## Problèmes et exercices résolus



**1.** Un emprunt de 100 000 € a été contracté. Durée de l'amortissement : 16 ans; taux : 9 %.

Les 15 premières annuités sont égales chacune à 12 000 €. La 16ᵉ annuité est de montant différent, (l'emprunt n'est donc pas remboursable par annuités constantes).

➤ **a)** *Calculer le montant de la 16ᵉ annuité.*

➤ **b)** *Présenter les deux premières et la dernière lignes du tableau d'amortissement.*

➤ **c)** *Calculer par deux procédés différents le montant de la dette encore vivante après paiement de la 11ᵉ annuité.*

### Résolution

**a)** Désignons par $a_{16}$ la 16ᵉ annuité.

Appliquons la règle 2. Égalité entre le montant de la dette et valeur actuelle des annuités.

$$100\,000 = 12\,000\frac{1-1{,}09^{-15}}{0{,}09} + a_{16}1{,}09^{-16}$$

$$100\,000 = (12\,000 \times 8{,}060688) + 0{,}25187a_{16}$$

$$\text{On en tire } a_{16} = \boxed{12\,989{,}81\text{ €}}$$

**b)**

| Échéance | Dette | Intérêt | Amortissement | Annuité |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 100 000 | 9 000 | 3 000 | 12 000 |
| 2 | 97 000 | 8 730 | 3 270 | 12 000 |
| 16 | 11 917,26 | 1 072,55 | 11 917,26 | 12 989,81 |

Le dernier amortissement (et la dernière dette) ont été calculés en effectuant le quotient : $\dfrac{12\,989{,}81}{1{,}09}$.

**c)** Premier procédé. Règle fondamentale nº 3 :

$$D_{11} = 100\,000 \times 1{,}09^{11} - 12\,000 \times \frac{1{,}09^{11}-1}{0{,}09}$$

$$= (100\,000 \times 2{,}580426) + (12\,000 \times 17{,}560298)$$

$$= \boxed{47\,319{,}09\text{ €}}$$

Second procédé. Règle fondamentale n° 4 :

$$D_{11} = 12\,000 \times \frac{1 - 1{,}09^{-4}}{0{,}09} + (12\,989{,}81 \times 1{,}09^{-5})$$

$$= (12\,000 \times 3{,}23972) + (12\,989{,}81 \times 0{,}649931)$$

$$= \boxed{47\,319{,}09\ €}$$

**2.** Un emprunt d'un montant de 600 000 € est remboursable au moyen de deux versements annuels à échéances respectives de 1 an et 2 ans, et dont les montants sont, dans l'ordre, 300 000 € et 393 453,75 €.

➤ *Présenter le tableau d'amortissement de cet emprunt.*

**Résolution**

Désignons par $i$ le taux d'emprunt.

Nous pouvons écrire : (règle fondamentale n° 1)

$$600\,000\,(1 + i)^2 = 300\,000(1 + i) + 393\,453{,}75$$

Posons $(1 + i) = x$. On obtient alors, après simplifications et transformations :

$$2x^2 - x - 1{,}3115125 = 0$$

équation du second degré dont on ne retient que la racine positive.

$$x = 1{,}0975 = 1 + i \quad \text{soit} \quad i = 0{,}0975$$

Tableau d'amortissement

| Échéance | Dette | Intérêt | Amortissement | Annuité |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 600 000 | 58 500 | 241 500 | 300 000 |
| 2 | 358 500 | 34 953,75 | 358 000 | 393 453,75 |
| | | | 600 000 | |

**3.** Un emprunt indivis d'un montant initial de 800 000 € est amortissable au moyen de 12 annuités constantes. Taux d'intérêt : 9 %.

➤ **1)** *Calculer par quatre procédés au moins la dette résiduelle après paiement de 7 échéances.*

➤ **2)** *présenter la 8e ligne du tableau d'amortissement de cet emprunt.*

**Résolution**

**1)** Annuité constante : $800\,000 \times \dfrac{0{,}09}{1 - 1{,}09^{-12}} = 111\,720{,}80\ €$

Premier amortissement : $111\,720{,}80 - (800\,000 \times 0{,}09) = 39\,720{,}8\ €$