty$ lorsque x tend vers $-\infty$" ou "la limite en $-\infty$ de la fonction $x \mapsto x^2$ est $+\infty$".

On note $\lim\limits_{x\to-\infty} x^2=+\infty$

2- Limite de fonctions élémentaires

a- Limite de fonctions élémentaires

$a\in\mathbb{R}$; $k\in\mathbb{R}$ et $n\in\mathbb{N}^*$

$\lim\limits_{x\to a} k=k$; $\lim\limits_{x\to+\infty} x^n=+\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{x}=0$; $\lim\limits_{x\to a} x^n=a^n$; $\lim\limits_{x\to-\infty} x^n=\begin{cases}-\infty & \text{si n est impair}\\ +\infty & \text{si n est pair}\end{cases}$;

$\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{1}{x}=0$; $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ <}}\frac{1}{x}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} k=k$; $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}}\frac{1}{x}=+\infty$; $\lim\limits_{x\to-\infty} k=k$

Exemple : Calculer les limites suivantes :

$\lim\limits_{x\to-\infty} x^2$; $\lim\limits_{x\to+\infty} x^3$; $\lim\limits_{x\to-\infty} x^3$; $\lim\limits_{x\to+\infty} x$;

$\lim\limits_{x\to-\infty} x$; $\lim\limits_{x\to+\infty} x^2$; $\lim\limits_{x\to-\infty} 102$; $\lim\limits_{x\to 2} -35$

3- Opération sur les limites

l et l' sont des nombres réels $a \in \mathbb{R} \cup \{-\infty ; +\infty\}$

Limite d'une somme

$\lim\limits_{x \to a} f(x)$	l	l	l	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$
$\lim\limits_{x \to a} g(x)$	l'	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$
$\lim\limits_{x \to a} (f+g)(x)$						

Limite d'un produit

$\lim\limits_{x \to a} f(x)$	l	l, $l < 0$	l, $l < 0$	l, $l > 0$	l, $l > 0$	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$
$\lim\limits_{x \to a} g(x)$	l'	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	0
$\lim\limits_{x \to a} (f \times g)(x)$									

Limite de l'inverse

$\lim\limits_{x \to a} f(x)$	l', $l' \neq 0$	0 et $g(x) \geq 0$	0 et $g(x) \leq 0$	$+\infty$ ou $-\infty$
$\lim\limits_{x \to a} \dfrac{1}{g(x)}$				

Remarque : Les points d'interrogation signifie qu'on ne peut pas conclure.

Exercice d'application :

$$f(x) = x^3 + 2x^2 + 3 + \frac{1}{x^2+5}$$

$$g(x) = (-2x^3 + 5x^2 + 1)(3x^2 + 6)$$

Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$

$$\lim_{x \to -\infty} (-2x^3 + 5x^2 + 1)(3x^2 + 6)$$

Car

Limite du quotient de deux fonctions

Remarque : Pour calculer la limite en a de $\frac{f}{g}$, il suffit de remarquer que $\frac{f}{g} = f \times \frac{1}{g}$ et d'utiliser les propriétés précédentes.

Méthode :

Pour déterminer la limite en a d'une fonction du type $\frac{f}{g}$ telle que f(a) = 0 et g(a) = 0, on peut parfois mettre (x - a) en facteur au numérateur et au dénominateur, puis simplifier.

Exercice d'application :

Soit $f(x)=\frac{x^2-9}{x-3}$. Calculer $\lim\limits_{x\to 3} f(x)$

$f(x)=\frac{x^2-9}{x-3}=$

- **Limite à l'infini de fonctions polynômes et fonctions rationnelles**

La limite en l'infini d'un polynôme est égale à la limite en l'infini de son monôme de plus haut degré.

$\lim\limits_{x\to\infty}\left(a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+......+a_1xa_0\right)=\lim\limits_{x\to\infty} a_nx^n$

Exercice d'application : Soit $f(x)=7x^3+4x^2-5x+1$

Déterminer la limite de $f(x)$ en $-\infty$.

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty} 7x^3+4x^2-5x+1$

$=\lim\limits_{x\to-\infty}$ .... =

La limite en l'infini d'une fonction rationnelle est égale à la limite en l'infini du quotient des monômes de plus haut degré du numérateur et du dénominateur.

$$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{a_px^p+a_{p-1}x^{p-1}+..........+a_1x+a_0}{b_qx^q+b_{q-1}x^{q-1}+..........+b_1x+b_0}=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{a_px^p}{b_qx^q}$$

Exercice d'application :

Soit $g(x)=\frac{4x^3-3x^2+2x+5}{5x^5+4x^3-7x+3}$

Déterminer la limite de g (x) en $+\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{4x^3-3x^2+2x+5}{5x^5+4x^3-7x+3}$

$=\lim\limits_{x\to+\infty}$ ....

Soit $h(x) = \dfrac{1}{1-x}$.

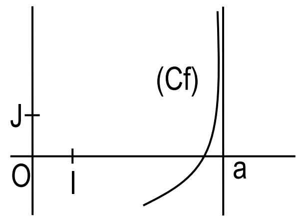
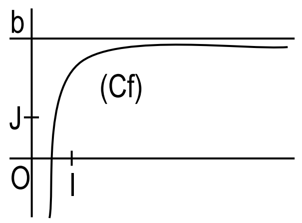
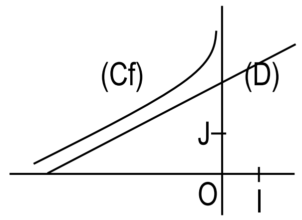
Calculer $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ <}} h(x)$ et $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ >}} h(x)$

$\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ <}} h(x) = \lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ <}} \dfrac{1}{1-x} =$ .... = ...

$\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ >}} h(x) = \lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ >}} \dfrac{1}{1-x} =$ .... = ...

4- Asymptotes

$a \in \mathbb{R}$, $b \in \mathbb{R}$, (Cf) est la courbe de la fonction f dans le plan muni d'un repère

Limite	Interprétation	Figures
$\lim\limits_{x \to a} f(x) = +\infty$ ou $\lim\limits_{x \to a} f(x) = -\infty$	La droite d'équation x = a est asymptote verticale à (Cf).	
$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = b$ ou $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = b$	La droite d'équation y = b est asymptote horizontale à (Cf).	
$\lim\limits_{x \to +\infty} \left[f(x) - (ax+b)\right] = 0$ ou $\lim\limits_{x \to -\infty} \left[f(x) - (ax+b)\right] = 0$	La droite (D) d'équation y = ax + b est asymptote oblique à (Cf) en l'infini.	

Exemples : Le plan est muni d'un repère (O, I, J)

Exemple 1 :

Soit f la fonction définie par $f(x) = \dfrac{x^2 + 3x + 1}{x - 2}$ et (C_f) sa représentation graphique.

Calculer $\lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ <}} f(x)$. Interpréter le résultat obtenu.

Exemple 2 :

Soit g la fonction définie par $g(x)=\dfrac{6x+1}{2x-5}$ et (C_g) sa représentation graphique.

Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ et interpréter le résultat.

Exemple 3 :

Soit $h(x)=\dfrac{x^2-3}{x-2}$

On note (C_h) sa courbe représentative graphique.
Montrer que la droite (D) d'équation $y=x+2$ est asymptote à (C_h).

II- DERIVATION

1- Calculs de dérivées

a- Dérivées de fonctions élémentaires

Le tableau ci-dessous donne les formules de dérivations des fonctions élémentaires.

f(x)	f est définie sur	f est dérivable sur	f'(x)
$k(k\in\mathbb{R})$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	0
x	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	1
$x^n(n\in\mathbb{N};n\geq 2)$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	nx^{n-1}
$\dfrac{1}{x}$	$\mathbb{R}^*$	$\mathbb{R}^*$	$-\dfrac{1}{x^2}$
$\sqrt{x}$	$\mathbb{R}^+$	$\mathbb{R}^*_+$	$\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

Remarque : L'ensemble des nombres réels où une fonction est dérivable est l'ensemble de dérivabilité de cette fonction.

b- Dérivées et opérations sur les fonctions

Le tableau ci-dessous donne les formules de dérivations de la somme, du produit et du quotient de deux fonctions dérivables.

Fonction	$f+g$	$kf(k\in\mathbb{R})$	fg	$\dfrac{1}{g}$	$\dfrac{f}{g}$
Dérivée	$f'+g'$	kf'	$f'g+fg'$	$\dfrac{-g'}{g^2}$	$\dfrac{f'g-g'f}{g^2}$

Exemples :

Exemple 1:

Soit $g(x)=x^2+5x+3$. Déterminer g'(x).

$g'(x)=\left(x^2+5x+3\right)'=$

$=$

Exemple 2:

Soit $g(x)=6x^2+3x+7$. Déterminer g'(x).

$g'(x)=\left(6x^2+3x+7\right)'=$

$=$

Exemple 3:

Soit $g(x) = (5x + 3x).(7x - 2)$. Déterminer g'(x).

$(f \times g)' =$

$g'(x) = ((5x + 3).(7x - 2))' =$

$=$

$=$

Exemple 4:

Soit $g(x) = \dfrac{1}{7x + 3}$. Déterminer g'(x).

$\left(\dfrac{1}{f}\right)' =$

$g'(x) = \left(\dfrac{1}{7x + 3}\right)' =$

$=$

Exemple 5:

Soit $g(x) = \dfrac{7x + 2}{5x + 4}$. Déterminer g'(x).

$\left(\dfrac{.........}{..........}\right)' =$

$g'(x) = \left(\dfrac{7x + 2}{5x + 4}\right)' =$

$=$

$=$

2- Application de la dérivation

a- Equation de la tangente

Propriété

Soit f une fonction, (C) sa représentation graphique et M un point de (C) d'abscisse a.
Lorsque f est dérivable en a, une équation de la tangente en M à la courbe (C) est : $y = f'(a)(x - a) + f(a)$

Exemple 1: Soit $f(x) = x^2 + 3x + 4$

Déterminer l'équation de la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse a = 1.

$f(x) = x^2 + 3x + 4$ $\qquad\qquad$ $f'(x) =$

$f(1) =$ $\qquad\qquad$ $f'(1) =$

$(T): y =$

$y =$

$(T): y =$

Exemple 2: Soit $g(x)=\frac{4x+2}{x+3}$

Déterminer l'équation de la tangente (T) à (C_g) au point d'abscisse a = 0.

$g(x)=\frac{4x+2}{x+3}$ $\qquad\qquad$ $g'(x)=$

$g(0)=$ $\qquad\qquad$ $g'(0)=$

$(T): y=$

$\quad y=$

$(T): y=$

Exemple 2: Soit $h(x)=x^2-4x+1$

Déterminer l'équation de la tangente (T) à (C_h) au point d'abscisse a = 0.

$h(x)=x^2-4x+1$ $\qquad\qquad$ $h'(x)=$

$h(2)=$ $\qquad\qquad$ $h'(2)=$

$(T): y=$

$\quad y=$

$(T): y=$

Remarque :

Si $f'(a)=0$ alors la tangente à (C_f) au point d'abscisse a est parallèle à l'axe (OI). On dit qu'il y a une tangente horizontale.

b- Dérivée et sens de variation

Propriété

Soit f une fonction dérivable sur un intervalle ouvert I.

- f' est positive sur I alors f est croissante sur I.
- f' est négative sur I alors f est décroissante sur I.
- f' est nulle sur I alors f constante sur I.

Exemple : Soit g la fonction définie par $g(x)=\frac{1}{x}$. Etudier le sens de variations de g sur son ensemble de définition D_g.

c- Extremum relatif d'une fonction.

Propriété

Soit f une fonction dérivable sur un intervalle $]a;b[$ et x_0 un élément appartenant à $]a;b[$.

Si f' s'annule et change de signe en x_0 alors f admet un extremum relatif en x_0.

x	a	x_0	b
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$\nearrow$	M	$\searrow$

f admet un maximum relatif M en x_0.

x	a	x_0	b
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$\searrow$	m	$\nearrow$

f admet un minimum relatif m en x_0.

Exercice d'application :

Soit f la fonction définie par $f(x)=\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{x^2}{2}+1$.

1. Déterminer l'ensemble de définition D_f de la fonction f.
2. Calculer $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$.
3. Calculer la dérivée f' de f.
4. Etudier le signe de f'(x) sur D_f puis en déduire le sens de variation de la fonction f.
5. Dresser le tableau de variation de f.
6. Préciser les extremums relatifs de f.

d- Théorème des valeurs intermédiaires

Propriété :

Soit une fonction f dérivable et strictement monotone sur un intervalle I. a et b deux éléments de I tels que $a < b$ si $f(a) \times f(b) < 0$ alors l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution dans l'intervalle $]a;b[$.

Exemple : Soit la f la fonction définie par $f(x) = x^3 + x + 1$

1. Déterminer l'ensemble de définition D_f de f.
2. Calculer $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$.
3. Calculer f' la fonction dérivée de f.
4. Etudier le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de x puis en déduire le sens de variation de f.
5. Dresser le tableau de variation de f.
6. Monter que l'équation $f(x)= 0$ admet une solution unique α sur l'intervalle $]-1;0[$
7. Donner un encadrement de α d'amplitude 0,01.
8. Donner un encadrement de α d'amplitude 0,25.

