

**MATHEMATIQUES****Exercice 1 (4 points)**

On considère le polynôme P défini par :

$$P(x) = 2x^3 + 5x^2 - 4x - 3.$$

1. a) Calculer $P(1)$. **(0,5 point)**
b) En déduire une factorisation de $P(x)$ en produit de polynômes de degré 1. **(1 point)**
2. Déterminer le signe de $P(x)$ suivant les valeurs de x . **(0,5 point)**
3. a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $2e^{3x} + 5e^{2x} - 4e^x - 3 = 0$. **(1 point)**
b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $2e^{3x} + 5e^{2x} - 4e^x - 3 < 0$. **(1 point)**

Exercice 2 (4 points)

Pour répondre aux nouveaux critères de protection de l'environnement, une entreprise industrielle doit ramener progressivement sa quantité de rejets qui est de 50 000 tonnes par an en 2008, à une valeur inférieure ou égale à 30 000 tonnes en 10 ans au plus, soit une réduction de 40 %.

L'entreprise s'engage à réduire chaque année sa quantité de rejets de 4 % (soit un taux annuel de réduction de 4 %).

1. Si elle rejette 48 000 tonnes en 2009, respecte-t-elle son engagement ? **(0,5 point)**
2. Pour tout nombre entier n , on note V_n la quantité de rejets de l'année 2008+n.
Ainsi $V_0 = 50\,000$.
 - a) Exprimer V_{n+1} en fonction de V_n et en déduire la nature de la suite $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$. **(0,5 point)**
 - b) Exprimer V_n en fonction de n . **(0,5 point)**
3. Calculer à la tonne près, la quantité de rejets prévus pour l'année 2018. **(1 point)**
Les critères de protection seront-ils respectés en 2018 ? **(0,5 point)**
4. Un taux annuel de diminution de 5 % permettrait-il de respecter les nouveaux critères de protection de l'environnement ? Justifier votre réponse. **(1 point)**

Problème (12 points)

Partie A

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{4e^x}{e^x + 1}$.

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (unité graphique : 2 cm)

1. Calculer la limite de f en $-\infty$ et la limite de f en $+\infty$ puis interpréter graphiquement les résultats. **(1 point)**
2. a) Calculer la fonction dérivée de f . **(0,5 point)**
b) Donner le sens de variation de f et dresser son tableau de variation. **(1 point)**
3. a) Déterminer les coordonnées du point P intersection de (C) et de l'axe des ordonnées. **(0,5 point)**
b) Démontrer que le point P est centre de symétrie de (C) . **(0,5 point)**
4. Donner une équation de la tangente à (C) en P . On la notera (T) . **(0,5 point)**
5. Construire la droite (T) , les asymptotes éventuelles de (C) puis la courbe (C) . **(1 point)**

Partie B

1. Soit F la primitive de f sur $\mathbb{R}$ qui prend la valeur 0 en $x = 0$ et (φ) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{u}, \vec{v})$.
Unité graphique : 2 cm.
Donner le sens de variation de F . **(1 point)**
2. Pour tout nombre réel x , expliciter $F(x)$. **(0,5 point)**
3. a) Calculer la limite de F en $-\infty$ et la limite de F en $+\infty$. **(0,5 point)**
b) Donner une interprétation graphique de la limite de F en $-\infty$. **(0,5 point)**
c) Démontrer que la droite (Δ) d'équation $y = 4x - 4\ln 2$ est asymptote à (φ) . **(0,5 point)**

NB : On pourra remarquer que $e^x + 1 = e^x(1 + e^{-x})$.

4. Dresser le tableau de variation de F . **(1 point)**
5. Construire la droite (Δ) , les asymptotes éventuelles à (φ) puis la courbe (φ) . **(1 point)**

Partie C

1. Calculer, en cm^2 , l'aire A du domaine du plan délimité par la courbe (C) , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = \ln 3$. **(1 point)**
2. En déduire en cm^2 , l'aire A' du domaine du plan délimité par la courbe (C) la droite d'équation $y = 4$ et les droites d'équations $y = 0$ et $x = \ln 3$. **(1 point)**