

PROGRAM -
MATION



Licence Mathématiques et Informatique
Cours de Programmation 2 - TD/TP n°1 : Tableaux

Exercice 1 : Saisie et affichage de notes 1

Ecrire un programme en langage C qui permet la saisie des notes de 10 étudiants, puis l'affichage de toutes les notes. On ne fera pas de saisie contrôlée des notes.

Exercice 2 : Saisie et affichage de notes 2

Ecrire un programme en langage C qui permet la saisie du nombre de notes à saisir, puis des notes. On sait simplement que le nombre de notes ne peut dépasser 50. On affiche ensuite les notes.

Exercice 3 : Saisie et affichage de notes 3

Sans réécrire tout le programme en langage C précédent, écrire la portion de programme en langage C qui permettra d'afficher à la fin, la note maximale, la note minimale, la moyenne.

Exercice 5 : Affichage d'un tableau de notes avec une valeur sentinelle

Ecrire un programme en langage C qui permet l'affichage du tableau de notes de taille 10. Le tableau aura été initialisé en dur dans le programme en langage C (c'est à dire qu'il est déjà rempli). Les notes sont stockées dans le début du tableau et la valeur -1 indique la fin (logique) du tableau de notes. Le tableau peut contenir

10 notes.

Affichage : [12, 8, 16, 5,]

12	8	16	5	-1
----	---	----	---	----	-----	-----	-----	-----	-----

Exercice 6 : Saisie et affichage de notes d'étudiants pour plusieurs matières

Il y a un certain nombre de matières à envisager dont le nombre ne peut pas dépasser 7. Ecrire un programme en langage C qui permet la saisie du nombre de matières, du nombre d'étudiants et des notes par matière et par étudiant, puis l'affichage de l'ensemble des notes ainsi que les moyennes par matière et étudiant.

Exercice 7 : Palindrome

Un mot est un palindrome s'il s'écrit de la même façon si on l'écrit à l'envers. "ANNA" et "ESOPE RESTE ICI ET SE REPOSE"n "kayak" et "laval" sont des palindromes. Ecrire un programme en langage C qui permet de déterminer si un mot, considéré comme un tableau de caractères, est un palindrome ou non. On considérera que le tableau, d'au plus 50 éléments, est initialisé dans le programme en langage C .

Exercice 8 : On considère un tableau t de n entiers. Ecrire les programmes permettant de :

- Compter le nombre d'éléments nuls de t
- Chercher la position et la valeur du premier élément non nul de t
- Remplacer les éléments négatifs par leur valeur absolue et les éléments positifs par leur carré

Exercice 9 : Initialisation partielle d'un tableau à 2 dimensions

Ecrire le programme en langage C qui permet d'initialiser certaines parties d'un tableau d'entiers à 2 dimensions de taille 10 x 10. Pour simplifier, toutes les cases du tableau sont par défaut initialisées à 0. Le programme en langage C doit initialiser la ligne d'indice 5 à 1, la colonne d'indice 8 à 1 puis chacune des diagonales à 1. Le programme en langage C doit ensuite afficher le tableau. Les indices du tableau commencent à 0.

1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0
0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0
0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0
0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0
0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0
1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1

Exercice 10 : Ecrire un programme en langage C qui permet de Lire des nombres entiers dans un tableau à deux dimensions TAB (10, 20) et de calculer les totaux par ligne et par colonne du tableau.

Exercice 11 : On considère un tableau t (n, m) à deux dimensions.

- Ecrire un programme en langage C qui calcule la somme et le produit des éléments de t.
- Ecrire un programme en langage C qui affiche le plus petit élément de t et sa position.

Exercice 12 : Ecrire un programme en langage C qui permet de chercher une valeur x dans un tableau à deux dimensions t (m, n). Le programme en langage C doit aussi afficher les indices ligne et colonne si x a été trouvé.



Licence Mathématiques et Informatique Semestre 2
Cours de Programmation 3
TD/TP n°3 : Pointeurs

Exercice 1 : Écrire, de deux façons différentes, un programme qui lit 10 nombres entiers dans un tableau avant d'en rechercher le plus grand et le plus petit :

- En utilisant uniquement le « formalisme tableau »,
- En utilisant le « formalisme pointeur », chaque fois que cela est possible.

