

CONCOURS D'ENTRÉE EN LICENCE

ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES

Durée : 1h30mn

QUESTIONS À CHOIX MULTIPLES (QCM)

Sur la feuille « GRILLES DE RÉPONSES », cochez dans chacun des cas la bonne réponse.
Une réponse juste rapporte 1 point, une réponse fautive retranche 0,5 point.
L'absence de réponse rapporte 0 point.

Q1 : Soient a et b deux nombres réels

- a) $\cos(a+b) = \cos a \sin b + \cos b \sin a$
- b) $\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$
- c) $\cos(a+b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$
- d) $\cos(a-b) = \cos a \sin b - \cos b \sin a$

Q2 : Si un entier non nul est multiple de a et de b alors :

- a) Il est multiple de ab
- b) Il est multiple de a+b
- c) Il est multiple de $\text{pgcd}(a ; b)$
- d) Il est multiple de $\text{ppcm}(a ; b)$

Q3 : La composée de deux homothéties est :

- a) une homothétie
- b) une translation
- c) une homothétie ou une translation
- d) aucune réponse n'est correcte

Q4 : Deux nombres entiers naturels a et b sont dits amicaux lorsque a est la somme des diviseurs de b autres que b et b est la somme des diviseurs de a autres que a.

- a) 16 et 24 sont amicaux
- b) 220 et 284 sont amicaux
- c) 91 et 101 sont amicaux
- d) 105 et 37 sont amicaux

Q5 : Soit la fonction f définie par $f(x) = \sin^3 x \cos^2 x$. La dérivée de f est :

- a) $f'(x) = 3\sin^2 x \cos^2 x - 2\sin^3 x \cos^3 x$
- b) $f'(x) = 3\sin^2 x \cos^3 x - 2\sin^4 x \cos x$
- c) $f'(x) = 3\sin^2 x \cos^3 x - 2\sin^2 x \cos x$
- d) Aucune réponse n'est correcte

Q6 : On considère la fonction f définie sur $[1; +\infty[$ par $f(x) = e^{\frac{x}{2}} - x$. La fonction f est :

- a) paire b) impaire c) positive d) négative

Q7 : $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1+\ln x}{2-\ln x}$ est égale à :

- a) $-\infty$ b) $+\infty$ c) -1 d) 1

Q8 : $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x - e}{x - 1}$ est égale à :

- a) e b) 2 c) 1 d) $-e$

Q9 : Soit $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-x} \sin(x) dx$. On a :

a

10 : On considère la suite (U_n) définie par : pour tout entier naturel n , $U_n = \ln(1 + ne^{-n})$.

- a) (U_n) est croissante b) $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 0$ c) $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = +\infty$ d) (U_n) est divergente.

Q11 : Soient (u_n) et (v_n) deux suites réelles, et $l \in \mathbb{R}$.

a) $I = -\frac{1}{2}e^{-\frac{1}{2}\pi} + \frac{1}{2}$. b) $I = \frac{1}{2}e^{-\frac{1}{2}\pi} + \frac{1}{2}$. c) $I = -\frac{1}{5}e^{\frac{1}{2}\pi} + \frac{1}{5}$ d) $I = -\frac{1}{5}e^{-\frac{1}{2}\pi} + \frac{1}{5}$

- a) Q Si (v_n) converge vers 0, alors $(u_n v_n)$ converge vers 0.
b) Si (u_n) est à termes strictement positifs, alors l est strictement positif.
c) Si (u_n) converge vers l , alors $(|u_n|)$ converge vers $|l|$.
d) Si $(|u_n|)$ converge vers l , alors (u_n) converge vers l ou $-l$.

Q12 : Une primitive de la fonction f définie par $\frac{3x^3+2x^2+1}{x^2}$ est la fonction

- a) $F(x) = 9x^4 + 4x^3 + x$ b) $F(x) = x^4 + 4x^3 + x$
c) $F(x) = \frac{3}{2}x^2 + 2x + \frac{1}{x}$ d) $F(x) = \frac{3}{2}x^2 + 2x - \frac{1}{x}$

Q13 : Soit $f(x) = (x^2 - 4)e^{2x}$ et $F(x) = (\alpha x^2 + \beta x + \gamma)e^{2x}$

Les valeurs de α , β et γ pour lesquelles F est une primitive de f sur \mathbb{R} sont :

