



ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE
 DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE

08 BP 03 ABIDJAN 08 - RÉPUBLIQUE DE CÔTE D'IVOIRE
 TEL : (225) 22 48 32 00 / 22 48 32 32 - FAX : (225) 22 44 39 88
 mail : ensead@ensead.ed.ci / Site Web : www.ensead-ed.ci

Samedi 27 février 2021

TEST DE PRESELECTION POUR LE CONCOURS D'ENTREE
 DANS LA DIVISION DES ANALYSTES STATISTICIENS (AS)

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Durée : 3 heures

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements constituent un objectif majeur pour l'épreuve écrite de mathématiques et entre pour une part importante dans l'appréciation des copies. L'usage des calculatrices scientifiques est autorisé à l'exclusion des calculatrices graphiques. Tout calcul de limite doit être justifié.

Exercice 1 (2 points)

On considère les nombres S et P suivants :

- $S = (1^2 - 2^2 - 3^2 + 4^2) + (5^2 - 6^2 - 7^2 + 8^2) + (9^2 - 10^2 - 11^2 + 12^2) + \dots + (2021^2 - 2022^2 - 2023^2 + 2024^2)$
- $P = \left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(1 - \frac{1}{9}\right) \left(1 - \frac{1}{16}\right) \times \dots \times \left(1 - \frac{1}{4\,084\,441}\right)$.

Calculer S et P sans utiliser la calculatrice.

Exercice 2 (4,5 points)

On dit qu'un nombre entier est digisible lorsqu'il vérifie les trois conditions suivantes :

- aucun de ses chiffres n'est nul ;
- il s'écrit avec des chiffres tous différents ;
- il est divisible par chacun d'eux.

Par exemple,

- 36 est digisible car il est divisible par 3 et par 6 ;
 - 264 est digisible car il est divisible par 2, par 6 et par 4.
1. Proposer deux autres nombres digisibles à deux chiffres.
 2. a) Donner tous les diviseurs à un chiffre du nombre 1 000.
 b) En déduire un nombre digisible à quatre chiffres.
 3. Soit n un nombre entier digisible dont l'écriture comporte 5.
 a) Démontrer que 5 est le chiffre de ses unités.
 b) Démontrer que tous les chiffres de n sont impairs.

✓ **Exercice 3 (4,5 points)**

Un livre contient 4 erreurs, numérotées de 1 à 4, et est relu par une suite de relecteurs pour correction. À chaque relecture, chaque erreur est corrigée avec une probabilité $\frac{1}{3}$. Les erreurs sont corrigées de manière indépendante les unes des autres, et les relectures sont indépendantes les unes des autres.

1. Quelle est la probabilité que l'erreur numéro 1 ne soit pas corrigée à l'issue de la n -ième lecture ?
2. a) Quelle est la probabilité que le livre soit entièrement corrigé à l'issue de la n -ième lecture ?
 b) Combien faut-il de relectures pour que cette probabilité soit supérieure à 0,9 ?

✓ **Exercice 4 (4 points)**

Une étude d'un hypermarché portant sur un produit vendu dans ses rayons a révélé que pour un prix de vente unitaire x , exprimé en milliers de francs :

- le nombre d'objets, exprimé en centaines, proposés sur le marché est modélisé par la fonction f définie par : $f(x) = \sqrt{e^x} - 1$;
 - le nombre d'objets, exprimé en centaines, que les consommateurs sont prêts à acheter est modélisé par la fonction g définie par : $g(x) = \frac{12}{\sqrt{e^x+1}}$.
1. a) Résoudre l'équation : $f(x) = g(x)$. On note p la solution.
 b) En déduire le prix d'équilibre (prix auquel la demande est égale à l'offre) de ce produit.
 2. Justifier que : $f(p) = \sqrt{13} - 1$. Que désigne ce nombre ?
 3. Calculer la rente R du producteur (en centaines, $R = p \times f(p) - \int_0^p f(x)dx$).

Exercice 5 (5 points)

1. Résoudre dans $\mathbb{C} \times \mathbb{C}$, le système suivant :
$$\begin{cases} u + v = -\frac{1}{2} \\ uv = -\frac{1}{4} \end{cases}$$

2. On pose : $\alpha = e^{\frac{2i\pi}{5}}$.

a) Démontrer que : $1 + \alpha + \alpha^2 + \alpha^3 + \alpha^4 = 0$.

b) En déduire que : $\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) + \cos\left(\frac{4\pi}{5}\right) = -\frac{1}{2}$.

3. On admet que : $\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) \times \cos\left(\frac{4\pi}{5}\right) = -\frac{1}{4}$.

Déterminer les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)$ et de $\cos\left(\frac{4\pi}{5}\right)$.