Exercice 2 : En utilisant les pointeurs, écrire un programme qui détermine et affiche la valeur maximale et la valeur minimale d'un tableau d'entiers (à une dimension) de taille à saisir au clavier.

Exercice 3 : En utilisant les pointeurs, écrire un programme permettant de trier par ordre croissant les valeurs entières d'un tableau de taille à saisir au clavier. Le tri pourra se faire par réarrangement des valeurs au sein du tableau lui-même.

Exercice 4 : En utilisant les pointeurs, écrire un programme calculant la somme de deux matrices dont les éléments sont de type double.

Exercice 5 : En utilisant les pointeurs, écrire un programme déterminant le nombre de lettres « e » (minuscules) présentes dans un texte de moins d'une ligne (supposée ne pas dépasser 132 caractères) fourni au clavier.

Exercice 6 : En utilisant les pointeurs, écrire un programme qui supprime toutes les lettres « e » (minuscules) d'un texte de moins d'une ligne (supposée ne pas dépasser 132 caractères) fourni au clavier. Le texte ainsi modifié sera créé, en mémoire, à la place de l'ancien.

Exercice 7 : En utilisant les pointeurs, écrire un programme qui lit au clavier un mot (d'au plus 30 caractères) et qui l'affiche à l'envers.

Exercice 8 : En utilisant les pointeurs, écrire un programme qui lit un verbe du premier groupe et qui en affiche la conjugaison au présent de l'indicatif, sous la forme :

*Je chante
Tu chantes
Il chante
Nous chantons
Vous chantez
Ils chantent*

Le programme devra vérifier que le mot fourni se termine bien par « er ». On supposera qu'il ne peut comporter plus de 26 lettres et qu'il s'agit d'un verbe régulier. Autrement dit, on admettra que l'utilisateur ne fournira pas un verbe tel que « manger » (le programme afficherait alors : « nous mangons »).



Licence Mathématiques et Informatique
Cours Algorithmique et Programmation
TD/TP n°3 : Tableaux

Exercice 1 : Saisie et affichage de notes 1

Ecrire un algorithme qui permet la saisie des notes de 10 étudiants, puis l'affichage de toutes les notes. On ne fera pas de saisie contrôlée des notes.

Exercice 2 : Saisie et affichage de notes 2

Ecrire un algorithme qui permet la saisie du nombre de notes à saisir, puis des notes. On sait simplement que le nombre de notes ne peut dépasser 50. On affiche ensuite les notes.

Exercice 3 : Saisie et affichage de notes 3

Sans réécrire tout l'algorithme précédent, écrire la portion d'algorithme qui permettra d'afficher à la fin, la note maximale, la note minimale, la moyenne.

Exercice 4 : Ecrire la fonction de recherche du maximum dans un tableau de réels

Exercice 5 : Affichage d'un tableau de notes avec une valeur sentinelle

Ecrire un algorithme qui permet l'affichage du tableau de notes de taille 10. Le tableau aura été initialisé en dur dans l'algorithme (c'est à dire qu'il est déjà rempli). Les notes sont stockées dans le début du tableau et la valeur -1 indique la fin (logique) du tableau de notes. Le tableau peut contenir

10 notes.

Affichage : [12, 8, 16, 5,]

12	8	16	5	-1
----	---	----	---	----	-----	-----	-----	-----	-----

Exercice 6 : Saisie et affichage de notes d'étudiants pour plusieurs matières

Il y a un certain nombre de matières à envisager dont le nombre ne peut pas dépasser 7. Ecrire un algorithme qui permet la saisie du nombre de matières, du nombre d'étudiants et des notes par matière et par étudiant, puis l'affichage de l'ensemble des notes ainsi que les moyennes par matière et étudiant.

