PROBATOIRE 1re MONAJOCE SESSION FEVRIER 2024

MATHEMATIQUES

Coef : 4
Durée : 2 h
Série : D

Ce sujet comporte (02) pages numérotées 1/2 et 2/2 . Le candidat traitera tous les exercices proposés. Toute calculatrice scientifique est acceptée sauf les calculettes programmables. Aucun document ou support n'est autorisé.

EXERCICE 1 : 2 points

Dans chacun des cas suivants, trois réponses sont données à chacune des affirmations suivantes dont une seule est juste. Relève le numéro de l'affirmation suivi de la lettre pour donner la réponse juste.

1. Dans un arrangement, les éléments sont :
   A) Distincts deux à deux. B) Identiques C) Identiques ou distincts.
2. Un tirage simultané de 3 boules d'un sac contenant n boules est :
   A) Un triplet B) Un ensemble de 3 boules C) Un ensemble ordonné de 3 boules.
3. Le nombre A_5^3 est égal à :
   A) 15 B) 60 C) 8
4. L'ensemble des solutions de l'équation $C_n^2 = 66$ est :
   A) {10 ;11} B) {12} C) {11}
5. Avec les lettres {B,A,N,K,O,L,E}, le nombre d'anagrammes (mots ayant un sens ou non) qu'on peut former est : A) 7 B) 1 C) 5040
6. Les coefficients binomiaux de la somme $(a+b)^4$ où a et b sont des nombres réels non nuls sont : A) 1 ;4 ; 8 ; 4 ; 1 B) 1 ;4 ; 6 ; 4 ; 1 C) 4 ;3 ; 2 ; 1 ; 0
7. Pour tout entier naturel non nul, on a :
   A) $C_n^1 = 1$ B) $C_n^1 = \frac{1}{n}$ C) $C_n^1 = n$
8. Le produit cartésien E X F de deux ensembles E et F non vides a pour cardinal :
   A) card(E) + card(F) B) card(E) x card (F) C) card(E) + card(F)−card(E∩F)

EXERCICE 2 : 2 points

Pour chacune des affirmations suivantes, réponds par VRAI ou par FAUX en écrivant le numéro suivi de ta réponse.

1- Pour une fonction f et un nombre réel a donnés, $\lim\limits_{x\to a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ équivaut à $\lim\limits_{h\to 0} \frac{f(a-h)-f(a)}{h}$.

2- $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{4x^2-5x+7}{2x^2-9} = 2$.

3- Les composées de fonctions fog et gof ont toujours le même domaine de définition.

4- La fonction :$x \mapsto \frac{2x-5}{x+1}$ dérivable sur $]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$ a pour dérivée la fonction :$x \mapsto \frac{4}{(x+1)^2}$

5- Si une fonction est dérivable en un nombre réel a alors elle est continue en ce réel a.

6- La fonction $x \mapsto \sqrt{x}$ est dérivable sur $[0;+\infty[$

7- L'équation (E) : $5x^4 - 7x^3 + 1 = 0$ est une équation bicarrée.

8- $\lim\limits_{x\to-2} \frac{x^2-4}{x+2} = -2$.

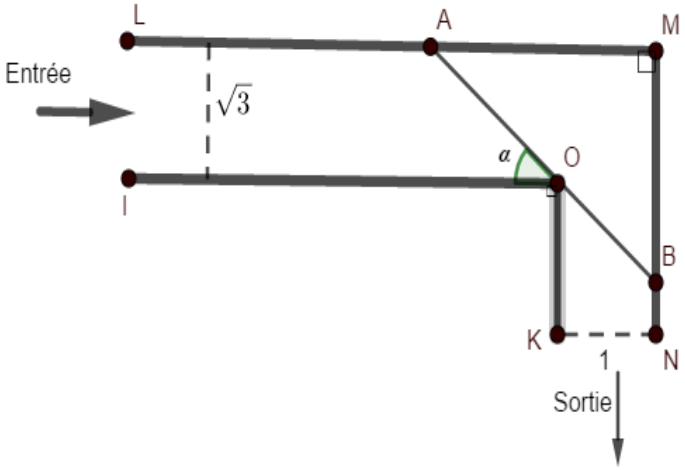
EXERCICE 3 : 7 points

On considère la fonction g définie par $g(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 6x - 2$. On note (C_g) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

1- Donne D_g l'ensemble de la fonction g.
2- Calcule les limites de g en $+\infty$ et en $-\infty$.
3- Etudie les variations de g puis dresse son tableau de variation.
4- Détermine une équation de la tangente à la courbe de g au point d'abscisse 0.
5- On considère la fonction h définie sur IR par $h(x) = 6x - 2$. On note (C_h) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).
Etudie la position relative des courbes (C_g) et (C_h) sur IR.

EXERCICE 4 : 5 points

Un couloir de largeur $\sqrt{3}$ mètres à l'entrée, tourne à angle droit et sa largeur est de 1 mètre à la sortie comme l'indique la figure codée ci-contre :

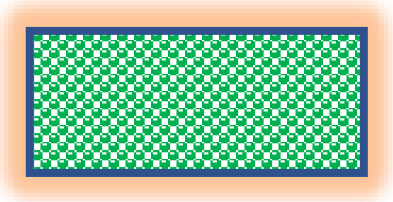


Sur la figure, une droite passe par le point O et fait avec l'un des murs, un angle α puis coupe deux côtés de deux murs en A et en B.

1) Exprime en fonction de α, les longueurs OA, OB et AB.
2) On pose $AB = f(\alpha)$. Démontre que : $f(\alpha) = \frac{4\cos(\alpha - \frac{\pi}{6})}{sin2\alpha}$
3) Détermine α pour que : $AB = 4$.
4) Détermine α pour que : $OA = OB$.

EXERCICE 5 : 4 points

Ta famille dispose d'un domaine agraire de forme rectangulaire pour la culture de l'anacarde comme l'indique la figure ci-contre :



Vérifiant les documents afférents au domaine, ton oncle remarque que les dimensions (longueur, largeur et diagonales) n'ont pas été mentionnées mais il a été mentionné :
Aire = 2 500 m^2 et Périmètre = 250 m.
Curieux, ils désirent connaitre ses dimensions mais il ne sait pas comment s'y prendre, il te sollicite.
Détermine les dimensions du domaine.