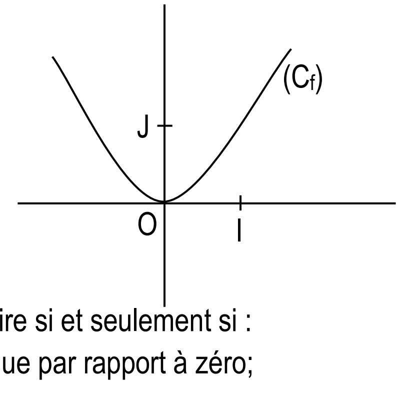
III- ETUDE DE FONCTION

1- Parité

Soit f une fonction ayant pour ensemble de définition D_f et pour représentation graphique (C_f) dans le plan muni d'un repère orthogonal (O, I, J).

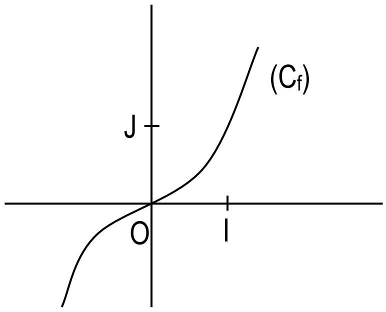
- f est une fonction paire si et seulement si :
  - D_f est symétrique par rapport à zéro (0);
  - Pour tout x élément de D_f, $f(-x)= f(x)$.

Interprétation graphique : (C_f) est symétrique par rapport à la droite (OJ).



- f est une fonction impaire si et seulement si :
  - D_f est symétrique par rapport à zéro;
  - Pour tout x élément de Df, $f(-x)= -f(x)$.

Interprétation graphique : (C_f) est symétrique par rapport à 0 (l'origine du repère).



Remarque : Si la fonction f est paire ou impaire, on peut étudier f seulement sur $D_f \cap [0;+\infty[$.

Exemples : Etudier la parité de chacune des fonctions suivantes :

1) $f(x)=x^2$; 2) $f(x)=x^3$; 3) $f(x)=\dfrac{x+1}{x-1}$

2- Eléments de symétrie

a- Axe de symétrie

On considère une fonction f définie sur son ensemble de définition D_f, (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthogonal (O, I, J).

Pour montrer que la droite (D) d'équation x = a est un axe de symétrie de (C_f), on peut procéder comme suit :

1ère méthode : On montre que la fonction $g : x \mapsto f(x+a)$ est paire.

2ème méthode :

On montre que : $\forall x \in \mathbb{R}$, $(a-x) \in D_f \Leftrightarrow (a+x) \in D_f$ et on vérifie que $\forall x \in \mathbb{R}$, $f(a-x)=f(a+x)$

Exemple : Soit f la fonction définie par $f(x)=x^2-4x+5$, de courbe représentative (C_f) dans un repère orthogonal (O, I, J). Montrer que la droite (D) d'équation x = 2 est axe de symétrie de (C_f).

b- Centre de symétrie

On considère une fonction f définie sur son ensemble de définition D_f, (C_f) sa courbe représentative dans un repère (O, I, J).

Pour montrer que le point $\Omega(a;b)$ est un centre de symétrie de (C_f) on peut procéder comme suit :

1ère méthode : On montre que la fonction $h : x \mapsto f(x+a)-b$ est impaire.

2ème méthode : On montre que : $\forall x \in \mathbb{R}$, $(a-x) \in D_f \Leftrightarrow (a+x) \in D_f$ et on vérifie que $\forall x \in \mathbb{R}$

$$\frac{f(a+x)+f(a-x)}{2}=b$$

Exemple : Soit f la fonction définie par $f(x)=\dfrac{x^2+3}{x-1}$, de courbe représentative (C_f) dans un repère (O, I, J). Montrer que le point $A(1;2)$ est un centre de symétrie de (C_f).

EXERCICES DE RENFORCEMENT

Exercice 1 : ***Adapté du BAC 1994 Remplacement***
Le plan est muni d'un repère (O, I, J).

Soit la fonction $f(x)=\dfrac{-x+5}{x+3}$.

1. Préciser D_f l'ensemble de définition de f.
2. Déterminer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$; $\lim\limits_{\substack{x \to -3 \\ <}} f(x)$; $\lim\limits_{\substack{x \to -3 \\ >}} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.

   Interpréter les résultats obtenus.
3. Déterminer f' la fonction dérivée de f.
4. Etudier les variations de f et dresser le tableau.

Exercice 2 : ***BAC 1992 Session normale***
On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=-x^3+3x^2+1$. Soit (C_f) la représentation graphique de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

1. Démontrer que (C_f) passe par les points A (0 ; 1) et B (1 ; 3).
2. Démontrer que (OB) est tangente à (C_f).
3. Etudier les variations de la fonction f.

Exercice 3 : Soit g la fonction définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par : $g(x): \dfrac{x^2-2x+5}{x-1}$ de représentation graphique (C_g) dans le plan muni d'un repère (O, I, J).

1. Déterminer l'ensemble de définition D_g de g et l'écrire sous forme de réunion d'intervalles.
2. Calculer les limites suivantes : $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x)$; $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$; $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ <}} g(x)$; $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ >}} g(x)$ puis interpréter si possible.
3. Calculer la fonction dérivée g' de g.
4. Etudier le signe de g' sur D_g puis en déduire le sens de variation de g.
5. Dresser le tableau de variation de g.
6. Déterminer les nombres réels a, b et c tels que pour tout x élément de D_g, $g(x)=ax+b+\dfrac{c}{x-1}$.
7. Démontrer que la droite (D) d'équation $y=x-1$ est une asymptote à (C_g).
8. Etudier les positions relatives de (D) et (C_g).
9. Démontrer que le point E(1 ; 0) est un centre de symétrie de (C_g).

Exercice 4
Le plan est muni du repère orthogonal (O, I, J).

Soit f la fonction définie par : $f(x)=x-1-\dfrac{1}{x-2}$ et (C) sa représentation graphique.

1. a) Ecrire l'ensemble de définition D_f de f sous forme d'une réunion d'intervalles.

   b) Calculer les limites de f aux bornes de D_f.
2. a) Déterminer la fonction dérivée f' de f. En déduire le sens de variation de f.

   b) Dresser le tableau de variation de f.
3. a) Démontrer que la droite (D) d'équation $y=x-1$ est asymptote à (C).

   b) Etudier la position relative de (C) et (D).
4. a) Démontrer que le point $\Omega(2;1)$ est un centre symétrie de (C).

   b) Construire (C).

CHAPITRE III : FONCTION LOGARITHME NEPERIEN

I- DEFINITION ET CONSEQUENCES

1- Définition

2- Conséquences

- Le nombre réel e

3- Représentation graphique de la fonction

4- Les limites de référence

II- PROPRIETES ALGEBRIQUES

1- Propriété fondamentale

2- Conséquences de la propriété fondamentale

III- EQUATIONS ET INEQUATIONS

IV- ETUDE DE FONCTIONS

CHAPITRE III : FONCTION LOGARITHME NEPERIEN

ln

Activité : A l'aide de la touche d'une calculatrice scientifique, compléter le tableau suivant :

x	-15	-12	-1	0	0,09	0,5	0,8	1	3	5	8,5	10
$\ln x$												

Que constatez-vous?

I- DEFINITION ET CONSEQUENCES

1- Définition

On appelle fonction logarithme népérien, la fonction numérique définie sur $]0;+\infty[$, s'annulant en 1 et qui a pour dérivée la fonction $x \mapsto \frac{1}{x}$.

Notation : $\ln :]0;+\infty[\to \mathbb{R}$

$x \mapsto \ln(x)$ ou $\ln x$

2- Conséquences

On déduit de la définition précédente les conséquences suivantes :

- L'ensemble de définition de la fonction $\ln$ est $]0;+\infty[$.
- Pour tout nombre réel strictement positif $(\ln x)' = \frac{1}{x}$.
- $\ln(1) = 0$.
- La fonction $\ln$ est strictement croissante sur $]0;+\infty[$.
- Pour $x \in]0;1[$, $\ln(x) < 0$ et pour $x \in]1;+\infty[$, $\ln(x) > 0$.

- **Le nombre réel e**

Il existe un unique nombre réel noté e et vérifiant $\ln(e) = 1$, $e \approx 2{,}718$

Pour tout nombre rationnel r, on a $\ln e^r = r$.

3- Représentation graphique de la fonction ln

Le plan est muni du repère orthogonal (O, I, J). Soit (C) la représentation graphique de la fonction $\ln$

OI = 1 cm ; OJ = 2 cm

Compléter le tableau de valeurs suivant et construire la représentation graphique (C) de la fonction $\ln$.

x	0,2	0,5	0,9	1	2	3	4	5	6	8	10
$\ln x$											

4- Limites de référence

Observer la représentation graphique de la fonction et conjecturer les limites.

Nous admettons les propriétés suivantes :

Propriétés : $\lim_{x \to 0^{>}} \ln x = -\infty$; $\lim_{x \to +\infty} \ln x = +\infty$; $\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$; $\lim_{x \to 0^{>}} x \ln x = 0$

Exemples de calculs de limites : Calculer les limites suivantes :

$\lim_{x \to 0^{>}} (x + 5 + \ln x)$; $\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{1}{x} + \ln x\right)$; $\lim_{x \to 0^{>}} \left(\frac{1}{x} + \ln x\right)$; $\lim_{x \to +\infty} (x - \ln x)$

II- PROPRIETES ALGEBRIQUES

1- Propriété fondamentale

Compléter à l'aide de la calculatrice, le tableau ci-dessous.

a	b	ab	lna	lnb	$\ln(a) + \ln(b)$	$\ln(ab)$
3	2					
4	7					
7	6					
2,5	4					

Comparer $\ln(a) + \ln(b)$ et $\ln(ab)$

Propriété fondamentale :

Pour tous nombres réels a et b strictement positifs, on a : $\ln(a \times b) = \ln(a) + \ln(b)$.

2- Conséquences de la propriété fondamentale

Propriétés : Pour tous nombres réels a et b strictement positifs et pour tout entier relatif n on a:

$\ln\left(\frac{1}{a}\right) = -\ln(a)$; $\ln(a^n) = n\ln(a)$

$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$; $\ln\left(\sqrt{a}\right) = \frac{1}{2}\ln(a)$

Exemples :

1. Ecrire si possible en fonction de $\ln(2)$ et $\ln(3)$.

   $\ln(6) = \ln$

   $\ln\left(\frac{3}{2}\right) =$

   $\ln(12) = \ln$

   $\ln(8) =$

   $\ln\left(\sqrt{3}\right) =$

2. Sachant que $\ln(2) = 0{,}69$ et $\ln(3) = 1{,}09$.

   Calculer $\ln(6)$; $\ln\left(\frac{3}{2}\right)$; $\ln(12)$; $\ln(8)$ et $\ln\left(\sqrt{3}\right)$

III- EQUATIONS ET INEQUATIONS

1- Equations

Méthode : Pour résoudre une équation du type $\ln\left[u(x)\right] = \ln\left[v(x)\right]$ on procède comme suit:

- On détermine V l'ensemble de validité de l'équation; cela revient à trouver l'ensemble des nombres réels x tels que: $u(x) > 0$ et $v(x) > 0$.
- On résout dans V l'équation $u(x) = V(x)$.

Exemple : Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $(E): \ln(x+2) = \ln(-x+5)$

Exercices : Résoudre dans $\mathbb{R}$ chacune des équations suivantes:

$(E_1): \ln(2x-8) = \ln(x+2)$

$(E_2): \ln(3x-9) = 0$

$(E_3): \ln(2x+4) = \ln(x)$

$(E_4): \ln\left(2x^2-3x+1\right) = 0$

$(E_5): \ln(x+3) + \ln(x+5) = \ln(15)$

2- Inéquations

Méthode :

Pour résoudre une inéquation du type $\ln\left[u(x)\right] < \ln\left[v(x)\right]$:

- On trouve l'ensemble de validité V de l'inéquation; cela revient à trouver l'ensemble des nombres réels x tels que: $u(x) > 0$ et $v(x) > 0$.
- On résout dans V l'inéquation $u(x) < v(x)$.

Exemple : Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante:

$(I): \ln(x+3) > \ln(-x+2)$

Exercices : Résoudre dans $\mathbb{R}$ chacune des équations suivantes:

$(I_1): \ln(2x+1) > \ln(x+4)$

$(I_2): \ln(-2x+2) > 0$

$(I_3): \ln\left(\frac{2x+1}{x-2}\right) \leq 0$

$(I_4): \ln\left(2x^2-3x+1\right) < 0$

IV- ETUDE DE FONCTIONS

Exemple: Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). Soit la fonction f définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par $f(x) = 4x - \ln x$ et (C) sa représentation graphique.

1. Déterminer son ensemble de définition D_f de f.
2. a) Calculer la limite de f en 0 et interpréter graphiquement ce résultat.

   b) Vérifier que pour tout x élément de D_f, $f(x) = x\left(4 - \frac{\ln x}{x}\right)$ puis calculer la limite de f lorsque x tend vers $+\infty$.
3. Calculer la dérivée f' de la fonction f.
4. a) Etudier le signe de $f'(x)$ puis en déduire le sens de variation de f.

   b) Dresser le tableau de variation de f.
5. a) Compléter le tableau de valeurs suivant:

x	0,25	0,5	1	2	3	4	5	6
$f(x)$								

   b) Construire (C).

EXERCICES DE RENFORCEMENT

Exercice 1:

Ecrire les nombres suivants en fonction de $\ln 2$.

$\ln(4)$; $\ln(32)$; $\ln\left(\frac{1}{8}\right)$; $\ln(0,5)$; $\ln(64)-\ln(16)$; $\ln(8)-\ln\left(2^5\right)$.