Exercice 7 : Palindrome

Un mot est un palindrome s'il s'écrit de la même façon si on l'écrit à l'envers. "ANNA" et "ESOPE RESTE ICI ET SE REPOSE"n "kayak" et "laval" sont des palindromes. Ecrire un algorithme qui permet de déterminer si un mot, considéré comme un tableau de caractères, est un palindrome ou non. On considérera que le tableau, d'au plus 50 éléments, est initialisé dans l'algorithme.

Exercice 8 : On considère un tableau t de n entiers. Ecrire les programmes permettant de :

- Compter le nombre d'éléments nuls de t
- Chercher la position et la valeur du premier élément non nul de t
- Remplacer les éléments négatifs par leur valeur absolue et les éléments positifs par leur carré

min = t[0]

Exercice 9 : Initialisation partielle d'un tableau à 2 dimensions

Ecrire l'algorithme qui permet d'initialiser certaines parties d'un tableau d'entiers à 2 dimensions de taille 10 x 10. Pour simplifier, on supposera que les cases du tableau sont par défaut initialisées à 0. L'algorithme doit d'abord initialiser la ligne d'indice 6 à 1, la colonne d'indice 9 à 1 puis chacune des diagonales à 1. L'algorithme doit ensuite afficher le tableau. Les indices du tableau commencent à 1.

1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0
0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0
0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0
0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0
0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0
1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1

Exercice 10 : Ecrire un algorithme qui permet de Lire des nombres entiers dans un tableau à deux dimensions TAB (10, 20) et de calculer les totaux par ligne et par colonne du tableau.

Exercice 11 : On considère un tableau t (n, m) à deux dimensions.

- Ecrire un algorithme qui calcule la somme et le produit des éléments de t.
- Ecrire un algorithme qui affiche le plus petit élément de t et sa position.

Exercice 12 : Ecrire un algorithme qui permet de chercher une valeur x dans un tableau à deux dimensions t (m, n). L'algorithme doit aussi afficher les indices ligne et colonne si x a été trouvé.

Exercice 13 : Supplément exercices Structures de contrôle

- Ecrire un algorithme qui permet de saisir deux entiers positifs et de déterminer leur plus grand commun diviseur (PGCD). Le $PGCD(A,B) = PGCD(A-B, B)$ si A est le plus grand et $PGCD(A,B) = PGCD(A, B-A)$ si B est le plus grand. Si $A=B$ le $PGCD(A,B)$ est A ou B.
- Ecrire un algorithme qui demande à l'utilisateur, avec les variables appropriées, la date d'un certain jour, puis qui calcule et affiche la date du lendemain.

Remarques :

- Les dates sont supposées valides,
- Une année est bissextile si et seulement si elle est divisible par 4 et non par 100 (1900 n'était pas bissextile) ou divisible par 400 (2000 sera bissextile).

Vous pourrez utiliser un tableau pour stocker le nombre de jours de chaque mois.

- Ecrire l'algorithme qui détermine le 20ième terme d'une suite définie par :

$$S_0 = 2, S_1 = 3 \text{ et } S_n = S_{n-2} + (-1)^n * S_{n-1}$$

- Ecrire l'algorithme qui détermine le Nième terme d'une suite définie par :

$$S_0 = 2, S_1 = 3, S_2 = -2 \text{ et } S_n = S_{n-3} + (-1)^n * S_{n-1}$$

- On démontre en mathématique que le cosinus d'un angle exprimé en radian est donné par la somme infinie suivante : $COS(x) = 1 - X^2/2! + X^4/4! - X^6/6! + \dots$

On décide d'arrêter la somme à un certain rang n (n>3) donné. Ecrire l'algorithme qui permet d'évaluer le cosinus d'une valeur x donnée.



Licence Mathématiques et Informatique Semestre 2
Cours de Programmation 2 - TD/TP n°4 : Fonctions

Exercice 1 : Ecrire une fonction permettant de calculer le factoriel d'un nombre passé en paramètre

Exercice 2 : Ecrire une fonction donnant en retour la somme des entiers pairs inférieurs à N, N passé en argument de la fonction

Exercice 3 : La formule de conversion des températures exprimées en degré Celsius en degré Fahrenheit est : $C = (5/9) * F - 32$. Ecrire une fonction permettant d'afficher une liste d'équivalence pour des températures comprises entre 0°F et 300°F On choisit un incrément de 10°F. On écrira cette fonction en utilisant successivement une boucle for() while() et do...while().

