

PREPA BAC SESSION : 2024

MATHÉMATIQUES

PROF : TUO
TEL : 0759942303

*Cette épreuve comporte quatre (04) pages numérotées 1/4 ; 2/4 ; 3/4 et 4/4.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.*

EXERCICE 1

Pour chaque énoncé, écris vrai si l'énoncé est vrai ou Faux si l'énoncé est faux.
Aucune justification n'est demandée.

N°	Énoncé
1	La fonction g définie par $g(x) = xe^{2x}$ est solution de l'équation différentielle (E) $y' - 2y = e^{2x}$
2	Sur IR, une primitive de la fonction f définie par : $f(x) = \ln x$ est la fonction F définie par $F(x) = x \ln x - x + 2$
3	La suite numérique (v_n) définie par : $v_{n+1} = v_n - 2n + 3$ est donnée sous la forme explicite.

EXERCICE 2

Pour chacun des énoncés incomplets du tableau ci-dessous, quatre réponses A, B, C et D sont proposées dont une seule permet d'avoir l'énoncé juste. Écris, sur ta feuille de copie, le numéro de l'énoncé incomplet suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

N°	Enoncés incomplètes	Réponses
1	Soit f la fonction définie sur IR par $f(x) = (x - 1) e^{2x}$	A $f'(x) = 2(x + 1) f(x)$
		B $f'(x) = f(x)$
		C $f'(x) - 2f(x) = e^{2x}$
		D $f'(x) - 2f(x) = 0$
2	On considère la fonction g dérivable et définie sur $]0 ; +\infty[$ par $g(x) = e^x + 2 \ln x$	A $\lim_{n \rightarrow +\infty} g(x) = 2$
		B $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$
		C $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$
		D $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0$
3	La translation de vecteur u d'affixe $-1 + 2i$ a pour écriture complexe :	A $z' = z - (-1 + 2i)$
		B $z' = z - 1 + 2i$
		C $z' = (-1 + 2i) z$
		D $z' = -z - 1 + 2i$

EXERCICE 3

Partie A

Soit la fonction g à variable réelle x définie sur $]0 ; +\infty[$ par $g(x) = x \ln x$.

1. Calculer la dérivée g' de la fonction g .
2. Dresser le tableau de variation de g sur $]0 ; +\infty[$.
3. En déduire le signe de g sur $]0 ; +\infty[$. On admet que $g(1) = 0$.

Partie B

Soit la fonction f définie sur $]0 ; +\infty[$ par :
$$\begin{cases} f(0) = 0 \\ f(x) = |g(x)| \text{ si } x \neq 0 \end{cases}$$

1. Ecrire $f(x)$ sans valeur absolue.
2. Calculer la dérivée f' de la fonction f .
3. Dresser le tableau de variation de f sur $]0 ; +\infty[$ (on admettra que $f'_g(1) = -1$ et $f'_d(1) = 1$)
4. Tracer la courbe (C) de f dans le repère (O, I, J). Unité 2cm.

EXERCICE 4

Partie A

On considère la suite (u_n) définie par :
$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ \ln(u_{n+1}) = 1 + \ln(u_n) \end{cases} \forall n \in \mathbb{N}$$

1. Démontrons que (u_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison.
2. Etudier la monotonie de la suite (u_n) et préciser sa limite.
3. Exprimer la somme $u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$ en fonction de n .

Partie B

Un paysan possède un champ où il plante des arbres fruitiers. Pour mieux les entretenir il décide de vendre chaque année les 5% des pieds existants et planter 3 000 nouveaux. Il démarre avec 50 000 pieds en 2015. En désignant par X_n le nombre de pieds d'arbres se trouvant dans le champ au cours de l'année $(2015 + n)$

a) Déterminez le nombre d'arbres qu'il aura en 2016 et en 2017.

b) Exprimez X_{n+1} en fonction de X_n .

c) On considère la suite (U_n) définie par $U_n = 60\,000 - X_n$

Montrez que la suite (U_n) est une suite géométrique dont on donnera la raison et le 1^{er} terme. Exprimer U_n en fonction de n , en déduire X_n en fonction de n .

EXERCICE 5

Un élève de **Terminale D** doit se rendre dans son Lycée chaque matin à 7h30. Pour cela, il utilise, selon les jours, deux moyens de transport : la moto ou le taxi. L'élève part tous les jours à 7h00 de son domicile et doit arriver à 7h20 à son lycée. Il prend la moto 7 jours sur 10 et le taxi le reste du temps. Le jour où il prend la moto, il arrive à l'heure dans 99,4% des cas et lorsqu'il prend le taxi, il arrive en retard dans 5% des cas.

On choisit une date au hasard en période scolaire et on note M l'événement : « l'élève se rend au Lycée à moto », T l'événement : « l'élève se rend au Lycée en taxi » et R l'événement : « l'élève arrive en retard au Lycée ».

1. Traduire la situation par un arbre de probabilités.
2. Déterminer la probabilité de l'événement $M \cap R$
3. Déterminer la probabilité de l'événement R

Un jour donné, l'élève est arrivé en retard au Lycée.

4. Quelle est la probabilité qu'il s'y soit rendu en taxi ?

EXERCICE 6

Owen, un jeune citoyen vivant à la zone industrielle de Yopougon, ayant des problèmes respiratoires, se renseigne sur le phénomène de la pollution à l’ozone des grandes villes. Dans certaines conditions météorologique (chaleur, absence de vent ou encore circulation routière intense), ce gaz se retrouve en excès à basse altitude et peut s’avérer néfaste pour la santé et l’environnement.

Soit C la concentration en ozone (en $\mu\text{g}/\text{m}^3$) où habite Owen . On peut modéliser la concentration C en ozone en fonction du temps (en heures) sur l’intervalle $[8; 22]$; par la relation :

$C(t) = -0,6t^2 + 18t - 50$. Owen veut savoir à quelle heure de la journée, la pollution à l’ozone dans la zone industrielle de Yopougon, sera maximale.

Aide Owen à trouver cette heure de la journée en te basant sur tes compétences en MATHEMATIQUES.

*Bonne chance à vous réussite au
Baccalauréat session 2024 !*