<u>Exercice 2</u> :

Ecrire les nombres suivants sous la forme $\ln a\,(a>0)$.

$3\ln 2+\ln 3$; $\frac{1}{2}\ln 2+3\ln 3$; $5\ln 2-4\ln 3$; $5\ln 2-4\ln 3$; $4\ln 2-\frac{1}{2}\ln 3$

<u>Exercice 3</u>:

Donner une valeur exacte de chacun des nombres suivants :

$\ln(2e)$; $\ln\left(e^{-3}\right)$; $\ln\left(8e^2\right)$; $\ln\left(e+e^2\right)$; $\ln\left(e+e^2\right)-\ln\left(1+\frac{1}{e}\right)$

<u>Exercice 4</u>:

Ecrire l'expression $f(x)$ sous forme d'une somme sur l'intervalle I.

a) $f(x)=\ln\left[e^4(x-1)\right]$; $I=\left]1;+\infty\right[$

b) $f(x)=\ln\left(x^2-9\right)$; $I=\left]3;+\infty\right[$

c) $f(x)=\ln\left(\frac{e}{x}\right)$; $I=\left]0;+\infty\right[$

d) $f(x)=\ln\left(\frac{8}{1+x^2}\right)$; $I=\mathbb{R}$

<u>Exercice 5</u>:

Résoudre dans $\mathbb{R}$ chacune des équations suivantes:

$(E_1)\ \ln(2x+1)=0$; $(E_2)\ \ln(2x+1)=\ln(x-3)$; $(E_3)\ \ln\left(x^2-5x+6\right)=0$; $(E_4)\ \ln\left(x^2-4\right)=0$;

$(E_5)\ \ln\left(\frac{2x+1}{3x-2}\right)=0$

<u>Exercice 6</u>:

Résoudre dans $\mathbb{R}$ chacune des inéquations suivantes:

$(I_1)\ \ln(2x+1)\geq 0$; $(I_2)\ \ln(2x-3)\leq\ln(4x+1)$; $(I_3)\ \ln\left(x^2-4\right)\leq 0$; $(I_4)\ \ln(x+2)+\ln(x+5)>\ln(3x+24)$;

$(I_5)\ \ln\left(\frac{3x-2}{2x+1}\right)\geq 0$

<u>Exercice 7</u>:

Soit g la fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $g(x)=1-x+\ln(x)$ de représentation graphique (C) dans le plan muni d'un repère orthogonal (O, I, J).

1. Déterminer l'ensemble de définition D_g de g.
2. Calculer $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} g(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ et interpréter si possible les résultats.
3. Calculer la fonction dérivée g' de g.
4. a) Etudier le signe de g'(x) et en déduire le sens de variation de g.
   b) Dresser le tableau de variation de g sur D_g.
5. Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe (C) au point d'abscisse e.
6. a) Compléter le tableau de valeurs suivant:

x	0,1	0,3	0,5	0,7	1	1,5	2	3	5	7	8
$g(x)$											

b) Construire (C) et (T).

<u>Exercice 8</u> :

Partie A

Soit g la fonction définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par $g(x)=\dfrac{2x+1}{x}$; (C_g) la représentation graphique de g dans le plan muni d'un repère orthogonal (O, I, J).

1. déterminer l'ensemble de définition D_g de la fonction g.
2. a) Calculer les limites de g en 0, en $+\infty$ et en $-\infty$.
   b) Interpréter graphiquement les résultats.
3. Montrer que le point $\Omega\begin{pmatrix}0\\2\end{pmatrix}$ est un centre de symétrie pour (C_g).
4. Justifier que : $\forall x \in \left]-\infty;-\dfrac{1}{2}\right[\cup \left]0;+\infty\right[,\ g(x)>0$

   $\forall x \in \left]-\dfrac{1}{2};0\right[,\ g(x)<0$

Partie B

On donne maintenant la fonction f définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par $f(x)=2x+3+\ln x$ de courbe représentative (C_f) dans un repère orthogonal (O, I, J) tel que OI = 2 cm et OJ = 1 cm.

1. Déterminer D_f son ensemble de définition.
2. Calculer les limites de f en 0 et en $+\infty$ puis interpréter graphiquement si possible les résultats.
3. a) Vérifier que $f'(x)=g(x)$; f' étant la dérivée de f.
   b) En déduire les variations de f.
   c) Dresser le tableau de variation de f.
4. Compléter le tableau de valeurs suivant:

x	0,25	0,5	0,9	1	2	3	4	5
$f(x)$								

5. Construire (C_f).

CHAPITRE IV : FONCTION EXPONENTIELLE NEPRERIENNE

I- DEFINITION ET CONSEQUENCES

1- Définition

2- Conséquences

3- Représentation graphique de la fonction

4- Limites de référence

II- PROPRIETES

1- Propriété fondamentale

2- Conséquences de la propriété fondamentale

3- Dérivée de la fonction

III- EQUATIONS ET INEQUATIONS

IV- ETUDE DE FONCTIONS

CHAPITRE IV : FONCTION EXPONENTIELLE NEPRERIENNE

I- DEFINITION ET CONSEQUENCES

1- Définition :

On appelle fonction exponentielle népérienne, notée exp, la fonction réciproque de la fonction logarithme népérien.

$$\begin{cases} b = \exp(a) \\ a \in \mathbb{R} \end{cases} \quad \text{Equivaut à} \quad \begin{cases} a = \ln(b) \\ b \in]0;+\infty[\end{cases}$$

<u>Notation</u> e^x : On sait que pour tout nombre rationnel r on a $\ln(e^r) = r$ donc $\exp(r) = e^r$

On convient d'étendre cette écriture à tout nombre réel x ; $\exp(x) = e^x$

2- <u>Conséquences :</u>

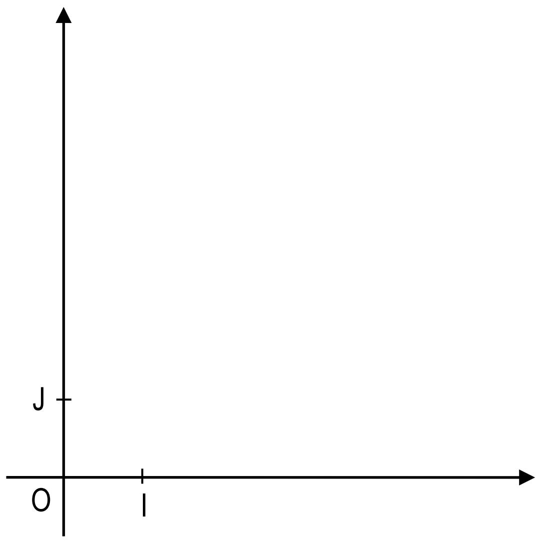
- $\begin{cases} b = e^a \\ a \in \mathbb{R} \end{cases}$ équivaut à $\begin{cases} a = \ln(b) \\ b \in]0;+\infty[\end{cases}$
- Pour tout nombre réel a on a : $e^a > 0$
- Pour tout nombre réel a, on a. $\ln(e^a) = a$
- Pour tout nombre réel a strictement positif on a: $e^{\ln a} = a$.

3- <u>Représentation graphique de la fonction</u>

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J).
Soit (C) la représentation graphique de la fonction exponentielle népérienne.
A l'aide de la touche e^x d'une calculatrice scientifique, compléter le tableau de valeurs suivant :

x	-2,5	-2	-1,5	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	3
e^x										

Construire la courbe représentative (C) de la fonction.



4- <u>Limite de référence</u>

<u>Propriétés</u> : $\lim_{x \to -\infty} e^x = 0$; $\lim_{x \to -\infty} xe^x = 0$;

$\lim_{x \to +\infty} e^x = +\infty$; $\lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$

Exemples : Calculer les limites suivantes.

$\lim\limits_{x \to -\infty} \left(x + e^x\right)$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(x + e^x\right)$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(2x + 1 - e^x\right)$; $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ <}} \left(\dfrac{e^x}{x-1}\right)$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\dfrac{e^x}{x-1}\right)$

II- PROPRIETES

1- Propriété fondamentale

Propriété : Pour tous nombres réel a et b on a ; $e^{a+b} = e^a \times e^b$

2- Conséquences :

Propriétés : Pour tous les nombres réels a et b et pour tout nombre rationnel n on a :

$$e^{-a} = \frac{1}{e^a}; \qquad e^{a-b} = \frac{e^a}{e^b}; \qquad e^{na} = \left(e^a\right)^n$$

$e^a = e^b$ équivaut à $a = b$; $e^a < e^b$ équivaut à $a < b$

3- Dérivée de la fonction

Propriété :

La fonction exponentielle népérienne est dérivable sur $\mathbb{R}$ et sa dérivée est la fonction $x \mapsto e^x$.

NB: La fonction exponentielle népérienne à la particularité d'être égale à sa dérivée. Pour tout nombre réel, on a $\left(e^x\right)' = e^x$, donc la fonction exponentielle est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

III- EQUATIONS ET INEQUATIONS

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$

   $(E_1): e^{2x+3} = e^{x+1}$; $(I_1): e^{2x-3} \geq e^2$

   $(E_2): e^{2x+3} = 1$; $(I_2): e^{x-1} < e^{3x+1}$

   $(E_3): \ln x = 4$; $(I_3): \ln x \geq \dfrac{1}{2}$

   $(E_4): (\ln x)^2 + 3(\ln x) + 2 = 0$; $(I_4): (\ln x)^2 + 3(\ln x) + 2 \geq 0$

   $(E_5): \left(e^x\right)^2 + 3\left(e^x\right) - 2 = 0$; $(I_5): 2\left(e^x\right)^2 + 3\left(e^x\right) - 2 < 0$

2. Résoudre dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$, les systèmes d'équations:

   $(S_1)\begin{cases} 2e^x - e^y = -2 \\ 4e^x + e^y = 5 \end{cases}$; $(S_2)\begin{cases} 2\ln x + 3\ln y = 2 \\ 3\ln x + 4\ln y = -2 \end{cases}$

IV- ETUDE DE FONCTIONS

Exemple : Soit g la fonction définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par $g(x) = (1-x)e^x$; (C_g) la représentation graphique de la fonction dans le plan muni d'un repère orthogonal (O, I, J).

1. Déterminer son ensemble de définition D_g.

2. Calculer les limites de g en $+\infty$ et en $-\infty$ et interpréter si possible les résultats.
3. a) Calculer g' la fonction dérivée de g.
   b) Etudier le signe de g'(x) et en déduire le sens de variation de g.
   c) Dresser le tableau de variation de g.
4. Compléter le tableau de valeurs suivant:

x	-2	-1	0	0,25	0,5	1	2	3
$g(x)$								

5. Construire (C_g).

EXERCICES DE RENFORCEMENT

Exercice 1 : Calculer

$a = \ln\left[\exp(-4)\right]$; $b = \exp\left[2\ln(3) - 1\right]$; $c = \ln\left[\exp(0,7)\right]$; $d = \exp(1 + \ln 2)$

Exercice 2 : Ecrire les nombres suivants sous la forme e^a ; $(a \in \mathbb{R})$

$b = e^3 \times e^5$; $c = \dfrac{e^{10}}{e^6}$; $d = e^4 \times e^{-7}$; $r = e \times \dfrac{1}{e^{-3}}$; $m = \left(e^{-2}\right)^3$; $n = \left(e^4\right)^2$

Exercice 3 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes:

a) $e^{-5x+4} = 2$; b) $\dfrac{4e^x - 3}{e^x} = 1$; c) $3\ln x = 2$; d) $\ln x = -1$; e) $2\ln x - 1 = 0$; f) $\ln(x) = 1,2$

Exercice 4:

1. Démontrer que pour tout nombre réel x; $e^{2x} - 5e^x + 6 = \left(e^x - 3\right)\left(e^x - 2\right)$
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $e^{2x} = 5e^x - 6$

Exercice 5 : Résoudre les inéquations suivantes dans $\mathbb{R}$:

a) $e^{-5x+2} < 1$; b) $4e^x - 5 > e^x + 1$; c) $2 - 3e^{-x} \leq 0$; d) $\left(2 - e^x\right)\left(e^x - 3\right) > 0$; e) $4e^{-x} - e^x < 0$;

f) $1 - e^{2x} \geq 0$

Exercice 6 :

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $x^2 - 4x - 5 = 0$.
2. Justifier que 2 est une solution de l'équation $(E): x^3 - 6x^2 + 3x + 10 = 0$.
3. Vérifier que pour tout nombre réel x, $x^3 - 6x^2 + 3x + 10 = (x - 2)\left(x^2 - 4x - 5\right)$.
4. En utilisant la question 3. Justifier que l'ensemble de solutions de l'équation (E) est $S(E) = \{-1; 2; 5\}$.
5. Utiliser les résultats des questions précédentes pour résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation
   $e^{3x} - 6e^{2x} + 3e^x + 10 = 0$

Exercice 7 :

Soit f la fonction définie par $f(x) = (1 - x)e^x$ de courbe représentative (C_f) dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J). L'unité est le centimètre.

1. Déterminer l'ensemble de définition D_f de la fonction f.
2. a) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

b) Vérifier que $\forall x \in \mathbb{R}$, $f(x) = e^x - xe^x$.

c) Calculer alors $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ et interpréter graphiquement le résultat.

3. a) Déterminer la dérivée f' de la fonction f.
   b) Etudier le signe de f'(x) et en déduire les variations de f.
   c) Dresser le tableau de variation de la fonction f.
4. Déterminer une équation de la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse -1.
5. Calculer f(1) et f(2) puis construire (T) et (C_f).

