BAC BLANC MONAJOCE
SESSION FEVRIER 2024

MATHEMATIQUES

Coef : 2
Durée : 3 h
Série : G2

Ce sujet comporte trois (03) pages numérotées 1/3 , 2/3et 3/3. Le candidat traitera tous les exercices proposés. Toute calculatrice scientifique est acceptée sauf les calculettes programmables. Aucun document ou support n'est autorisé. Le candidat recevra une feuille de papier millimétré pour les constructions.

Exercice 1: (2pts)

Pour chacune des affirmations suivantes, écris sur ta feuille de copie le numéro de la ligne puis vrai si l'affirmation est vraie ou faux si l'affirmation est fausse.

1. La droite d'ajustement linéaire d'un nuage de points d'une série statistique passe par le point moyen.
2. La fonction : $x \longmapsto -\frac{2}{x}$ est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et a pour dérivée la fonction $x \longmapsto -\frac{2}{x^2}$
3. On appelle écart-type d'une série statistique, la racine carrée de la variance.
4. Si deux fonctions ont la même dérivée sur un intervalle K, alors ces fonctions sont égales sur cet intervalle K.

Exercice 2: (2 pts)

Pour chacune des affirmations ci-dessous, quatre réponses A, B, C et D sont proposées dont une seule est exacte.
Ecris sur ta feuille de copie le numéro de l'affirmation suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

<table>
<tr><th>N°</th><th>AFFIRMATION</th><th></th><th>REPONSES</th></tr>
<tr><td rowspan="4">1</td><td rowspan="4">f est une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ et définie par $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$</td><td>A</td><td>La fonction f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$</td></tr>
<tr><td>B</td><td>La fonction f est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$</td></tr>
<tr><td>C</td><td>La fonction f est strictement croissante sur $]0\,;+\infty[$</td></tr>
<tr><td>D</td><td>La fonction f est strictement décroissante sur $]0\,;+\infty[$</td></tr>
<tr><td rowspan="4">2</td><td rowspan="4">Le résultat d'une enquête est consigné dans le tableau suivant
<table><tr><td>x</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td></tr><tr><td>y</td><td>12</td><td>13</td><td>17</td><td>19</td><td>21</td><td>26</td></tr></table>
Le couple de coordonnées du point moyen G de cette série statistique est tel que</td><td>A</td><td>$G(21; 108)$</td></tr>
<tr><td>B</td><td>$G(\frac{7}{2}; 18)$</td></tr>
<tr><td>C</td><td>$G(108; 21)$</td></tr>
<tr><td>D</td><td>$G(18; \frac{7}{2})$</td></tr>
<tr><td rowspan="4">3</td><td rowspan="4">La dérivée de la fonction polynôme f définie par $f(x) = 5x^2 - 2x + 3$ est la fonction f' définie par :</td><td>A</td><td>$f'(x) = 5x - 2$</td></tr>
<tr><td>B</td><td>$f'(x) = -5x - 2$</td></tr>
<tr><td>C</td><td>$f'(x) = 10x - 2$</td></tr>
<tr><td>D</td><td>$f'(x) = 10x + 2$</td></tr>
<tr><td rowspan="4">4</td><td rowspan="4">$\lim\limits_{x \to -\infty} (x^3 - 3x^2 + x - 5) = \ldots.$</td><td>A</td><td>5</td></tr>
<tr><td>B</td><td>-3</td></tr>
<tr><td>C</td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>D</td><td>$-\infty$</td></tr>
</table>

Exercice 3: (4pts)

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $\begin{cases} f(x) = x^2 + x \text{ si } x < 0 \\ f(x) = \frac{x}{x+1} \text{ si } x \geq 0 \end{cases}$

On note (C) la représentation graphique de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I ,J).

1. Justifie que f est continue en 0.
2. Etudie la dérivabilité de f en 0 puis interprète graphiquement les résultats obtenus.
3. a. Calcule les limites de f en $-\infty$.
4. b. Calcule les limites de f en $+\infty$ puis interprète graphiquement le résultat.

   c. Justifie que la courbe (C) admet en $-\infty$ une branche parabolique dont on précisera la direction.

5. On admet que f est dérivable sur $]-\infty. 0[$ et sur]0 ;+∞[.

   Etudie les variations de f et dresse son tableau de variation.

6. Justifie qu'une équation de la tangente (T) à la courbe (C) au point O est (T) : $y = x$.
7. Trace (T) et (C) dans le même repère d'unité graphique 1 cm.

Exercice 4: (7pts)

En Côte d'ivoire, le gouvernement par décret N°2013-327 du 22 mai 2013, a interdit la production, la commercialisation, la détention et l'utilisation des sachets plastiques. L'application du décret a été reportée au 22 novembre 2014.

Au début du mois de juin 2013, un magasin de distribution disposait d'un stock de 740 cartons de sachets plastiques.

Depuis lors, l'entreprise a arrêté d'acquérir de nouveaux cartons de sachets plastiques et a suivi l'évolution de son stock pendant six mois en notant, au début de chaque mois, le nombre de cartons de sachets plastiques disponibles. Les données sont consignées dans le tableau suivant :

Mois	Juin 2013	Juillet 2013	Août 2013	Septembre 2013	Octobre 2013	Novembre 2013
Rang x_i, du mois	1	2	3	4	5	6
Nombre y_i, de cartons de sachets plastiques	740	680	650	580	500	450

1. a) Représente le nuage de points associés à cette série statistique $(x; y)$ dans le plan muni d'un repère orthogonal (O, I, J). On prendra 2 cm pour un mois en abscisse et 1 cm pour 50 cartons en ordonnée.
   b) Justifie qu'un ajustement linéaire est possible.
   NB : On donnera si possible tous les résultats sous forme de fraction irréductible.
2. Calcule les coordonnées du point moyen G de cette série statistique et le placer dans un repère (O,I,J).
3. Calcule la variance V(X) de X puis la covariance cov(X ;Y) de cette série statistique double.
4. a) Démontre par la méthode des moindres carrés qu'une équation de la droite (D) de régression de y en x est : $y = -\frac{412}{7}x + 806$.
   b) Construis la droite (D) dans le repère (0, I, J).
   c) Calcule le coefficient de corrélation linéaire r et interprète le résultat.

5. On suppose que ce modèle reste valable jusqu'à la fin de l'année 2014 et que la tendance se poursuit.
   a) Détermine le mois au cours duquel le stock sera épuisé.
   b) L'entreprise pourra-t-elle épuiser son stock avant la date d'entrée en application du décret ?

Exercice 5: (5 pts)

En visite dans une usine de fabrication et de commercialisation de sachets de poudre de cacao, des élèves d'une classe de Terminale scientifique reçoivent les informations suivantes :
« La capacité journalière de production de l'usine est comprise entre 1 000 et 5 000 sachets. Toute la production journalière est commercialisée. »
Une étude révèle que le bénéfice journalier, exprimé en millions de FCFA, réalisé par la production et la vente de x milliers de sachets est modalisé sur l'intervalle [1 ;5] par la fonction B définie par :
$B(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 9x + 2.$
La direction de l'usine veut accroître le bénéfice de l'entreprise. N'ayant pas de personnel qualifié, en te basant sur tes connaissances mathématiques, détermine le nombre de sachets à produire en un jour, à l'unité près, pour que l'entreprise réalise un bénéfice maximal.