- a) $\alpha = \frac{1}{2}$, $\beta = -\frac{1}{2}$, $\gamma = -\frac{7}{4}$
b) $\alpha = -\frac{1}{2}$, $\beta = \frac{1}{2}$, $\gamma = \frac{7}{4}$
c) $\alpha = -\frac{1}{2}$, $\beta = \frac{1}{2}$, $\gamma = -\frac{7}{4}$
d) $\alpha = -\frac{1}{2}$, $\beta = -\frac{1}{2}$, $\gamma = -\frac{7}{4}$

Q14 : Une primitive de la fonction g définie par $\frac{x+1}{\sqrt{x^2+2x-8}}$ est la fonction

- a) $G(x) = \sqrt{x^2 + 2x - 8}$ c) $G(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+2x-8}}$
b) $G(x) = 2\sqrt{x^2 + 2x - 8}$ d) Aucune des réponses n'est correcte

Q15 : On place dans un sac 5 billets de 500f, 7 billets de 1000f et 10 billets de 2000f. On choisit au hasard une poignée de 8 billets, chaque billet ayant la même probabilité d'être attrapé. La probabilité de n'avoir choisi aucun billet de 500f est :

- a) 0.061 b) 0.076 c) 0.00141 d) 0.0076

Q16 : La probabilité de gagner lors d'une partie d'un jeu est $\frac{1}{4}$. On fait quatre parties successives et indépendantes de ce jeu. La probabilité de gagner exactement trois fois est :

- a) $\frac{3}{64}$ b) $\frac{3}{4}$ c) $\frac{3}{256}$ d) $\frac{3}{16}$

Q17 : Soit z_1 et z_2 deux nombres complexes. Alors $|z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2$ est égal à :

- a) $|z_1|^2 + |z_2|^2$ b) $|z_1|^2 - |z_2|^2$ c) $2|z_1|^2 - 2|z_2|^2$ d) $2|z_1|^2 + 2|z_2|^2$.

Q18 : Soit $(X ; Y)$ une série statistique double. La variance de X est égale à :

- a) à la moyenne des carrés des écarts à la moyenne de X
 b) à la moyenne des écarts des carrés à la moyenne de X
 c) au carré de la moyenne des écarts à la moyenne de X
 d) au carré des écarts à la moyenne des carrés de X

Q19 : Soit $(X ; Y)$ une série statistique double. $\text{Cov}(x ; y)$ est égale à :

- a) $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$ b) $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i^2 - \bar{x})(y_i^2 - \bar{y})$ c) $\sum_{i=1}^n (x_i - y_i)(\bar{x} - \bar{y})$

d) aucune réponse est juste

Q20 : Soit le nombre complexe $z = -3 \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)$.

- a) $\arg(z) \equiv \frac{\pi}{6} [2\pi]$ b) $|z| = -3$
 c) $z = 3 \left(\cos \frac{7\pi}{6} + i \sin \frac{7\pi}{6} \right)$ d) $-z = 3 \left(\cos \frac{\pi}{6} - i \sin \frac{\pi}{6} \right)$.

Q21 : Pour tout réel x de l'intervalle $]3; +\infty[$, l'équation $\ln(x-3) + \ln(x+5) = 2\ln 3$ est équivalente à l'équation :

- a) $x^2 + 2x - 9 = 0$ c) $x^2 + 2x - 15 = 0$
 b) $x^2 + 2x - 24 = 0$ d) $x^2 + 2x + 22 = 0$

Q22 : On considère le nombre complexe $z = 2e^{i\frac{\pi}{7}}$. Le nombre z^{2009} est :

- a) un nombre réel positif c) un nombre imaginaire pur
 b) un nombre réel négatif d) de la forme $a + ib$ avec $a \neq 0$ et $b \neq 0$.

Q23 : L'équation différentielle $y = 2y' - 1$ a pour ensemble de solutions :

- a) $x \mapsto ke^{2x} - 1$ avec $k \in \mathbb{R}$.
 b) $x \mapsto ke^{\frac{1}{2}x} + 1$ avec $k \in \mathbb{R}$.

c) $x \mapsto ke^{\frac{1}{2}x} - 1$ avec $k \in \mathbb{R}$.

d) $x \mapsto ke^{2x} + \frac{1}{2}$ avec $k \in \mathbb{R}$.

Q24 : On considère l'application $\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ définie par : $\forall n \in \mathbb{N}, f(n) = n + 1$

a) f est injective et non surjective

c) f est bijective.

b) f est surjective et non injective.

d) f n'est ni injective ni surjective.

Q25 : Soit x un réel quelconque, $\sin(x + 7\pi) =$

a) $\cos(x)$

b) $\sin(x)$

c) $-\sin(x)$

d) $-\cos(x)$