<u>Exercice 8</u> :

Soit g la fonction définie par $g(x) = \frac{e^x}{2x-1}$ de représentative graphique (C_g) dans le plan muni d'un repère orthogonal (O, I, J). OI = 2cm; OJ = 1cm.

1. Déterminer l'ensemble de définition D_g de la fonction g.
2. a) Vérifier que $\forall x \in D_g$, $g(x) = \frac{e^x}{x} \times \frac{x}{2x-1}$

   b) Calculer $\lim_{x \to +\infty} g(x)$.
3. a) Calculer $\lim_{x \to -\infty} g(x)$ et interpréter graphiquement le résultat.

   b) Calculer $\lim_{\substack{x \to \frac{1}{2} \\ <}} g(x)$ et $\lim_{\substack{x \to \frac{1}{2} \\ >}} g(x)$ puis interpréter le résultat.
4. Démontrer que $\forall x \in D_g$, $g'(x) = \frac{(2x-3)e^x}{(2x-1)^2}$; g' étant la dérivée de g.
5. Etudier le signe de $g'(x)$ puis en déduire le sens de variation de la fonction g.
6. Dresser le tableau de variation de la fonction g.
7. Compléter le tableau de valeurs suivant:

x	-1	-0,5	0	0,2	0,3	0,5	0,6	0,8	1	1,5	2	2,5
$g(x)$												

8. Construire les asymptotes et (C_g) dans le même repère.

CHAPITRE V : SUITES NUMERIQUES

I- GENERALITES

1- Définition

2- Mode de détermination d'une suite numérique
   a- Suites définies par une formule explicite
   b- Suites définies par une formule de récurrence

3- Représentation graphique d'une suite numérique

4- Sens de variation d'une suite numérique

II- SUITES ARITHMETIQUES

1- Définition

2- Sens de variation

3- Propriétés
   a- Formule explicite
   b- Somme de termes consécutifs

III- SUITES GEOMETRIQUES

1- Définition

2- Sens de variation

3- Propriétés
   a- Formule explicite
   b- Somme de termes consécutifs

CHAPITRE V : SUITES NUMERIQUES

I- GENERALITES

1- Définition :

On appelle suite numérique toute fonction de ¥ vers ¡ .

L'image de l'entier naturel n par la fonction U se note U(n) ou Un.

L'ensemble des termes de la suite U d'ensemble de définition E se note $(U_n)_{n\in E}$.

On note aussi U_n "le terme de rang n de la suite U".

Un est encore appelé le terme général de la suite U.

2- Mode de détermination d'une suite numérique

Il ya deux procédés usuels pour définir une suite.

a- Suites définies par une formule explicite

Une suite définie par une formule explicite est définie par une expression de type $U_n = f(n)$; f étant une fonction numérique à variable réelle qui permet de calculer Un en fonction de n.

Exemple :

Fonctions f(x)	$2x+7$	$3x^2-5x+4$	$\frac{x+2}{1+x}$
Suites U_n	$2n+7$	$3n^2-5n+4$	$\frac{n+2}{1+n}$

Calculer les termes U_0; U_3; U_5; et U_{10} dans chacun des cas.

b- Suites définies par une formule de récurrence

On peut définir une suite numérique $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ par la donnée:

- De son premier terme défini par une valeur numérique et son indice
- D'une formule de récurrence explicitant le calcul d'un terme à partir du terme précédent ou des termes précédents.

Exemple :

$\begin{cases} U_3 = 5 \\ U_{n+1} = 2U_n + 6 \end{cases}$; $\begin{cases} V_0 = 1 \\ V_{n+1} = 3V_n + 5 \end{cases}$

1. Calculer U_4; U_5 et U_6.
2. Calculer V_1; V_2; V_3 et V_4.

3- Représentation graphique d'une suite numérique

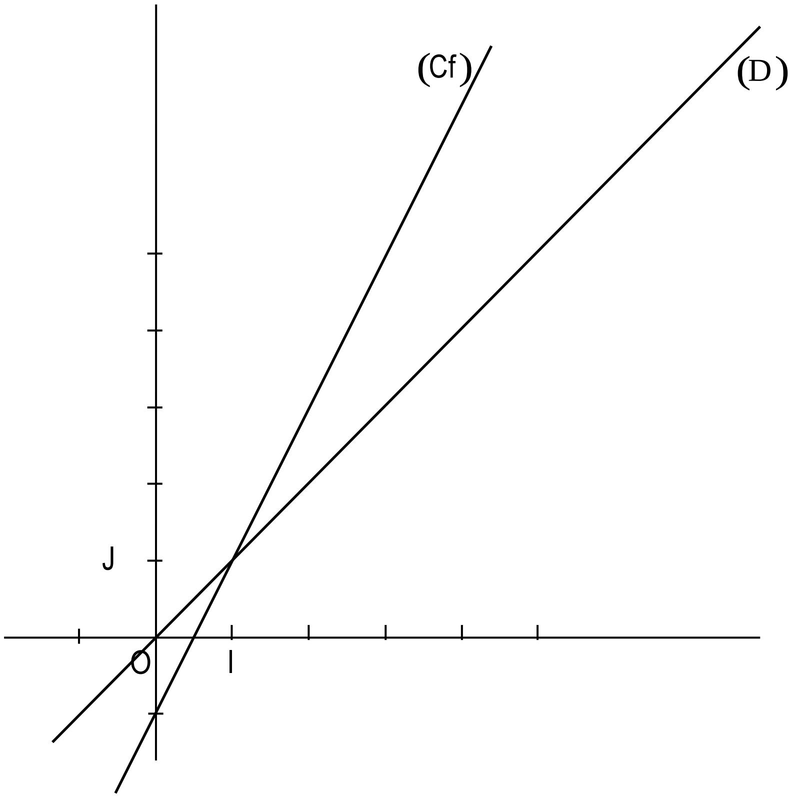
- Suite définie par une formule de récurrence.

Exemple :

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) on donne la suite U définie par: $\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = 2U_n - 1 \end{cases}$.

Désignons par f la fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $f(x) = 2x - 1$ de représentation graphique (C_f) et par (D) la droite d'équation $y = x$.

Représenter graphiquement quelques termes de cette suite à l'aide de (C_f) et de (D) sur l'axe (OI).



4- Sens de variation d'une suite numérique

Méthode : Pour étudier le sens de variation d'une suite U définie sur $\mathbb{N}$.

- On calcule la différence $U_{n+1} - U_n$.
- Puis on étudie le signe de $U_{n+1} - U_n$

- Si $\forall n \in \mathbb{N}$, $U_{n+1} - U_n > 0$ alors la suite (U_n) est strictement croissante.
- Si $\forall n \in \mathbb{N}$, $U_{n+1} - U_n < 0$ alors la suite (U_n) est strictement décroissante.
- Si $\forall n \in \mathbb{N}$, $U_{n+1} - U_n = 0$ alors la suite (U_n) est constante (ou stationnaire).

Remarque : Si (U_n) est une suite à termes positifs, on calcule le rapport $\frac{U_{n+1}}{U_n}$ puis on le compare à 1.

II- SUITES ARITHMETIQUES

1- Définition :

Soit $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite.

(U_n) est une suite arithmétique s'il existe un réel r tel que $U_{n+1} = U_n + r$.

Le réel r est appelé la raison de la suite arithmétique (U_n).

Exemple:

$$\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = U_n + 5 \end{cases}$$

(U_n) est une suite arithmétique de raison 5.

2- Sens de variation

(U_n) est une suite arithmétique de raison r.

- Si $r > 0$, alors la suite (U_n) est strictement croissante.
- Si $r < 0$, alors la suite (U_n) est strictement décroissante.
- Si $r = 0$, alors la suite (U_n) est constante (ou stationnaire).

3- Propriétés

a- Formule explicite

La suite arithmétique (U_n) de raison r et de premier terme U_p, $(p \in \mathbb{N})$ est définie par

$U_n = U_p + (n - p)r$ avec $n \geq P$.

Si P = 0 alors $U_n = U_0 + nr$

Exemple :

$\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = U_n + 5 \end{cases}$ et $\begin{cases} V_0 = 2 \\ V_{n+1} = V_n + 10 \end{cases}$

1- Préciser la raison de chacune des suites.
2- Déterminer la formule explicite de chacune des suites.

b- Somme des termes consécutifs

(Un) est une suite arithmétique. On a:

$$U_p + U_{p+1} + ...+ U_n = (n - p + 1) \times \frac{U_p + U_n}{2}$$

$$= \text{nombre de termes} \times \frac{1^{er} \text{ terme} + \text{dernier terme}}{2}$$

Remarque :

$$U_0 + U_1 + U_2 + ...+ U_n = (n+1)\left(\frac{U_0 + U_n}{2}\right)$$

$$U_1 + U_2 + U_3 + ...+ U_n = n\left(\frac{U_1 + U_n}{2}\right)$$

Exemple d'application

Soit $U_n = -2 + 3n$ une suite numérique.

1. Démontrer que (U_n) est une suite arithmétique et en déterminer le premier terme U_0 et la raison r.
2. Déterminer la formule de récurrence liant U_{n+1} à U_n.
3. Etudier les variations de la suite (U_n).
4. Calculer S la somme des premiers termes dans chacun des cas.
5. a) $S = U_0 + U_1 + ...+ U_9$

   b) $S = U_3 + U_4 + ...+ U_{15}$

III- SUITES GEOMETRIQUES

1- Définition :

Soit $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite.

(U_n) est une suite géométrique s'il existe un réel r tel que $U_{n+1} = qU_n$.

Le réel q est appelé la raison de la suite géométrique (U_n).

Exemple:

$$\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = 3U_n \end{cases}$$

(U_n) est une suite géométrique de raison 3.

2- Sens de variation

(U_n) est une suite géométrique à termes positif, de raison q différente de 1.

- Si $q > 0$, alors la suite (U_n)est croissante.
- Si $q < 0$, alors la suite (U_n)est décroissante.

3- Propriétés

a- Formule explicite

La suite géométrique (U_n) de raison q $(q \neq 1)$et de premier terme U_p $(p \in \mathbb{N})$est définie par la formule explicite $U_n = q^{n-p}.U_p$ avec $n \geq P$.

Si P = 0 alors $U_n = q^n U_0$

Exemple :

$$\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = 3U_n \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} V_4 = 6 \\ V_{n+1} = \frac{1}{2}V_n \end{cases}$$

1- Préciser la raison de chacune des suites.
2- Déterminer la formule explicite de chacune des suites.

b- Somme des termes consécutifs

(U_n) est une suite géométrique de raison q.

Si $(q \neq 1)$alors $U_p + U_{p+1} + ...+ U_n = U_p \times \frac{1 - q^{(n-p+1)}}{1-q}$

$$= 1\text{er terme} \times \frac{1 - \text{raison}^{(\text{nombre de terme})}}{1 - \text{raison}}$$

Remarque :

$$U_1 + U_2 + ...+ U_n = U_1 \times \frac{1-q^n}{1-q}$$

$$U_0 + U_1 + U_2 + ...+ U_n = U_0 \times \frac{1-q^{(n+1)}}{1-q}$$

Si $q = 1$alors $U_p + U_{p+1} + ...+ U_n = (n - p + 1) \times U_p$

$$= \text{nombre de termes} \times 1^{er} \text{ terme}$$

Exemple d'application

Soit $U_n = 3.(2^n)$ une suite numérique.

1. Démontrer que (U_n)est une suite géométrique et en déterminer le premier terme U_0 et la raison q.
2. Déterminer sa formule de récurrence liant U_{n+1} à U_n.
3. Etudier les variations de la suite (U_n).

4. Calculer S la somme des premiers termes dans chacun des cas.
5. a) $S = U_0 + U_1 + ... + U_9$

   b) $S = U_3 + U_4 + ... + U_{12}$

EXERCICES DE RENFORCEMENT

Exercice 1 : Le tableau ci-dessous représente la production en tonnes de cacao de Monsieur Yapi:

Année	1994	1995	1996	1997
Production en tonnes	2,8	3,1	3,4	3,7

1. Démontrer que pendant ces 4 années, l'augmentation de la production à été constante.
2. On suppose que l'augmentation de la production reste constante. On note: U_0 la production de cacao en 1994; U_1 la production de cacao après une année; U_n la production de cacao après n années.
   Justifier que $U_n = 2,8 + 0,3n$
3. Quelle sera la production de cacao de Monsieur Yapi :
4. a) En 1998?
   b) Après 9 années (en l'an 2003)?

Exercice 2 :

On suppose que la longueur d'un boa augmente de 40% chaque année et ceci pendant ses douze (12) premières années. Sa longueur à la naissance est de 10 cm. l_n est sa longueur en cm au bout de n années. $(0 \leq n \leq 12)$.

1. Calculer l_1 et l_2.
2. a) Exprimer l_{n+1} en fonction de l_n.

   b) En déduire que l_n est une suite géométrique, dont on précisera la raison.
3. Calculer en mètres sa longueur au bout de 10 années.
4. A partir de quel âge aura-t-il dépassé un mètre?

Exercice 3 :

Soit (U_n) la suite définie $\begin{cases} U_0 = 0 \\ \text{Pour tout } n \text{ de } \mathbb{N} \ ; \ U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + 3 \end{cases}$

1. Calculer U_1; U_2 et U_3.
2. Soit (V_n) la suite définie par $V_n = 6 - U_n$.

   a) Calculer V_1; V_2 et V_3.

   b) Démontrer que (V_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
3. Exprimer V_n en fonction de n, puis U_n en fonction de n.