Exercice 4 : Ecrire une fonction qui affiche le quantième d'une date (Combien de jour se sont-ils écoulés depuis le début de l'année ?). Il faudra mémoriser la longueur de chaque mois dans un tableau global

Exercice 5 : Ecrire une fonction C qui affiche le code ASCII d'un caractère passé en paramètre. Ecrire un programme principal qui saisit un caractère au clavier et affiche son code ASCII.

Exercice 6 : Ecrire une fonction C qui calcule la moyenne de trois nombres passés en paramètre. Ecrire le programme principal qui saisit trois nombres au clavier et affiche leur moyenne.

Exercice 7 : Ecrire une fonction C qui affiche l'aire d'un triangle dont la base et la hauteur sont passées en paramètre. Ecrire le programme principal qui saisit la base et la hauteur d'un triangle et affiche l'aire du triangle.

Exercice 8 : Ecrivez et testez une fonction qui calcule la moyenne d'un vecteur de taille quelconque.

Exercice 9 : Ecrivez et testez une fonction qui calcule la moyenne et la variance d'un vecteur de taille quelconque.

Exercice 10 : Ecrivez une fonction qui trouve l'indice des éléments minimum et maximum dans un vecteur de taille quelconque.

Exercice 11 : Ecrire un programme qui calcule la valeur d'un polynôme de degré N, connaissant ses N+1 coefficients et l'abscisse x.

Exercice 12 : Ecrire une fonction calculant le produit scalaire de deux vecteurs

Exercice 13 : Ecrivez un programme qui lit la date d'un jour, exprimée sous la forme de trois nombres / j(jour), m (mois), a (année) et utilise une fonction q calcule et affiche la date du lendemain. On supposera que la date donnée est correcte. Ecrivez également la fonction qui calcule le jour de la semaine correspondant à une date donnée., exprimée sous la forme de trois nombres (jour), m (mois), a (année). On utilisera la formule suivante. On pose :

$$m_1 = \begin{cases} m-2 & \text{si } m \geq 3 \\ m+10 & \text{si } m < 3 \end{cases} \quad a_1 = \begin{cases} a & \text{si } m \geq 3 \\ a-1 & \text{si } m < 3 \end{cases} \quad \begin{array}{l} n_s = \text{deux premiers chiffres de } a_1 \\ a_s = \text{deux derniers chiffres de } a_1 \end{array}$$

puis

$$f = j + a_s + \frac{a_s}{4} - 2n_s + \frac{n_s}{4} + \frac{26m_1 - 2}{10}$$

Les barres de fraction indiquent des « quotients par défaut. Dans ces conditions, le jour de la semaine est donné par le reste de la division de f par 7 (0 - dimanche, 1- lundi, etc.). Faites attention, il peut arriver que la valeur de f soit négative.

NB La formule précédente ne tient pas compte du fait que la veille du vendredi 15 octobre 1582. Jour de l'entrée en vigueur de la réforme de Grégoire XIII, était le jeudi 4 octobre 1582



Licence Mathématiques et Informatique - Semestre 2
Examen du Cours de Programmation II en Langage C – Session 1
03H – Aucun document autorisé

Exercice 1 : Questions de cours (06 points)

1. Peut-on donner un même identificateur à une variable locale et à une variable globale au cours d'un même programme ? Expliquer - **02 pts**
2. Lesquelles de ces définitions de fonctions sont correctes si elles sont censées calculer «x» élevé à la puissance « N » entière. ? - **02 pts**
 - a. float puissance (float X , int N)
 - b. puissance (float X ; int N)
 - c. puissance (float x , int N)
 - d. float puissance() ;
 - e. puissance : float ;
 - f. void puissance (float X , int N)
3. Quelles sont les différentes affectations que l'on peut réaliser sur ces variables structurées ? - **02 pts**

