BAC BLANC MONAJOCE
SESSION FEVRIER 2024

MATHEMATIQUES

Coef : 4
Durée : 4 h
Série : B

Ce sujet comporte trois (03) pages numérotées 1/3, 2/3 et 3/3. Le candidat traitera tous les exercices proposés. Toute calculatrice scientifique est acceptée sauf les calculettes programmables. Aucun document ou support n'est autorisé. Le candidat recevra une feuille de papier millimétré pour les constructions.

EXERCICE 1 : 2 points

Pour chacune des propositions suivantes, indique le numéro suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

N°	Propositions	Réponses	
1	L'inéquation $e^{2x-3} \leq -1$ a pour ensemble de solution	A	$[0\,;+\infty[$
		B	$\emptyset$
		C	$[\frac{3}{2};+\infty[$
2	La fonction $x \mapsto \frac{2x+1}{x^2+x+3}$ admet pour primitive sur l'intervalle K =]1 ;+∞[la fonction	A	$x \mapsto \dfrac{1}{x^2+x+3}$
		B	$x \mapsto \ln(x^2+x+3)$
		C	$x \mapsto x^2+x+3$
3	Soit A et B deux événements quelconques de probabilités respectives P(A) et P(B) tels que : P(A) = 0,8 ; P(B) = 0,5 et P(A∩B) = 0,4 alors la probabilité conditionnelle de B sachant A est :	A	$P_A(B) = 0{,}8$
		B	$P_A(B) = 0{,}5$
		C	$P_A(B) = 0{,}10$
4	La dérivée troisième sur l'intervalle IR de la fonction $x \mapsto \cos(2x)$ est la fonction	A	$x \mapsto 8sin(2x)$
		B	$x \mapsto 4cos(2x)$
		C	$x \mapsto 4sin(2x)\cos(2x)$

EXERCICE 2 : 2 points

Sur ta feuille de copie, fais correspondre pour chaque lettre du texte lacunaire, l'un des mots ou groupe de mots proposés entre guillemets.

« croissante» ; « minimum relatif » ; « continue » ; « point d'inflexion » ; « dérivable » ; « une solution unique » ; « plusieurs solutions » ; « tangente ».

Toute fonction .....(a).......en un point d'abscisse x_0 est nécessairement ....(b)..... en ce même point. Si la dérivée seconde d'une fonction s'annule en changeant de signe alors cette fonction admet un ......(c).......telle qu'en ce point la courbe traverse la .....(d)......... Par contre, si la dérivée première d'une fonction s'annule en changeant du signe négatif au signe positif, alors cette fonction admet un .....(e).......

Si une fonction f est continue et non monotone sur un intervalle donné telle que la courbe coupe plusieurs fois l'axe des abscisses alors l'équation $f(x) = 0$ admet.....(f)......, cependant si elle est continue et monotone et que sa courbe coupe l'axe (OI) alors l'équation $f(x) = 0$ admet........(g)........

La fonction ln est strictement .....(h)..... sur l'intervalle]0 ;+∞[.

EXERCICE 3 : 2 points

Une urne contient 12 boules colorées indiscernables au toucher dont la composition est de : 6 vertes, 4 blanches et 2 rouges.

Pour tout événement X donné, on notera P(X) la probabilité de cet événement.

1) On tire simultanément 5 boules de l'urne en notant à chaque tirage la couleur de la boule obtenue.
   a) Trouve le nombre N_1 de résultats possibles.
   b) Soit l'évènement A : « le tirage contient exactement 2 boules vertes et 2 blanches. Calcule P(A).
   c) Soit l'évènement B : « le tirage contient au moins une boule verte. Calcule P(B).
2) On change la façon de tirer : On tire successivement sans remise 3 boules de l'urne en notant à chaque tirage la couleur de la boule obtenue.
   a) Trouve le nombre N_2 de résultats possibles.
   b) Soit l'évènement C : « le tirage contient trois boules de couleurs distinctes ». Calcule P(C).
   c) Soit l'évènement D : « le tirage ne contient pas de boules blanches ». Calcule P(D).

EXERCICE 4 : 4 points

Le tableau ci-dessous indique pour les sept dernières années, le nombre d'accidents causés par les automobilistes dans une mégapole. Mais le statisticien a omis la valeur noté n du nombre d'accident en 2018.

Années	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
Rang de l'année X_i	0	1	2	3	4	5	6
Nombre d'accidents Y_i	266	281	312	334	n	374	395

1. Calcule la moyenne $\overline{X}$ et exprime $\overline{Y}$ en fonction de n.
2. On suppose que la droite de régression par la méthode des moindres carrés de Y en X a pour équation : (D) : $y = 22x + 265$.
   a) Démontre que $n = 355$.
3. Déduis-en les valeurs des variances de X et de Y puis de la covariance de X et Y.
4. Calcule et interprète la valeur du coefficient de corrélation linéaire.
5. Détermine le nombre d'accident prévu en 2024 si la tendance se maintient.
6. Détermine l'année au cours de laquelle le nombre d'accidents dépassera 500.

EXERCICE 5 : 5 points

Soit la fonction f de courbe representatie (C_f) définie par :

$$\begin{cases} f(x) = 1 - x + lnx \ si \ x \in]0;1[\\ f(x) = x - 2 + e^{1-x} \ si \ x \in]1;+\infty[\\ f(1) = 0 \end{cases}$$

1. Précise le domaine de définition de la fonction f.
2. Justifie que f est continue en 1.
3. Etudie la dérivabilité de f en 1.
4. Justifie que la droite d'équation $x = 0$ est une asymptote verticale à (C_f).
5. Détermine la limite de f en $+\infty$.

6. Montre que la droite (D) d'équation $y = x - 2$ est asymptote oblique à (C_f) en +∞.
7. Etudie les variations de f sur]0 ;1] et sur [1 ;+∞[.
8. Dresse le tableau de variation de f.
9. Détermine une équation de la tangente (T) à (C_f) au point I de coordonnées (1;0).
10. Construis la tangente (T) et (C_f) ainsi que ses asymptotes dans un repère orthonormé (O, I, J) d'unité 3 cm.

EXERCICE 6 : 5 points

Monsieur LEBOSSE est directeur d'une entreprise qui fabrique et vend des téléphones portables. Voici les données techniques pour la direction commerciale :

- La capacité journalière de production est comprise entre 0 et 18 appareils et en général, toute la production est vendue.
- Le coût de production exprimé en milliers de francs pour une quantité x de téléphones est modélisé par la fonction C telle que $C(x) = x^3 - 25x^2 + 280x + 400$
- La recette de la vente des x téléphones produits est modélisée par la fonction R telle que $R(x) = 480x - 20x^2$.

Monsieur LEBOSSE veut réaliser le maximum de profit. Il te soumet ses préoccupations.

Sachant que le profit est la marge (ou différence) entre les recettes et les coûts (dépenses), réponds à la préoccupation de Monsieur LEBOSSE à l'aide d'une démarche rigoureuse.