CHAPITRE VI : PROBABILITES

I- RAPPELS SUR LE DENOMBREMENT

II- NOTION DE PROBABILITE

1- Vocabulaire des probabilités

2- Définition de la probabilité d'un évènement dans le cadre de l'équiprobabilité

3- Propriétés

CHAPITRE VI : PROBABILITES

I- RAPPELS SUR LE DENOMBREMENT

Modélisation : On fait le tirage de p éléments d'un ensemble qui contient n éléments (p et n sont des nombres entiers naturels tels que $p \leq n$).

On pourra se référer au tableau ci-dessous pour dénombrer le nombre des tirages possibles.

Types de tirages	**Les p éléments sont-ils ordonnés?**	**Les p éléments sont-ils distincts?**	**Outil**	**Nombre de tirages**
Tirages simultanés	Non	Oui	p-Combinaison	C_n^P
Tirages successifs avec remise	Oui	Non	p-Listes ou p-Uplets	n^P
Tirages successifs sans remise	Oui	Oui	p-Arrangement	A_n^P

Exercice d'application : Compléter le tableau suivant:

Types de tirages	**Outil**	**Nombre de tirages**
De combien de manière peut-on tirer simultanément 3 boules d'une urne qui en contient 8?		
Combien de nombres de 4 chiffres peut-on écrire en utilisant les chiffres du nombre 5678?		
De combien de manière peut-on tirer successivement et sans remise 3 jetons parmi 12?		
Combien de mots de 3 lettres sans restriction peut-on écrire avec les voyelles? aaa est accepté		

II- NOTION DE PROBABILITE

Activité : On lance un dé dont les faces sont numérotées de 1 à 6, et on note le numéro de la face supérieure.

- Enumérer tous les résultats possibles
- Peut-on prévoir, avant un lancer, le numéro qui apparaîtra?

1- Vocabulaire des probabilités

Définitions

- Une expérience dont on ne peut pas prévoir le résultat est appelé expérience aléatoire ou épreuve aléatoire.
- Le résultat d'une expérience aléatoire est appelé éventualité, issue ou cas possible.
- L'ensemble de toutes les éventualités est l'univers associé à l'expérience aléatoire. On le note U ou W.
- Une partie ou un sous ensemble de l'univers est appelé évènement.
- Un évènement est dit:
  - Elémentaire s'il contient un seul élément.
  - Impossible lorsqu'il est vide.
  - Certain lorsqu'il est l'univers.

Exemple d'évènements: Dans l'activité ci-dessus, on désigne par A et B les évènements suivants:

A est l'évènement "obtenir un chiffre pair".
B est l'évènement "obtenir un multiple de 3".

1. Ecrire chacun des évènements ci-dessus en extension.
2. Ecrire en extension les évènements $A \cup B$ et $A \cap B$.
3. Soit C l'évènement "obtenir un chiffre impair". Ecrire en extension l'évènement $A \cap C$

Définitions : Soit A et B deux évènements de l'univers U d'une expérience aléatoire.

- L'évènement "A ou B" est la réunion de ces deux évènements noté $A \cup B$.
- L'évènement "A et B" est l'intersection de ces deux évènements noté $A \cap B$.
- Si l'évènement "A et B" est impossible (c'est-à-dire $A \cap B = \emptyset$) alors l'évènement A et l'évènement B sont incompatibles.
- L'évènement contraire de A noté $\overline{A}$ est le sous-ensemble complémentaire de A dans U $\left(A \cup \overline{A} = U \text{ et } A \cap \overline{A} = \emptyset\right)$.

2- Définition de la probabilité d'un évènement dans le cadre d'équiprobabilité

- Une expérience aléatoire a lieu dans un cadre d'équiprobabilité lorsque les évènements élémentaires de l'univers ont la même chance de se réaliser.
- Dans une expérience aléatoire où tous les évènements élémentaires d'un univers U sont équiprobables, la probabilité d'un évènement A est le réel P(A) défini par:

$$P(A) = \frac{\text{Card}(A)}{\text{Card}(U)} = \frac{\text{nombre de cas favorables à la réalisation de A}}{\text{nombre total de cas possibles}}$$

Exemple: Dans l'activité étudiée, calculer la probabilité des évènements A, B et C.

3- Propriétés

A et B étant deux évènements d'un univers U d'une expérience aléatoire.

- $P(\emptyset) = 0$
- $P(U) = 1$
- $0 \leq P(A) \leq 1$
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$; en particulier si A et B sont deux évènements incompatibles $(A \cap B = \emptyset)$ alors $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.
- $P(A) + P\left(\overline{A}\right) = 1$

Exercice d'application :
Aminata revient du marché avec 13 fruits dont 2 ananas, 6 mangues et 5 oranges. Elle veut offrir à son amie Fatou un palier de 5 fruits choisis parmi ceux qu'elle vient d'acheter.

1. Quel est le nombre total de choix dont elle dispose?
2. Calculer la probabilité des évènements suivants:
   A: "Fatou reçoit un panier ne contenant aucune mangue".
   B: "Fatou reçoit un panier contenant uniquement des mangues".

C: "Fatou reçoit un panier contenant au moins une mangue".

EXERCICES DE RENFORCEMENT

Exercice 1 :

Une urne contient trois boules noires et quatre boules blanches, indiscernables au toucher. On tire simultanément deux boules de l'urne. On désigne par N, B et D les évènements suivants :

N: "les deux boules sont noires".

B: "les deux boules sont blanches".

D: "les deux boules sont de couleurs différentes".

Calculer P(N); P(B) et P(D) les probabilités respectives des évènements N; B et D.

Exercice 2 :

Une cage contient 14 souris reparties comme l'indique le tableau ci-dessous.

	Mâle	Femelle	Total
Blanche	3	5	8
Grise	4	2	6
Total	7	7	14

L'aide de laboratoire retire une souris au hasard, soit U l'univers de cette expérience aléatoire.

1. Calculer la probabilité des évènements

   B: "la souris retirée est blanche".

   G: "la souris retirée est grise".

   F: "la souris retirée est femelle".

   M: "la souris retirée est mâle".
2. a) Calculer la probabilité pour que la souris retirée soit mâle et blanche.

   b) En déduire la probabilité pour que la souris retirée soit mâle ou blanche.

Exercice 3 :

D'après une enquête effectuée dans les classes de terminale d'un Lycée, 20% des élèves aiment les mathématiques, 70% des élèves aiment la philosophie, 15% des élèves aiment les mathématiques et la philosophie, 10% des élèves sont paresseux. L'enquête a révélé que les élèves paresseux n'aiment pas les mathématiques. On choisi un élève de terminale au hasard, soit U l'univers de cette expérience aléatoire.

1. Calculer la probabilité pour qu'il aime les mathématiques ou la philosophie.
2. Calculer la probabilité pour qu'il aime les mathématiques ou qu'il soit paresseux.
3. Calculer la probabilité pour qu'il n'aime ni les mathématiques, ni la philosophie.

Exercice 4 : BAC 2002, Session normale

Cinq élèves dont deux garçons et trois filles se présentent ensemble devant cinq cabines téléphoniques étiquetées A, B, C, D, E (chaque cabine téléphonique ne peut contenir qu'une seule personne à la fois).

Partie A

On suppose que les 5 cabines téléphoniques fonctionnent et sont ouvertes.

1. De combien de façons différentes les 5 élèves peuvent-ils occuper les 5 cabines au même moment?
2. Deux élèves renoncent à téléphoner.

De combien de façons différentes les trois autres peuvent-ils s'installer pour téléphoner au même moment?

Partie B

On suppose que 3 cabines sont fermées. Seuls deux élèves peuvent donc téléphoner au même moment.

On note les évènements:

P: "parmi les élèves qui téléphonent, il n'y a aucune fille".

R: "les élèves qui téléphonent sont de même sexe".

1. Justifier qu'il y a 10 façons différentes de choisir les deux élèves qui téléphonent.
2. Calculer la probabilité des évènements P et R.
3. S est l'évènement: "parmi les élèves qui téléphonent, il y a au moins une fille".
   Calculer la probabilité de l'évènement S.
4. a) Ecrire l'évènement contraire $\overline{R}$ de R.
   b) Calculer la probabilité de l'évènement $\overline{R}$.

<u>**Exercice 5**</u> : BAC 1992, Session normale

Dans un sac d'épicerie se trouvent 20 boîtes de conserves: 3 de ces boîtes contiennent des légumes tandis que les autres contiennent des fruits.

On choisi 3 boîtes au hasard et simultanément.

1. Montrer que le nombre de tirages est 1140.
2. Trouver les probabilités de chacun des évènements suivants:
   a) Les 3 boîtes contiennent des fruits.
   b) Les 3 boîtes contiennent des légumes.

Les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

<u>**Exercice 6**</u> : BAC 1997, Session normale

Partie A

La carte de séjour d'étranger est caractérisée par un numéro à 10 chiffres.

<u>**Exemple**</u>: ***n°3711102798***

n°0962758314

Toutes les cartes ont des numéros distincts.

Il y a équiprobabilité des choix des chiffres composant un numéro.

1. Combien peut-on établir de cartes?
2. Parmi ces cartes, combien y en a-t-il dont le numéro :
   a) Soit composé de 10 chiffres distincts?
   b) Contiennent au moins une fois le chiffre "5"?

Partie B

Un numéro à 7 chiffres aurait été suffisant pour établir une carte à chacun des 4 millions d'étrangers.

1. Pourquoi?
2. Dans ce cas, quelle est la probabilité d'obtenir une carte dont le numéro comporte uniquement des chiffres inférieurs ou égaux à 6, le chiffre 0 et le chiffre 2 ne figurant qu'une seule fois?

Les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

Exercice 7 : BAC 1995, Session normale

On donnera les résultats sous forme de fractions irréductibles.

Une boîte contient 12 gâteaux emballés séparément dans 12 paquets identiques. 5 de ces gâteaux sont parfumés à la vanille, 4 autres au chocolat et les 3 derniers à la banane.

A- Un enfant choisi simultanément 3 gâteaux.

1. Combien y a-t-il de choix possibles?
2. Quelle est la probabilité qu'il ait choisie:
   a) Un gâteau de chaque sorte?
   b) Exactement 2 variétés de gâteaux?

B- S'il mangeait un gâteau le matin, un gâteau à midi et un gâteau le soir.

1. Combien aurait-il eu de choix possible?
2. Quelle aurait été la probabilité de prendre:
   a) Un gâteau à la vanille le matin, un gâteau au chocolat à midi, un gâteau à la banane le soir?
   b) Un gâteau de chaque sorte?
   c) Deux gâteau à la banane et un au chocolat?

Exercice 8 : BAC 1993, Session normale

Soit K l'ensemble des lettres A, B, C, D, E.

1. un mot est une succession de lettres distinctes ou non de l'ensemble K.
   Exemple : AAA, ABB, BAC sont des mots de 3 lettres.
   a) Calculer le nombre de mots de 3 lettres que l'on peut former.
   b) Calculer le nombre de mots de 3 lettres formés de lettres toutes distinctes.
   c) Calculer le nombre de mots de 3 lettres formés de lettres toutes distinctes et terminées par E.
2. On tire au hasard et simultanément 3 lettres de l'ensemble K.
   a) Calculer la probabilité d'avoir une consonne et 2 voyelles.
   b) Calculer la probabilité d'avoir 2 consonnes et 1 voyelle.

CHAPITRE VII : STATISTIQUES

I- SERIES STATISTIQUES A DEUX CARACTERES DISCRETS NON PONDERES

1- Nuage de points

2- Point moyen

II- AJUSTEMENT LINEAIRE

1- Notion d'ajustement linéaire

2- Ajustement linéaire par la méthode de Mayer

CHAPITRE VII : STATISTIQUES

I- SERIES STATISTIQUES A DEUX CARACTERES DISCRETS NON PONDERES

En classe de 1èreA, les séries statistiques étudiées portaient sur un seul caractère, une seule variable que l'on observait sur les individus constituant la population.

Mais pour une population donnée, il est possible d'étudier deux caractères sur un individu.

Exemple introductif : Six personnes recensent le nombre de coups de fils qu'elles passent quotidiennement en fonction du nombre de leurs frères. Le résultat de l'observation est résumé dans le tableau suivant où X désigne le nombre de frères et Y le nombre de coups de fils correspondant.

X	2	3	4	6	7	8
Y	3	6	6	5	10	12

1- Nuage de points

Dans un repère orthogonal (O, I, J), représenter les points de coordonnées $(X_i;Y_i)$

Définition :

Le plan étant muni d'un repère orthogonal, l'ensemble des points de cordonnées $(X_i;Y_i)$ est appelé nuage de points associé à la série statistique.

2- Point moyen

Déterminer le point G de coordonnées $\overline{X}$ et $\overline{Y}$; $\overline{X}$ et $\overline{Y}$ représentant les moyennes respectives des caractères X et Y; représenter G dans le repère.

Définition :

On appelle point moyen d'un nuage de points représentant une série, le point G de coordonnées $(x_G;y_G)$ où $x_G = \overline{X}$ et $y_G = \overline{Y}$.

II- AJUSTEMENT LINEAIRE

1- Notion d'ajustement linéaire

Lorsque la représentation graphique du nuage de points prend l'allure d'une droite, on trace la droite qui passe le plus proche possible de ces points. On dit alors que l'on a fait un ajustement linéaire ou ajustement affine.