Sachant que :

```
struct VOITURE {  
    char Marque[20];  
    float Cylindree ;  
    char Couleur[20] ;  
    char Nom[20] ;  
    int Prix ;  
};  
struct VELO {  
    char Marque[20];  
    char Couleur[20] ;  
    char Nom[20] ;  
    int Prix ;  
};  
struct VOITURE V1 ;  
struct VELO V2 ;
```

- a) V1 =V2 ;
- b) V2 = V1 ;
- c) V2.Marque = V2.Nom ;
- d) V1.Cylindree := 1.5 ;
- e) Aucune de celles proposées

Exercice 2 : Fonctions (7 points)

Ecrire un programme comportant :

1. Une fonction nommée **paire** qui détermine et affiche le signe et la parité d'un entier passé en paramètre
2. Ecrire le code de la fonction main permettant d'appeler la fonction avec en paramètre une valeur saisie au clavier, ce calcul sera répété autant de fois que l'utilisateur le désire.

Voici un exemple d'exécution du programme :

```
Entrez une valeur entière : -1
Vous avez entré la valeur -1 qui est négative et impaire.
Voulez-vous recommencer ? Si oui, entrez 0 (zéro).
0
Entrez une valeur entière : 0
Vous avez entré la valeur 0 qui est positive et paire.
Voulez-vous recommencer ? Si oui, entrez 0 (zéro).
0
Entrez une valeur entière : 4
Vous avez entré la valeur 4 qui est positive et paire.
Voulez-vous recommencer ? Si oui, entrez 0 (zéro).
1
```

3. Une fonction nommée **impaire** qui reçoit un entier passé en paramètre par adresse et met dans ce dernier son double s'il est impair.

Exercice 3 : Structures, Fonctions, Tableaux (7 points)

On veut écrire un premier programme complexe.c gérant des nombres complexes avec une structure de données appelée Complexe.

1. Un nombre complexe a une partie réelle et une partie imaginaire. Ecrire la déclaration de la structure Complexe.
2. Ecrire les fonctions associées à la gestion de la structure Complexe : `init_complexe` qui permettra d'initialiser un nombre complexe passé par adresse, `affiche_complexe` permettant d'afficher un nombre complexe passé par adresse à la fonction, `somme_complexe` permettant de calculer et retourner la somme de deux nombres complexes passés en paramètre par adresse. On veut tester les nombres complexes avec le programme principal suivant qui donne une idée des prototypes des fonctions demandées.

```
int main() {
    Complexe c1, c2, c3;
    init_complexe(&c1, 1.5, 3.5);
    init_complexe(&c2, 1.5, -3.5);
    init_complexe(&c3, 1, 1);
    somme_complexe(&c3, &c1);
    affiche_complexe(&c1);
    affiche_complexe(&c2);
    affiche_complexe(&c3);
}
```

3. Dans le programme principal, déclarer un tableau de nombres complexes initialisés aléatoirement, ou selon votre choix avec `init_complexe`. Créer un nombre complexe somme des nombres complexes du tableau avec `init_complexe`. Afficher le tableau et sa somme avec `affiche_complexe`.

ANALYSE

LICENCE MATHÉMATIQUES INFORMATIQUE
ANALYSE II

Exercice 1:

Trouver toutes les applications $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dérivables telles que:

$$\forall x \in \mathbb{R}, f'(x)f(-x) = 1.$$

Exercice 2:

Résoudre l'équation différentielle:

$$xy' + 2y = \frac{x}{x^2 + 1},$$

d'inconnue $y : I \rightarrow \mathbb{R}$, pour $I =]-\infty; 0[$; $I =]0; +\infty[$; $I = \mathbb{R}$.

Exercice 3:

On note:

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$
$$x \mapsto f(x) = \begin{cases} 1, & \text{si } x < 0 \\ e^x, & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

Résoudre alors l'équation différentielle: $y' - y = f$, avec pour condition initiale $y(0) = 0$, d'inconnue $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ supposée dérivable.