2- Ajustement linéaire par la méthode de Mayer

Méthode : Pour déterminer la droite d'ajustement linéaire par la méthode de Mayer:

- On partage le nuage de points en deux sous nuages de même effectif, dans l'ordre où les points se présentent.
- On détermine les points moyens G_1 et G_2 des sous nuages.
- On détermine une équation de la droite (G_1G_2).

La droite (G_1G_2) est la droite d'ajustement, par la méthode de Mayer du nuage de points.

La droite de Mayer a une équation de la forme $y = ax + b$.

Remarque :

- La droite de Mayer passe nécessairement par le point moyen G du nuage de points.
- Si le nombre de couples est impair on met le couple central dans l'un des sous nuages.

Exemples :

1. Dans l'exemple introductif, déterminer les coordonnées des points moyens G_1 et G_2 des deux sous nuages et placer les dans le repère.
2. Tracer la droite (G_1G_2) et déterminer une équation de cette droite.
3. Vérifier que la droite (G_1G_2) passe par le point moyen G du nuage de points.
4. En utilisant la droite (G_1G_2), calculer :
   a) Une estimation du nombre de coups de fils pour une personne qui a 10 frères.
   b) Une estimation du nombre de frères pour une personne qui passe 15 coups de fils par jour.

EXERCICES DE RENFORCEMENT

Exercice 1:
Un pharmacien observe, durant les six premiers mois de l'ouverture de son officine, le chiffre d'affaires en millions de francs CFA. Le résultat de l'observation est résumé dans le tableau suivant où x désigne le numéro du mois et y le chiffre d'affaires correspondant.

x	1	2	3	4	5	6
y	12	13	15	19	21	22

1. Déterminer les coordonnées du point moyen G de cette série statistique.
2. Représenter graphiquement le nuage de points de cette série statistique double ainsi que le point moyen G (*unités: 2 cm en abscisse, 1 cm en ordonnées*).
3. Déterminer par la méthode de Mayer, une équation de la droite (D) d'ajustement linéaire.
4. Tracer la droite (D).
5. En utilisant la droite (D), calculer une estimation du chiffre d'affaires de cette pharmacie à la fin du $7^{ème}$ mois.

Exercice 2: ***BAC 2002***
Un chef de village a relevé pendant huit semaines le nombre Y de cartes nationales d'identité (CNI) et le nombre X de cartes de séjour (CS) distribuées dans son village par les agents de sa sous-préfecture.
On obtient le tableau ci-dessous:

R_S	1	2	3	4	5	6	7	8
X	5	7	8	10	13	13	17	23
Y	27	35	45	57	65	70	98	107

R_S = rang de la semaine

1. a) Quel est le nombre moyen de CNI distribuées par semaine?
   b) Déterminer les coordonnées du point moyen de la série double (X , Y).
2. Représenter le nuage de points associé à la série statistique double (X, Y). On prendra:
   - 1cm pour 1 CS en abscisses.
   - 1 cm pour 5 CNI en ordonnées.
3. Déterminer une équation de la droite d'ajustement linéaire par méthode de Mayer et la construire.
4. Pour la $9^{ème}$ semaine, il est annoncé la remise de vingt six cartes de séjour. D'après l'ajustement précédent, à combien de CNI devrait-on s'attendre? (***Donner l'arrondi du résultat à l'unité près***).

Exercice 3: ***BAC 2001***

Le tableau suivant donne la statistique portant sur les pourcentages x de femmes et y d'hommes atteints de SIDA pendant les dix dernières années dans un pays.

x	3	5	6	8	9	11	12	14	17	20
y	2	3	4	6	5	8	10	11	14	16

1. Représenter graphiquement les données dans le plan muni du repère orthonormé (O, I, J) en portant en abscisses les valeurs de x et en ordonnées les valeurs de y.
2. Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage de points obtenus.
3. Déterminer par la méthode de Mayer, une équation de la droite d'ajustement de y en x.
4. Si le pourcentage des femmes atteintes de SIDA est 25%, à quel pourcentage d'hommes atteints de SIDA doit-on s'attendre? ***(Donner la partie entière du résultat).***

Exercice 4: ***Adapté du BAC 2002 série D.***

Une enquête menée dans une entreprise auprès du personnel a porté sur le salaire net mensuel par agent Y et le nombre de personnes par famille, à la charge de chaque agent X. les résultats sont données dans le tableau ci-dessous:

x_i	30	15	25	45	60	45	75	80	90	105	150	100	120	105	130
y_i	1	2	2	3	3	4	4	5	5	5	6	6	6	7	7

y_i = salaire net mensuel (en milliers de francs)

x_i = nombre de personnes de la famille.

Dans les réponses, tous les résultats seront arrondis à l'unité près.

1. Représenter le nuage de points correspondant à la série double (X; Y) dans un repère orthogonal. *(Unité: 1 cm pour 1 personne en abscisses et 1 cm pour 10.000 francs en ordonnées).*
2. a) Calculer le salaire moyen du personnel de l'entreprise.
   b) Quel est le nombre moyen de personnes à charge par agent?
   c) Placer dans le repère le point moyen G du nuage.
3. a) Déterminer une équation de la droite (D) d'ajustement du nuage de points par la méthode de Mayer.
   b) Tracer (D).
4. Selon cet ajustement, si un agent de cette entreprise gagne 80.000 francs par mois, à combien peut-on évaluer le nombre de personnes de sa famille? ***(On arrondira le résultat à l'unité)***.

Exercice 5: ***Adapté du BAC 2000 série D.***

Une entreprise veut prévoir le nombre d'articles qu'elle aura en stock en l'an 2004. L'évolution du stock de ses articles, de 1984 à 1990, est donnée par le tableau statistique ci-dessous:

x_i	1	2	3	4	5	6	7
y_i	3810	3860	3940	4020	4100	4180	4220

x_i = ordre des années.

y_i = nombre d'articles en stock.

1. Représenter graphiquement le nuage de points de la distribution statistique définie par le tableau précédent, dans le plan muni du repère orthogonal (O, I, J). On prendra:
   - 2 cm en abscisses.
   - 1 cm pour 200 articles en ordonnées.
2. Calculer les ordonnées du point moyen G de ce nuage de points. ***(On prendra l'arrondi d'ordre zéro pour l'ordonnée de G)***.

3. Déterminer par la méthode de Mayer, une équation de la droite d'ajustement linéaire (D). ***(On donnera l'arrondi d'ordre 1 du coefficient directeur de cette droite).***
4. Quel serait le nombre d'articles en stock de l'entreprise en 2004? ***(On donnera une valeur approchée d'ordre 1 par excès du résultat).***

<u>**Exercice 6**</u>:

Le tableau suivant donne l'âge X et la moyenne Y des maxima de tension artérielle en fonction de l'âge d'une population féminine.

X	36	42	48	54	60	69
Y	11,8	14	12,6	15	15,5	15,1

1. Représente le nuage de points dans un repère orthogonal (O, I, J) (0,5 cm pour 1 an et 3 cm pour l'unité de tension artérielle).
   Le couple de coordonnées (36 ; 11,8) sera placé à l'origine du repère.
2. Déterminer les coordonnées du point moyen G de ce nuage de points.
3. a) Déterminer une équation de la droite (D) d'ajustement du nuage de points, par la méthode de Mayer.
   b) Représenter la droite (D) dans le repère (O, I, J).
4. Une personne de 70 ans a une tension maximale de 16,2.
   Cela vous paraît-il normale?

<u>**Exercice 7**</u>: ***BAC 1998***.

Pour répondre à une demande de croissante, la société des crèmes glacées TOUFREY ouvre de nouveaux points de vente.

Le tableau ci-dessous représente l'évolution du chiffre d'affaires trimestriel Y_i (en millions de francs) en fonction du nombre X_i des points de vente.

X_i	10	12	14	17	18	19
Y_i	29	32	35	37	39	44

1. Représenter graphiquement ces données dans un repère orthonormé en portant en abscisses les valeurs X_i et en ordonnées les valeurs Y_i.
   On prendra 1 cm pour unité sur chaque axe; on aura soin de placer le point de coordonnées (10;29) au coin gauche de la feuille.
2. Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage de points obtenus.
3. a) Déterminer par la méthode de Mayer une équation de la droite de régression de Y en X.
   b) Représenter graphiquement cette droite.
4. a) Déterminer, par le calcul, le chiffre d'affaires de cette société si elle ouvre 4 nouveaux points de vente.
   b) Déterminer, graphiquement, le nombre minimum de points de vente nécessaires pour atteindre un chiffre d'affaires de 50 millions de francs.

SUJETS TYPES BAC

SUJET 1 : BAC 2004

<u>**Exercice 1**</u> :

Monsieur Kouadio travaille dans une entreprise industrielle.

A l'âge de trente ans, au début de l'année, il place un capital initial de deux millions de francs dans une banque, au taux d'intérêt annuel de 10%. Avec l'argent qu'il aura capitalisé, il envisage de construire plus tard une maison dont le coût s'élève à huit millions de francs au moment de l'ouverture du compte.

1. Calculer le capital U_1 à la fin de la première année et le capital U_2 à la fin de la deuxième année.
2. On pose:
   $U_0 = 2.000.000$; U_n le capital à la fin de la $n^{ième}$ année, n étant un entier naturel non nul.
   a) Démontrer que (U_n) est une suite géométrique de raison 1,1.
   b) En déduire, pour tout entier naturel n, une écriture de U_n en fonction de n.
   c) Vérifier que U_6 est égal à 3.543.122.
3. Du fait de l'inflation, le coût des matériaux de construction augmente de 60% par an. Soit V_n le coût de cette maison à la fin de la $n^{ième}$ année.
   a) Démontrer que la suite (V_n) est définie par:
   $$\begin{cases} V_0 = 8.10^6 \\ \forall n \in \mathbb{N}, \quad V_{n+1} = (1{,}06)V_n \end{cases}$$
   b) Justifier que pour tout entier naturel n, $V_n = 8.10^6.(1{,}06)^n$.
4. Vingt cinq années après l'ouverture du compte, Monsieur Kouadio part à la retraite.
   a) Peut-il en ce moment construire sa maison avec le capital de son épargne?
   b) Peut-il acheter une maison qui coûte vingt millions?

<u>Exercice 2</u> :

Le tableau ci-dessous donne en millions de francs le chiffre d'affaires X et les dépenses d'investissement Y de six entreprises au cours de l'exercice 2003-2004.

X	35	40	45	50	55	60
Y	12	13	12,5	14	14,5	15

1. Représenter le nuage de points associé à ces données dans le plan muni du repère orthogonal (O, I, J). On prendra:
   - 2 cm pour 5 000 0000 de francs en abscisses.
   - 1 cm pour 1 000 000 de francs en ordonnées.
2. Tracer la droite de Mayer réalisant un ajustement linéaire de ce nuage.
3. Démontrer qu'une équation de cette droite est: $y = \frac{2}{15}x + \frac{21{,}5}{3}$.
4. Selon l'ajustement réalisé précédemment, calculer une estimation (en millions de francs) des dépenses d'investissements d'une entreprise qui a réalisé un chiffre d'affaires de soixante dix millions de francs.

<u>Exercice 3</u> :

On considère la fonction dérivable sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ définie par : $f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x - 2}$

Soit (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé (O, I, J). L'unité graphique est le centimètre.

1. Démontrer que pour tout nombre réel x différent de 2, on a: $f(x) = x + 3 + \frac{4}{x-2}$.
2. a) Démontrer que pour tout nombre réel x différent de 2, on a: $f'(x) = \frac{x(x-4)}{(x-2)^2}$.

   b) Déterminer le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de x.

   c) Déterminer les variations de f.

   d) Déterminer les limites de f en $-\infty$, $+\infty$, à gauche et à droite en 2.

   e) Calculer $f(0)$ et $f(4)$ puis dresser le tableau de variation de f.
3. a) Démontrer que la droite (D) d'équation $x = 2$ est une asymptote à (C).

   b) Démontrer que la droite (D) d'équation $y = x + 3$ est une asymptote oblique à (C).

   c) Déterminer les positions relatives de (C) et (D).
4. Tracer (D) et (D) puis construire la courbe (C).

SUJET 2 : BAC 2005

Exercice 1 :

Pendant la journée de l'arbre, un chercheur participant à cette journée plante une bouture d'acacia majob de hauteur h_0 en cm. Il décide de suivre l'évolution de son plant en relevant chaque mois, sa hauteur en centimètre. On désigne par h_1 la hauteur du plant au premier mois et, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, h_n la hauteur du plant au $n^{ième}$ mois. Il constate que les hauteurs h_n du plant évoluent en progression géométrique de raison q, $(q \in \mathbb{R}^*_+)$. Sur les relevés du chercheur, on note $h_2 = 27$ cm et $h_3 = 32{,}4$ cm.

1. Justifier que q est égale à 1,2.
2. Calculer h_0.
3. Démontrer que: $\forall \in \mathbb{N}$, $h_n = 18{,}75.(1{,}2)^n$.
4. Au bout de combien de mois le chercheur constatera t-il que la hauteur de son plant a dépassé trois mètres?

Exercice 2 :

Les codes informatiques de l'entreprise OMEGA sont constitués de trois chiffres distincts suivis d'une lettre de l'alphabet français. Deux exemples de codes sont: 245A et 018Q.

1. Démontrer que le nombre de codes possibles est 18720.
2. Après avoir codé son système, le chef du service informatique a oublié une partie de son code. Il se souvient seulement que:
   - La lettre du code est une voyelle;
   - Le code contient un seul chiffre pair;
   - Aucun des chiffres du code n'est nul.

   a) Démontrer que le nombre de codes conformes aux informations précédentes est 1440.

   b) L'informaticien frappe au hasard trois chiffres non nuls et distincts dont un seul chiffre est pair et la lettre A. Calculer la probabilité que l'informaticien trouve le bon code.