Exercice 4:

Résoudre les équations différentielles du second ordre suivantes, d'inconnues $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ supposées deux fois dérivables sur \mathbb{R} :

- 1) $2y'' + 2y' + y = xe^{-x}$
- 2) $y'' - 3y' + 2y = (x^2 + 1)e^x$

LICENCE MATHÉMATIQUES INFORMATIQUE
EXAMEN D'ANALYSE II – Durée: 3 heures

Mercredi 17 février 2020

“Aucun document n'est autorisé”

Partie I: Développements limités (3 points)

- 1) On considère l'application $f : x \mapsto \ln(1 + \sinh x)$. Donner le $DL_3(0)$ de f . (1 point)
- 2) Soit $g : x \mapsto \frac{f(x)}{\sin x}$. Déterminer le $DL_2(0)$ de g . (1 point)
- 3) Montrer que g est prolongeable par continuité en 0. (1 point)

Partie II: Intégration (13 points)

- 1) Soit $f, g : [a; b] \rightarrow \mathbb{R}$ deux applications telles que $g \geq 0$ et que $m = \inf_{[a,b]} f$ et $M = \sup_{[a,b]} f$ soient bien définies.

a) Montrer que:

$$m \int_a^b g(x) dx \leq \int_a^b f(x)g(x) dx \leq M \int_a^b g(x) dx. \quad (2 \text{ points})$$

b) On suppose f continue. Montrer qu'il existe $c \in [a, b]$ tel que:

$$\int_a^b f(x)g(x) dx = f(c) \int_a^b g(x) dx \quad (\text{formule de la moyenne}). \quad (2 \text{ points})$$

- 2) a) Démontrer que $\forall x \in [0, \pi/2]$, on a:

$$\frac{2}{\pi}x \leq \sin x \leq x. \quad (2 \text{ points})$$

b) En déduire que $\forall \alpha > 0$, on a:

$$\int_0^{\pi/2} \exp(-\alpha \sin x) dx \leq \frac{\pi}{2\alpha} (1 - \exp(-\alpha)). \quad (1 \text{ point})$$

c) Appliquer la formule de la moyenne pour donner la meilleure majoration de l'intégrale:

$$\int_0^1 \frac{\sin x}{1+x^2} dx. \quad (2 \text{ points})$$

3) Déterminer les primitives des applications suivantes:

a)

$$x \rightarrow \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x}. \quad (2 \text{ points})$$

b)

$$x \mapsto \frac{\sqrt{1 + \sqrt[3]{x}}}{\sqrt[3]{x^2}}. \quad (2 \text{ points})$$

Partie III: Équations différentielles linéaires (4 points)

Résoudre les équations différentielles suivantes:

1)

$$y' + \frac{xy}{1-x^2} = x + \arcsin x,$$

d'inconnue $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ supposée dérivable sur \mathbb{R} . (2 points)

2)

$$y'' - 2y' + y = (6x^2 - 4) \cdot \exp(x),$$

d'inconnue $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ supposée deux fois dérivable sur \mathbb{R} . (2 points)

N.B.: Veuillez à faire une présentation soignée.

Club Mathématique

Exercice 1.

1°) Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$, avec $f(x) = \left(\frac{\sin 2x}{x} \right)^{1+x}$.

2°) Calculer $\lim_{x \rightarrow \pm \infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^x$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^{1/x}$.

3°) Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$, avec $f(x) = \frac{e^{\tan x} - e^{\sin x}}{\tan x - \sin x}$.

Exercice 2

Résoudre l'équation :

$$\arccos \frac{a}{x} - \arccos \frac{b}{x} = \arccos \frac{1}{b} - \arccos \frac{1}{a}$$

avec $a > 1$ et $b > 1$.

Exercice 3

Résoudre l'équation $\arcsin \frac{4}{5} + \arcsin \frac{5}{13} = \arcsin x$.

Exercice 4.

Résoudre l'équation $\arcsin x + \arcsin \frac{x}{2} = \frac{2\pi}{3}$.

Exercice 5

Étudier l'application $x \mapsto f(x) = \arcsin \sqrt{\frac{1 + \sin 2x}{2}}$.