   (Le résultat sera exprimé sous forme de fraction irréductible).

Exercice 3 :

A. On donne dans $\mathbb{R}$, le polynôme $P(x) = x^2 + 4x + 3$

1. Résoudre l'équation : $P(x) = 0$.

2. Justifier que: $\forall x \in]-\infty;-3[\cup]-1;+\infty[\quad P(x) > 0 \quad ; \forall x \in]-3;-1[\quad P(x) < 0$

B. On donne la fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$$x \mapsto \frac{2x^2 + 3x}{2x + 4}$$

(C) désigne la représentation graphique de f dans le repère orthonormé (O, I J); (unité: 1 cm).

1. Donner l'ensemble de définition D_f de la fonction f.
2. a) Calculer les limites de $f(x)$ à gauche et à droite en -2.

   b) Justifier que la droite (D) d'équation $x = -2$ est asymptote à (C).
3. a) Démontrer que: $\forall x \in \mathbb{R} - \{-2\},\ f(x) = x - \frac{1}{2} + \frac{1}{x-2}$.

   b) Justifier que la droite (D) d'équation $y = x - \frac{1}{2}$ est asymptote à (C).

   c) Démontrer que le point $\Omega\left(-2; \frac{-5}{2}\right)$ est un centre de symétrie de la courbe (C).
4. a) Justifier que: $\forall x \in \mathbb{R} - \{-2\},\ f'(x) = \frac{P(x)}{(x+2)^2}$.

   b) Utiliser les questions 4.a) et A.2. pour dresser le tableau de variation de la fonction f.
5. a) Compléter le tableau de valeurs suivant:

x	-1,75	-1,5	0	2	4	5
Arrondi d'ordre 1 de f(x)	1,8					

   b) Tracer les droites (D) et (D) dans le repère (O, I, J).

   c) Construire la courbe (C).

SUJET 3 : BAC 2006

Exercice 1 :

Séri et Awa jouent à deviner une suite de nombres.

Séri : "Voici les quatre premiers termes d'une suite : 2; 3; 5; 9. Devine, Awa, le sixième terme de la suite."

Awa : "33, et si tu veux, je peux te dire quel est le cinquième."

Séri : "Comment as-tu deviné?"

Awa : "C'est un nombre mystique, alors je me suis laissé inspirer!"

Séri : "Si le mysticisme est ta spécialité, devine-moi le treizième terme de la suite."

Awa : "Là, tu as gagné, montre-moi comment faire."

Réponds pour Awa aux questions suivantes posées par Séri.

1. Pose: $U_1 = 2$; $U_2 = 3$; $U_3 = 5$; $U_4 = 9$

   a) Vérifie que:

   $U_2 = 2U_1 - 1$; $U_3 = 2U_2 - 1$; $U_4 = 2U_3 - 1$

   b) En supposant que ce principe itératif se poursuit pour tous les autres termes, calcule le cinquième et le sixième terme de la suite.
2. Considère la suite (U_n) définie par: $U_1 = 2$ et pour tout entier naturel non nul, $U_{n+1} = 2U_n - 1$.

   A l'aide de cette suite, tu peux calculer les termes de proche en proche jusqu'au treizième.

Mais pour y arriver plus rapidement, considère une deuxième suite (V_n) définie par: $V_n = U_{n-1}$ pour tout entier naturel non nul n.

a) Démontre que (V_n) est une suite géométrique de raison 2.

b) Exprime V_n en fonction de n, $(n \in \mathbb{N}^*)$.

c) Justifie que, pour tout entier naturel non nul n, $U_n = 2^{n-1} + 1$.

d) Calcule le treizième terme de la suite (U_n).

Exercice 2 :

Dans un sac il y a neuf (9) tee-shirts distincts et indiscernables au toucher:

2 sont de couleur orange;

3 sont de couleur blanche;

4 sont de couleur verte;

Pour s'habiller, trois amies, Affoué, Amy et Zika choisissent au hasard un tee-shirt chacune dans le sac.

Tous les résultats seront donnés sous forme de fraction irréductible.

1. Justifier qu'il y a 504 façons différentes pour les jeunes filles de choisir chacune un tee-shirt.
2. Soit A l'évènement: "Les trois filles choisissent des tee-shirts de la même couleur".
   Démontrer que la probabilité de l'évènement A est égale à $\frac{5}{84}$.
3. Soit B l'évènement: "Les jeunes filles choisissent des tee-shirts de trois couleurs différentes".
   Démontrer que la probabilité de l'évènement B est égale à $\frac{2}{7}$.
4. Soit C l'évènement: " Exactement deux des trois tee-shirts choisis sont de la même couleur".
   a) Calculer la probabilité de l'évènement $A \cup B$.
   b) En déduire la probabilité de l'évènement C.
5. Soit D l'évènement: "Un seul des trois tee-shirts choisis est blanc".
   Démontrer que la probabilité de D est égale à $\frac{15}{28}$.

Exercice 3 :

Le plan est muni d'un repère orthogonal (O, I, J). L'unité graphique est 2 cm sur (OI) et 1 cm sur (OJ).

On considère la fonction numérique f, dérivable sur $\mathbb{R}$ et définie par: $f(x) = 1 + x + e^x$. (C) est la représentation graphique de f dans le repère (O, I, J).

Partie A

1. a) Calculer la limite de f en $+\infty$.
   b) Calculer la limite de f en $-\infty$.
2. a) Calculer la limite de $\left[f(x) - (1 + x)\right]$ lorsque x tend vers $-\infty$.
   b) Donner une interprétation graphique de cette limite.
3. a) Calculer la dérivé de f.
   b) Démontrer que f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.
   c) Dresser le tableau de variation de f.

Partie B

Dans ce tableau, on donne les arrondis d'ordre 2 de f(x).

X	- 4	- 3	- 2	- 1,3	- 1,2	- 1	0,5	1	1,5	2
f(x)	- 2,98	- 1,95	- 0,86	- 0,03	0,10	0,37	3,15	4,72	6,98	10,39

1. a) Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique a .

   b) Vérifier que a est compris entre -1,3 et -1,2.

2. Dans le repère (O, I, J):

   a) Tracer la droite (D) d'équation $y = x + 1$;

   b) Démontrer que la courbe (C) est au dessus de la droite (D);

   c) Tracer la courbe (C) dans l'intervalle $[-4;2]$.

SUJET 4 : BAC 2007

Exercice 1 :

Le tableau ci-dessous donne la superficie x_i (en hectares) et le bénéfice annuel y_i (en centaines de milliers de francs CFA) de huit exploitations agricoles d'une même région:

Superficie x_i (en hectares)	1	4	6	9	12	14	16	18
Bénéfice (en centaines de milliers de francs CFA)	7	8	8,9	10,1	12	13	13,5	15,5

1. Représenter le nuage de point associé à la série double $(x_i;y_i)$ dans un repère orthonormé.

   Sur le graphique on prendra pour unité.

   - *1 cm pour 1 hectare en abscisse.*
   - *1 cm pour 1 centaine de milliers de francs CFA en ordonnées.*

2. a) Calculer les moyennes respectives $\bar{x}$ et $\bar{y}$ des séries (x_i) et (y_i).

   b) G est le point moyen de la série double $(x_i;y_i)$. Placer G sur le graphique.

   On divise la série double $(x_i;y_i)$ en deux séries S_1 et S_2 de même effectif.

S_1:

x_i	1	4	6	9
y_i	7	8	8,9	10,1

S_2:

x_i	12	14	16	18
y_i	12	13	13,5	15,5

3. On note G_1 le point moyen de S_1 et G_2 celui de S_2.

   a) Déterminer les coordonnées des points moyens G_1 et G_2.

   b) Tracer la droite (D) d'ajustement linéaire du nuage de points par la méthode de Mayer.

   c) Démontrer qu'une équation de (D) est : $y = 0,5x + 6$.

4. Votre père est un grand planteur de cette région. Il désire exploiter une parcelle de vingt hectares (20 ha).

   a) Estimer graphiquement le bénéfice annuel auquel il en droit de s'attendre.

   b) Vérifier ce résultat par le calcul.

Exercice 2 :

1. Résoudre dans ¡ , les équations suivantes:

a) $x^2 - 3x - 10 = 0$
b) $\ln x = 5$
c) $\ln(e^2 x) = 0$

2. Soit le polynôme q défini par : $q(x) = (x - 1)(x^2 - 3x - 10)$

   Vérifier que: $q(x) = x^3 - 4x^2 - 7x + 10$

3. On considère l'équation: $(E) : x \in \mathbb{R},\ (\ln x)^3 - 4(\ln x)^2 - 7\ln x + 10 = 0$

   a) Déterminer l'ensemble de validité de (E).
   b) A l'aide des résultats des questions 1 et 2, résoudre l'équation (E).

<u>Exercice 3</u> :

On considère la fonction numérique F, dérivable sur $\mathbb{R}^*$ et définie par $F(x) = x + 5 + \frac{4}{x}$.

L'objectif de cet exercice est de compléter la représentation graphique de F et de traiter des informations obtenues à partir de cette courbe.

On donne à étudier la fonction f dérivable sur $]-\infty;0[$ et définie par: $f :]-\infty;0[\to \mathbb{R}$

$$x \mapsto x + 5 + \frac{4}{x}$$

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J).
Sur la feuille annexe, la courbe (C_f) représente la fonction f.
Les points A et B ont pour coordonnées respectives (0 ; 5) et (- 2 ; 3).
C désigne le point de (C_f) d'abscisse - 2.
La tangente au point C à (C_f) est parallèle à l'axe des abscisses.

1. a) Donner graphiquement le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$.

   b) Déterminer par le calcul les solutions de l'équation $f(x) = 0$.

2. a) Vérifier qu'une équation de la droite (AB) est $y = x + 5$.

   b) Calculer la limite de $[f(x) - (x + 5)]$ lorsque x tend vers $-\infty$.

   c) Interpréter graphiquement les résultats précédents.

3. a) A l'aide du graphique, donner le signe de la dérivée $f'(x)$ pour x élément de $]-\infty;0[$.

   b) Etablir le tableau de variation de f.

   c) Recopier et compléter le tableau de valeurs ci-dessous à l'aide du graphique:

x	- 8	- 4	- 2	- 1	- 0,5
f(x)					

4. a) Justifier que le point A est un centre de symétrie pour la courbe de la fonction F.
   b) En déduire le tracé complet de la courbe de F sur la feuille annexe.

SUJET 5 : BAC 2008

Exercice 1 :

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

On considère des fonctions f et g définies sur l'intervalle $[-2\ ;\ 3,5]$.

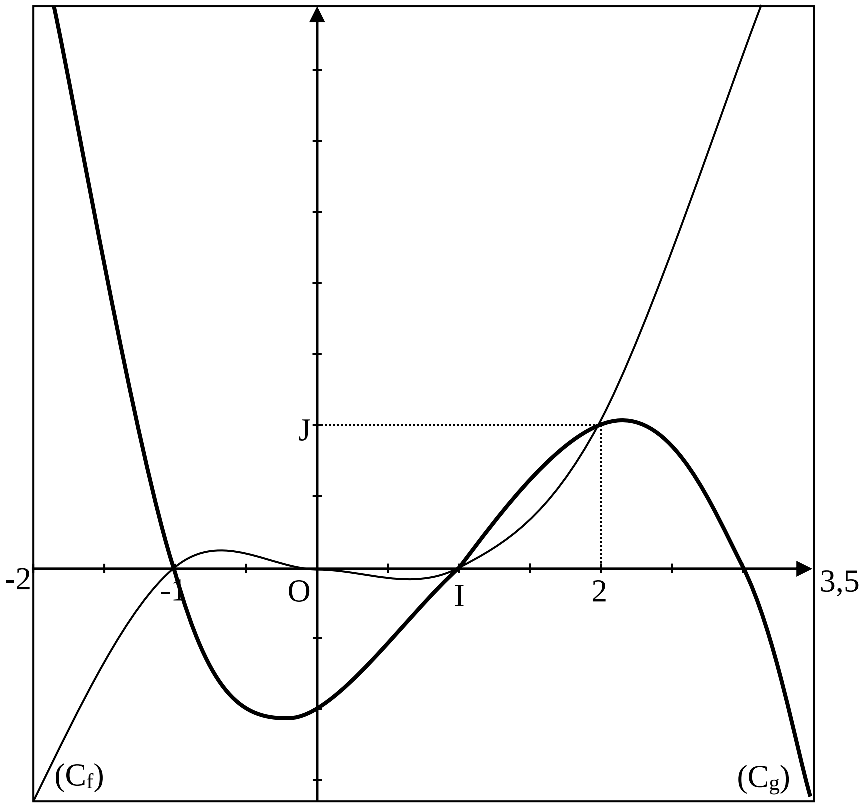
Sur la feuille annexe, les courbes des fonctions f et g, notées respectivement (C_f) et (C_g), ont été représentées. Les points A(- 1 ; 0), B(2 ; 1) sont les points d'intersection des deux courbes.

1. Résoudre graphiquement les équations et l'inéquation suivantes:
   a) $f(x) = g(x)$
   b) $g(x) = 0$
   c) $f(x) > 0$
2. On pose: $f(x) = \frac{1}{6}(x^3 - x)$.

On considère l'équation (E) définie par: $x \in [-2\,;\,3{,}5]$, $\ln\left[\frac{1}{6}\left(x^3 - x\right)\right] = \ln\left(\frac{1}{4}x^2\right)$.

a) A l'aide de la question 1, justifier que l'ensemble de validité, noté V de l'équation (E) est :
$V = [-1\,;\,0[\cup]1\,;\,3{,}5]$.

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $2x^2 - 3x - 2 = 0$.
c) En déduire les solutions de l'équation (E).



Exercice 2 :
Partie A
Un porte monnaie comporte dix (10) jetons identiques, indiscernables au toucher et représentant des pièces de monnaie.

3 jetons sont marqués par 50 F;
5 jetons sont marqués par 100 F;
et 2 jetons sont marqués par 500 F.

On tire au hasard et simultanément trois (3) pièces du porte-monnaie.
Les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

1. Justifier que la probabilité d'obtenir trois (3) jetons de même valeur est de $\frac{11}{120}$.
2. Calculer la probabilité d'obtenir trois (3) jetons de valeur deux à deux distinctes.
3. Calculer la probabilité d'obtenir au moins une pièce de 500 F.

Partie B

Aya a reçu de sa mère un jeu dont le but est de l'initier au commerce. Ce jeu comporte:

- Quatre articles à vendre: un fruit, une igname, un morceau de viande et une boisson;
- Un porte-monnaie dont le contenu est identique à celui de la partie A.

Le jeu se fait en une succession de parties où l'un des joueurs joue le rôle de vendeur et l'autre celui du client. Les règles du jeu sont les suivantes:

- La cliente choisit un article;
- La vendeuse fixe le prix de l'article;
- La cliente tire simultanément et au hasard trois pièces dans le porte monnaie et les présente à la vendeuse pour payer l'article;
- Si le montant obtenu est supérieur où égal au prix fixé, la cliente gagne l'article. Dans le cas contraire, la cliente perd et le jeu s'arrête.

Aya invite Katia, son amie de classe, à jouer chez elle. Les questions qui suivent se rapportent à une partie dans laquelle Katia est la cliente, Aya la vendeuse.

1. Vérifier que l'ensemble des montants que la cliente peut obtenir après le tirage est :
   $\{150; 200; 250; 300; 600; 650; 700; 1050; 1100\}$
   (On pourra utiliser un arbre de choix)
2. Aya fixe le prix de la boisson à 200 F. Quelle est la probabilité pour que Katia perde?

Exercice 3 :

Le plan est muni d'un repère orthogonal (O, I, J). (L'unité graphique est le centimètre.

On considère la fonction f dérivable et définie sur $]-\infty;2]$ par $f(x)=(-2x+3)e^{x}$.

On note (C) la représentation graphique de f dans le repère (O, I, J).

1. Justifier que $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$
   (On pourra écrire que $f(x)=-2xe^{x}+3e^{x}$).
2. a) Vérifier que pour tout x élément de $]-\infty;2]$, $f'(x)=(-2x+1)e^{x}$
   b) Etudier le signe de la dérivée f'(x) sur $]-\infty;2]$. En déduire les variations de f sur $]-\infty;2]$.
   c) Dresser le tableau de variation de f.
3. Soit A le point d'intersection de (C) avec l'axe des abscisses et B le point d'intersection de (C) avec l'axe des ordonnées.
   Déterminer les coordonnées respectives de A et B.
4. Recopier et compléter le tableau des valeurs ci-dessous.

x	- 4	- 3	- 2	- 1	0	0,5	1	1,5	2
Arrondi d'ordre 1 de f(x)	0,2	0,4		1,8		3,3			- 7,4

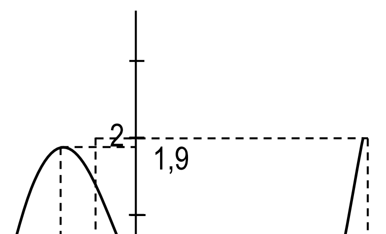
5. Construire (C) sur l'intervalle $]-\infty;2]$.

SUJET 6

Exercice 1 :

Le plan est muni d'un repère orthogonal d'unités graphiques 1 cm sur l'axe des abscisses et 2 cm sur l'axe des ordonnées.

La courbe (C) ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-3;3]$.



1. Donner le tableau de variation de f sur $[-3;3]$.
2. Donner, par lecture graphique, les coordonnées du maximum et du minimum relatifs de f.
3. Déterminer, par lecture graphique, les coordonnées des points d'intersection de (C) avec:
   a) L'axe des abscisses.
   b) L'axe des ordonnées.
4. Résoudre graphiquement les équations suivantes.

   a) $f(x) = 2$; b) $f(x) = -\dfrac{3}{5}$; c) $f(x) = \dfrac{3}{2}$;

   d) $f(x) = 1$; e) $f(x) = \dfrac{1}{2}$; f) $f(x) = -1$

   (On donnera les résultats à 10^{-1} *près.)*
5. Résoudre graphiquement les inéquations suivantes:

   a) $f(x) \leq 2$; b) $f(x) < 2$; c) $f(x) > -\dfrac{3}{4}$;

   d) $f(x) \geq 1$; e) $f(x) \geq 0$; f) $f(x) \leq \dfrac{3}{2}$

<u>Exercice 2</u> :

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$:
   a) L'équation : $3x^2 - 7x + 2 = 0$
   b) L'inéquation : $3x^2 - 7x + 2 \leq 0$
2. a) En utilisant la question 1.a), résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation: $3e^{2x} - 7e^x + 2 = 0$.
   (On pourra poser: $e^x = X$*)*
   b) En utilisant la croissance de la fonction exponentielle, résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation:

$3e^{2x} - 7e^{x} + 2 \leq 0$.

3. Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système: $\begin{cases} 3e^{x} - 4e^{y} = -6 \\ 2e^{x} + e^{y} = 7 \end{cases}$

<u>Exercice 3</u> :

Le plan est muni d'un repère orthonormé d'unités graphiques 1 cm.

On désigne par f la fonction numérique de la variable réelle x définie dans $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ par :

$f(x) = \dfrac{x^2 - 5x + 15}{x - 2}$ et (C) sa représentation graphique.

1. a) Vérifie que pour tout x de D, $f(x) = x - 3 + \dfrac{9}{x - 2}$.

   b) En déduire que la droite (D) d'équation $y = x - 3$ est asymptote à (C).

   c) Préciser la position relative de (C) et (D).

2. Déterminer $\lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ <}} f(x)$ et $\lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ >}} f(x)$ et interpréter le résultat.

3. Démontrer que (C) admet le point $A(2;-1)$ comme centre de symétrie.

4. a) Vérifier que pour tout x de D, $f'(x) = \dfrac{(x - 5)(x + 1)}{(x - 2)^2}$.

   b) Dresser le tableau de variation de f et construire (C).

   c) Donner une équation de la tangente à (C) au point d'abscisse 1.

5. Tracer la droite d'équation $y = 7$.

   En déduire la résolution graphique de l'inéquation : $\dfrac{x^2 - 5x + 15}{x - 2} < 7$.

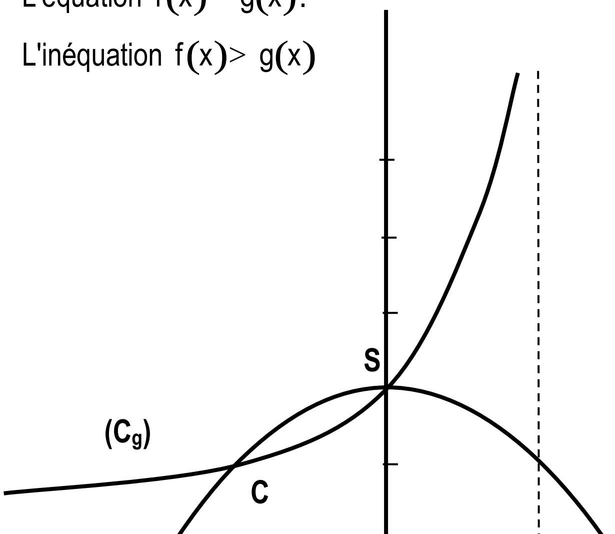
SUJET 7

<u>Exercice 1</u> :

Sur la figure ci-dessous, (C_f) est la parabole de sommet S(0 ; 5) passant par le point B(4 ; 1) et (C_g) est l'hyperbole de centre A(2 ; 3) passant par le point S.

Résoudre graphiquement:

1. L'équation $f(x) = g(x)$.
2. L'inéquation $f(x) > g(x)$



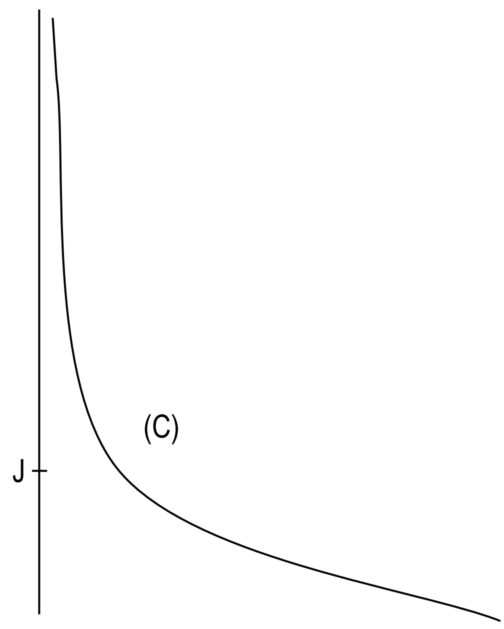
Exercice 2 :

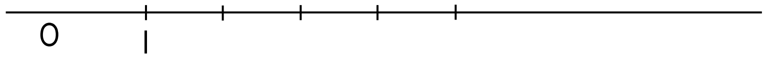
Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

1. Trouver deux nombres réels différents de 0 dont la somme est plus petite que 9 et la différence plus grande que 4.
2. Représenter sur un graphique l'ensemble de toutes les solutions possibles.

Exercice 3 :

La courbe (C) ci-dessous représente une fonction f définie sur $]0;+\infty[$.





1. Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses?
   a) Pour tout x de $]0;e[$, $f(x) > 0$.
   b) La fonction f est croissante sur l'intervalle $]0;e]$ et croissante sur l'intervalle $[e;+\infty[$.
   c) La courbe de f admet une asymptote verticale.
   d) La tangente à la courbe de f au point d'intersection avec l'axe des abscisses a un coefficient directeur positif.
2. a) Quelle conjecture peut-on faire sur la limite en $+\infty$ de la fonction f?
   b) Dresser le tableau de variation de f.
3. On suppose que, pour tout x de $]0;+\infty[$, $f(x) = 1 - \ln x$.
   a) Calculer la dérivée de f.
   b) Vérifier la conjecture faite au 2.a).
4. Ecrire une équation cartésienne de la tangente à la courbe (C) au point A d'abscisse e.

SUJET 8

Exercice 1 :

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

On considère les droites (D_1), (D_2) et (D_3) d'équations respectives:

$y = 3x + 1$; $2x - y + 3 = 0$ et $2x + 3y - 1 = 0$.

1. Représenter les droites (D_1), (D_2) et (D_3).
2. Représenter graphiquement les solutions de chacun des systèmes suivants:

$$(S_1)\begin{cases} y - 3x \leq 1 \\ 2x + 3y \geq 1 \end{cases} \quad ; \quad (S_2)\begin{cases} y - 3x \leq 1 \\ 2x - y + 3 \geq 0 \\ 2x + 3y \geq 1 \end{cases}$$

Exercice 2 :

TANOH écrit les lettres de son nom sur cinq (5) cartons et les met dans un chapeau. Ensuite, il tire successivement et sans remise trois (3) cartons du chapeau qu'il dépose devant lui de gauche à droite. Il obtient alors un mot (ayant un sens ou non).

1. Vérifier que l'on peut ainsi écrire soixante (60) mots différents.
2. Parmi ces mots:
   a) Combien finissent par la lettre T?
   b) Combien ne comportent aucune voyelle?
   c) Combien commence par une consonne?
   d) Combien comportent une seule consonne?
3. Démontrer que la probabilité d'avoir un mot terminé par T est 0,2.
4. Calculer la probabilité d'avoir un mot comportant au moins une voyelle.
5. Calculer la probabilité d'avoir un mot comportant les lettres O et H.

<u>Exercice 3</u> :

Partie A : Etude graphique

Voici les courbes représentatives de deux fonctions f et g dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J). Observer attentivement ces courbes et répondre aux questions suivantes:

1. Donner leurs ensembles de définition D_g et D_f.
2. Donner le sens de variation de chacune des fonctions sur son ensemble de définition.
3. Résoudre graphiquement les équations et inéquations suivantes:

   a) $f(x) = 0$

   b) $g(x) = 0$

   c) $f(x) \leq 0$

   d) $g(x) > 0$

Partie B : Etude algébrique

On suppose maintenant que la fonction g est définie par $g(x) = x^3 + \frac{5}{2}x^2 - \frac{17}{2}x - 10$

1. Vérifier que $\frac{5}{2}$ est un zéro de g.
2. Vérifier que $\forall x \in D_g$, $g(x) = \left(x - \frac{5}{2}\right)\left(x^2 + 5x + 4\right)$.
3. Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation $(E): g(x) = 0$.
4. On pose que $\forall x \in D_g$, $g(x) = \left(x - \frac{5}{2}\right)(x + 4)(x + 1)$

   a) Dresser le tableau de signe de g(x).

   b) En déduire des solutions de l'inéquation $(I): g(x) > 0$.