Exercice 6

Étudier l'application $x \mapsto f(x) = \arcsin(\cos x) + \arccos(\sin x)$

Exercice 7

Simplifier les expressions suivantes :

$$y(x) = \arctan \frac{\sqrt{1+x^2} - 1}{x}$$

$$z(x) = \arctan \sqrt{\frac{1 - \cos(x)}{1 + \cos(x)}}$$

Exercice 8

1 a) Montrer que :

$$\forall x \in \mathbb{R}_+^*, \arctan x + \arctan \frac{1}{x} = \frac{\pi}{2}$$

b) Montrer que :

$$\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2 / xy < 1, \arctan x + \arctan y = \arctan \frac{x+y}{1-xy}$$

2 a) Déterminer la valeur de :

$$\arctan 2 + \arctan 5 + \arctan 8$$

b) En déduire l'ensemble des solutions sur \mathbb{R} de l'équation : $\arctan(x-3) + \arctan x + \arctan(x+3) = \frac{5\pi}{4}$

LICENCE MATHÉMATIQUES INFORMATIQUE
ANALYSE II - TD, série n° 1

Exercice 1:

1) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation suivante:

$$\ln\left(\frac{x+5}{2}\right) = \frac{1}{2}(\ln x + \ln 9).$$

2) Montrer que: $\forall x \in]0; +\infty[$

$$\ln\left(1 + \frac{1}{x}\right) \leq \frac{1}{\sqrt{x(x+1)}}.$$

Exercice 2:

Trouver toutes les applications $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ continues telles que:

$$\forall x, y \in \mathbb{R}_+, f(xy) = f(x)f(y).$$

Exercice 3:

1) Montrer d'abord que:

$$\tanh((k+1)x) - \tanh(kx) = \frac{\sinh x}{\cosh(kx) \cosh((k+1)x)}.$$

2) Utiliser alors le résultat de la question 1) pour calculer $\forall n \in \mathbb{N}^*, \forall x \in \mathbb{R}$:

$$\sum_{k=0}^n \frac{1}{\cosh(kx) \cosh((k+1)x)}.$$

Exercice 4:

Étudier la fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ définie par:

$$f(x) = 2 \arctan\left(\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}\right) - \arcsin(2x\sqrt{1-x^2}).$$

1

$\arctan u = \frac{u'}{1+u^2}$

$u' \times \frac{1}{1+u^2}$

#

LICENCE MATHÉMATIQUES INFORMATIQUE
ANALYSE II -TD, série n° 2

Exercice 1:

Donner deux exemples de suites réelles $(u_n)_{n \geq 1}$ et $(v_n)_{n \geq 1}$ telles que:

i) $u_n \sim_{\infty} v_n$

ii) $(u_n)_{n \geq 1}$ est décroissante

iii) $(v_n)_{n \geq 1}$ n'est monotone à partir d'aucun rang.

Exercice 2:

Soit $x \in \mathbb{R}_+^*$. Déterminer un équivalent de la forme: λn^α , où $\lambda \in \mathbb{R}^*$ et $\alpha \in \mathbb{N}$, de

$$\sum_{k=1}^n E(kx), \text{ lorsque } n \rightarrow \infty.$$

Exercice 3:

Calculer les limites suivantes:

1)

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln \left(x \sinh \left(\frac{1}{x} \right) \right)$$

2) Soit $a \in]0; 1[\cup]1; +\infty[$ fixé:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\log_x a - \log_a x}{\sinh x - \sinh a}$$

3)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{x^2+x} - e^{2x}}{\cos \left(\frac{\pi x}{2} \right)}.$$

Indication: On pourra utiliser les équivalences.

Exercice 4:

Donner un D.L. dans les cas suivants:

1) à l'ordre 3 au voisinage de 0 de la fonction suivante:

$$f(x) = \left(1 + \sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}\right)^{-1},$$

2) à l'ordre 9 au voisinage de 0 de:

$$x \mapsto \tan\left(x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7}\right),$$

3) à l'ordre 5 au voisinage de 0 de:

$$x \mapsto \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}.$$

Exercice 5:

Montrer que l'application:

$$\begin{aligned} f: \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\longmapsto xe^{x^2}, \end{aligned}$$

admet une réciproque, puis donner un $DL_5(0)$ de f^{-1} .